

307.226 ✓

3
1955

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

FARAGÓ PÉTER, GÁSPÁR REZSŐ, NAGY ELEMÉR,
SIMONYI KÁROLY ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI:
JÁNOSSY LAJOS

III. KÖTET

I. FÜZET



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA

BUDAPEST, 1955

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

2

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg és az Akadémia III. Osztályának előadói ülésén bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII. Konkoly Thege-út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémia Kiadó, Budapest, V. Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 04-878-111-48), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Kúkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI. Sztálin út 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 45-790-057-50-032) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsek ki és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettő sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegek közti formulákban ferde törtvonalat, pl. 1/2, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelölgék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írják **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.



A KATÓDÉRZÉKENYSÉGELOSZLÁS MEGHATÁROZÁSA FOTOMULTIPLIERNÉL*

NÁRAY ZSOLT

Központi Fizikai Kutató Intézet Kozmikus Sugárzási Osztály

Az alábbiakban fotokatódok érzékenységleloszlásának meghatározására alkalmas módszert ismertetünk. A vizsgálatok célja fotocella, illetve fotomultiplier felhasználásával végzett mérések reprodukálhatóságában mutatkozó nehézségek tisztázása. Vizsgálatainkban meghatározzuk a fotomultiplier katódjának érzékenységváltozását a hely, valamint a fény beesési irányának függvényében.

1. Bevezetés

Egy sugárzás intenzitásának fotocella, illetve fotomultiplier segítségével történő mérése esetén a mérési eredmények gyakran nehezen reprodukálhatók. A reprodukálhatóságban mutatkozó nehézség az alábbi okokra vezethető vissza: a fotokatód jel/zaj viszonyának hőmérsékletfüggése, a fotokatód időbeni fáradása [1] és a fotokatód felületén az érzékenységnek helytől való függése. Ugyanakkor feltételezhető, hogy a fotokatód érzékenysége a fény beesési irányának változása is hatást gyakorol.

A következőkben a fenti okok közül kizárólag a multiplier-fotokatódok érzékenységleloszlásának meghatározásával kívánunk foglalkozni, majd kiterjesztjük méréseinket a fotokatód érzékenységleloszlásának a fény beesési irányától való függésének vizsgálatára is.

A fotokatód érzékenységleloszlását lényegében két tényező határozza meg: egyrészt a fotoelektromos hatást mutató felület érzékenységének helytől való függése, mely túlnyomórészt annak inhomogén fotoelektromos tulajdonságaira vezethető vissza, másrészt a multiplier elektronoptikája. A két tényező eredőjét a következőkben effektív katódérzékenységnek nevezzük.

Az érzékenységleloszlásban mutatkozó ingadozások különösen olyan méréseknél játszanak lényeges szerepet, melyeknél a mérendő fényáram a fotokatódot annak teljes felületéhez képest csak kis részén éri. (A sokszorozónak ilyen jellegű felhasználása pl. csillagászati vizsgálatokban fordul elő.) Ekkor u. i. az jelent fokozott nehézséget, hogy a fényfoltnak a katód egy meghatározott pontjára való beállítását kell reprodukálnunk. Megjegyzendő, hogy a katódfelület teljes kihasználása esetén az érzékenységleloszlás kisebb szerepet játszik, miután a fotokatód megvilágított felületén belül a helyi érzékenységekülönbségek kiközepeledhetnek.

* Az Eötvös Loránd Fizikus Egyesületben 1954 március 22-én tartott előadás alapján. Érkezett 1954. augusztus 18.

2. A mérési eljárás ismertetése

Az érzékenységeloszlás vizsgálatára az alábbi eljárást dolgoztuk ki:

A fotokatódot egy pontszerű fényforrással teljes felületéhez képest kis területen világítjuk meg. Ekkor a multiplier anódenállásán létrejövő feszültség a katód megvilágított pontjában mutatkozó érzékenység és a beeső fényenergia szorzatával arányos. Ha a pontszerű fényforrás intenzitását állandónak tartjuk ezzel az eljárással a katód teljes felületén az érzékenység pontról-pontra meghatározható, azonban az eljárás igen hosszadalmas és pontossága sem kielégítő. Ez utóbbi nehézség kiküszöbölésére a katód felületén a fényfoltot egy egyenes mentén elmozdítjuk. Az elmozdulással arányos feszültséget egy katódsugárcső egyik eltérítő lemezpárjára, a multiplier anódenállásán fellépő feszültséget a másik lemezpárra kapcsolva a katódsugárcső ernyőjén a fotokatódnak érzékenységeloszlását egy egyenes mentén közvetlenül felrajzolhatjuk. Vizsgálatainkban csupán a letapogató sugár intenzitásának állandósága biztosítandó, miután bennünket kizárólag a katód egyes pontjainak relatív érzékenysége érdekel. Ugyanakkor a fénynyaláb intenzitása bizonyos határok között tetszőleges lehet.

A mérőberendezés elvi elrendezése az 1. ábrán látható. A fentiekben említett mozgó pontszerű fényforrást oly módon állítottuk elő, hogy a K_1 katódsugárcső ernyőjét cca 0,5 mm átmérőre fókuszált elektronnyalábbal gerjesztettük és az egyik lemezpárra kapcsolt EG eltérítőgenerátorral az elektronnyalábot egy egyenes mentén mozgattuk.

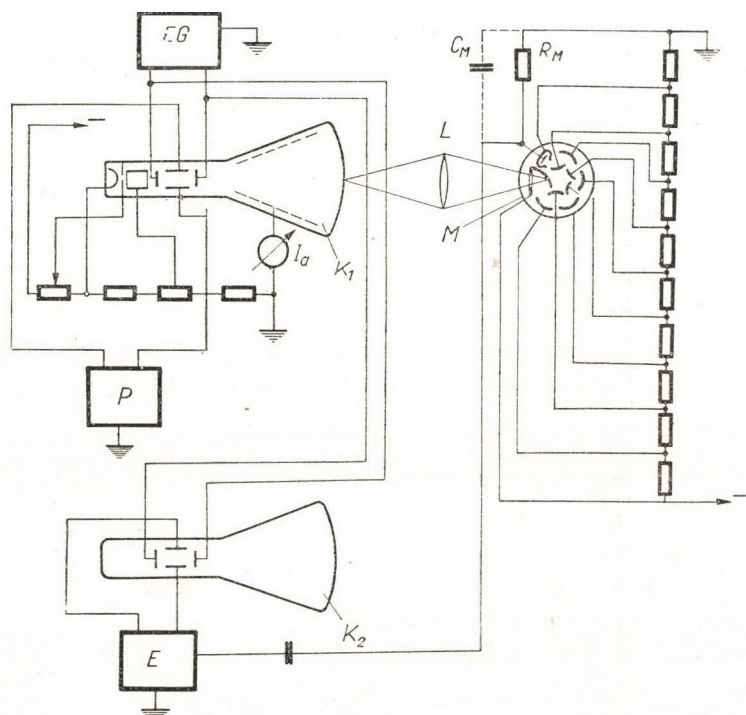
A mozgó pontszerű fényforrásnak ilyen módon történő kialakítása méréseink céljaira teljesen megfelelő és elkészítése, valamint a mérésben való felhasználása sokkal egyszerűbb, mint egy megfelelő mechanikai megoldásé.

A K_1 katódsugárcső ernyőjén A amplitudóval mozgó fényfoltot az L objektív segítségével N -szeres lineáris nagyítással képezzük le az M multiplier fotokatódjára.

Az effektív katódérzékenységi görbe közvetlen felrajzolására a K_2 katódsugárcső szolgál. Ez utóbbi egyik eltérítőlemezpárját az E szélessávú erősítőn keresztül az M multiplier R_M anódenállásán létrejövő feszültségre kapcsoljuk, míg a másik lemezpár a K_1 katódsugárcső megfelelő lemezpárjával van párhuzamosan kötve. A K_1 katódsugárcső segítségével előállított mozgó pontszerű fényforrás felhasználásával a fotokatód érzékenységét egy egyenes mentén letapogatjuk. A fotokatód teljes felületén az effektív érzékenységeloszlás meghatározása oly módon történik, hogy a K_1 katódsugárcső másik eltérítő-lemezpárjára a P kettős potenciométerrel megfelelő egyenfeszültséget kapcsolva, a sugarat a fotokatódon a letapogató irányára merőlegesen eltoljuk. Ilyen módon az effektív érzékenységeloszlást több egymással párhuzamos egyenes mentén megállapítva, az a letapogató irányra merőlegesen is megszerkeszthető. Ez utóbbi szerkesztési munka elkerülésére az eltérítőgenerátort a K_1 cső másik

eltérítőlemezpárjára kapcsolva az előbbi letapogatási irányra merőleges érzékenységelosztás a K_2 oszcillográfcsővön közvetlenül megfigyelhető.

A mérés folyamán a letapogató sugár a fotokatód normálisával különböző szöget zár be. Ennek következtében az effektív érzékenységelosztás az állandó beesési irány melletti letapogatáshoz képest bizonyos módosulást



1. ábra

K_1 5 BP típusú katódsugárcső 10μ sec utánvilágítási idejű, speciális kék ernyővel.

K_2 Kétsugaras katódsugárcső (a mérésnél csupán az egyik sugár került közvetlen felhasználásra).

M 931—A típusú multiplier L Mayer Trioplan $1:2,9$, $f=7,5$ cm.

$R_M = 130$ kohm

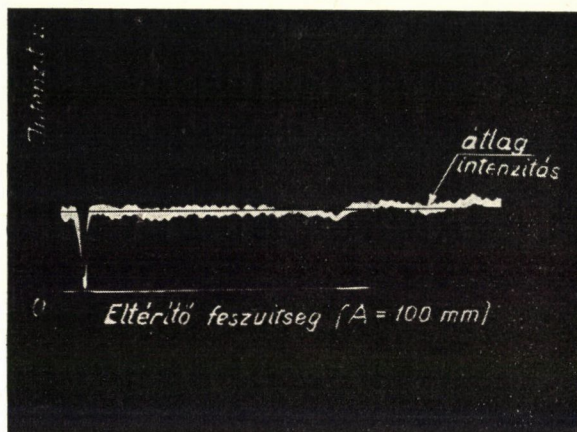
mutathat. Ez utóbbi hatás meghatározása — mint azt már említettük — méréseink egyik célja és arról részletesen a 3/c. pontban számolunk be, megjegyezve ezen a helyen is azt, hogy a beesési szög változása méréseink eredményét gyakorlatilag nem befolyásolja.

Miután vizsgálatainkban feltételeztük, hogy a letapogató fényfolt a fotokatód bármely pontján egyenlő intenzitású, szükségesnek látszik, hogy az alábbiakban részletesen megvizsgáljuk azokat a tényezőket, melyek feltételezésünket befolyásolják.

Ezek között elsősorban azt a tényt kell megemlíteni, hogy a K_1 katódsugárcső ernyőjéről a fotokatód felé kisugárzott fényintenzitás függ a fény-

foltnak a foszforeszcens ernyőn elfoglalt helyzetétől. Ez a függés részben az ernyő inhomogenitásának következménye, részben a fénykibocsátás irányfüggésére vezethető vissza.

A letapogató sugár intenzitásában mutatkozó helyfüggőség (intenzitás-eloszlás) meghatározására végzett ellenőrző mérésünk lényege a következő:



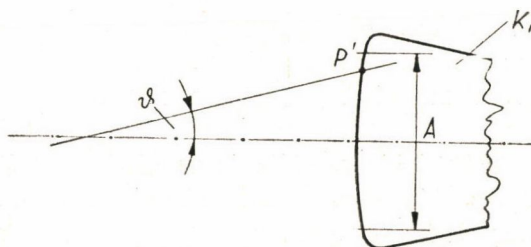
2. ábra

A K_1 katódsugárcsőön A amplitudóval mozgó fényfoltot erősen kicsinyítve képezzük le a fotokatódra. Ha a fotokatód érzékenysége a lekicsinyített A amplitudónak megfelelő tartományban állandónak tekinthető, a K_2 oszcillográfcsőön látható oszcillogramm az intenzitáseloszlást közvetlenül adja.

Az 1. ábra szerinti elrendezésben az optikai rendszer nagyítását $A = 100$ mm-es amplitudónak megfelelő eltérítőfeszültség mellett $N \cong \frac{1}{40}$ -re választottuk. Ebben az esetben a letapogató fényfolt a multiplier fotokatódon csupán 2,5 mm-es amplitudóval mozdul el. Miután azonban a fotokatód érzékenysége egy 2,5 mm hosszú egyenes darab mentén sem tekinthető teljesen állandónak (lásd 3. rész), a katódra való optikai leképezéstől eltekintünk, a katód érzékenységváltozásának hatását ily módon a lehetőséghez képest lecsökkentve. A mérés eredménye a K_2 oszcillográfcső ernyőjéről készült felvételen látható (2. ábra). Hogy az intenzitáseloszlás változásának nagysága százalékosan meghatározható legyen a K_1 oszcillográfcső ernyőjét a fényfolt mozgásának irányára merőlegesen cca 1 mm szélességben letakarva megállapítjuk az intenzitás nullnívóját és ennek alapján az intenzitás helyfüggőségének relatív mértékét.

Miután a katódsugárcső fókuszálási viszonyai az anódáramtól bizonyos függést mutatnak, az intenzitáseloszlást az effektív katódezzékenység vizsgálataánál használt anódáram értékénél határoztuk meg. A K_1 katódsugárcső I_a

anódáramának nagyságát az effektív katódérzékenység mérésénél a multiplier utolsó fokozataiban fellépő nagy áramok következtében mutatkozó fáradási jelenség korlátozza [1]. Az intenzitáseloszlás mérésénél a fotokatód érzékenységeseloszlásának kiküszöbölésére szükséges kicsinyítés következtében a multiplierre jutó fényenergia tehát geometriai okoknál fogva sokkal kisebb, mint



3. ábra

az effektív katódérzékenység vizsgálatánál. Ilyen körülmények között a multiplier anódjelének nagyobb mérvű erősítése vált szükségessé az E erősítőben. Ez utóbbi tény indokolja a 2. ábrán látható nagyobbértékű zajkomponenst. Amint az a 2. ábrából látszik a kisugárzott intenzitás a K_1 cső ernyőjének egyik átmérője mentén 8% -nál kisebb ingadozást mutat. Meg kell jegyeznünk, hogy ez utóbbi érték az intenzitáseloszlás ingadozásának felső határa, miután egyrészt a fotokatód érzékenysége a $2,5$ mm-es tartományban sem volt állandónak tekinthető, másrészt a zajkomponens is hozzájárul a mért intenzitás-ingadozás fokozásához.

A letapogató fényfolt intenzitásának változását ezenkívül az optikai rendszer is befolyásolja. Az optikai rendszer effektív apertúra blendeje a fényfoltnak az ernyőn elfoglalt P' helyzetétől függ. Ennek következtében a 3. ábrán definiált ϑ szöggel az I intenzitás

$$I = \text{const.} \cos^4 \vartheta$$

szerint változik. A katódérzékenységeseloszlás mérésénél az intenzitás eloszlás vizsgálatánál alkalmazott $N \cong \frac{1}{40}$ nagyítású optikai rendszer helyett az $N \cong \frac{1}{3}$ nagyítású optikai rendszer került felhasználásra, melyet ebből a szempontból külön is ellenőriztünk. Az effektív katódérzékenység mérésében alkalmazott elrendezésben, miután $(\vartheta)_{\max} = 6,5^\circ$, az ebből származó intenzitás csökkenés maximálisan $2,5\%$, vagyis kisebb, mint az előző ellenőrzőmérésben megvizsgált tényezők együttes hatása. Az említett okból és a különböző lencsehibákból származó intenzitásváltozás nagysága a fotokatód helyére helyezett emulzió feketedése alapján ellenőrizhető.

Megjegyzendő, hogy az utóbbi hatás a mérési eredményeket a megadott hibaszázaléknál kisebb mértékben befolyásolja, miután az A amplitudó meg-

határozása oly módon történt, hogy $N \cdot A$ nagyobb, mint a fotokatódnak a letapogatási irányban vett geometriai mérete, és az intenzitáscsökkenés a fotokatód szélein a legnagyobb értékű.

A fenti ellenőrző mérésekkel tehát megállapítottuk, hogy a mérési eljárás alapjául szolgáló, az intenzitás állandóságára vonatkozó feltételezés cca 8%-os pontossággal ki van elégítve.

Az alábbiakban röviden összefoglaljuk azokat a szempontokat, melyek az 1. ábrán látható elektronikus berendezések adatainak megválasztásánál irányadók.

A multiplier anódköri időállandója és az eltérítőgenerátor f ismétlődési frekvenciája, a mérés pontosságával szemben támasztott követelmények alapján határozható meg. Hasonlóképpen a pontosságra vonatkozó megfontolások alapján határoztuk meg a felhasználandó erősítő frekvencia- és fázis-karakterisztikáját is.

Tételezzük ugyanis fel, hogy az effektív katódérzékenység a letapogatás irányában egy s méretű szakaszon ugrásszerűen lecsökken. Ez utóbbinak megfelelően a multiplier anóddenállásán a feszültség $\tau = R_M \cdot C_M$ időállandóval exponenciálisan csökken, ahol C_M az anódpontnak összes kapacitása a földhöz. Ismerve a pontszerű fényforrás v állandó eltérítési sebességét a katód-sugárernyőn az s távolságnak megfelelő letapogatási idő:

$$T = \frac{s}{Nv} \sim \frac{s}{NAf}.$$

Méréseink célkitűzésének megvalósítása érdekében kell, hogy $T > \tau$ legyen.

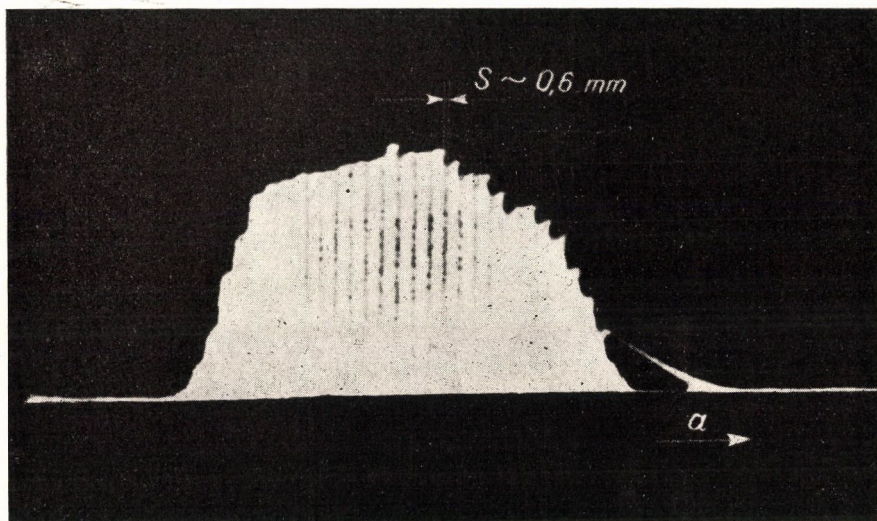
Megjegyzendő, hogy f értékének megválasztásánál figyelembe kell venni, hogy a letapogató sugár közepes átmérője a katódsugárcső fókuszálási viszonyai következtében a fotokatódon cca 0,18 mm, tehát s értékét 0,2 mm-nél kisebbre megállapítani nem célszerű a megadott nagyítás mellett. Ennek megfelelően $f = 215$ Hz-et, $R_M = 130$ kohmot választottunk cca $C_M \leq 40$ pF kapacitás mellett.

A teljes elektromos rendszer ellenőrzésére az 1. ábrának megfelelő elrendezésben $\left(N \cong \frac{1}{3} \text{ nagyítás mellett} \right)$ a K_1 katódsugárcső ernyőjén a letapogató fényforrást egy — a K_1 katódsugárcső rácsához csatlakozó és az EG eltérítő generátorral szinkronizált — impulzusgenerátorral periodikusan kioltjuk. Ezzel az eljárással a multiplier anódköre és a teljes elektronika számára a fentiekben tárgyalt helyzetet állítottuk elő a különbséggel, hogy a multiplierről kimenő jel nem az effektív érzékenység, hanem a megvilágítás csökkenése miatt esik ugrásszerűen. Az ellenőrzés eredményeképpen a K_2 katódsugárcső ernyőjén a 4. ábrán látható képet kapjuk. Ez utóbbi módszer annak ellenőrzésére is szolgál, hogy milyen mértékben vannak kielégítve a pontszerű fényforrással kapcsolatban az ernyő utánvilágítására vonatkozóan tett feltételeink.

Amint az oszcillogrammból látható, az elektromos kapcsolás követelményeinknek eleget tesz, miután egy $s = 0,6$ mm-nek megfelelő intenzitáscsökkenés lényegében torzítás nélkül van a K_2 katódsugárcső ernyőjén reprodukálva.

Az ismertetett eljárás kielégíti a katódérzékenységeloszlás meghatározására alkalmas mérési eljárással szemben támasztandó követelményeket, nevezetesen:

- a) rövid mérési idő,
- b) a mérési eredmények regisztrálás útján történő rögzítése.



4. ábra

A fenti követelményeket részben a multiplierok és a mérések céljára általában rendelkezésre álló, nem speciálisan stabilizált fényforrások időbeni instabilitása, részben pedig az a tény teszi indokolttá, hogy amennyiben valamilyen szempontból meghatározott katódérzékenységeloszlású multiplier felhasználása szükséges a gyártási szórás miatt számos multiplier vizsgálatát kell elvégezni kiválogatás céljából.

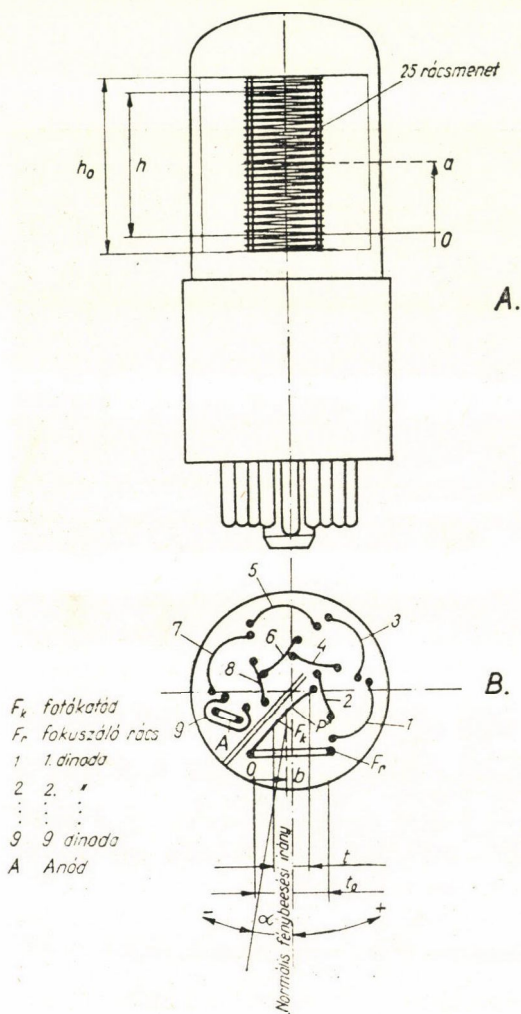
3. Mérési eredmények

Az előző pontban vázolt mérési eljárással végzett vizsgálatok három csoportba oszthatók:

- a) A 931-A typ. multiplier fotokatódjának a multiplier tengelyével párhuzamos (lásd 5/A. ábra a irány) letapogatása.
- b) A 931-A typ. multiplier fotokatódjának a multiplier tengelyére merőleges (lásd 5/B ábra b irány) letapogatása.
- c) A multiplier effektív katódérzékenységének a beeső fény irányától való függésének vizsgálata.

Megjegyzendő, hogy a c) pontban említett vizsgálat nemcsak a multiplier felhasználásával kapcsolatban indokolt, hanem az a) és b) típusú mérések pontosságának ellenőrzése szempontjából is fontos.

a) A mérések az 1. ábrának megfelelő elrendezésben történtek $N=0,31$ nagyítás mellett, oly módon, hogy az *EG* generátor által szolgáltatott feszült-

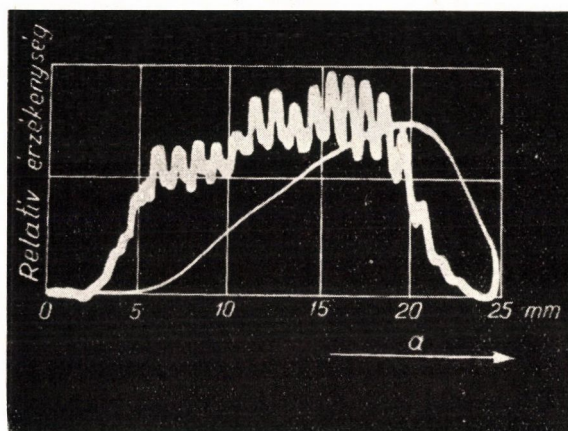


5. ábra

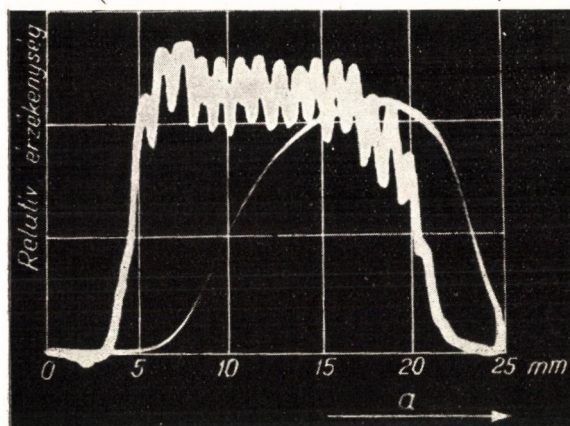
séget a K_1 katódsugárcsővön a multiplier tengelyével párhuzamos irányú eltérítésre csatlakoztattuk. A leképezés ebben az esetben a multiplier F_k fotókatódjára (lásd 5/B ábra) történt oly módon, hogy egy, a fotókatód helyébe elhelyezett homályos üvegre képeztük le a fényfoltot. Az effektív katódérzékenység görbéje két különböző 931-A típusú multiplierre vonatkozólag

a K_2 oszcillográfcsőről készített felvételen (6/A, ill. 6/B ábra) látható. A 6/A és 6/B ábrákon jól látható a különböző multiplierok érzékenységlaszának szórása. Több mérés eredményeképpen a fotokatód érzékeny felületének a multiplier tengelyével párhuzamos h mérete átlagban 20 mm-nek adódik, ugyanakkor a geometriai méret $h_0 \cong 25$ mm.

Mint az oszcillográf felvételekből látható az effektív katódérzékenység a hosszanti méret függvényében erős ingadozást mutat. A multiplier katódja előtt elhelyezett elektrosztatikus fókuszáló rács (lásd 5/A ábra) hatása az



A.



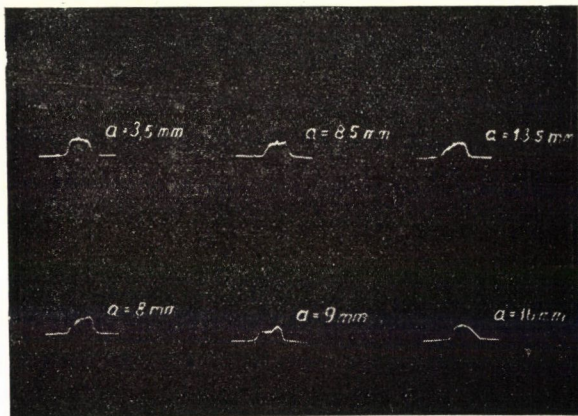
B.

6. ábra

ábrákon jól kivehető, miután a katódérzékenységi görbe minimumainak száma jól megegyezik a rácsmenetek számával.

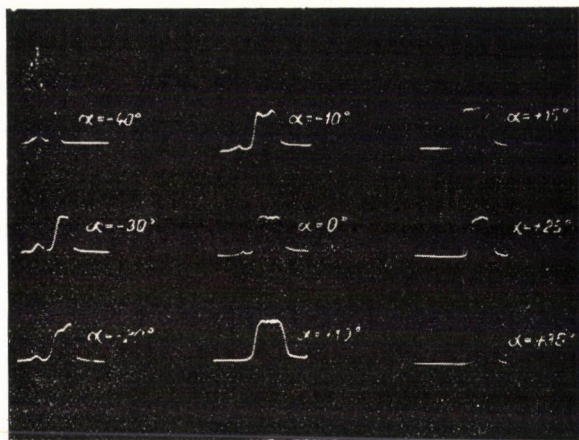
b) A mérések az a) pontban említettekkel megegyező elrendezésben készültek, azzal a különbséggel, hogy az a)-hoz képest a K_1 katódsugárcső függőleges és vízszintes eltérítő lemezeinek szerepét felcseréltük és az A

amplitudó értékét 45 mm-nek választottuk. A mérésekből a fotokatód érzékeny felületének a multiplier-szimmetriatengelyre merőleges irányú méretének vetülete $t=6$ mm-nek (lásd 5/B ábra) adódik, míg a megfelelő geometriai méret $t_0 \cong 9$ mm. A mérés eredményeként a K_2 oszcillográfról készült felvételek a 7. ábrán láthatók, különböző a értékeknél. (Lásd 5/A ábra.) A görbék alakjának különbözősége a -nak viszonylag kis értékváltozásánál a letapogatási iránnyal kis szöget bezáró rácsmenetek hatásának tudható be. Ez utóbbi mérésnél a fókuszálás a katódfelületnek a multiplier szimmetriatenge-



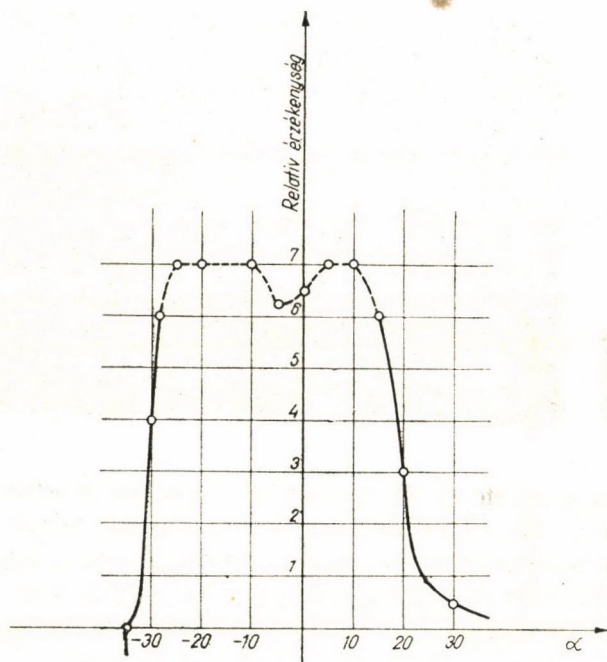
7. ábra

lyére merőleges méretének P'' körülbelüli felezőpontjára (lásd 5/B ábra) történt. Miután azonban a katódvetületnek t_0 geometriai mérete viszonylag kicsi, nagyobbfokú defokuszálás nem történt. Megjegyzendő, hogy az ily módon elkövetett hiba megbecslésére az a) típusú mérésekből a b) típusú érzékenység görbe kiszerkeszthető.



8. ábra

c) A mérés a b) ponttal teljesen megegyező elrendezésben került elvégzésre oly módon, hogy a multipliert függőleges szimmetriatengelye körül α szöggel (lásd 5/B ábra) elforgattuk. A 8. ábrán az α szög különböző értékeinél az effektív katódérzékenységi görbéről készült felvételek láthatók. A felvételek alapján közelítőleg meghatározható a katódfelület egy meghatározott pontján az effektív érzékenység szögfüggése (9. ábra). Az effektív érzékenység pontos szögfüggésének meghatározását az elektrosztatikus fókuszáló rács nagymértékben megnehezíti.



9. ábra

Miután a b) mérésnél a letapogató sugár a megadott fénybeesési irány-
nyal maximálisan 4° -os szöget zár be, az effektív blende méret változása
méréseinket 1% -ban befolyásolja.

Az a)-ban foglalt mérésekben a letapogató sugár iránya a katód felületi
normálisával maximálisan $6,5^\circ$ -os szöget zár be. Az intenzitáseloszlás ellen-
őrzésére végrehajtott mérési elrendezésben ez utóbbi hatás befolyását is meg-
vizsgáltuk. Ennek eredményeképpen látható, hogy a)-ban ismertetett mérési
eredmények pontosságát a beeső fénynek irányváltozása lényegében nem
befolyásolta.

A fentiekben ismertetett mérési eljárás segítségével a különböző típusú
fotomultiplierek és fotocellák katódérzékenysége vizsgálatán kívül más optikai
beállítási és ellenőrzési feladat is elvégezhető.

Ezen a helyen is szeretnék köszönetet mondani *Jánossy Lajos* professzornak, hogy a fenti vizsgálatok során értékes útmutatásával támogatott. A mérésekben felhasznált kisutánvilágítási idejű katódsugárcső elkészítéséért a HIKI laboratóriumot és különösen *Szigeti György* igazgatót illeti köszönet.

A mérésekhez szükséges berendezések építésében való lelkes odaadó támogatásért *Kmetyó József*nek, a mérési munkák lelkiismeretes és pontos elvégzéséért *Lendvai Bélának* és *Tassaly Máriának* mondok köszönetet.

IRODALOM

- [1] *R. W. Engström*, J. Opt. Soc. An. 37, 420, 1947.

ELEKTRONIKUS VEZÉRLÉSŰ SPEKTROSKÓPIAI NAGYFESZÜLTSGŰ SZIKRAFÉNYFORRÁS SZÉLES TARTOMÁNYBAN VÁLTOZTATHATÓ SZIKRAGYAKORISÁGGAL*

BARDÓCZ ÁRPÁD

Központi Fizikai Kutató Intézet, Spektroszkópiai Osztály

Bevezetés

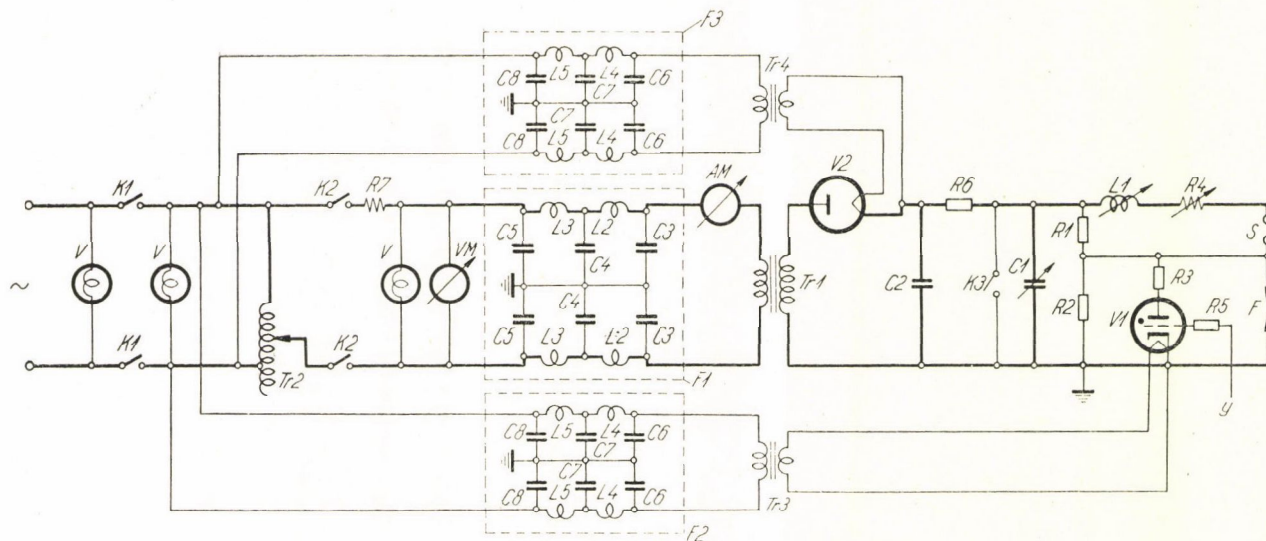
A spektroszkópiai nagyfeszültségű szikrafényforrások fejlődésének folyamán jelentős eredményként könyvelték el azt a tényt, hogy a másodpercenkénti szikrák száma, a gerjesztőberendezések villamos kapcsolásának megfelelő kialakításával, rögzíthető volt. A jól ismert forgókapcsolós [1, 2, 3, 4] gerjesztőrendszereknél, egyes ritka kivételektől eltekintve [5, 6] az egy másodpercre eső szikrák száma a hálózat rezgésszámának kétszerese. Az úgynevezett nem vezérelt szikragerjesztők üzemviszonyainak beállításánál is rendszerint arra törekedtek, hogy a hálózat egy-egy félperiódusa alatt mindössze egy szikra legyen [7]. A munkaelőírások is általában ilyen szikrázási viszonyokra vonatkoznak.

Fentiektől eltérően a régebbi spektrokémiai irodalomban találkozunk olyan esettel is, amikor a jobb elemzési eredmények elérése végett a gerjesztőberendezés beállítása olyan, hogy a hálózat félperiodusára eső szikrák száma egynél több [8, 9, 10]. Utóbbi időkben *Fowler és Wolfe* [11], *Wolfe és Jemal* [12], továbbá *Enns és Wolfe* [13, 14] munkássága alapján megállapítható volt, hogy a spektrokémiai elemzésekben alkalmazott nagyfeszültségű szikragerjesztő berendezéseknél a másodpercre eső szikrák számának növelése az előszikrázási idő lecsökkentéséhez és az elemzési pontosság lényeges megnövekedéséhez vezet. Ez a pontosságnövekedés annyira jelentős, hogy a legkorábbi gerjesztőberendezések ezen az elven épülnek fel.

A *Fowler és Wolfe* [11] által bevezetett nagyfeszültségű szikragerjesztőknek, — amint ismeretes, — az a fő jellegzetessége, hogy az elemző szikraközzel levegővel fúvatott vezérlőszikraközt kapcsolnak sorba. A levegőfúvatásnak az a célja, hogy a szikraköz átütése után megszakítsa a kondenzátor rezgő kisülését. Másodpercenként nagy szikraszám mellett ugyanis az egyes szikrák között rendelkezésre álló idő nem elegendő arra, hogy a kisülés magától megszakadjon.

Az elemző gyakorlat azt mutatja, hogy az időegységre eső szikrák számának növelésével az elemző elektródok felületét a szikra sokkal egyenletesebben dolgozza meg, mint az időegységre eső kis szikraszámok esetén. Ez

* Érkezett 1954. júl. 2.

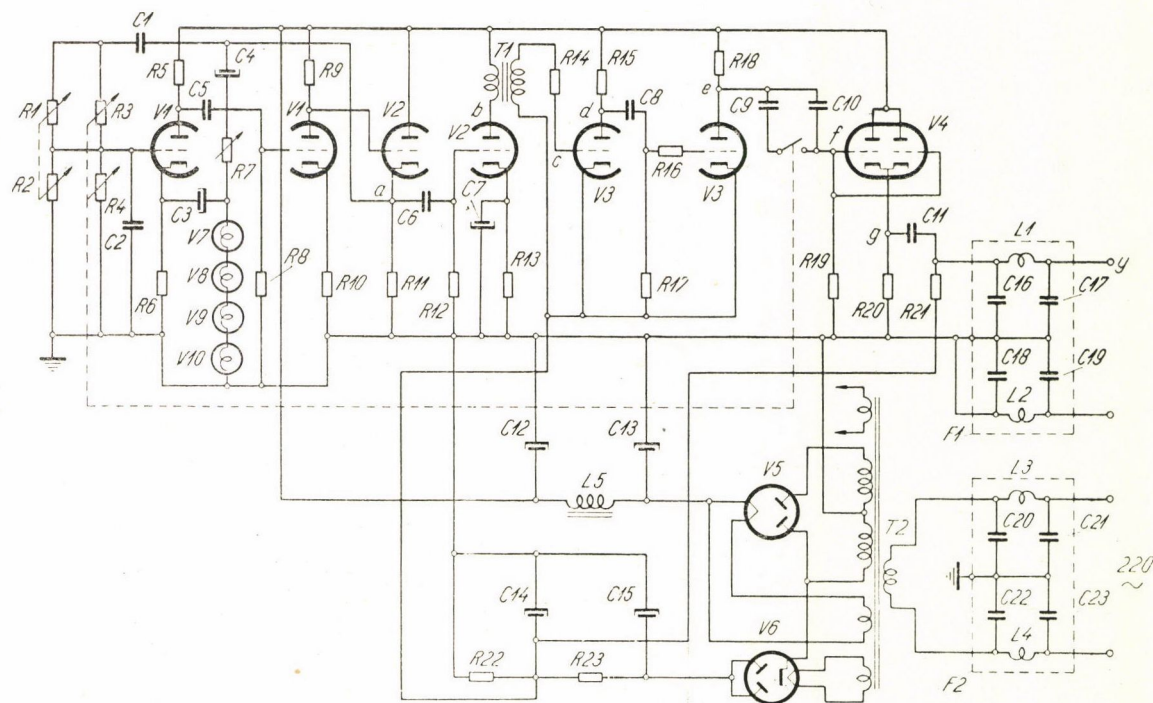


1. ábra

Elektronikus vezérlésű, nagyfeszültségű, egyenáramú spektroszkópai szikrafényforrás, időben változtatható szikragyakorisággal. Villamos kapcsolási vázlat.

1. ábra adatai

<i>AM</i> = árammérő, 15 amper	<i>R1, R2</i> = osztóellenállások, 100 megohm 5 watt
<i>C1</i> = kondenzátor, 1000—10 000 pF, 20 000 volt	<i>R3</i> = huzalellenállás, 0,02 megohm, 150 watt
<i>C2</i> = kondenzátor, 5 mikrofarad, 15 000 volt	<i>R4</i> = huzalellenállás, 0,5—10 ohm
<i>F</i> = elemző szikraköz	<i>R5</i> = rétegellenállás, 5 kilohm, 1 watt
<i>F1</i> = szűrőtag	<i>R6</i> = ellenálláslánc, 0,05—0,5 megohm, kisebb ellenállás értékeknél tagonként 150 watt, nagyobb ellenállás érté- keknél megfelelően kisebb
<i>C3</i> = kondenzátor, 20 000 pF, 1500/4500 volt	<i>R7</i> = huzalellenállás, 3 ohm, 15 amper
<i>C4</i> = kondenzátor, 20 000 pF, 1500/4500 volt	<i>S</i> = vezérlő szikraköz
<i>C5</i> = csillámkondenzátor, 2 000 pF, 1000/3000 volt	<i>Tr1</i> = transzformátor, 220/15 000 volt, 2 kVA
<i>L2</i> = önindukció, 20 mikrohenry	<i>Tr2</i> = feszültségbeállító transzformátor (Va- riac 220,0—270 volt, 2kVA)
<i>L3</i> = önindukció, 2 mikrohenry	<i>Tr3</i> = fűtőtranszformátor, 220/5 volt, 75 VA
<i>F2, 3</i> = szűrőtag	<i>Tr4</i> = fűtőtranszformátor, 220/5 volt, 30 VA, 20 000 voltra szigetelve
<i>C6</i> = kondenzátor, 10 000 pF, 1500/4500 volt	<i>V</i> = jelzőlámpák
<i>C7</i> = kondenzátor, 11 000 pF, 1500/4500 volt	<i>VI</i> = thyratroncső, 10 000 volt, 4 amper, GRG4
<i>C8</i> = csillámkondenzátor, 1 000 pF, 1000/3000 volt	<i>V2</i> = vákuum dióda, üzemfeszültség 20 000 volt, invers anódfeszültség 40 000 volt, legf. 1 amper
<i>L4</i> = önindukció, 6,5 mikrohenry	<i>VM</i> = feszültségmérő
<i>L5</i> = önindukció, 1,0 mikrohenry	<i>y</i> = az impulzusgenerátorból jövő ve- zérlő jel
<i>K1, K2</i> = kapcsolók	
<i>K3</i> = nagyfeszültségű kapcsoló	
<i>L1</i> = önindukciós tekercs, 60—500 mikrohenry	



2. ábra

Az impulzusgenerátor villamos kapcsolási vázlatja.

2. ábra adatai

$a, b, \dots y$ = helyjelölések

$C1, 2$ = kondenzátor, 0,08 mikrofara

$C3$ = kondenzátor, 100 mikrofara 35 volt, elektrolitikus

$C4$ = kondenzátor, 32 mikrofara 550 volt, elektrolitikus

$C5, 6$ = kondenzátor, 0,05 mikrofara

$C7$ = kondenzátor, 100 mikrofara 35 volt, elektrolitikus

$C8$ = kondenzátor, 0,05 mikrofara

$C9$ = kondenzátor, 0,01 mikrofara

$C10$ = kondenzátor, 0,005 mikrofara

$C11$ = kondenzátor, 0,01 mikrofara

$C12, 13$ = kondenzátor, 32 mikrofara 550 volt, elektrolitikus

$C14, 15$ = kondenzátor, 8 mikrofara 550 volt, elektrolitikus

$F1$ = szűrőelem

$C16-19$ = kondenzátor, 200 pF

$L1, 2$ = önindukció, 6,4 mikrohenry

$F2$ = szűrőelem

$C20-23$ = kondenzátor, 200 pF

$L3, 4$ = önindukció, 6,4 mikrohenry

$L5$ = önindukció, 6 Henry

$R1-4$ = rétegellenállások, 0,5 watt, lásd az I. táblázatot

$R5$ = rétegellenállás 22,5 kilohm, 1 watt

$R6$ = rétegellenállás 10 kilohm, 0,5 watt

$R7$ = változtatható huzalellenállás, 20 kilohm, 6 watt

$R8$ = rétegellenállás, 1 megohm, 0,5 watt

$R9$ = rétegellenállás, 12,5 kilohm, 1 watt

$R10$ = rétegellenállás, 3 kilohm, 0,5 watt

$R11$ = rétegellenállás, 50 kilohm, 2 watt

$R12$ = rétegellenállás, 1 megohm, 0,5 watt

$R13$ = rétegellenállás, 500 ohm, 0,5 watt

$R14$ = rétegellenállás, 1 megohm, 0,5 watt

$R15$ = rétegellenállás, 300 kilohm, 1 watt

$R16$ = rétegellenállás, 2 megohm, 0,5 watt

$R17$ = rétegellenállás, 1 megohm, 0,5 watt

$R18$ = rétegellenállás, 50 megohm, 1 watt

$R19$ = rétegellenállás, 200 kilohm, 0,5 watt

$R20$ = rétegellenállás, 10 kilohm, 1 watt

$R21$ = rétegellenállás, 160 kilohm, 1 watt

$R22$ = rétegellenállás, 33 kilohm, 1 watt

$R23$ = rétegellenállás, 66 kilohm, 2 watt

$T1$ = hangfrekvenciás transzformátor, áttétel 1:3

$T2$ = transzformátor, 220/2x330; 6,3; 4,0 volt

$V1-3$ = kettős trióda, ECC40

$V4$ = kettős trióda, 6J6

$V5$ = kétutas egyenirányító, AZ21

$V6$ = kétutas egyenirányító, 6X4

$V7-10$ = telefonlámpa, 48 volt, 45 milliamper

y = az impulzusgenerátor kimenete

Fowler és Wolfe [11] szerint az elemző szikraköz nem teljes deionozásának az eredménye. Ha ugyanis a szikra semleges gázban elhelyezett elektródok között halad át, a kisülés leggyakrabban a villamos térerősség legerősebb vonalai mentén folyik le. Hengeres, síkvégződésű elektródoknál ez az elektródok éleinél lesz. Ha a szikraközben ionok vannak jelen, a párhuzamos elektród homlokfelületek közötti normális elektrosztatikai teret eltorzítják és így többé nem valószínű, hogy a tér az éleknél a legerősebb. Ezen maradék ionok jelenlétének tehát az lesz az eredménye, hogy a szikraközt alkotó elektródok felületén a szikrázás teljesen rendszertelenül oszlik el. Az elektródok kialakításának módja kevésbé befolyásolja az elemzési eredményeket, mert a kisülés a teljes elektródfelületet bejárja. Ezenfelül a kisülés nem mutat hajlamosít arra, hogy az elektródok oldalfelületére menjen át.

Kísérletek alapján megállapítható volt, hogy mind a szinképvonalak fényerősségének, mind pedig fényerősségviszonyának időbeli állandósága, nagyobb félperiodusonkénti szikraszám mellett, növekszik. A félperiodusra eső szikrák számát egy bizonyos határ fölé emelve azonban, további javulás nem lesz [14].

Az új elektronikus vezérlésű szikragerjesztő

A szerző által korábban bevezetett elektronikus vezérlésű szikragerjesztő rendszer [15—17] a hálózati periodusszámnak megfelelően 50, illetőleg 100 Hz gyakorisággal tette lehetővé szikrák előállítását. Az ennél nagyobb szikragyakoriságok által szolgáltatott, fentebb említett előnyök kihasználására elektronikus vezérlésű gerjesztőberendezést építettünk, amely lehetővé teszi olyan nagyfeszültségű egyenáramú szikrák előállítását, amelynél az egy másodpercre eső szikrák száma széles tartományban (10—1000 Hz között) változtatható. A dolgozat ennek a szikragerjesztőnek a leírását tartalmazza. A készülék két részből áll: az egyik rész maga a szikragerjesztő, a másik rész a szikragerjesztőt vezérlő impulzusgenerátor.

A szikragerjesztő rész villamos kapcsolási vázlata az 1. ábrán látható. A *Tr1* nagyfeszültségű transzformátor a *Tr2* feszültségbeállító transzformátor (Variac) közbeiktatásával csatlakozik a hálózatra. *R7* áramkorlátozó ohmos ellenállás, *F1* pedig szűrőtag, amely meggátolja a gerjesztőrendszerben keletkező nagyfrekvenciás áramokat abban, hogy a hálózatba illetve impulzusgenerátorba jussanak. A *Tr1* transzformátor a *V2* egyenirányító diódán keresztül feltölti a *C2* nagykapacitású kondenzátort. Az elemző energiát közvetlenül a *C1* kondenzátor szolgáltatja, amelyet *R6* ohmos ellenálláson keresztül *C2* kondenzátor tölt fel. *C1* kondenzátor az *S* vezérlő és *F* elemző szikraközökön keresztül a korábban már részletesen ismertetett módon [15—17] sül ki. A kisülést a *VI* thyatron cső vezérli. A thyatroncső működtetése az alábbiakban ismertetendő impulzusgenerátor segítségével történik. Az impulzusgenerátor az *y* pontban az *R5* rácslevezető ellenálláson keresztül csatlakozik a *VI*

thyatroncső rácsára. Az 1. ábrában $L1$ és $R4$ a kisülési áramkör üzemi viszonyainak beállítására szolgáló kapcsolási elemek.

Ha az F szikraközben (1. ábra) elhelyezett próbadarab leszikráztatása megtörtént és a $Tr1$ transzformátort a hálózatról lekapcsoljuk a gerjesztőrendszer részben feszültség alatt lesz, mert a $C2$ kondenzátor feltöltve marad. A $C2$ kondenzátor az $R1$ és $R2$ ohmos ellenállásokon keresztül, utóbbiak nagy értéke miatt csak aránylag hosszú idő után tud kisülni. A gerjesztő kapcsolórendszerét ezért úgy kell megszerkeszteni, hogy a $Tr1$ transzformátor kikapcsolásával egyidejűleg $K3$ kapcsoló bekapcsoljon, mely esetben a $C2$ kondenzátor $R6$ ellenálláson keresztül gyorsan kisül.

Az 1. ábra $R7$ ohmos ellenállásának értéke úgy van megválasztva, hogy az S és F szikraközök rövidrezárása esetén az áramfelvétel a megengedett érték alatt maradjon.

A $V1$ thyatron és $V2$ egyenirányító csövek (1. ábra) fűtését ellátó $Tr3$ és $Tr4$ transzformátorok az $F2$ és $F3$ szűrőtagokon keresztül csatlakoznak a hálózatra. Az alkalmazott igen alapos szűrésre azért van szükség, mert tapasztalat szerint a gerjesztőből kárt okozó nagyfeszültségű áramok jutnak a hálózatba.

A szikragerjesztő működésének szabályossága megjavítható, ha az 1. ábra S és F szikraközeit ionozó tüvel ionozzuk [18]. Ennek különösen akkor van jelentősége, ha S és F szikraközökben az átütési feszültségnek „aszimmetriája” van, ami abból származhat, hogy pl. az F elemző szikraköz átütési feszültsége, a kis elemző elektródtávolság miatt lényegesen eltér S átütési feszültségétől. Ha ez az aszimmetria nagy, az 1. ábra $R1$ és $R2$ feszültségosztó ellenállásait szintén aszimmetrikusan kell beállítani. Természetesen S és F szikraközök szerepe fel is cserélhető.

Az S és F szikraközök átütési feszültségeinek aszimmetriájából származó nehézségek elkerülhetők, ha S helyett kettős vezérlőszikraközt alkalmazunk [15].

Az 1. ábra $V1$ jelű thyatroncsővének működtetését a 2. ábrán ábrázolt impulzusgenerátor eszközli. Az impulzusgenerátor változtatható rezgésszámú RC hanggenerátorból és az 1. ábra $V1$ jelű thyatroncsővét működtető jelkialakító részből áll.

A 10 Hz-enként hangolható RC hanggenerátor a $V1$ csövet és a $V2$ cső egyik felét foglalja magában. A rezgésszám beállítása a $V2$ cső katódjáról táplált $C1$, $R1$, $R3$, illetve $C2$ és $R2$, $R4$ frekvenciafüggő visszacsatoló lánc ellenállásainak egyidejű változtatásával történik. Az oszcillátor rezgéseinek frekvenciája

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{C_1 \cdot C_2 \cdot R_{1,3} \cdot R_{2,4}}},$$

ahol

$$\frac{1}{R_{1,3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}, \text{ azaz } R_{1,3} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}$$

és

$$\frac{1}{R_{2,4}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}, \text{ azaz } R_{2,4} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4}.$$

Ha

$$R_1 = R_2; R_3 = R_4 \text{ és } C_1 = C_2 = C,$$

akkor

$$f = \frac{1}{2\pi CR}, \text{ ahol } \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}.$$

Továbbá

$$f = \frac{1}{2\pi C} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{1}{2\pi CR_1} + \frac{1}{2\pi CR_3} = f_1 + f_3.$$

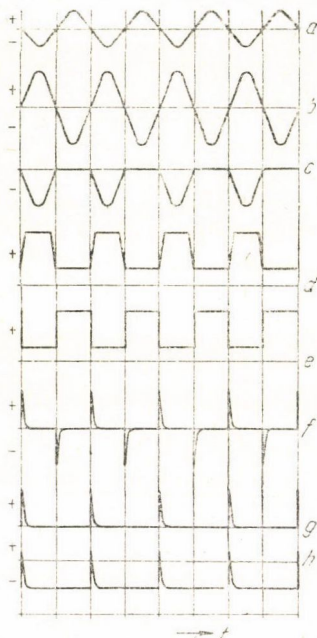
Ez más szóval azt jelenti, hogy $R1$, illetőleg $R3$ ellenállásokkal beállított $f1$, illetőleg $f3$ frekvenciák összeadódnak. Ily módon az $R1$, $R2$, ill. $R3$, $R4$ ellenállásértékeket változtatva különböző rezgésszámok állíthatók be és az eredő frekvencia a két kapcsolón beállított frekvenciák összege lesz. Így 10—1100 Herz között, 10 Herzenként minden frekvencia előállítható. A rezgés-

amplitudók stabilitását az $R7$, $V7$ —10 nem lineáris visszacsatolóánc biztosítja. $R7$ újabb beállítására csak csőcsere esetén van szükség.

Az impulzusgenerátor egyes pontjain a feszültség lefolyását vázlatosan a 3. ábra mutatja. Az egyes betűjelölésekhez tartozó görbék a 2. ábra ugyanazon betűjelölésű pontjában adják meg a feszültség lefolyását.

A hanggenerátor által előállított és a 2. ábra a pontjában jelentkező sinusos feszültséget a 3a. ábrán láthatjuk. Ezt a jelet a $V2$ cső másik fele továbbá a $T1$ hangfrekvenciás transzformátor felerősíti. A 2. ábra b pontjában jelentkező felerősített jel a 3b. ábrán látható. A következő fokozat ($V3$ első fele) torzító erősítő, amely ebből a rácására juttatott sinus alakú feszültségből rác és anódköri vágással négyszögjelet csinál. A rácsköri vágásra az $R14$ rácsköri soros ellenállás szolgál. A 2. ábra c pontjában jelentkező egyenirányított jelet a 3c. ábrán láthatjuk. A $V3$ cső anódján a d pontban jelentkező jel négyszög alakú lesz (3d. ábra).

A $V3$ első felével kapott négyszögjelet $V3$ másik fele tovább felerősíti és vágja mint az előbbi fokozat, továbbá fázisban átfordítja. $V3$ anódján az e pontban jelentkező jel alakja a 3e. ábra szerinti. Rácsköri vágásra itt az $R16$



3. ábra

A feszültség lefolyása a 2. ábra impulzusgenerátorának különböző pontjaiban. Az egyes betűjelölésekhez tartozó görbék a 2. ábra ugyanazon betűjelölésű pontjain adják a feszültséget. t = idő.

ellenállás szolgál. A jel nagyság növelése végett a $V3$ csövek táplálása a készülékben az 1. ábra $V1$ thyatroncsöve előfeszültségének előállítására céljából jelenlévő kaszkádkapcsolású egyenirányító nagy anódfeszültségével történik.

Az így előállított négyszögjelet az $R19 - C10$ differenciálólánc a 3f. ábra szerinti jelekké alakítja. A 3f. ábra szerinti jelek a 2. ábra f pontjában jelentkeznek. A 100 Hz-nél kisebb frekvenciákon $C10$ értéke mellett a jelek nagysága csökken, ami az 1. ábra $V1$ jelű thyatroncsövének hiányos működtetését vonhatja maga után. Ezért 100 Hz-nél kisebb frekvenciákon a $C9$ kondenzátort még külön be kell iktatni, miáltal a bekövetkező jel nagyságcsökkenés kiküszöbölhető. $C9$ -et beiktató kapcsoló $R3$ és $R4$ ellenállásokat beiktató gombbal kényszerkapcsolatban van, de csak akkor működik, amikor 100 Hz-nél kisebb frekvenciaértékkel dolgozunk.

A négyszöghullám differenciálásával előállított pozitív és negatív feszültségjelek a $V4$ katódcsatolású erősítő rácsára kerülnek. A fokozat nagy katódellenállása miatt ($R20$) a cső nyugalmi anódárama közel zérus. Ezért a cső csak pozitív jelet visz át. A nagy katódellenállás miatt anódáram könyök egyenirányítás áll elő. A 2. ábra g pontjában a feszültségjel alakja a 3g. ábra szerinti. Az impulzusgenerátorból a jel a katódcsatolású erősítő katódpontjáról a $C11$ csatolóelemen keresztül jut ki és az $F1$ szűrőelemen keresztül y pontjával az 1. ábra $V1$ jelű thyatroncső rácsához megy. A thyatroncső rácselzáró feszültségét a $V6$ egyenirányítócsővel előállított és az $R22$, $R23$, $C14$ és $C15$ szűrőelemekkel szűrt feszültség az $R21$ védőellenálláson keresztül szolgáltatja. A 3h. ábra a vezérlőjelet földpotenciálra vonatkoztatva adja meg. A 3a-g. ábrákon a jelek katódpotenciálra vannak vonatkoztatva. Az $F2$ szűrőtag meggátolja, hogy a hálózathoz nagyfrekvenciás áramok jussanak az impulzusgenerátorba.

A 2. ábra szerint kapcsolt impulzusgenerátor különböző rezgésszámaihoz tartozó $R1 = R2$ és $R3 = R4$ ellenállásértékek az I. táblázatban vannak összefoglalva.

I. TÁBLÁZAT

A 2. ábra impulzusgenerátorának különböző rezgésszámaihoz tartozó $R1 = R2$ és $R3 = R4$ számított ellenállásértékek. A megadott frekvenciák névleges értékek, a valóságos rezgésszámok ezekről valamelyest eltérnek.

Frekvencia Hz	$R1 = R2$ kiloohm	Frekvencia Hz	$R3 = R4$ kiloohm
10	200,0	100	20,0
20	100,0	200	10,0
30	66,6	300	6,66
40	50,0	400	5,0
50	40,0	500	4,0
60	33,3	600	3,33
70	28,6	700	2,86
80	25,0	800	2,5
90	22,2	900	2,22
100	20,0	1000	2,0

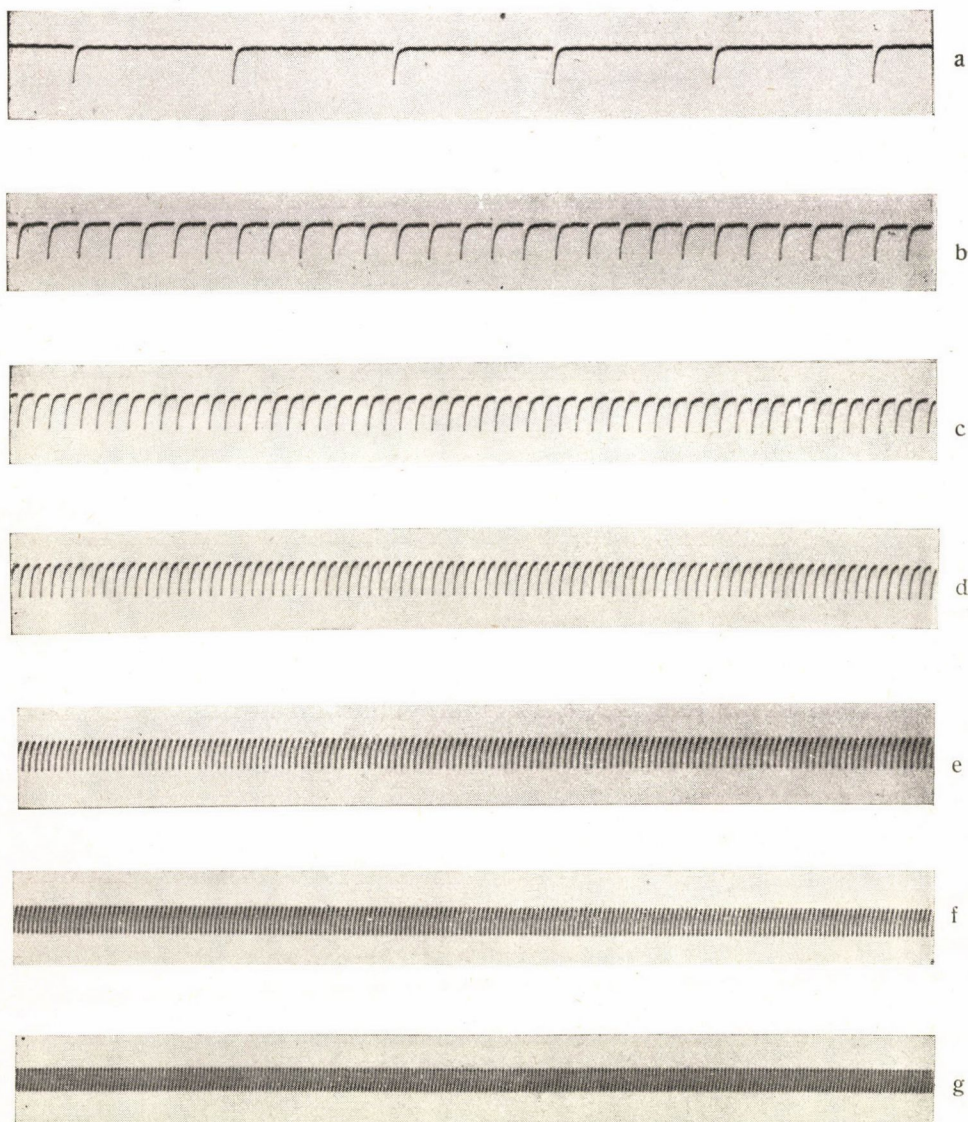
A berendezés működésének szemléltetése

A szóbanforgó szikragerjesztő működésének szemléltetésére a 4. ábrán oszcillogrammokat mutatunk be, amelyek az 1. ábra $C1$ kondenzátorának sarkain mutatják a kisfrekvenciájú feszültségviszonyokat. A felvételek Siemens hurkos görbeíróval készültek. Az összes felvételeknél az 1. ábra jelöléseivel $C1 = 5000$ pF, $R6 = 0,4$ megohm, $R4 = 3$ ohm, $L1 =$ a vezetékek maradék önindukciója volt. Az oszcillogrammokban a feszültséglépték: $1 \text{ mm} = 3200$ volt. A 4a-d. ábra felvételénél a $C2$ kondenzátor töltőfeszültsége $16\,000$ voltot, a 4e-g. ábrák felvételénél $20\,000$ voltot tett ki. Az adott áramkörü viszonyok mellett a 4a-b. ábrákban a $C1$ kondenzátor töltőfeszültsége teljes mértékben eléri, a 4c-d. ábrákban jól megközelíti a $C2$ kondenzátor töltőfeszültségét. Megtartva az áramkörü viszonyokat, de növelve a rezgésszámot a rendelkezésre álló rövid idő miatt a $C1$ kondenzátor már csak az $R6 \cdot C1$ szorzat által megengedett feszültségre tud feltelni. Növelve $C2$ feszültségét, növelhető $C1$ kondenzátor töltőfeszültsége is. $20\,000$ volt feletti feszültségnövelés azért nem volt lehetséges, mert a $C2$ helyén alkalmazott kondenzátor üzemi feszültsége mindössze $15\,000$ voltot tett ki.

Nagyobb szikragyakoriságok tartományában a $C1$ kondenzátor töltőfeszültségének növelését $R6$ csökkentésével is el lehet érni. Ezáltal lecsökken a feltöltéshez szükséges idő. Ilyen beállítás mellett azonban a $C1$ kondenzátor kisütését követő hirtelen feszültségemelkedés az 1. ábra S vezérlő szikraközének rosszabb deionozását és így a bizonytalanabb működést eredményezi. A legkedvezőbb üzemi viszonyok beállításához az egyes tényezők összeegyeztetésére van szükség.

Kisebb energiák vezérlésénél és kisebb frekvenciáknál az 1. ábra S vezérlőszikraköze készülhet szén-, grafit- vagy fémtárcsákból. Szén- és grafitrudak egyaránt jó eredménnyel alkalmazhatók. A legjobb eredményeket magnézium elektródok alkalmazásával lehetett elérni. Nagyobb frekvenciákon és nagyobb energiák vezérlésénél, tárcsák alkalmazása esetén az S vezérlő szikraköz deionozása már nem lesz kielégítő. Ilyenkor $4-6$ mm átmérőjű rúdelektrodok alkalmazása célszerű. Az így kialakított vezérlőszikraközt a nagyobb szikragyakoriságok tartományában levegővel kell fúvatni. Ezeknél a kísérleteknél a levegőt 10 mm átmérőjű üvegcsövön át fúvattuk a vezérlő szikraközbe. A szokásos esetekben, 10 mm átmérőre leszűkített kifúvó nyílású hajszáritó fúvóteljesítménye a célra már elegendő. Itt meg kell még említeni, hogy kettős vezérlőszikraköz esetében [15, 17] is elegendő a vezérlőszikraköznek csak azt a felét fúvatni, melyet a thyatroncső nem hidal át.

A $C1$ kondenzátort még olyan módon is feltölthetjük, hogy $R6$ ellenállással önindukciót kapcsolunk sorba. Ebben az esetben $R6$ és a vele sorba kapcsolt önindukció értékét úgy kell megválasztani, hogy a $C2-R6-C1$ önindukcióból álló áramkör csillapítása a periodikus legyen. Ha a $C1$ kondenzátort



4. ábra

A feszültségviszonyok az 1. ábra *CI* kondenzátorának sarkain. Hurkos görbeíróval felvett görbék. A kisülések gyakorisága az *a, b, ..., g* képeken: 9, 44, 89, 133, 216, 306, illetőleg 389 Hz.

Feszültséglepték 1 mm = 3200 volt.

A görbék kisebb szabálytalanságai a görbeíró hurok önrezgésétől származnak.

ilyen módon töltjük fel, javíthatjuk az S szikraköz deionozási viszonyait, mert ekkor $C1$ kondenzátor feltöltődése az elején nem lesz olyan hirtelen, mint ellenálláson át való feltöltés esetében. A legökéletesebb megoldásnál a $C1$ kondenzátor feltöltését vezérelt csövön keresztül kell eszközölni, mely esetben a $C1$ kondenzátor kisülése után az S vezérlőszikraköz elektródjait hosszabb ideig feszültségmentesen lehet tartani.

Amint az a 4. ábra szövegébe beírt rezgésszámok és az I. táblázat összehasonlításából kitűnik, az I. táblázat számított (névleges) értékei és a valóságban lemerő rezgésszámok között eltérések mutatkoznak. A mért rezgésszámértékeket a hurkos görbeirőba beépített 500 mp rezgésszámú hangvilla rezgésszámával való összehasonlítás útján nyertük.

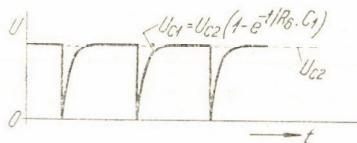
Bár megfelelő pontos $R1-R4$ ellenállásértékek segítségével elérhetők a számított értékek, ezt még sem kerestük, mert ennek nincsen túl sok gyakorlati értelme.

A $C2-R6-C1$ áramkör méretezése

Feltételezzük először, hogy az 1. ábra $C2$ kondenzátora végtelen nagy kapacitású. Ebben az esetben $C1$ feltöltése nem okoz $C2$ sarkain feszültségeseést. $C1$ kondenzátor kisülése után annak sarkain a feszültség lefolyását az

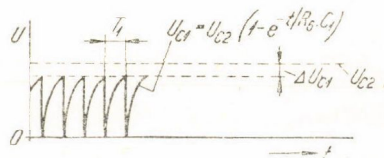
$$U_{C1} = U_{C2}[1 - \exp(-t/R_6 C_1)] \quad (1)$$

egyenlet írja le. Ha a feltöltésre elegendő idő áll rendelkezésre $U_{C1} = U_{C2}$. Ezt az állapotot az 5. ábra tünteti fel.



5. ábra

Feszültségviszonyok az 1. ábra $C1$ kondenzátorának sarkain. U_{C2} = feszültség a $C2$ kondenzátor sarkain, U_{C1} = a feszültség lefolyása a $C1$ kondenzátor sarkain.



6. ábra

Feszültségviszonyok az 1. ábra $C1$ kondenzátorának sarkain, ha $C1$ kisüléseinek gyakorisága aránylag nagy. U_{C2} = feszültség a $C2$ kondenzátor sarkain. U_{C1} = feszültség lefolyása a $C1$ kondenzátor sarkain. ΔU_{C1} = a feszültségeseés, T_1 = a kondenzátor kisüléseinek periódus ideje.

Ha adott áramközi viszonyok mellett $C1$ kondenzátor kisüléseinek gyakorisága bizonyos érték felett van, a $C1$ kondenzátor U_{C1} töltőfeszültsége nem fogja U_{C2} értékét elérni, hanem az a 6. ábra szerint ΔU_{C1} értékkel kisebb lesz. $C1$ feltöltésének kezdetétől számítva T_1 idő elteltével (6. ábra) $C1$

kondenzátor sarkain a feszültség

$$U_{C1} = U_{C2} [1 - \exp(-T_1/R_6 C_1)] \quad (2)$$

$$\Delta U_{C1} = U_{C2} - U_{C1} = U_{C2} \cdot \exp(-T_1/R_6 C_1) \quad (3)$$

és a viszonylagos feszültségcsökkenés (3) alapján

$$\alpha_1 = \frac{\Delta U_{C1}}{U_{C2}} = \exp(-T_1/R_6 C_1) \quad (4)$$

(4) kifejezés segítségével ismert T_1 mellett, előírt α_1 feszültségcsökkenéshez meghatározhatjuk R_6 értékét.

$$R_6 \leq -\frac{T_1}{C_1 \ln \alpha_1}. \quad (5)$$

A valóságban az 1. ábra C_2 kondenzátorának kapacitása nem végtelen nagy és így ha a C_1 kondenzátor kisüléseinek gyakorisága nagyobb mint C_2 kondenzátor feltöltési gyakorisága a töltőszünetekben C_2 feszültsége esni fog. (7. ábra). Minden töltőperiódusban a C_2 kondenzátor a $Tr1$ transzformátor szolgáltatja U_0 csúcsheszültségre telik fel. A továbbiakban meg fogjuk határozni C_2 kondenzátor szükséges kapacitását, megengedett feszültségcsökkenés esetére.

A másodpercenként kisülő töltés (vagyis a $C_2-R_6-C_1$ áramkörben az áram)

$$I = n \cdot C_1 \cdot U_{C1}, \quad (6)$$

ahol n = a kisülések másodpercenkénti száma. Az egyenértékű ellenállás (ugyanakkora közepes áramnak megfelelő ellenállás).

$$R = \frac{U_{C1}}{I} = \frac{1}{n C_1}. \quad (7)$$

Ha ebbe a kifejezésbe C_1 értékét faradban helyettesítjük be, R értékét ohmokban kapjuk.

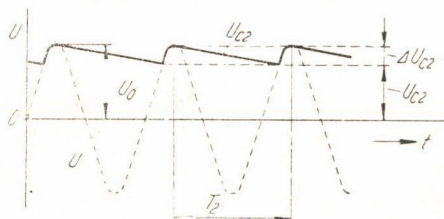
Két töltési periódus között a 7. ábrának megfelelően a C_2 kondenzátor exponenciálisan kisül. Féloldalas egyenirányításnál a legnagyobb töltő feszültség (U_0) időpontjától számítva t időpontban a feszültség (7) tekintetbevételével

$$U_{C2} = U_0 \cdot \exp(-t R C_2), \quad (8)$$

ahol U_0 a transzformátor által szolgáltatott csúcsheszültség. T_2 idő elteltével a C_2 kondenzátor sarkain a feszültség

$$U_{C2} = U_0 \cdot \exp(-T_2 R C_2). \quad (9)$$

A legnagyobb töltő feszültség (U_0) időpontjától számítva T_2 idő alatt a



7. ábra

A feszültség lefolyása az 1. ábra C_2 kondenzátorának sarkain egyutas egyenirányítás esetében. U = a feszültség lefolyása a $Tr1$ transzformátor sarkain, U_0 = annak csúcserője, ΔU_{C2} = a feszültségcsökkenés a C_2 kondenzátor sarkain, T_2 = a kisülés időtartama (megközelítően).

C2 kondenzátor sarkain bekövetkező feszültségesés

$$\Delta U_{C_2} = U_0 - U_0 \cdot \exp(-T_2/RC_2) = U_0[1 - \exp(-T_2/RC_2)]. \quad (10)$$

Ebből a viszonylagos feszültségesés

$$\alpha_2 = \frac{\Delta U_{C_2}}{U_0} = 1 - \exp(-T_2/RC_2) \quad (11)$$

(11) egyenletből

$$C_2 = -\frac{T_2}{R \ln(1 - \alpha_2)} = \frac{k}{R}, \quad (12)$$

ahol

$$k = -\frac{T_2}{\ln(1 - \alpha_2)}. \quad (13)$$

Az előbbi összefüggések alapján ki fogjuk számítani különböző egyenirányítási módokhoz tartozó C2 kapacitásértékét arra az esetre, ha $C1 = 10\,000$ pF, $n = 300/\text{mp}$, és a megengedett feszültségesés 1% illetve 5% vagyis $\alpha_2 = 0,01$ illetve $0,05$.

II. TÁBLÁZAT

A különböző egyenirányító módokhoz tartozó $k = RC_2$ értékek 1% illetve 5% feszültségesés esetében:

Az egyenirányítás módja	A töltések közötti idő T_2 mp	$k = RC_2$ mp	
		$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,05$
Egyfázisú egyutas	0,02	2	0,4
Egyfázisú kétutas	0,01	1	0,2
Egyfázisú feszültségkettőző	0,01	1	0,2
Egyfázisú Graetz	0,01	1	0,2
Háromfázisú egyutas	0,00667	0,667	0,133
Háromfázisú Graetz	0,00334	0,667	0,133
Hatfázisú egyutas	0,00334	0,334	0,0668

A különböző egyenirányító fajták esetére az egymást követő töltések között eltelt időt T_2 -t a II. táblázat tartalmazza. Ugyanez a táblázat tartalmazza a (13) egyenlet alapján számított k értékeket is. (7) egyenlet alapján.

$$R = \frac{1}{300 \cdot 10^4 \cdot 10^{-12}} = 0,333 \text{ megohm}$$

(12) alapján pedig 1% feszültségesés és egyutas egyenirányítás esetében az 1. ábra C_2 kondenzátorának kapacitásértéke:

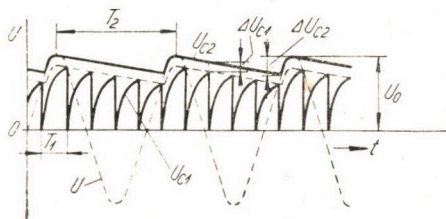
$$C_2 = \frac{2}{0,333} = 6 \text{ mikrofara}$$

Ugyanez 5% feszültségesés esetében

$$C_2 = \frac{0,4}{0,333} = 1,2 \text{ mikrofara}.$$

Hatfázisú egyenirányításnál a megkívánt kapacitásérték 1% feszültségesés esetében 1 mikrofara, 5% feszültségesésnél pedig mindössze 0,2 mikrofara.

Az elmondottak alapján azt látjuk, hogy C_1 kondenzátor töltőfeszültsége két okból ingadozhat. Egyszer azért, mert C_2 töltőperiódusai közben C_1 kondenzátor egynél többször sül ki, másrészt pedig azért, mert C_1 kisülési gyakorisága nagyobb annál, mint amit teljes feltöltődési ideje megengedne. Az első fajta feszültség-ingadozás eszik akkor, ha C_1 kisülési gyakorisága azonos vagy kisebb mint C_2 feltöltődési gyakorisága. Ebben az esetben a feszültség-inga-



8. ábra

A feszültség lefolyása az 1. ábra C_1 kondenzátorának sarkain, ha a kisülések gyakorisága nagyobb, mint C_2 feltöltődéseinek gyakorisága. U = a feszültség lefolyása a Trl transzformátor sarkain, U_0 = annak csúcserőteke. U_{C1} = a feszültség lefolyása a C_1 kondenzátor sarkain, U_{C2} = a feszültség lefolyása a C_2 kondenzátor sarkain. ΔU_{C1} = a feszültségesés a C_1 kondenzátor sarkain. ΔU_{C2} = feszültségesés a C_2 kondenzátor sarkain. T_2 = megközelítően a C_2 kondenzátor kisütésének, illetőleg feltöltődésének, T_1 = a C_1 kondenzátor kisütésének periódus ideje.

dozás csak ΔU_{C1} lesz (6. ábra). Ha viszont C_1 kisülési gyakorisága nagyobb mint C_2 feltöltődési gyakorisága ΔU_{C1} -hez még ΔU_{C2} is hozzájön (8. ábra). Ily módon a teljes feszültség-ingadozás 0 és $\Delta U_{C1} + \Delta U_{C2}$ között van.

Általános megjegyzések

Az ismertett nagyfeszültségű elektronikus vezérlésű szikragerjesztő üzemi tulajdonságainak általános jellemzése talán akkor lesz legjobban áttekinthető, ha azokat összehasonlítjuk az eddigi levegőfuvatású vezérlő szikraközös váltóáramú szikragerjesztők üzemi viszonyaival. Fowler és Wolfe [11] továbbá

Enns és *Wolfe* [13, 14] az utóbb említett gerjesztőkkel kapcsolatban az alábbi fontosabb üzemi tulajdonságokat írják le.

A működtetés szempontjából fontos áramkörü elemek a kisülési áramkör kondenzátora, ohmos ellenállása és önindukciója. Jelen esetben az 1. ábra jelöléseivel $C1$, $L1$ és $R4$. Ezenfelül azonos félperiódusonkénti szikraszámmal kell dolgozni a kisülési áramkörben. Az árammérés termokeresztes rádiófrekvenciás mérővel történhet. Az áramerősség végleges beállítása a vezérlőszikraköz nagyságának beállításával történik [14]. Az átütési feszültséget oszcilloszkópon lehet leolvasni, ez a feszültség azonban önmagától megközelítően a kívánt értékre áll be akkor, amikor a vezérlőszikraköz nagyságának a változtatásával a kívánt áramértéket beállítjuk [14]. A gyakorlatban előfordulhat, hogy az átütési feszültség időről időre változik. Ez az alkalmazott segédszikraköztől függően befolyásolhatja vagy nem, az időegységre eső kisülések számát [14]. A levegőfúvatású vezérlőszikraköznel az átütési feszültséget az elektródok közötti levegő állapota, az elektródok távolsága, alakja és felületi állapota szabja meg. Hosszabb üzem után az elektródok legömbölyödnek és a működés bizonytalanná válik. Ezért az elektródokat időről időre sík végződésre kell köszörülni. Az üzembiztos működés függ még a vezérlőszikraköz elektródjainak anyagától is [13]. A gyakorlatban a fő nehézség a levegőfúvatás sebességével és a vezérlőszikraköz távolságának betartásával van. A levegőfúvatás módja függ az elektródok anyagától is [11]. *Enns—Wolfe* [11] állandó és nem állandó kisülésről beszélnek. Kis gyakorlattal az oszcilloszkóp képéből meg lehet állapítani a nem állandó működés okát. Abból kifolyólag, hogy ezeknél a szikragerjesztőknél a vezérlőszikraköz az emelkedő feszültség hatására üt át, következik, hogy a hálózati feszültségingadozások, ha azok nem túlságosan jelentősek, nem jelentkezik a kondenzátor töltőfeszültségében. Mérsékelt feszültségingadozások nincsenek kihatással a félperiódusonkénti szikraszámra sem [14]. A levegőfúvatású vezérlőszikraközös gerjesztőkkel a hálózati rezgésszám kétszeresénél kisebb gyakoriságú szikrák nem állíthatók elő.

Az újrendszerű elektronikus vezérlésű szikragerjesztőnél a kisülési viszonyok a $C1$ kondenzátor töltőfeszültségének és az impulzusgenerátor rezgésszámának beállításával egyértelműen meg vannak határozva. Beállított töltőfeszültség és impulzusgenerátor rezgésszám mellett az S vezérlőszikraköz távolságát úgy kell beállítani, hogy a szabályos működés meg legyen. A szabályos működést oszcilloszkóppal kell ellenőrizni. Így az elemző áramkörben az áramerősség külön ellenőrzésére nincs szükség.

Az elektronikus vezérlésű nagyfeszültségű szikragerjesztő nagyobb szikragyakoriságoknál való kifogástalan működtetéséhez fontos a levegőfúvatás helyes beállítása.

Tekintve, hogy az 1. ábra S vezérlő- és F elemzőszikraközei úgy vannak beállítva, hogy azokon a VI cső működtetése nélkül $C1$ kondenzátor

teljes töltőfeszültsége mellett se legyen átütés, ezek átütési feszültségében beálló változás nem befolyásolja a kisülések frekvenciáját. Hasonlóan az elektródok távolságában beálló kisméretű változás, azok alakja és felületi állapota nem befolyásolja az átütési feszültséget. Nincs befolyással a rendszer működésére az S vezérlőszikraköz anyaga sem. A tapasztalat azt mutatja, hogy grafit, magnézium és cink elektródok jól alkalmazhatók.

Mivel az elektronikus vezérlésű szikragerjesztőnél a szikraközök átütése a hirtelen rájuk kapcsolt túlfeszültség következtében történik meg, a levegőfúvatásra nem túlságosan érzékeny. Hasonlóképpen nem függ lényegesen a levegőfúvatás az elektródanyagtól sem.

Amint az a 4. ábrából megállapítható, a rendszer megfelelő beállítása mellett igen állandó és jól megismételhető szikrakisülések állíthatók elő.

Az elektronikus vezérlésű szikragerjesztő működési elvéből kifolyóan nem alkalmas arra, hogy a hálózati feszültségingadozásokat kiegyenlítse.

Az 1. ábra szerinti kapcsolás $R1$, $R2$, $R3$ és $V1$ elemeinek elhagyásával és az F elemzőszikraköznek egy megohm körüli ohmos ellenállással való áthidalásával a rendszer alkalmassá válik arra, hogy mint nem elektronikus vezérlésű rendszer legyen üzemben tartható.

Az ismertetett elektronikus vezérlésű szikragerjesztővel előállítható szikragyakoriságok teljesen függetlenek a hálózattól és vele a hálózati rezgésszámnál kisebb gyakorisággal is kelthetők kisülések.

* * *

Klatsmányi Árpádnak a berendezés kialakításában és a kísérletekben való közreműködését e helyen is megköszönjük.

Berta Kornélnak a berendezés kimérésében való részvételéért, továbbá az oszcillogrammok elkészítéséért, *Mancz Ferencnek* az elektronikus rész kivitelezéséért köszönetet mondunk.

Összefoglalás

A dolgozat 10–1100 Hz szikragyakoriság tartományban működő nagyfeszültségű, egyenáramú elektronikus vezérlésű spektroszkópiai szikrafényforrást ír le. A szikrakisülések vezérlése az elemző szikraközzel párhuzamosan kötött thyatroncső segítségével történik. A rendszer vezérlőszikraköze a nagyobb szikragyakoriságok tartományában levegővel fúvatott. A gerjesztőenergiát szolgáltató kondenzátort nagykapacitású kondenzátor táplálja. A nagykapacitású kondenzátort nagyfeszültségű transzformátor egyenirányító elemen keresztül tölti fel. A szikrakisülések vezérlését eszközlő thyatroncsövet impulzusgenerátor működteti azáltal, hogy rácsára különböző frekvenciájú gyűjtőjeleket ad. Az impulzusgenerátor változtatható frekvenciájú hanggenerátorból és impulzus alakító részből áll. Összehasonlítás az egyszerű levegőfúvatású vezérlőszikraközös és az itt ismertetett elektronikus vezérlésű szikragerjesztők között.

IRODALOM

- [1] *Feussner O.*, Z. techn. Phys. 13, 573, 1932.
- [2] *Feussner O.*, Arch. Eisenhüttenwes. 6, 551, 1932/33.
- [3] *Feussner O.*, Z. Metallkunde. 25, 73, 1953.
- [4] *Kaiser H. és Waltraff A.*, Ann. Phys. (5), 34, 297, 1939.
- [5] *Rankin C. W.*, Anal. Chem. 23, 1722, 1951.
- [6] *Harvey C. E.*, Spectrochemical Procedures. Appl. Res. Lab., Glendale 1950.
- [7] *Kaiser H.*, Spectrochim. Acta 1, 477, 1941.
- [8] *Schöntag A.*, Dissertáció 1936.
- [9] *Henrici A. és Scheibe G.*, Chemische Spektralanalyse. Phys. Meth. d. anal. Chemie III., Akad. Verlagsges., Leipzig 1939.
- [10] *Scheibe G. és Schöntag A.*, Arch. Eisenhüttenwes. 8, 533, 1934/35.
- [11] *Fowler R. G. és Wolfe R. A.*, J. Opt. Soc. Am. 35, 170, 1945.
- [12] *Wolfe R. A. és Jemal E. J.*, ASTM Bulletin No. 129.
- [13] *Enns J. H. és Wolfe R. A.*, ASTM Techn. Publ. No. 76, 1948.
- [14] *Enns J. H. és Wolfe R. A.*, J. Opt. Soc. Am. 39, 298, 1949.
- [15] *Bardócz Á.*, Acta Physica Hungarica 4, 94, 1954; M. Tud. Akad. VI. Oszt. Közl. 12, 233, 1954.
- [16] *Bardócz Á.*, Acta Technica Hungarica 8, 99, 1954; Elektrotechnika 47, 29, 1954.
- [17] *Bardócz Á.*, Nature 171, 1156, 1953.
- [18] *Balz G., Kaiser H. és Keck P. H.*, Spectrochim. Acta 2, 92, 1944.

MAGHASADÁSI VIZSGÁLATOKNÁL FELLÉPŐ VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁSI KÉRDÉSEKRŐL*

PÁL LÉNÁRD

Központi Fizikai Intézet, Ferromágneses Osztály

Maghasadási folyamatok tanulmányozására szolgáló ionizációs kamrák konstrukciójánál igen fontos feladat olyan mérési feltételek biztosítása, amelyek mellett a jelenlévő α -részecskék okozta ionizáció zavaró hatása kicsiny.

A hasadási termékek energiája igen széles határok között változhat, mindenesetre az átlagos energia legalább egy nagyságrenddel nagyobb, mint az α -részecskék energiája. Azonban az α -részecskék által keltett ionizációs lökések szuperponálódhatnak és így olyan ionizációs lökések állhatnak elő, amelyeket berendezésünk, mint a hasadási termékek ionizációs lökéseit regisztrálja. *B. B. Rossi* és *H. H. Staub* [1] könyvükben foglalkoznak ennek a hibának korrekciójával. Az általuk javasolt korrekció a gyakorlati esetekre csak közelítőleg alkalmazható (amint ezt a szerzők maguk is megjegyzik), mivel nem vették figyelembe, hogy az egymásra szuperponálódó impulzusok exponenciális alakúak.

Ebben a dolgozatban megmutatjuk, hogy a maghasadások számának meghatározásánál hogyan kell figyelembe venni, legalább elvileg korrektebb módon, az α sugárzás zavaró hatását.

1. §

Legyen $H(x)$ annak a valószínűsége, hogy egy α -részecske által okozott feszültséglökés amplitúdója x -nél kisebb. Tegyük fel az egyszerűség kedvéért, hogy az α részecskék által okozott impulzusok Poisson-eloszlást követnek¹ és legyen N a Poisson-eloszlás sűrűsége. Ha most $R(x, t)$ -vel jelöljük annak a valószínűségét, hogy a $(0, t)$ időközben keletkező feszültségimpulzusok (amelyek $e^{-\frac{t}{\tau}}$ exponenciális törvény szerint csökkennek) összege t időpontban x -nél kisebb, akkor az $R(x, t + \Delta t)$ valószínűség a következő két egymást kizáró esemény valószínűségeinek összegével lesz egyenlő:

1) a $(t, t + \Delta t)$ időközben nem következik be feszültséglökés és t időben az impulzusok összege kisebb, mint $xe^{\frac{\Delta t}{\tau}}$, vagy

* Érkezett 1954. augusztus 18.

¹ A Függelék A) részében megmutatjuk, hogy igen egyszerű módon általánosítani lehet az itt tárgyalt esetet bizonyos nem Markov-típusú folyamatokra is. Hasonló általánosítással *Takács L.* [2] is foglalkozott.

2) a $(t, t + \Delta t)$ időközben bekövetkezik legalább egy impulzus [annak a valószínűsége, hogy egynél több impulzus következzen be $o(\Delta t)$], amelynek amplitúdója az $(y, y + dy)$ intervallumba esik és t időpontban az impulzusok összege kisebb, mint $(x - y)e^{\frac{\Delta t}{\tau}}$. Tehát

$$R(x, t + \Delta t) = (1 - N \Delta t) R(x e^{\frac{\Delta t}{\tau}} t) + N \Delta t \int_0^x R(x - y, t) dH(y) + o(\Delta t). \quad (1)$$

Ebből

$$\frac{\partial R}{\partial t} \Delta t = \frac{x}{\tau} \frac{\partial R}{\partial t} \Delta t + N \Delta t \left\{ \int_0^x R(x - y, t) dH(y) - R(x, t) \right\} + o(\Delta t). \quad (2)$$

Ha ezt az egyenletet Δt -vel osztjuk és a $\Delta t \rightarrow 0$ határátmenetet elvégezzük, akkor az $R(x, t)$ meghatározására a következő integro-differenciál egyenletet kapjuk:

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{x}{\tau} \frac{\partial R}{\partial x} + N \left\{ \int_0^x R(x - y, t) dH(y) - R(x, t) \right\}. \quad (3)$$

Ha létezik a

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R(x, t) = R(x)$$

stacionárius esetnek megfelelő eloszlásfüggvény, akkor a (3) egyenletből az

$$\frac{x}{\tau} \frac{dR}{dx} = N \left\{ R(x) - \int_0^x R(x - y) dH(y) \right\} \quad (4)$$

alakú összefüggésre jutunk.

Tekintettel arra, hogy az α -részecskék által okozott impulzusok függetlenek a hasadási termékek impulzusaitól, külön meghatározhatjuk a hasadási termékek feszültségimpulzusainak szuperpozíciójából adódó feszültség eloszlásfüggvényét a következő egyenlet alapján:

$$\frac{x}{\tau} \frac{dS}{dx} = M \left\{ S(x) - \int_0^x S(x - y) dK(y) \right\}, \quad (5)$$

ahol $K(y)$ a hasadási termékekhez tartozó feszültségflukúések amplitúdóinak eloszlásfüggvénye és így a tényleges feszültségre vonatkozó eloszlásfüggvényt a

$$P(x) = \int_0^x R(x - y) dS(y) \quad (6)$$

kifejezés szolgáltatja.

Legyen V az ionizációs kamrához csatlakozó diszkriminátor szelektáló feszültsége. Ha a diszkriminátor bemenő ellenállásán a feszültség a V szelektáló feszültség fölé ugrik, akkor berendezésünk „maghasadási” esetet regisztrál. Természetesen az ilyen esetekhez a nem valódi maghasadási esetek is hozzátartoznak. Jelöljük Q -val a nem valódi és a valódi maghasadási esetek

sűrűségeinek összegét. Poisson-folyamat esetében a

$$Q = Q_1 + Q_2,$$

ahol Q_1 a valódi maghasadási folyamatok sűrűsége, míg Q_2 a nem valódi maghasadási folyamatok sűrűsége. Q_1 -re és Q_2 -re a következő kifejezéseket kapjuk:

$$Q_1 = M \int_0^V \{1 - K(y)\} dP(V-y), \quad (7)$$

$$Q_2 = N \int_0^V \{1 - H(y)\} dP(V-y). \quad (8)$$

Ugyanis ahhoz, hogy a diszkriminátor bemenő ellenállásán a feszültség a V feszültség fölé ugorjon az szükséges, hogy az ugrás előtt a feszültség V -nél kisebb legyen [$dP(V-y)$ éppen annak a valószínűsége, hogy a feszültség valamely, a bekapcsolástól elég távoli időpontban a $(V-y-dy, V-y)$ intervallumba essen] és egy α -részecskétől $\{1-H(y)\}$ vagy egy hasadási terméktől származó impulzus $\{1-K(y)\}$ hatására a V fölé emelkedjen. Mivel az α -részecskék sűrűsége N , a hasadási termékeké pedig M , a Q_1 és Q_2 -re adott (7) és (8) alatti kifejezések éppen a valódi, illetve hamis hasadási esetek sűrűségét adják meg.

A V diszkriminációs feszültség és egyéb paraméterek célszerű megválasztásával arra kell törekedni, hogy $Q_1 \gg Q_2$ teljesüljön.

2. §.

Az α -részecskék okozta feszültséglökések amplitúdóinak eloszlásfüggvényére vonatkozóan élünk azzal a feltevéssel, hogy

$$H(x) = 1 - e^{-ax}, \quad (9)$$

ahol a^{-1} a feszültséglökések átlagértéke. A hasadási termékek esetében két (vagy elvileg több) részecske ionizációjának hatása összegeződik. Így lényegében két (9) típusú eloszlás kompozícióját kell vennünk:

$$K(x) = b \int_0^x \{1 - e^{-b(x-y)}\} e^{-by} dy, \quad (10)$$

ahol b^{-1} a hasadási termékek okozta feszültségimpulzusok átlagértékének a fele.

A (9) felhasználásával a (4)-ből a következő egyenletet kapjuk:

$$\frac{d \ln r(z)}{dz} = -N\tau(z+a)^{-1}, \quad (11)$$

ahol

$$r(z) = \int_0^\infty e^{-zx} dR(x).$$

A (11) egyenletből rögtön következik, hogy

$$r(z) = a^{Nr} (z+a)^{-Nr}. \quad (12)$$

Ennek a kifejezésnek az inverz transzformáltja egyszerűen előállítható:

$$r(x) = \frac{ae^{-ax}(ax)^{Nr-1}}{\Gamma(Nr)}. \quad (13)$$

Az eloszlásfüggvény pedig:

$$R(x) = \frac{\Gamma(ax, Nr)}{\Gamma(Nr)}, \quad (14)$$

ahol $\Gamma(ax, Nr)$ a nem teljes gamma-függvény.

Az $s(z)$ -re pedig a következő egyenletet kapjuk:

$$\frac{d \ln s(z)}{dz} = -M\tau \{ (z+b)^{-1} + b(z+b)^{-2} \}, \quad (15)$$

amiből

$$s(z) = b^{Mr} \exp \{ -M\tau z (z+b)^{-1} \} (z+b)^{-Mr}. \quad (16)$$

A (16)-ból igen egyszerűen következik, hogy

$$s(x) = b \left(\frac{xb}{M\tau} \right)^{\frac{Mr-1}{2}} \exp \{ -(M\tau + bx) \} I_{Mr-1}(2\sqrt{M\tau bx}), \quad (17)$$

ahol

$$I_\nu(x) = i^{-\nu} J_\nu(ix).$$

A tulajdonképpeni feladat a $Q(V)$ függvény meghatározása. A (7, 8)-ból a (6) felhasználásával és figyelembevéve a (12) és (16) alatti eredményeket felírhatjuk, hogy

$$Q_1(z) = Ma^{Nr} b^{Mr} \exp \{ -M\tau z (z+b)^{-1} \} (z+a)^{-Nr} \cdot (z+b)^{-(Mr+1)} \{ 1 + b(z+b)^{-1} \}, \quad (18)$$

$$Q_2(z) = Na^{Nr} b^{Mr} \exp \{ -M\tau z (z+b)^{-1} \} (z+a)^{-(Nr+1)} \cdot (z+b)^{-Mr}, \quad (19)$$

ahol

$$Q_1(z) = \int_0^\infty e^{-zx} Q_1(x) dx, \quad Q_2(z) = \int_0^\infty e^{-zx} Q_2(x) dx.$$

Az áttekinthetőség kedvéért vezessük be a következő jelöléseket: $Nr = \alpha$, $M\tau = \beta$. A gyakorlatilag fontos esetekben $\alpha > \beta$ és $\alpha \ll 1$.

A (18) és (19) alatti kifejezések inverz transzformáltjainak kiszámításánál a következő integrálokat kell meghatározni:

$$Q_2(x) = (2\pi i)^{-1} Na^\alpha b^\beta e^{-\beta} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \exp \{ zx + \beta b(z+b)^{-1} \} (z+a)^{-(\alpha+1)} (z+b)^{-\beta} dz. \quad (20)$$

Mig

$$Q_1(x) = Q_{11}(x) + Q_{12}(x),$$

ahol

$$Q_{11}(x) = \quad (21)$$

$$= (2\pi i)^{-1} M a^{\alpha} b^{\beta} e^{-\beta} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \exp \{zx + \beta b(z+b)^{-1}\} (z+a)^{-\alpha} (z+b)^{-(\beta+1)} dz$$

és

$$Q_{12}(x) = \quad (22)$$

$$= (2\pi i)^{-1} M a^{\alpha} b^{\beta} e^{-\beta} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \exp \{zx + \beta b(z+b)^{-1}\} (z+a)^{-\alpha} (z+b)^{-(\beta+2)} dz.$$

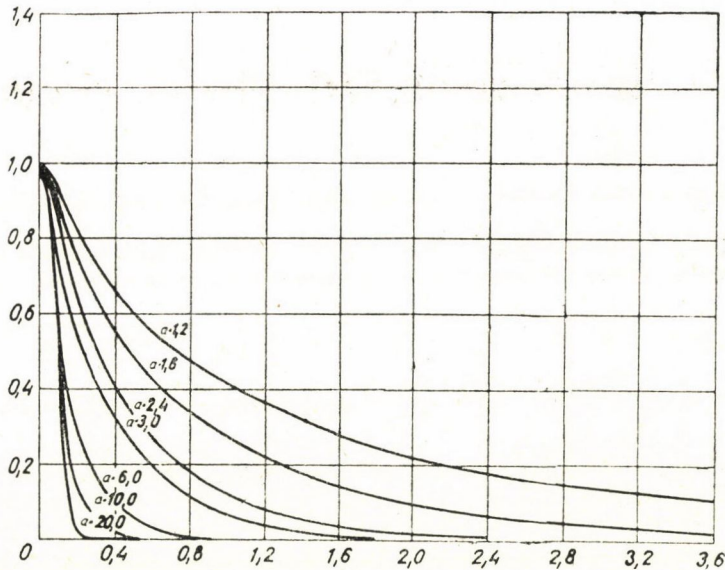
Mivel a számításba jövő V értékek olyanok, hogy $\beta b V \ll 1$, könnyen megkaphatjuk a Q_1 és Q_2 integrálok közelítő formuláit. Ezek a formulák sorban a következők:

$$Q_1(V) \sim M \exp \{-(M\tau + bV)\} (Va)^{N_1} (Vb)^{M_1} (1 + bV), \quad (23)$$

$$Q_2(V) \sim N \exp \{-(M\tau + aV)\} (aV)^{N_2} (bV)^{M_2}. \quad (24)$$

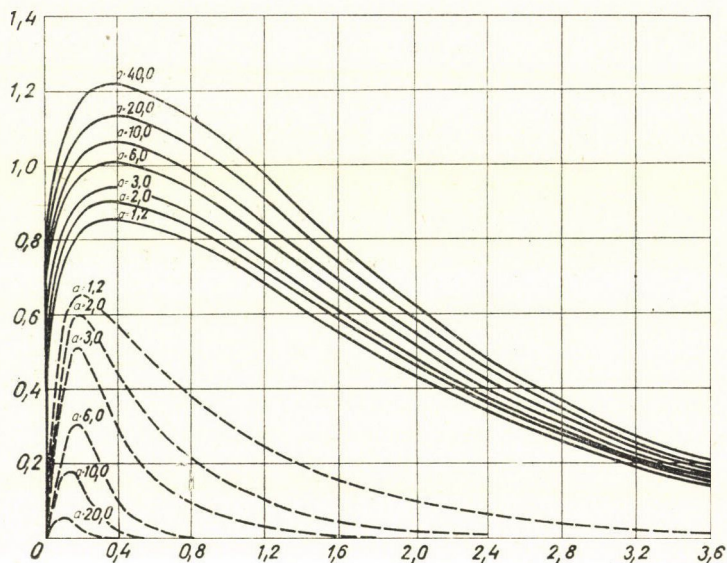
A (24) kifejezés az α -részecskék feszültséglökéseitől származó hamis hasadási esetek, míg a (23) a tényleges hasadási esetekből leszámítást került esetek száma.

Az 1. ábrán láthatjuk, hogyan függ a diszkriminációs feszültségektől az $\frac{MQ_2(V)}{NQ_1(V)}$ viszony adott $\frac{M}{N}$ arány és különböző ab^{-1} értékek mellett. Az

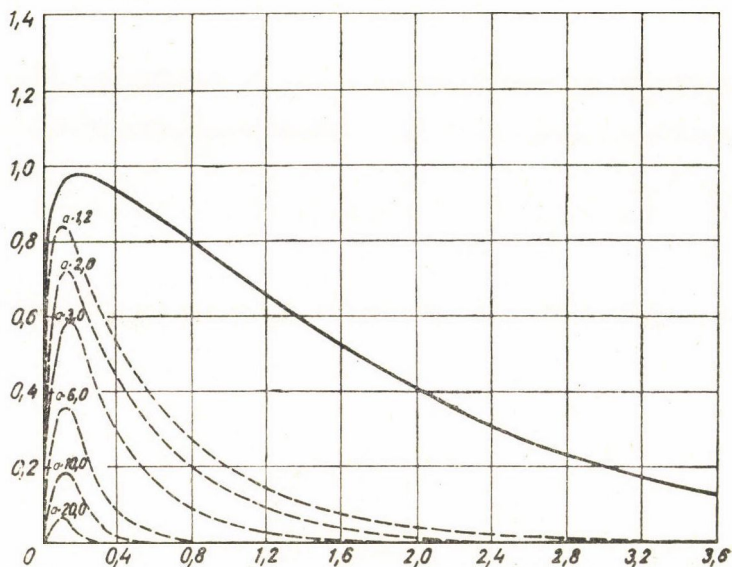


1. ábra. Az $\frac{MQ_2(V)}{NQ_1(V)}$ arány (ordináta) függése különböző a értékek mellett a V diszkriminációs feszültségtől (abszcissa). A feszültség egységéül a b^{-1} mennyiséget választottuk.

¹ A (20) és (22) integrálok kiszámításának menetét lásd a Függelék B) részében.



2. ábra. A kihúzott görbék a valódi maghasadási esetek okozta impulzusok ($Q_1 M^{-1}$) viszonylagos számát (ordináta), míg a szaggatott görbék az α -részecskéktől származó impulzusok ($Q_2 N^{-1}$) relatív számát (ordináta) szemléltetik a V diszkriminációs feszültség függvényében (abszcissa) különböző a értékek mellett $M\tau = 10^{-2}$ és $N\tau = 10^{-1}$ esetben. A feszültség egységéül a b^{-1} mennyiséget választottuk.



3. ábra. Ugyanaz mint a 2. ábra, csak $M\tau = 10^{-4}$ és $N\tau = 10^{-3}$.

$\frac{MQ_2(V)}{NQ_1(V)}$ viszony a hamis és valódi maghasadási esetek sűrűségeinek arányát adja meg. Megjegyezzük, hogy a V feszültséget b^{-1} egységekben fejeztük ki a könnyebb áttekinthetőség kedvéért. Ha ismerjük a hasadási termékek okozta impulzusok és az α -részecskéktől származó impulzusok amplitudóinak átlagértékét, akkor az 1. ábra alapján könnyű kiválasztani azt a diszkriminációs feszültséget, amely mellett a regisztrálás kedvező. A 2—3. ábrán külön feltüntettük azoknak az impulzusoknak a számát, amelyek a valódi hasadási esetekből származnak és azokat, amelyek az α -részecskék szuperponálódó impulzusaiból származnak a diszkriminátorfeszültség függvényében, különböző ab^{-1} és $N\tau$, valamint $M\tau$ értékek mellett. (A b^{-1} itt is a feszültség egységéül szolgál.) A diszkriminációs feszültség helyes megválasztásánál figyelembe kell venni, hogy az α -részecskék okozta hibás jelek kizárása céljából túl nagyra választott diszkriminációs feszültség a valódi maghasadási esetek közül regisztrált esetek számának is erős csökkenésére vezet. Az optimális diszkriminációs feszültség meghatározására adnak útmutatást a 2—3. ábrák.

Az I—III. táblázatok a grafikonoknál pontosabb képet adnak a mennyiségi viszonyokról.

Befejezésül szeretnénk kiemelni, hogy számításainkban az a feltevés, hogy mind az α -részecskék, mind a hasadási termékek ionizációja okozta feszültséglökések amplitudói exponenciális eloszlást mutatnak, a számítást egyszerűsíti és emellett igen sok esetben gyakorlatilag is helyes. Érdemes megemlíteni, hogy a közölt módszer sokkal általánosabb érvényű, mint ahogy ez a fentebbiekből első pillanatra látszik és alkalmazható különböző amplitúdó-diszkriminálással kapcsolatos statisztikai feladatok megoldására.

I. TÁBLÁZAT
 $MQ_2(V) \cdot N^{-1}Q_1(V)^{-1}$

$V \backslash a$	1.2	1.6	2.0	2.4	3.0	6.0	10.0	20.0
0.2	0.801	0.739	0.682	0.630	0.559	0.306	0.138	0.019
0.4	0.659	0.562	0.789	0.408	0.321	0.097	0.019	
0.8	0.473	0.344	0.250	0.181	0.112	0.010		
1.2	0.357	0.221	0.137	0.085	0.041	0.001		
1.4	0.315	0.180	0.103	0.059	0.025			
1.8	0.249	0.121	0.159	0.029	0.010			
2.4	0.182	0.070	0.027	0.010	0.002			
2.8	0.150	0.049	0.016	0.005	0.001			
3.2	0.125	0.035	0.010	0.003				
3.6	0.106	0.025	0.006	0.001				
4.0	0.090	0.018	0.004	0.001				

II. TÁBLÁZAT
 $M\tau = 10^{-2}$, $N\tau = 10^{-1}$

$V \backslash a$	2.0		3.0		6.0		10.0		40.0	
	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$
0.2	0.873	0.596	0.909	0.508	0.975	0.299	1.026	0.141	1.178	*
0.4	0.900	0.431	0.937	0.301	1.005	0.097	1.057	*0.021	1.215	
0.8	0.837	0.209	0.872	0.098	0.935	*0.009	0.984		1.130	
1.2	0.717	0.098	0.747	*0.031	0.801	*0.001	0.843		0.968	
1.4	0.652	*0.067	0.679	*0.017	0.727		0.765		0.879	
1.8	0.524	*0.031	0.546	*0.005	0.585		0.615		0.707	
2.4	0.360	*0.010	0.375	*0.001	0.402		0.423		0.486	
2.8	0.275	*0.004	0.286		0.306		0.322		0.370	
3.2	0.206	*0.002	0.215		0.230		0.242		0.278	
3.6	0.153		0.160		0.171		0.180		0.207	
4.0	0.113		0.118		0.126		0.133		0.153	

A csillaggal megjelölt (és a ki nem írt) értékek felülről becsült korrekciói 5^0_0 -nál nagyobbak (lásd a IV. táblázatot).

III. TÁBLÁZAT
 $M\tau = 10^{-4}$, $N\tau = 10^{-3}$

$V \backslash a$	2.0		3.0		6.0		10.0		40.0	
	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$
0.2	0.981	0.669	0.982	0.548	0.982	0.301	0.983	0.135	0.984	
0.4	0.938	0.449	0.938	0.301	0.939	0.091	0.939	0.018	0.941	
0.8	0.809	0.202	0.809	0.091	0.810	0.008	0.810		0.811	
1.2	0.663	0.091	0.663	0.027	0.664	0.001	0.664		0.665	
1.4	0.592	0.060	0.593	0.015	0.593		0.593		0.594	
1.8	0.463	0.027	0.463	0.004	0.464		0.464		0.465	
2.4	0.309	0.008	0.309	0.001	0.309		0.309		0.310	
2.8	0.231	0.004	0.231		0.232		0.232		0.232	
3.2	0.171	0.002	0.171		0.172		0.172		0.172	
3.6	0.126	0.001	0.126		0.126		0.126		0.126	
4.0	0.092		0.092		0.092		0.092		0.092	

IV. TÁBLÁZAT
 $M\tau = 10^{-2}$, $N\tau = 10^{-1}$

$V \backslash a$	2.0		3.0		6.0		10.0	
	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$
0.2	0.00243	0.00370	0.00253	0.00440	0.00271	0.00494	0.00285	0.00405
0.4	0.00431	0.00545	0.00449	0.00565	0.00481	0.00413	0.00506	0.002 8
0.8	0.00668	0.00585	0.00696	0.00472	0.00746	0.00204	0.00785	0.00102
1.2	0.00762	0.00473	0.00794	0.00315	0.00851	0.00119	0.00896	0.00066
1.4	0.00772	0.00407	0.00803	0.00252	0.00861	0.00095	0.00906	0.00054
1.8	0.00740	0.00289	0.00770	0.00160	0.00825	0.00063	0.00869	0.00036
2.4	0.00623	0.00162	0.00649	0.00083	0.00695	0.00034	0.00732	0.00020
2.8	0.00530	0.00109	0.00552	0.00055	0.00591	0.00023	0.00622	0.00013
3.2	0.00439	0.00072	0.00457	0.00036	0.00490	0.00015	0.00515	0.00009
3.6	0.00355	0.00048	0.00370	0.00024	0.00397	0.00010	0.00417	0.00006
4.0	0.00283	0.00032	0.00295	0.00016	0.00316	0.00007	0.00332	0.00004

V. TÁBLÁZAT
 $M\tau = 10^{-4}$, $N\tau = 10^{-3}$

$V \backslash a$	2.0		3.0		6.0		10.0	
	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$	$Q_1 M^{-1}$	$Q_2 N^{-1}$
0.2	0.00002	0.00004	0.00002	0.00004	0.00002	0.00005	0.00002	0.00002
0.4	0.00004	0.00005	0.00004	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
0.8	0.00006	0.00006	0.00006	0.00004	0.00006	0.00002	0.00006	0.00001
1.2	0.00007	0.00004	0.00007	0.00003	0.00007	0.00001	0.00007	
1.4	0.00007	0.00004	0.00007	0.00002	0.00007	0.00001	0.00007	
1.8	0.00007	0.00003	0.00007	0.00001	0.00007		0.00007	
2.4	0.00006	0.00001	0.00006		0.00006		0.00006	
2.8	0.00005	0.00001	0.00005		0.00005		0.00005	
3.2	0.00004	0.00001	0.00004		0.00004		0.00004	
3.6	0.00003		0.00003		0.00003		0.00003	
4.0	0.00003		0.00003		0.00003		0.00003	

Függelék.

A)

Legyen $F(t)$ az egymás után következő ionizációs aktusok közötti időtartamok közös eloszlásfüggvénye. Ha most $G_n(x)$ -el jelöljük annak a valószínűségét, hogy az n -ik impulzus bekövetkezésekor az ionizációs kamra kimenő ellenállásán a feszültség x -nél kisebb, akkor — figyelembevételével, hogy a feszültség értéke két impulzus közötti időtartam alatt $e^{-\frac{x}{\tau}}$ szerint csökken — felírhatjuk a következő rekurziós formulát:

$$G_n(x) = \int_0^{\infty} \int_0^x G_{n-1}\left\{(x-y)e^{-\frac{t}{\tau}}\right\} dF(t) dH(y). \quad (A.1)$$

Ha most bevezetjük a

$$g_n(z) = \int_0^{\infty} e^{-zx} dG_n(x), \quad h(z) = \int_0^{\infty} e^{-zx} dH(x) \quad (A.2)$$

Laplace—Stieltjes transzformáltakat, akkor az (A.1) alatti egyenletből a következő kifejezésre jutunk:

$$g_n(z) = h(z) \int_0^{\infty} g_{n-1}\left(ze^{-\frac{t}{\tau}}\right) dF(t). \quad (A.3)$$

Ha létezik a

$$\lim_{n \rightarrow \infty} g_n(z) = g(z)$$

határérték, akkor $g(z)$ kielégíti a következő integrálegyenletet:

$$g(z) = h(z) \int_0^{\infty} g\left(ze^{-\frac{t}{\tau}}\right) dF(t). \quad (A.4)$$

A $g(z)$ ismeretében kiszámítható a $G(x)$ eloszlásfüggvény. A $G(x)$ ismeretében viszont könnyű meghatározni annak a valószínűségét, hogy valamely tetszőleges időpontban a feszültségek összege x -nél kisebb legyen. Jelöljük ezt a valószínűséget $R(x)$ -el. Ekkor

$$R(x) = \lambda \int_0^{\infty} \{1 - F(t)\} G(xe^{\frac{t}{\tau}}) dt, \quad (A.5)$$

ahol

$$\lambda = \int_0^{\infty} \{1 - F(t)\} dt. \quad (A.6)$$

Ha az egymás után következő impulzusok közötti időtartamok közös eloszlásfüggvénye

$$F(t) = 1 - e^{-Nt} \quad (A.7)$$

vagyis, ha impulzusok Poisson-folyamatot alkotnak, akkor az (A.6) alatti egyenlettel teljesen ekvivalens az 1. §-ban levezetett (4) integro-differenciál egyenlet:

$$\frac{x}{\tau} \frac{dR}{dx} = N \left\{ R(x) - \int_0^x R(x-y) dH(y) \right\}. \quad (A.8)$$

B)

A (20), (21) és (22) alatti kifejezésekben

$$\Phi(x) = (2\pi i)^{-1} \int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty} \exp \{xz + \beta b(z+b)^{-1}\} (z+a)^{-(r+\alpha)} (z+b)^{-(l+\beta)} dz \quad (B.1)$$

típusu integrálokat kell meghatározni. A $\beta bx \ll 1$ valamint a $\beta < \alpha \ll 1$ viszonyokat figyelembe véve a következőképpen járhatunk el. Az

$$\exp \{\beta b(z+b)^{-1}\} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\beta b)^n}{n!} (z+b)^{-n}$$

gyorsan konvergáló sor felhasználásával a feladat a következő integrál kiszámítására redukálható:

$$\Phi_n(x) = (2\pi i)^{-1} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{zx} (z+a)^{-(r+\alpha)} (z+b)^{-(n+l+\beta)} dz. \quad (B.2)$$

A (B.2) alatti integrál nehézség nélkül [3] kiszámítható:

$$\Phi_n(x) = e^{-ax} \frac{x^{r_n+\mu-1}}{\Gamma(r_n+\mu)} {}_1F_1(r_n, r_n+\mu, cx), \quad (B.3)$$

ahol

$$r_n = n + l + \frac{1}{2}, \quad \mu = r + \alpha, \quad c = a - b \quad (B.4)$$

és ${}_1F_1(r_n, r_n + \mu, cx)$ az elfajult hipergeometrikus függvény. Tehát a (B.1)

alatti integrál egyszerűen mint egy gyorsan konvergáló végtelen sor állítható elő:

$$\Phi(x) = e^{-ax} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\beta b)^n}{n!} \frac{x^{r_n + \mu - 1}}{\Gamma(r_n + \mu)} {}_1F_1(r_n, r_n + \mu, cx). \quad (B.5)$$

Most megmutatjuk, hogy a $\beta b x \ll 1$ feltétel mellett igen jó közelítést kapunk már akkor, ha csak az első tagra szorítkozunk. Először is minden nehézség nélkül belátható, hogy

$${}_1F_1(k + \varepsilon, m + \delta, cx) \leq {}_1F_1(k, m, cx) \quad (B.6)$$

ahol k és m egészszámok és $\delta > \varepsilon$ és $\delta \ll 1$. Így

$$\Phi(x) = e^{-ax} \frac{x^{\alpha + \beta + r + l - 1}}{\Gamma(\alpha + \beta + r + l)} {}_1F_1(\beta + l, \alpha + \beta + r + l, cx) + \Phi_{\text{kor.}}(x) \quad (B.7)$$

és

$$\Phi_{\text{kor.}}(x) \leq e^{-ax} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\beta b)^n}{n!} \frac{x^{n+l+r+1}}{\Gamma(n+l+r)} {}_1F_1(n+l, n+l+r, cx). \quad (B.8)$$

A minket érdeklő esetekben a következő r és l értékek fordulnak elő:

$$\text{a) } r=1, \quad l=0$$

$$\text{b) } r=0, \quad l=1$$

$$\text{c) } r=0, \quad l=2$$

Így az a) esetben

$$\Phi_{\text{kor.}}^{(a)}(x) \leq e^{-ax} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\beta b)^n}{n!} \frac{x^n}{n!} {}_1F_1(n, n+1, cx). \quad (B.9)$$

Az ${}_1F_1(n, n+1, cx)$ a következő paraméteres integrállal adható meg:

$${}_1F_1(n, n+1, cx) = n \int_0^1 t^{n-1} e^{cxt} dt.$$

Tehát

$$\Phi_{\text{kor.}}^{(a)}(x) \leq e^{-ax} x \beta b \int_0^1 e^{cxt} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x \beta b t)^n}{n!} \frac{1}{(n+1)!} \right\} dt \leq \frac{\beta b}{a-b} (e^{-bx} - e^{-ax}) I_1(2), \quad (B.10)$$

ahol $I_1(2) = 1,5906 \dots$. Így módon állíthatjuk, hogy az a) esetben elkövetett hiba biztosan kisebb, mint $\beta(a-b)e^{-ax} x^{\alpha+\beta+1} + \frac{\beta b}{a-b} (e^{-bx} - e^{-ax}) I_1(2)$, tehát felírhatjuk, hogy $\Phi_a \sim e^{-ax} x^{\alpha+\beta}$.

A b) és c) esetben a számítás jóval egyszerűbb. Végeredményül azt kapjuk, hogy $\Phi_c(x) \sim e^{-bx} x^{\alpha+\beta}$ és $\Phi_b(x) \sim e^{-bx} x^{\alpha+\beta+1}$. Az elkövetett hiba b) esetben biztosan kisebb mint $x \beta b e^{-bx} \{I_1(2) - 1\}$ és c) esetben pedig mint $x^2 \beta b e^{-bx} \{I_1(2) - 1\}$.

Könnyű meggyőződni, hogy a korrekciók, (amelyek itt lényegesen nagyobbak a helyes értéknél) a gyakorlatilag fontos esetekben alig 2—5%-ot jelen-

tenek.¹ A IV. és V. táblázatokban összeállítottuk ezeknek a felülről becsült korrekcióknak értékeit.

A numerikus számítások elvégzéséért *Rozsnyai Balázs* kollégámnak ezúton mondok szíves köszönetet.

IRODALOM

- [1] *B. B. Rossi a. H. H. Staub*, Ionization chambers and counters 1949.
- [2] *L. Takács*, Poisson-folyamat által származtatott másodlagos sztochasztikus folyamatokra vonatkozó tételekről. MTA III. Osztályának Közleményei. (Sajtó alatt).
- [3] *В. А. Диткин, П. И. Кузнецов*, Справочник по операционному исчислению, Москва—Ленинград 1951.

¹ Megjegyzendő, hogy a (B.10) alatti kifejezés értéke bizonyos körülmények között (ha $\beta = M\tau$ nem eléggé kicsiny) jelentős lehet. Azonban a gyakorlatilag fontos esetekben $\beta = M\tau < 10^{-3}$ úgy hogy (B.10) csupán $2-5\%$ -os korrekciót jelent. A II. és IV. táblázat adatainak összehasonlítása mutatja, hogy $M\tau \sim 10^{-2}$ mellett a közelítés elég rossz, míg a III. és V. táblázat adatainak összevetése azt igazolja, hogy a gyakorlatilag fontos esetekben a közelítés elég jó.

KÖZELÍTŐ MÓDSZER A SAJÁTFÜGGVÉNYEK MEGHATÁROZÁSÁRA*

HORVÁTH JÁNOS

A Szegedi Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézete, Szeged

Néhány hónappal ezelőtt megjelent értekezésükben *L. G. Biedenharn* és *J. M. Blatt* [1] egy variációs módszert dolgoztak ki magának a sajátfüggvénynek a meghatározására. Vizsgálatukat az teszi időszerűvé, hogy a kvantummechanikai többtest-problémák *Schrödinger*-egyenletének a közelítő megoldásánál olykor kívánatos lenne a sajátfüggvényt is legalább olyan közelítésben megkapni, mint a sajátértéket. Közismert dolog, hogy pl. a szokásos perturbációszámításnál már a nulladrendű sajátfüggvények ismeretében meghatározhatjuk a sajátérték első közelítését. Ugyanakkor azonban a sajátfüggvények elsőrendű közelítésének a meghatározásához szükség van a nulladrendű operátor spektrumának az ismeretére, ami a meggondolásokat különösen megnehezíti.

A legnagyobb nehézséget ezen a téren az okozza, hogy a legegyszerűbben kezelhető és éppen ezért a legszélesebb körökben használatos közelítő módszer, a variációs módszer, mely már viszonylag kis számú variációs paraméter esetében is a sajátértékeket szinte spektroszkópiai pontossággal adja, a sajátfüggvények tekintetében nem vezet kielégítő közelítéshez [3]. Sőt az is megtörténhetik, hogy — bár a közelítő sajátértékek konvergálnak az exakt sajátértékekhez — a megfelelő sajátfüggvények sorozata nem konvergál az exakt sajátfüggvényekhez [2].

Nagy érdeklődésre tarthat tehát számot *Biedenharn* és *Blatt* említett vizsgálatának az a célkitűzése, hogy variációs módszert dolgozzon ki a sajátfüggvény meghatározása céljából. Dolgozatuk valóban rendkívül érdekes és mély gondolatot vet fel, mely igen használhatónak látszik, a módszer megfogalmazása azonban kevésbé szerencsés és több szempontból kifogásolható. Nem szándékozom a továbbiakban a dolgot egyes kifogásolt kitételeit bírálni, hanem módszerüket úgy fogalmazom meg, ahogy azt részemről helyénvalónak tartom és kiegészíteném néhány további gondolattal.

Legyen a megoldandó sajátértékprobléma

$$H\psi = \lambda\psi,$$

ahol H a tekintetbe vett rendszer *Hamilton*-operátora. $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ jelölje a H sajátértékeinek és ψ_1, ψ_2, \dots a megfelelő sajátfüggvények összességét. Tegyük

* Érkezett 1954. július 30.

fel, hogy a H -nak csak diszkrét spektruma van; az általános eset megfogalmazása nem jelent elvi nehézséget. A $\{\psi_n\}$ függvények összessége akkor egy négyzetesen integrálható ortonormált függvényrendszert alkot:

$$(\psi_k, \psi_l) = \delta_{kl}; \quad (\psi_k, H\psi_l) = \lambda_l \delta_{kl}.$$

Legyen már most a négyzetesen integrálható Φ_1, Φ_2, \dots függvények összessége egy tetszés szerinti teljes ortonormált függvényrendszer és tegyük fel, hogy a $\vec{\Phi} \equiv \{\Phi_n\}$ függvényrendszer elemei előállíthatók a $\vec{\psi} \equiv \{\psi_n\}$ függvényrendszer elemeiből infinitezimális transzformáció segítségével a következőképpen:

$$(1) \quad \Phi_k = \psi_k + \sum_{i=1}^{\infty} q_{ki} \psi_i,$$

ahol a Q transzformáció elemeinek a négyzete és szorzata már másodrendben kicsiny és elhanyagolható.

(1) alatti eredményünk operátor alakban a következőképpen írható:

$$(1^*) \quad \vec{\Phi} = (1 + Q) \vec{\psi}$$

ill.

$$(2) \quad \vec{\psi} = (1 + Q)^{-1} \vec{\Phi} = \vec{\Phi} - Q \vec{\Phi} + O(Q^2).$$

Az a feltételünk, hogy a $\{\Phi_n\}$ függvényrendszer is ortonormált rendszer, bizonyos feltételeket szab a Q -ra; nevezetesen:

$$\begin{aligned} (\psi_k, \psi_l) &= \left(\left[\psi_k + \sum_{i=1}^{\infty} q_{ki} \psi_i \right], \left[\psi_l + \sum_{j=1}^{\infty} q_{lj} \psi_j \right] \right) = \\ &= (\psi_k, \psi_l) + \left(\psi_k, \sum_{j=1}^{\infty} q_{lj} \psi_j \right) + \\ &\quad + \left(\sum_{i=1}^{\infty} q_{ki} \psi_i, \psi_l \right) + \left(\sum_{i=1}^{\infty} q_{ki} \psi_i, \sum_{j=1}^{\infty} q_{lj} \psi_j \right) = \\ &= \delta_{kl} + q_{lk} + q_{kl}^* + O(Q^2). \end{aligned}$$

Következésképpen

$$q_{kl}^* = -q_{lk},$$

vagyis

$$(3) \quad Q^+ = -Q.$$

Ezek felhasználásával könnyen kiszámítjuk, hogy

$$(4) \quad \psi_k = \Phi_k - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\Phi_i, H\Phi_k)}{\omega_i - \omega_k} \Phi_i + O(Q^2),$$

ahol

$$(\Phi_k, H\Phi_k) = \omega_k + O(Q^2)$$

feltéve, hogy a H és a Q operátorok felcserélhetők.

Biedenharn és *Blatt* módszere két lényeges ponton eltér az elmondottaktól. Ők részben véges függvényrendszerrel dolgoznak, részben pedig az

(1*) alatti egyenletet

$$\Phi_k = (1 + Q) \psi_k$$

alakban veszik fel. Mármost tetszés szerinti véges $\vec{\Phi}$ és $\vec{\psi}$ függvényrendszerek esetén, amint az könnyen belátható, nincsen semmi biztosíték arra, hogy ezek a feltételek mindig teljesíthetők.

(4) alatti eredményünk, amint arra *Biedenharn* és *Blatt* is utalnak, erősen emlékeztet a perturbációs számítás első közelítésére, mégis lényegesen különbözik tőle. Perturbációs számítás esetén ugyanis — többször önkényes módon — az eredeti *Hamilton* operátort a következőképpen bontjuk fel:

$$H = H_0 + W,$$

ahol W a perturbációs operátor; a (4) alattihoz hasonló előállításban pedig a nevezőben nem a tetszés szerinti Φ_k -kal képzett ω_k átlagértékek szerepelnek, hanem a H_0 operátornak a λ_k^0 sajátértékei, melyeket most nem is kell ismernünk.

Bár, adott $\{\Phi_n\}$ orthonormált függvényrendszer esetén, melynek elemei négyzetesen integrálható függvények, mindig található olyan L lineáris és önadjungált operátor, melynek az $\{\Phi_n\}$ rendszer teljes sajátfüggvényrendszere és így $H = L = W'$ képezhető. A (4) azonban kiszámítható W explicit előállítása nélkül is, ami sokszor jelentékeny előnnyel jár.

Biedenharn és *Blatt* a továbbiakban általánosítják eredményüket nem szükségképpen orthogonális $\{\Phi_n\}$ függvényrendszer esetére, valamint degenerált esetre is. A mi eredményünk hasonló általánosítása nem jelent semmi újdon-ságot, ezért ezzel a problémával nem foglalkozunk.

Biedenharn és *Blatt* dolgozatukban nem utalnak arra, hogyan célszerű a kiindulási $\{\Phi_n\}$ függvényrendszert megválasztani, ami a módszer szempont-jából elvileg közömbös. Mégis célszerű utalni arra, hogyan határozható meg ez a függvényrendszer a variációs módszer segítségével.

Járjunk el a $\{\Phi_n\}$ rendszer meghatározásánál a következőképpen. Kiin-dulva néhány variációs paramétert tartalmazó Φ'_1 függvényből, úgy határozzuk meg a variációs paramétereket, hogy ω_1 minimális legyen. Azután úgy hatá-rozzuk meg a Φ'_2 paramétereit, hogy ω_2 minimális legyen, de ugyanakkor a Φ'_2 ortogonális legyen Φ'_1 -re, stb. Az így kapott $\{\Phi'_n\}$ függvényrendszer ele-meit normálva megkapjuk a keresett $\{\Phi_n\}$ függvényrendszert és egyben az ω_k értékek a λ_k sajátértékek első közelítését adják.

A módszer alkalmazhatósága azon múlik, hogyan konvergál a (4) alatti sor.

IRODALOM

1. L. C. *Biedenharn* and J. M. *Blatt* Phys. Rev. 93. 230, 1954.
2. P. *Gombás*, Theorie und Lösungsmethoden des Mehrteilchenproblems der Wellen-mechanik. (Birkhäuser, Basel 1950). VII. fejezet.
3. J. I. *Horváth*, Acta Phys. Hungarica. 4. 183, 1954.

EGY ÚJ KVANTUM-KÉMIAI KÖZELÍTŐ MÓDSZER TELJESÍTŐKÉPESSÉGÉNEK VIZSGÁLATA*

PAUNCZ REZSŐ

Elméleti Fizikai Intézet, Szeged

W. Moffitt kvantum-kémiai közelítő módszerét vizsgáltam egy egyszerű modellvegyületen. (H_2 molekula). A *Moffitt*-korrekció alkalmazása egy gyengébb közelítő függvény esetén aránylag jó eredményt adott, de az eredeti gondolatnak megfelelő pontosabb közelítő függvény használata az eredményt meglehetősen lerontotta. A módszerre vonatkozólag végleges megállapítást ezekből az eredményekből nem vonhatunk le, a példa mindenesetre azt mutatja, hogy a módszer eredményeit bizonyosfokú óvatossággal kell kezelni. A számítások alapján kitűnt, hogy a pontosabb ionos függvény használata sokkal gyengébb végeredményt ad, tehát nem helyes a H_2 molekula alapállapotát, mint homopoláros és ionos állapotok szuperpozícióját értelmezni.

Bevezetés

A kvantum-kémia központi problémája olyan függvénytípusok keresése, amelyekből a variációs módszer alkalmazásával, a molekula hullámfüggvényét jól közelítő függvényeket kaphatunk. Elvileg minden teljes, ortogonális, az előírt szimmetria feltételeknek és határfeltételeknek megfelelő függvényrendszer egyformán alkalmas, mert a *Ritz*-féle eljárással, elegendő sok tagot választva, tetszés szerinti pontossággal megközelíthető a sajátérték illetőleg sajátfüggvény. Gyakorlati szempontból azonban, főleg komplikáltabb molekulák esetében rendkívül lényeges, hogy a sor milyen gyorsan konvergál. A megfelelő függvényalak megválasztásánál a fizikai, illetőleg kémiai tapasztalaton alapuló megfontolások hasznos útmutatást adhatnak.

Az utóbbi időben, mind az atomok, mind a molekulák vizsgálatánál előtérbe kerül az a módszer, mely a hullámfüggvényt adott *konfigurációk* lineárkombinációjának formájában igyekszik megközelíteni. Atomokra elsősorban *Jucysz* [1] és *Boys* [2] alkalmazta sikerrel ezt az eljárást tovább fejlesztve a *Hartree—Fock* módszert. — A molekula probléma vizsgálatánál az ú. n. *molekula-pálya* módszer továbbfejlesztése vezetett hasonló eredményre [3], [4]. Ez utóbbinak legegyszerűbb változatában a molekula függvényét egyelektron függvények (molekula-pályák) szorzatának alakjában vesszük fel. További lépést jelent, ha a hullámmechanikai Pauli-elvnek megfelelően antiszimmetriát követelünk az összes elektronok koordinátaiban. A feltételeknek automatikusan eleget tehetünk, ha a molekula függvényt *Slater*-determináns alakban keressük; minden egyes determináns egy-egy *konfigurációnak* felel meg, azaz az elektronokat elosztja adott spinfüggvényekkel rendelkező mole-

* Érkezett 1954. okt. 15.

kula-pályákra. Egyetlen konfigurációnak megfelelő determináns általában nem elegendő a hullámfüggvény jó közelítésére, a feladat tehát különböző konfigurációk lineárkombinációjának vizsgálata. Ha a molekula-pályát szokásos „*atomi pályák lineár kombinációja*” alakban keressük, úgy a módszer ezen változata teljesen ekvivalens az *elektron-pár* módszer azon továbbfejlesztésével, amelyben a homopoláros függvénytípusok mellett a különböző ionicitásnak megfelelő függvényeket is felhasználjuk [5].

A konfigurációk lineárkombinációjának (szokásos elnevezés: konfigurációs kölcsönhatás módszere) alkalmazásánál komoly hátrányt jelent az a tény, hogy az elektronok számának növelésével a lehetséges konfigurációk száma rendkívül nagy mértékben nő és nincs olyan kritérium, amelynek alapján előre el lehetne dönteni, hogy ezek közül melyek a fontosak és melyek az elhanyagolhatók. A módszer praktikus alkalmazhatóságát tehát nagymértékben hátráltatja a konvergencia gyenge volta.

Ebben a helyzetben igen nagy figyelmet érdemel *W. Moffitt* kezdeményezése [6], aki olyan új módszert igyekszik nyújtani, mely a konfigurációs kölcsönhatás módszerének bizonyos módosítása révén annak konvergenciáját javítja.

A Moffitt-módszer ismertetése

Moffitt termokémiai adatokra támaszkodva rámutat arra, hogy a molekula összenergiája kis százalékban tér el a molekulát felépítő atomok energiáinak összegétől. Emiatt jogosult olyan perturbációszámítás használata, amely az egymástól végtelen távol levő atomok állapotaiból indul ki és azok kölcsönhatását perturbációként tárgyalja. A molekula állapotát olyan függvények lineárkombinációjának alakjában kívánja megközelíteni, amelyek az egymástól igen messze levő atomok különböző állapotainak (beleértve a különböző ionicitást is) függvényeiből vannak képezve a következő módon:

Jelöljük az i -ik atom egyes állapotainak megfelelő hullámfüggvényeket: $\Phi_i^\alpha, \Phi_i^\beta, \dots$ -vel. Kiinduló állapotban az atomok egymástól végtelen távol vannak, az i -ik atomnál legyen n_i elektron. ($n_i \leq Z_i$, minthogy ionos állapotokat is figyelembe veszünk, Z_i az atommag töltése). Legyen az a atom α állapotban, a b atom β állapotban, stb. (α, β, \dots egy-egy kvantum szám összességét jelenti) a rendszer ezen állapotát ábrázoló hullámfüggvény:

$$\Pi_{ab\dots e}^{\alpha\beta\dots\epsilon} = \Phi_a^\alpha(1 \dots n_a) \Phi_b^\beta(n_a + 1 \dots n_a + n_b) \dots \Phi_e^\epsilon(\dots n) \quad (1)$$

E függvény sajátfüggvénye a kiinduló állapot Hamilton-operátorának:

$$H^0 = H_a + H_b + \dots + H_e \quad (2)$$

ahol H_i az i -ik atom Hamilton-operátorát jelenti.

$$H^0 \Pi_{ab\dots e}^{\alpha\beta\dots\epsilon} = W_{ab\dots e}^{\alpha\beta\dots\epsilon} \Pi_{ab\dots e}^{\alpha\beta\dots\epsilon} \quad (3)$$

$$H_a \Phi_a^\alpha = w_a^\alpha \Phi_a^\alpha \quad (4) \quad W_{ab\dots e}^{\alpha\beta\dots\epsilon} = w_a^\alpha + \dots + w_e^\epsilon \quad (5)$$

A szorzat függvény antiszimmetrizálásával nyert kiinduló függvényeket „composite” atomi függvényeknek nevezzük és $\Psi_{ab\ldots e}^{\alpha\beta\ldots\epsilon}$ -vel jelöljük. A következőkben az egyes „composite” atomi függvényeket röviden Ψ_A, Ψ_B, \ldots -val fogjuk jelölni.

A fent vázolt program azonban gyakorlatilag nem keresztülvihető, mert a H atomtól eltekintve nem ismerjük az exakt atomi hullámfüggvényeket sem. Kénytelenek vagyunk közelítő atomi függvények használatára szorítkozni, ezekkel kapcsolatban azonban súlyos problémák merülnek fel. A ma ismert legjobb atomi függvények (*Hartree—Fock* módszer) igen jól megadják ugyan az atom sűrűségeloszlásával kapcsolatos fizikai mennyiségek értékeit, de az atom-energia nivóit már sokkal kevésbé pontosan és megbízhatóan reprodukálják. Ez utóbbiakkal kapcsolatban fellépő hiba 2—5 eV és az egyenlő nagyságrendű a molekula kötési energiájával. Ha tehát az energiamátrix elemeit ($H_{AB} = \int \Psi_A^* H \Psi_B d\tau$) a közelítő atomi függvényekből képzett „composite” függvényekkel számítjuk, az egyes mátrixelemekben hasonló nagyságrendű eltérés lehetséges az exakt atomi függvényekkel számított mátrix elemektől, és ez nyilvánvalóan erősen befolyásolja az eljárás konvergenciáját.

Moffitt ezen a helyzeten úgy kíván segíteni, hogy az energiamatrixot szétbontja atomi és kölcsönhatási részre. Ha az exakt atomi függvényekből képzett „composite” függvényeket használnánk, úgy e felbontás a következő lenne:

$$H_{AB} = H^{\circ}_{AB} + V_{AB}, \quad (6)$$

ahol H° a kiinduló állapotnak megfelelő Hamilton-operátor, V a kölcsönhatásnak megfelelő rész: $V = H - H^{\circ}$. Figyelembevétel, hogy $H^{\circ} \Psi_A = W_A \Psi_A$, ez tovább így írható:

$$H_{AB} = M_{AB} W_B + V_{AB}, \quad (7)$$

ahol $M_{AB} = \int \Psi_A^* \Psi_B d\tau$

Moffitt utal arra, hogy a közelítő atomi függvények a sűrűségeloszlást aránylag jól adják, csak az atomi energiaértékeket nem adják pontosan. Rámutat ezenkívül arra, hogy az eltérést leginkább okozó korrelációs hatások az atomi részben sokkal erősebbek, mint a kölcsönhatási tagban. Ezek alapján azt javasolja, hogy a W_B értékeit a spektroszkopiai atomi értékek alapján adjuk meg és csak az M_{AB} továbbá V_{AB} számításánál használjuk a közelítő atomi függvényeket. (A közelítő atomi függvényekkel számított mátrixelemeket az exakt értékektől való megkülönböztetés céljából felül \sim -al fogjuk jelölni).

$$\bar{H}_{AB} = \tilde{M}_{AB} W_B + \tilde{V}_{AB} \quad (8)$$

Az így nyert \bar{H}_{AB} nem hermetikus, a következő mátrixot kell tehát képezni:

$$H_{AB} = \frac{1}{2} (\bar{H}_{AB} + \bar{H}_{BA}^*) \quad (9)$$

A lineárkombináció koefficienseinek meghatározása a következő sekuláris

egyenletrendszer megoldása útján történik:

$$\sum_B C_B (H_{AB} - E \tilde{M}_{AB}) = 0 \quad (10)$$

A lehetséges energiaértékeket a sekuláris determináns gyökei szolgáltatják:

$$|H_{AB} - E \tilde{M}_{AB}| = 0 \quad (11)$$

Az előbbieken vázolt szétbontás annyiból nem szerencsés, hogy a \tilde{V}_{AB} elemeinek számításánál nem teszi lehetővé a molekula térbeli szimmetriájának felhasználását a sekuláris egyenletrendszer, ill. determináns esetleges faktoralizálására. Ezen hiányok kiküszöbölésére *Moffitt* egy alternatív felbontást is javasolt:

$$\tilde{V}_{AB} = \tilde{H}_{AB} - \tilde{M}_{AB} \tilde{W}_B \quad (12)$$

Itt \tilde{H}_{AB} a közelítő függvényekkel számított energiamátrix elemeit jelenti, \tilde{W}_B pedig az ebből nyerhető aszimptotikus energiamátrix eleme, mely az előbbiből úgy adódik, ha az atomok végtelen messze távolodnak egymástól. Behelyettesítve (8), (9)-be; és figyelembevélve, hogy \tilde{H}_{AB} és \tilde{M}_{AB} hermitikus mátrix elemei, a sekuláris egyenletrendszerben a következő energiamátrixszal számol:

$$\bar{H}_{AB} = \tilde{H}_{AB} + \frac{1}{2} \{ \tilde{M}_{AB} (W_B - \tilde{W}_B) + (W_A - \tilde{W}_A) \tilde{M}_{AB} \} \quad (13)$$

E felbontás külön előnye az, hogy lehetővé teszi az eddigi számításokhoz való közvetlen kapcsolódást, mert a $\tilde{\Psi}_A$ közvetlen kapcsolatba hozhatók a *Heitler—London—Slater—Pauling*-féle számítás kiinduló függvényeivel, így az ezekre vonatkozó \tilde{H}_{AB} mátrixot kell korrigálni a kiegészítő tagokkal. Ez utóbbiban a metrikus mátrix elemei mellett (\tilde{M}_{AB}) az atom spektroszkopiából vett W_B , továbbá a közelítő függvényekkel számított \tilde{W}_B értékek szükségesek.

Moffitt az új módszert sikerrel alkalmazta [7] [8] [9] az oxigén, ethylén, benzol molekulák vizsgálatánál. Ezekben az esetekben azonban a számításoknál olyan további egyszerűsítő feltevések, illetve elhanyagolások szükségesek, amelyek a módszer lényegétől teljesen függetlenek és amelyek kvantitatíve nehezen kontrollálhatók. (Belső héj elektronok, σ elektronok potenciáltere stb.) Érdekesnek mutatkozik tehát megnézni azt, hogyan alkalmazható a módszer egy olyan esetben, ahol az összes szükséges számolások exaktul keresztül-vihetők. Erre a célra modell-vegyületként a hidrogénmolekula kínálkozik.

A Moffitt-módszer alkalmazása hidrogénmolekulára

A *Moffitt*-módszer alkalmazhatósága szempontjából döntő a kötési energia és a molekula teljes energiájának az aránya. A H_2 molekula esetében a kötési energia: 4,74 eV, a teljes energia; 31,93 eV, az arány kb. 15%, tehát a mód-

szer alkalmazható. Nagyobb molekulák esetében az arány kisebb, a perturbáció számítás használata tehát még inkább indokolt. A H_2 molekulára vonatkozó vizsgálat e szerint a Moffitt-módszer alkalmazásának egyik szélső határára vonatkozik.

A módszer alap gondolata szerint a kiinduláshoz használt függvényeket az egymástól végtelen messze levő atomok különböző állapotainak sajátfüggvényeiből kell képeznünk. A H_2 molekula esete annyiból sajátos, hogy itt mind az alap, mind a gerjesztett állapotok atomi függvényei exakt sajátfüggvények, az ionos állapotra vonatkozólag pedig ismerünk olyan közelítő függvényeket, amelyek a H^- ion energiáját igen nagy pontossággal megadják. Minthogy külön megfontolást egyedül az ionos állapot függvénye érdemel, válasszunk először egy olyan közelítő függvényt az ionos állapot számára, amely már az irodalomban szerepel, és nézzük meg, hogy mit eredményez ebben az esetben a *Moffitt*-korrekció végrehajtása.

A legegyszerűbb azon *Weinbaum*-féle számításhoz [10] kapcsolódni, ahol a molekula állapotát a homopoláros + ionos függvényekkel igyekszik megközelíteni.

$$\psi = c_1 \{u_a(1)u_b(2) + u_b(1)u_a(2)\} + c_2 \{u_a(1)u_a(2) + u_b(1)u_b(2)\}, \quad (14)$$

ahol

$$u_a(1) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-a_1} \quad u_b(1) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-b_1} \quad (15)$$

a_1, a_2 az a atommagtól mért távolságot, b_1, b_2 a b atommagtól mért távolságot jelenti az 1, illetve 2 elektronra vonatkozólag. A következőkben mindenütt atomi egységeket használunk. Vezessük be a következő jelölést:

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_1 &= u_a(1)u_b(2) & \tilde{\Psi}_2 &= u_b(1)u_a(2) \\ \tilde{\Psi}_3 &= u_a(1)u_a(2) & \tilde{\Psi}_4 &= u_b(1)u_b(2) \end{aligned} \quad (16)$$

A $\tilde{\Psi}_1$ és $\tilde{\Psi}_2$ exakt sajátfüggvénye azon kiinduló állapot Hamilton-operátorainak, amelynél a két atom végtelen távol van egymástól, az a atomnál van az 1 elektron, a b atomnál pedig a 2, illetve az elektronok helyzete fel van cserélve.

$$H^{01} = -\frac{1}{2} \mathcal{A}_1 - \frac{1}{a_1} - \frac{1}{2} \mathcal{A}_2 - \frac{1}{b_2} \quad (17) \quad H^{02} = -\frac{1}{2} \mathcal{A}_1 - \frac{1}{b_1} - \frac{1}{2} \mathcal{A}_2 - \frac{1}{a_2} \quad (18)$$

$\tilde{\Psi}_3$ és $\tilde{\Psi}_4$ azonban végtelen atomtávolság esetén sem sajátfüggvény. Ha pl. mind a két elektron az a atomnál van és a b atom végtelen messze van, úgy a $\tilde{\Psi}_3 = u_a(1)u_a(2)$ függvényel és

$$H^{03} = -\frac{1}{2} \mathcal{A}_1 - \frac{1}{2} \mathcal{A}_2 - \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{r_{12}}. \quad (19)$$

Hamilton-operátorral számított energia kb. 4,5 eV-al tér el az ionos állapotot jelentő H^- exakt energia értékétől.

A *Moffit*-féle módszer kétféle változatának alkalmazása ebben az esetben a következőt jelenti:

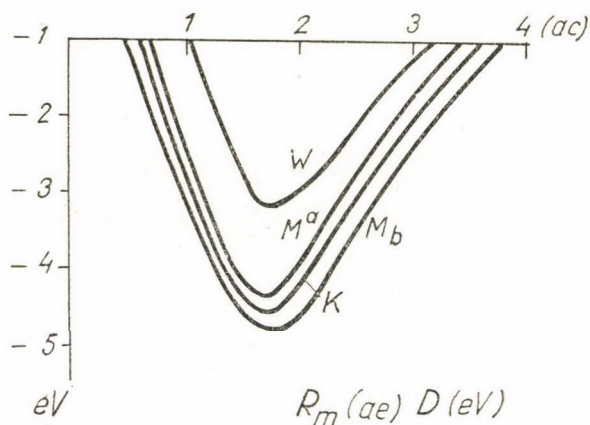
a) Minden egyes Ψ_i -nek megfelelően a H_2 molekula Hamilton-operátora szétbontható $H^{0i} + V^i$ alakra. Az előzőekben megadtuk H^{01} , H^{02} , H^{0a} explicit alakját, analóg módon képezhető a H^{0b} is. A sekuláris egyenletrendszerben szereplő energiamátrix elemeit a (8) és (9) képlet alapján képezzük: A W diagonális mátrix, elemei a következők:

$$W_1 = W_2 = 2E_H = -1 \quad (\text{a. e.}) \quad W_3 = W_4 = -0,52641^1 \quad (\text{a. e.})$$

b) A (13) képletet kell felhasználnunk, W elemeit az előzőekben megadtuk. \tilde{W} a közelítő függvényekkel számított aszimptotikus energiamátrix diagonális alakú, elemei: $\tilde{W}_1 = \tilde{W}_2 = -1$ (a. e.) $\tilde{W}_3 = \tilde{W}_4 = -0,375$ (a. e.). Az energiamátrix elemeinek meghatározása után mindkét esetben a számítás a szokásos módon történik.

A számítás eredményét az 1. ábra és az I. táblázat tartalmazza. Az ábra a kísérleti potenciálgörbe mellett feltünteti a korrigálatlan *Weinbaum*-féle számítás eredményét és a *Moffit*-módszer *a*, illetve *b* változatával nyert eredményeket.

Az eredmények vizsgálata azt mutatja, hogy a *Moffit*-módszer alkalmazása jelentős mértékben javította az eredményt. Mindkét potenciálgörbe igen jól közelíti a kísérleti görbét. Különösen közel fekszik a *b* változattal nyert



1. ábra

I. TÁBLÁZAT	Weinbaum	1,677	3,218
	Moffitt a)	1,400	4,346
	Moffitt b)	1,50	4,940
	Kísérlet	1,40	4,740
	$R_m(\text{a. e.})$	$D(\text{eV})$	

¹ A H^- esetében exakt értéknek a $(-0,52641 \text{ a. e.})$ [11] *Hylleras* által számított kvantum-mechanikai értéket szokás tekinteni, a kísérleti érték meglehetősen bizonytalan.

eredmény. Az a tény, hogy az ily módon nyert energiaminimum valamivel mélyebb ez utóbbi esetben, mint a kísérleti érték, nem jelent ellentmondást a variációszámítás alapelveivel, hiszen a számítás nem teljesen exakt variációs módszer, amennyiben egyes mátrixelemeket módosítottunk.

Felmerül azonban a kérdés, hogy ez a jó eredmény vajon valóban annak következménye, hogy az ionos tagban figyelembevettük a helyes energiaértéket, vagy pedig véletlen eredménye? Jelen esetben mód van ennek eldöntésére: a H^- ionra vonatkozólag ismerünk olyan közelítő függvényt, amelyhez tartozó energia csak 0,06 eV-al tér el a valódi energiaértéktől. Ez a függvény a következő: [12]

$$\psi_a(1, 2) = \frac{z^3}{\pi} e^{-z(a_1+a_2)} [1 + c_1 r_{12} + c_2 (a_1 - a_2)^2]. \quad (20)$$

Ha tehát az ionos tagban $u_a(1)u_a(2)$ helyett $\psi_a(1,2)$ -t használunk, úgy egyrészt teljesül az a feltétel, hogy az ionos energiatagot is igen jó közelítéssel kapjuk másrészt exakt variációszámítást végezhetünk.

A számítás elvégzése ismert módszerek alapján történik, egyedüli nehézséget az elég nagyszámban fellépő új integrálok jelentik. A függelékben megadjuk az irodalomban eddig nem szereplő integrálok képleteit.

A számítás eredményeit a II. táblázat mutatja. Összehasonlítás céljából feltüntettük két további számítás eredményét is (ezek közül az első Scherrtől származik [13], amelyekben az ionos függvényt az aránylag egyszerűbb, de a H^- -ra vonatkozólag gyengébb energiát adó függvényekkel helyettesítjük. A III. táblázat tartalmazza a három függvényben szereplő állandók értékeit, továbbá a megfelelő H^- energia értékeket.

Az eredmények áttekintése igen meglepő képet mutat. Annak ellenére, hogy az ionos energiatagot igen jól közelítő függvényeket használtunk, a H_2 molekula kötési energiájára kapott értékek alig valamivel jobbakként, mint azon Weinbaum-féle számítás eredményei, ahol mind a homopoláros, mind az ionos tagban az exponenciálisban szereplő $z = 1$.

II. TÁBLÁZAT

$\Psi_a(1, 2)$ (A függvény ionos része.)	$R_m(ae)$	$D(eV)$	
	H_2 molekula		
$\frac{Z^3}{\pi} e^{-z(a_1+a_2)}$	1,491	3,436	I
$\frac{Z^3}{\pi} e^{-z(a_1+a_2)} [1 + c_1 r_{12}]$	1,558	3,254	II
$\frac{Z^3}{\pi} e^{-z(a_1+a_2)} [1 + c_1 r_{12} + c_2(a_1 - a_2)^2]$	1,589	3,230	III

Mint hogy a tájékozódó számítások azt mutatták, hogy egyes integrálok értékei igen érzékenyen függenek a kitevő értékétől, emiatt szükségesnek mutatkozott mind a kitevők, mind pedig a c_1 és c_2 koeficiensek nagyobb pontosságú meghatározása, mint ahogy az eddig ismeretes volt. A III. táblázat ezen adatokat tartalmazza.

III. TÁBLÁZAT

	$\Psi_a(1, 2)$	z	c_1	c_2	H^- (e V) energia
I	$\frac{z^3}{\pi} e^{-z(a_1+a_2)}$	0,6875			—12,859
II	$\frac{z^3}{\pi} e^{-z(a_1+a_2)} [1 + c_1 r_{12}]$	0,8257264	0,4933512		—13,842
III	$\frac{z^3}{\pi} e^{-z(a_1+a_2)} [1 + c_1 r_{12} + c_2 (a_1 - a_2)^2]$	0,76885	0,318013	0,124718	—14,291
	$\frac{1}{\pi} e^{-(a_1+a_2)} \equiv u_a(1) u_a(2)$				—9,52

Exakt érték: —14,352

Összehasonlíthatjuk a számítás eredményét azokkal az egy illetőleg két paraméteres variációs eljárásokkal, amelyekben a függvényalak felépítése teljesen hasonló. Ezeket az adatokat a IV. táblázat mutatja.

IV. TÁBLÁZAT

$$u_a^z(1) = \frac{z^{3/2}}{\sqrt{\pi}} e^{-za_1} \quad \Psi = [u_a^z(1) u_b^z(2) + u_a^z(2) u_b^z(1)] + \mu [u_a^z(1) u_a^z(2) + u_b^z(1) u_b^z(2)]$$

	z	μ	R_m (ae)	D (e V)
Heitler London Sugiura [14]	1	0	1,68	3,216
Wang [15]	1,159	0	1,45	3,75
Weinbaum [16]	1,193	1	1,38	3,455
Weinbaum [10]	1,193	0,256	1,417	4,026
Kísérlet			1,40	4,74

A helyes ionos tagot használó variációs módszer valamivel jobb eredményt ad, mint a Heitler—London—Sugiura eljárás, illetőleg a Weinbaum-féle homopoláros + ionos módszer legegyszerűbb változata. Mindkét esetben az exponenciálisan szereplő $z = 1$.

Az eredmény lényegesen gyengébb azonban azoknál az eseteknél, ahol a z (effektív magtöltés) mint variációs paraméter szerepel. Az egy paraméteres számítások közül a *Wang*-féle eljárás is jobb eredményt ad. Az adott függvényalak mellett a legjobb eredményt azon *Weinbaum*-féle számítás jelenti, ahol z és μ a variációs paraméterek.

A számítási eredmények diszkussziója; következtetések

A számítások eredményeiből a *Moffitt*-módszer alkalmazhatóságára vonatkozólag egyértelmű következtetéseket nem vonhatunk le. Ha ugyanis a módszer eredeti gondolatát figyelembe vesszük, úgy kiinduláshoz az alapállapot és ionos állapot mellett a gerjesztett állapotokat is fel kell használnunk. Különösen indokolt ez a H_2 molekula esetében, ahol azon kiinduló állapot energiája, amelyben az egyik elektron a legmélyebb pályán van, a másik elektron pedig az első gerjesztett pályán helyezkedik el, $-0,625$ (a. e.), tehát még mélyebben fekszik, mint az általunk tekintetbe vett ionos állapot energiája ($-0,52641$ a. e.). E probléma vizsgálatára egy későbbi közleményben szeretnék visszatérni.

Ha magára a módszerre vonatkozólag nem is tudunk végleges megállapításokat tenni, az eddigi számításokból mégis levonhatunk következtetéseket.

Megállapíthatjuk, hogy a módszer eredményeit bizonyosfokú óvatossággal kell tekintenünk. Erre mutat azon eredményünk, hogy a sokkal rosszabb közelítő függvény esetében alkalmazva a korrekciót meglepően jó eredményt kaptunk, míg azon esetben, amikor a módszer eredeti gondolatához hűen jó közelítő függvényt használtunk, eredményünk sokkal gyengébbnek adódott.

Eddigi vizsgálataink eredményét inkább abban az irányban kell látnunk, hogy fényt vet az ionos tag valódi szerepére a közelítő sajátfüggvényben. Az eddigi kvantum-kémiai irodalomban sokszor szerepelt olyan elképzelés, amely szerint a H_2 molekula alapállapotát egy homopoláros és egy ionos állapot szuperpozíciójával lehet értelmezni. Ha megnézzük a háromféle ionos függvényvel nyert eredményeinket, azt látjuk, hogy annál gyengébb volt a végeredmény, minél pontosabb volt a H^- függvény. Ebből arra kell következtetnünk, hogy az előbb ismertetett elképzelés nem felel meg a valóságnak, hiszen az ionos állapotot mindjobban megközelítő függvény a H_2 molekula kötési energiája szempontjából egyre rosszabb eredményt szolgáltatott.

A IV. táblázat adatainak összehasonlítása alapján felmerül az a gondolat, vajon egyáltalában érdemes-e ezt az utat követnünk, hogy kiinduló függvényekül az egymástól végtelen távoli atomok sajátfüggvényeit választjuk? Az a tény, hogy az effektív magtöltés variálása olyan komoly mértékben javítja mindkét esetben az eredményt, felhívja a figyelmet arra a lehetőségre, hogy a kvantumkémiai számításoknál az eddiginél nagyobb mértékben kísérletezni kellene az effektív magtöltésnek, mint variációs paraméternek a használatával.

Más és más pályák esetén különböző effektív magtöltéssel kellene számolni és bár ez az integrálok kiszámításánál jelentős nehézséget okoz, meg kellene nézni, hogy ez az út nem vezet-e gyorsabb konvergenciához a molekula függvény közelítésénél. Ilyen irányú vizsgálatokkal a jövőben foglalkozni kívánunk.

* * *

Hálás köszönetemet fejezem ki *Horváth János* docensnek a számítási eredményekből levont következtetések megvitatásáért, *Szelei Éva*, *Álló Géza* és *Vasvári Lászlónak* a numerikus számolásoknál nyújtott segítségéért, *Varga Lajos* és *Wilhelm Istvánnak* az integrálok kontrollszámításainak elvégzéséért.

Függelék.

A számításoknál fellépő új integrálok a következő három csoportba oszthatók:

- a) $\int [u_a^{\pm}(1) u_a^{\pm}(2)]^2 r_{12}'' f(a_1 a_2 b_1 b_2) d\tau_1 d\tau_2$ jelölés ${}^n D_{\dots}$
 b) $\int u_a^{\pm}(1) u_a^{\pm}(2) u_b^{\pm}(1) u_b^{\pm}(2) r_{12}'' f(a_1, a_2, b_1, b_2) d\tau_1 d\tau_2$ Jele: $nE \dots$
 c) $\int u_a^{\pm}(1) u_b^{\pm}(2) u_a^{\pm}(1) u_b^{\pm}(2) r_{12}'' f(a_1, a_2, b_1, b_2) d\tau_1 d\tau_2$ Jele: $nM \dots$

Mindhárom integráltípusban az $f(a_1, a_2, b_1, b_2)$ jelölését a következőképpen végezzük: a számlálóban szereplő tényezőket az integráltípus jel mellett felül jobbról, a nevezőben levőket pedig alul jobbról írjuk, $\frac{(a_1 - a_2)^2}{(b_1 - b_2)^2}$ -t röviden

$\left\{ \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \right\}$ -val jelöljük. Például:

$$\int u_a^{\pm}(1) u_a^{\pm}(2) u_b^{\pm}(1) u_b^{\pm}(2) \frac{a_1(b_1 - b_2)^2}{r_{12}} d\tau_1 d\tau_2 = {}^{-1}E^{a_1 B}.$$

Az integrálokban ezenkívül a következő rövidítéseket használjuk:

$$\begin{aligned} \varrho &= Rz & \alpha &= \frac{R}{2}(1+z) & \beta &= \frac{R}{2}(1-z) \\ \gamma &= 1+z & r &= 1+R & \bar{r} &= 1-R \end{aligned}$$

Az integrálok számítása kétféle módon történhet: a) Azokban az integrálokban, amelyek az a_1, a_2, b_1, b_2 változók közül csak hármat tartalmaznak, negyedik integrációs változóként az r_{12} használható. b) A többi integrálban *Neumann-féle* sorfejtést kell alkalmazni.

$$\frac{1}{r_{12}} = \frac{2}{R} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} D_{lr} Q_l^r(\lambda_-) P_l^r(\lambda_-) P_l^r(u_1) P_l^r(u_2) \cos r(q_1 - q_2),$$

ahol

$$D_{r0} = 2r + 1 \quad D_{tr} = (-1)^r 2(2r + 1) \left\{ \frac{(r-r)!}{(r+r)!} \right\}^2 \quad r \geq 1$$

λ_+ és λ_- a nagyobb, ill. kisebb a λ_1 és λ_2 közül. λ és μ elliptikus koordináták:

$$\lambda_1 = \frac{a_1 + b_1}{R} \quad \mu_1 = \frac{a_1 - b_1}{R}$$

P_t^r és Q_t^r első- és másodfajú Legendre polinomokat jelentenek. Az integrálások elvégzése közben a következő segédmenységeket használjuk:

$$W_t^r(m, n, \alpha) = \int_1^\infty \int_1^\infty Q_t^r(\lambda_+) P_t^r(\lambda_-) e^{-\alpha(\lambda_1 + \lambda_2)} \lambda_1^m \lambda_2^n (\lambda_1^2 - 1)^{r-2} (\lambda_2^2 - 1)^{r-2} d\lambda_1 d\lambda_2$$

$$G_t^r(m, \alpha) = \int_{-1}^1 e^{-\alpha x} P_t^r(x) x^m (1-x^2)^{r-2} dx$$

$$B_n(\alpha) = \int_{-1}^1 e^{-\alpha x} x^n dx \quad A_n(\alpha) = \int_1^\infty e^{-\alpha x} x^n dx$$

$$C_n(\alpha R) = \int_0^R e^{\alpha x} x^n dx \quad D_n(\alpha R) = \int_0^R e^{-\alpha x} x^n dx$$

A_n , B_n , $G(m, \alpha)$ és $W(n, m, \alpha)$ integrálok értékei táblázatban megtalálhatók [17].

A számítások elvégzéséhez szükséges új integrálok a következők:

1. ${}^1D_{b_1}^A = \frac{1}{z^2} \frac{1}{8y} \{ 77 - e^{-y}(y^4 + 2y^3 + 16y^2 + 12y + 112) + e^{-2y}(5y + 35) \} \quad y = 2\varrho$
2. ${}^{-1}E^A = \frac{1}{z} \frac{\varrho^7}{6300} \{ 105 W_0^0(0, 0) - 315 W_0^0(0, 2) - 525 W_0^0(0, 4) - 175 W_0^0(1, 1) + 1050 W_0^0(1, 3) + 1575 W_0^0(2, 4) - 1575 W_0^0(3, 3) - 189 W_1^0(0, 0) + 630 W_1^0(0, 2) - 525 W_1^0(2, 2) + 120 W_2^0(0, 0) - 140 W_2^0(1, 1) - 36 W_3^0(0, 0) \}$
3. ${}^{-1}E^{a_1} = \frac{\varrho^6}{180} \{ 5 W_0^0(0, 1) - 15 W_0^0(0, 3) - 15 W_0^0(1, 2) + 45 W_0^0(2, 3) + 4 W_2^0(0, 1) \}$
4. ${}^{-1}E^{a_1 \cos \gamma_a} = \frac{\varrho^6}{180} \{ -10 W_0^0(0, 1) + 30 W_0^0(1, 2) + 9 W_1^0(0, 1) - 15 W_1^0(0, 3) - 9 W_1^0(1, 2) + 15 W_1^0(2, 3) + 4 W_2^0(0, 1) - 3 W_1^0(0, 1) - 15 W_1^0(1, 2) \}$
5. ${}^{-1}E^{Aa_1} = \frac{\varrho^8}{z^2 25200} \{ 210 W_0^0(0, 1) - 35 W_0^0(0, 3) - 945 W_0^0(1, 2) - 525 W_0^0(0, 5) + 525 W_0^0(1, 4) + 1050 W_0^0(2, 3) + 1575 W_0^0(2, 5) - 1575 W_0^0(3, 4) - 378 W_1^0(0, 1) + 630 W_1^0(0, 3) + 630 W_1^0(1, 2) - 1050 W_1^0(2, 3) + 240 W_2^0(0, 1) - 280 W_2^0(0, 3) - 72 W_3^0(0, 1) \}$

$$6. \quad {}^{-1}E^{Ba_1} = \frac{1}{z^2} \frac{\varrho^8}{25\,200} \{210 W_0^0(0, 1) - 595 W_0^0(0, 3) - 525 W_0^0(0, 5) \\ - 385 W_0^0(1, 2) + 525 W_0^0(1, 4) + 1050 W_0^0(2, 3) + 1575 W_0^0(2, 5) \\ - 1575 W_0^0(3, 4) - 378 W_1^0(0, 1) + 630 W_1^0(0, 3) + 630 W_1^0(1, 2) \\ - 1050 W_1^0(2, 3) + 240 W_2^0(0, 1) + 280 W_2^0(0, 3) - 560 W_2^0(1, 2) - \\ - 72 W_3^0(0, 1)\}$$

$$7. \quad {}^{-1}E^{Aa_1 \cos \gamma_a} = \frac{1}{z^2} \frac{\varrho^8}{25\,200} \{-490 W_0^0(0, 1) + 700 W_0^0(0, 3) + 420 W_0^0(1, 2) \\ + 1750 W_0^0(1, 4) - 2100 W_0^0(2, 3) + 666 W_1^0(0, 1) - 735 W_1^0(0, 3) \\ - 525 W_1^0(0, 5) - 729 W_1^0(1, 2) + 315 W_1^0(1, 4) + 840 W_1^0(2, 3) \\ + 525 W_1^0(2, 5) - 525 W_1^0(3, 4) - 140 W_2^0(0, 1) + 140 W_2^0(0, 3) \\ + 240 W_2^0(1, 2) - 280 W_2^0(1, 4) - 36 W_3^0(0, 1) - 36 W_3^0(1, 2) + 66 W_1^1(0, 1) \\ - 105 W_1^1(0, 3) - 525 W_1^1(1, 4) + 525 W_1^1(2, 3) - 30 W_2^1(0, 1) \\ + 70 W_2^1(0, 3) + 4 W_3^1(0, 1)\}$$

$$8. \quad {}^{-1}E^{Ba_1 \cos \gamma} = \frac{1}{z^2} \frac{\varrho^8}{25\,200} \{-490 W_0^0(0, 1) - 700 W_0^0(0, 3) + 1820 W_0^0(1, 2) \\ + 350 W_0^0(1, 4) - 700 W_0^0(2, 3) + 666 W_1^0(0, 1) + 105 W_1^0(0, 3) \\ - 525 W_1^0(0, 5) - 1569 W_1^0(1, 2) + 1155 W_1^0(1, 4) + 525 W_1^0(2, 5) \\ - 525 W_1^0(3, 4) - 140 W_2^0(0, 1) + 700 W_2^0(0, 3) - 320 W_2^0(1, 2) \\ + 280 W_2^0(1, 4) - 560 W_2^0(2, 3) - 36 W_3^0(0, 1) - 36 W_3^0(1, 2) + 66 W_1^1(0, 1) \\ + 315 W_1^1(0, 3) - 525 W_1^1(1, 2) - 525 W_1^1(1, 4) + 525 W_1^1(2, 3) - 30 W_2^1(0, 1) \\ - 70 W_2^1(0, 3) + 140 W_2^1(1, 2) + 4 W_3^1(0, 1)\}$$

$$9. \quad {}^{-1}E^{AB} = \frac{1}{z^3} \frac{\varrho^9}{176\,400} \{1848 W_0^0(0, 0) - 9660 W_0^0(0, 2) + 8085 W_0^0(0, 4) \\ - 3675 W_0^0(0, 6) + 2940 W_0^0(1, 1) - 18620 W_0^0(1, 3) + 14700 W_0^0(1, 5) \\ 16415 W_0^0(2, 2) - 40425 W_0^0(2, 4) + 11025 W_0^0(2, 6) + 29400 W_0^0(3, 3) \\ - 44100 W_0^0(3, 5) + 33075 W_0^0(4, 4) - 3780 W_1^0(0, 0) + 16884 W_1^0(0, 2) \\ - 8820 W_1^0(0, 4) - 5292 W_1^0(1, 1) + 17640 W_1^0(1, 3) - 17640 W_1^0(2, 2) \\ + 14700 W_1^0(2, 4) - 14700 W_1^0(3, 3) + 2860 W_2^0(0, 0) - 9240 W_2^0(2, 2) \\ + 2940 W_2^0(0, 4) + 3360 W_2^0(1, 1) - 7840 W_2^0(1, 3) + 7840 W_2^0(2, 2) \\ - 1120 W_3^0(0, 0) + 2016 W_3^0(0, 2) - 1008 W_3^0(1, 1) + 192 W_4^0(0, 0)\}$$

$$10. \quad {}^1E^A = \frac{1}{z^3} \frac{\varrho^9}{529\,200} \{-1512 W_0^0(0, 0) + 10710 W_0^0(0, 2) + 5145 W_0^0(0, 4) \\ - 11025 W_0^0(0, 6) + 5586 W_0^0(1, 1) - 39690 W_0^0(1, 3) + 22050 W_0^0(1, 5) \\ - 6615 W_0^0(2, 2) - 55125 W_0^0(2, 4) + 73500 W_0^0(3, 3) + 33075 W_0^0(2, 6) \\ - 66150 W_0^0(3, 5) + 33075 W_0^0(4, 4) + 2268 W_1^0(0, 0) - 17010 W_1^0(0, 2) \\ + 13230 W_1^0(0, 4) - 5670 W_1^0(1, 1) + 9450 W_1^0(1, 3) + 13230 W_1^0(1, 5) \\ + 29988 W_1^0(2, 2) - 48510 W_1^0(2, 4) - 22050 W_1^0(3, 5) + 22050 W_1^0(4, 4) \\ - 780 W_2^0(0, 0) + 2520 W_2^0(0, 2) - 2940 W_2^0(0, 4) + 5160 W_2^0(1, 1) \\ - 10080 W_2^0(1, 3) + 5880 W_2^0(3, 3) - 168 W_3^0(0, 0) - 1680 W_3^0(1, 1) \\ + 1512 W_3^0(2, 2) + 192 W_4^0(0, 0) + 384 W_4^0(1, 1) + 378 W_1^1(0, 0) - 4410 W_1^1(0, 4) \\ - 882 W_1^1(1, 1) + 8820 W_1^1(1, 3) + 22050 W_1^1(2, 4) - 22050 W_1^1(3, 3)\}$$

$$-1890 W_1^1(0, 2) - 270 W_2^1(0, 0) + 1260 W_2^1(1, 2) - 1470 W_2^1(2, 2) \\ + 112 W_3^1(0, 0) - 168 W_3^1(1, 1) - 24 W_4^1(0, 0) \}$$

$$11. {}^1E_{a_1}^A + E_{a_1}^B = \frac{1}{z^2} \frac{\varrho^8}{12600} [440 W_0^0(0, 1) + 70 W_0^0(0, 3) - 525 W_0^0(0, 5) \\ - 2590 W_0^0(1, 2) - 525 W_0^0(1, 4) + 1575 W_0^0(1, 6) + 3850 W_0^0(2, 3) \\ - 1575 W_0^0(2, 5) - 432 W_1^0(0, 1) + 630 W_1^0(0, 3) + 2298 W_1^0(1, 2) \\ - 420 W_1^0(1, 4) - 2940 W_1^0(2, 3) - 1050 W_1^0(2, 5) + 1050 W_1^0(3, 4) \\ - 80 W_2^0(0, 1) - 280 W_2^0(0, 3) - 200 W_2^0(1, 2) + 560 W_2^0(2, 3) \\ + 72 W_3^0(0, 1) + 72 W_3^0(1, 2) - 132 W_1^1(0, 1) - 210 W_1^1(0, 3) \\ + 630 W_1^1(1, 2) + 1050 W_1^1(1, 4) - 1050 W_1^1(2, 3) + 60 W_2^1(0, 1) \\ - 140 W_2^1(1, 2) - 8 W_3^1(0, 1) \}$$

$$12. {}^1E_{a_2}^{a_1} + {}^1E_{a_1}^{a_2} = \frac{1}{z} \frac{\varrho^7}{12600} \{ 700 W_0^0(1, 1) - 5600 W_0^0(1, 3) + 3150 W_0^0(1, 5) \\ + 3150 W_0^0(3, 3) - 432 W_1^0(0, 0) + 2100 W_1^0(0, 2) - 1050 W_1^0(0, 4) \\ + 210 W_1^0(2, 2) - 2100 W_1^0(2, 4) - 760 W_2^0(1, 1) + 560 W_2^0(1, 3) \\ + 72 W_3^0(0, 0) - 420 W_1^1(1, 1) + 2100 W_1^1(1, 3) + 60 W_2^1(0, 0) - 140 W_2^1(0, 2) \}$$

Az 1—12. integrálokban a $W(n, m)$ argumentuma mindenütt ϱ .

$$13. {}^1M_{b_1} = \frac{R^3 \varrho^3}{16} \left\{ \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r (2r+1) \sum_{i=1}^4 [G_r^0(i, \beta) m_r^0(i, \alpha)] + \right. \\ \left. + \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^{r+1} \frac{2 \cdot (2r+1)}{r^2(r+1)^2} \sum_{i=0,2} [G_r^1(i, \beta) m_r^1(i, \alpha)] \right\}$$

$$m_r^0(0, \alpha) = G_r^0(0) [W_r^0(2, 3) + W_r^0(1, 4) - 2 W_r^0(1, 2)] + G_r^0(2) W_r^0(1, 2) \\ + G_r^0(1) [W_r^0(2, 2) + W_r^0(0, 4) - 2 W_r^0(0, 2)] + G_r^0(3) W_r^0(0, 2)$$

$$m_r^0(1, \alpha) = 2[G_r^0(1) W_r^0(2, 3) + G_r^0(2) W_r^0(1, 3)]$$

$$m_r^0(2, \alpha) = G_r^0(0) [2 W_r^0(0, 1) - W_r^0(0, 3)] - G_r^0(2) W_r^0(0, 1) \\ + G_r^0(1) [2 W_r^0(0, 0) - W_r^0(0, 2)] - G_r^0(3) W_r^0(0, 0)$$

$$m_r^0(3, \alpha) = -2[G_r^0(1) W_r^0(1, 2) + G_r^0(2) W_r^0(1, 1)]$$

$$m_r^0(4, \alpha) = -[G_r^0(0) W_r^0(0, 1) + G_r^0(1) W_r^0(0, 0)]$$

$$m_r^1(0, \alpha) = G_r^1(0) W_r^1(1, 2) + G_r^1(1) W_r^1(0, 2)$$

$$m_r^1(2, \alpha) = -[G_r^1(0) W_r^1(0, 1) + G_r^1(1) W_r^1(0, 0)]$$

Az összes m -ekben szereplő G és W argumentuma: α .

$$14. {}^1M_{b_2} = \frac{16z^3}{R\gamma} 5 \{ e^{-R} [4C_0(2\beta) + \gamma^2 C_2(2\beta) - \gamma D_1(2\varrho) - \\ - 4D_0(2\varrho) - 15/4\gamma] + e^R [4RA_0(2\alpha) + \gamma^2 R^3 A_2(2\alpha) \\ - \gamma R^2 A_1(4\alpha) - 4RA_0(4\alpha)] \}$$

$$15. {}^{-1}M = \frac{8z^3}{R\gamma^3} \{ e^{-R} [2rC_0(2\beta) - 2C_1(2\beta) - 2rD_0(2\varrho) \\ - r\gamma D_1(2\varrho) + \gamma D_2(2\varrho) + 2D_1(2\varrho) - (3r\gamma + 5)/4\gamma^2] \\ + e^R [2\bar{r}RA_0(2\alpha) + 2R^3 A_1(2\alpha) - 2\bar{r}RA_0(4\alpha) - \bar{r}\gamma R^2 A_1(4\alpha) \\ - 2R^2 A_1(4\alpha) - \gamma R^3 A_2(4\alpha)] \}$$

- $$16. {}^{-1}M^A = \frac{16z^3}{R\gamma^5} \{ e^{-R} [r(12C_0(2\beta) - 6\gamma C_1(2\beta) + \gamma^2 C_2(2\beta)) -$$
- $$- 12C_1(2\beta) + 6\gamma C_2(2\beta) - \gamma^2 C_3(2\beta) - (5\gamma r + 9) 4\gamma^2$$
- $$- r(3\gamma D_1(2\varrho) + 12D_0(2\varrho)) + 3\gamma D_2(2\varrho) + 12D_1(2\varrho)]$$
- $$+ e^R [\bar{r}(12RA_0(2\alpha) - 6\gamma R^2 A_1(2\alpha) + \gamma^2 R^3 A_2(2\alpha)) +$$
- $$+ 12R^2 A_1(2\alpha) - 6\gamma R^3 A_2(2\alpha) + \gamma^3 R^4 A_3(2\alpha)$$
- $$- \bar{r}(3\gamma R^2 A_1(4\alpha) + 12RA_0(4\alpha)) - (3\gamma R^3 A_2(4\alpha) + 12R^2 A_1(4\alpha))] \}$$
- $$17. {}^1M_{02} = \frac{16z^3}{R\gamma^5} \{ e^{-R} [4r(Ei(2\beta) - Ei(-2\varrho) + \ln z \cdot 1 - z)$$
- $$- 4C_0(2\beta) + r\gamma^2 C_1(2\beta) - \gamma^2 C_2(2\beta) + 4D_0(2\varrho) - r\gamma D_0(2\varrho) + \gamma D_1(2\varrho)$$
- $$- (15 + 2r\gamma) 4\gamma] + e^R [4\bar{r}(Ei(-4\alpha) - Ei(-2\alpha)) + 4RA_0(2\alpha)$$
- $$+ \bar{r}\gamma^2 R^2 A_1(2\alpha) + \gamma^2 R^3 A_2(2\alpha) - 4RA_0(4\alpha) - \bar{r}\gamma RA_0(4\alpha) - \gamma R^2 A_1(4\alpha)]$$
- $$18. {}^1M = \frac{16z^3}{R\gamma^5} \{ e^{-R} [(4rC_0(2\beta) + r\gamma^2 C_2(2\beta) - 4C_1(2\beta)$$
- $$- \gamma^2 C_3(2\beta)) - (4rD_0(2\varrho) + r\gamma D_1(2\varrho) - 4D_1(2\varrho) - \gamma D_2(2\varrho))$$
- $$- 5(3\gamma r + 7) 4\gamma^2] + e^R [4rRA_0(2\alpha) + \bar{r}\gamma^2 R^3 A_2(2\alpha)$$
- $$+ 4R^2 A_1(2\alpha) + \gamma^2 R^4 A_3(2\alpha) - (4\bar{r}RA_0(2\alpha) + \bar{r}\gamma R^2 A_1(4\alpha)$$
- $$+ 4\bar{r}^2 A_1(4\alpha) + \gamma R^3 A_2(4\alpha))] \}$$

IRODALOM

- [1] Y. Jucisz, J. Exp. Theor. Phys. U. S. S. R. 19, 565, 1949.
 [2] S. F. Boys, Proc. Roy. Soc. A. 200, 542, 1950.
 [3] D. P. Craig, Proc. Roy. Soc. A. 200, 474, 1950.
 [4] C. A. Coulson, D. P. Craig, J. Jacobs, Proc. Roy. Soc. A. 206, 297, 1951.
 [5] H. C. Longuet-Higgins, Proc. Phys. Soc. A. 60, 270, 1948.
 [6] W. Moffitt, Proc. Roy. Soc. A. 210, 245, 1952.
 [7] W. Moffitt, Proc. Roy. Soc. A. 210, 225, 1952.
 [8] W. Moffitt, J. Scanlan, Proc. Roy. Soc. A. 218, 464, 1953.
 [9] W. Moffitt, J. Scanlan, Proc. Roy. Soc. A. 220, 530, 1953.
 [10] S. Weinbaum, J. Chem. Phys. 1, 593, 1933.
 [11] P. Gombás, Theorie und Lösungsmethoden des Mehrteilchenproblems der Wellenmechanik. VI. Birkhäuser 1950, 170.
 [12] E. A. Hylleras, Z. Phys. 60, 624, 1930.
 [13] C. W. Scherr, J. Chem. Phys. 22, 149, 1954.
 [14] a) W. Heitler, F. London, Z. Phys. 44, 455, 1927.
 b) Y. Sugiyura, Z. Phys. 45, 484, 1927.
 [15] S. C. Wang, Phys. Rev. 31, 579, 1928.
 [16] S. Weinbaum, Thesis, California Inst. of Techn. 1933.
 [17] M. Kotani, A. Amemiya, T. Simose, Proc. Phys. Math. Soc. Japan 20, 1938, Extra number 1.

A KVANTUMMECHANIKAI EINSTEIN PARADOXON EGY KÖVETKEZMÉNYE*

JÁNOSSY LAJOS — NAGY KÁZMÉR,

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest, Kozmikus Sugárzási Osztály

I.

A következőkben bizonyos vonatkozásban a kvantumelmélet szuperpozíció elvével foglalkozunk.

Legyen ψ_1 és ψ_2 egy kvantummechanikai rendszer két lehetséges állapotát leíró hullámfüggvény. A szuperpozíció elve miatt $\psi_1 + \psi_2$ — vagy pontosabban $\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + \psi_2)$ — szintén ezen rendszer egy lehetséges állapotát írja

le. Ha a rendszer a $\psi_1 + \psi_2$ szuperponált állapotban van, akkor sok tekintetben úgy viselkedik, mintha vagy csak a ψ_1 , vagy csak a ψ_2 állapotban lenne. Vannak azonban olyan körülmények, melyek között — legalább is elvben — megállapítható, hogy a rendszer ténylegesen szuperponált állapotban van. Egyszerű és ismert példa a következő: ψ_1 és ψ_2 legyenek síkhullámok. Szuperponált állapotban síkhullámok interferenciája következik be, és így pl. a $\psi_1 + \psi_2$ állapotban lévő részecskét interferenciaminimumokban nem észleljük. A szuperponált állapot paradox eredményekre vezethet, ha a ψ függvény nem egy részecske, hanem egy makroszkópikus rendszer állapotát írja le.

Szenior szerző az I. Magyar Fizikuskongresszuson a következő problémát vetette fel:

Tekintsünk egy ernyőt két nyílással, melyek mindegyikére egy-egy fényzárát alkalmazunk. Ezek nyitását alkalmas relérendszerrel vezérelje egy-egy számlálócső. A számlálócsövek között helyezzünk el egy gyenge alfabeparátumot. A berendezés működjön a következőképen:

Kezdetben legyen mindkét rés zárva. Ha az alfabeparátumból az első részecske az első számlálócsövet éri, nyissa a hozzákapcsolt relérendszer az első rést és kapcsolja ki automatikusan mindkét számlálócsövet. Hasonlóan, ha az első α részecske nem az első, hanem a második számlálócsövet éri, nyíljon a második zár és azután álljon le az egész mechanizmus. Mikor az α részecske hatására nyitás következett be, egy fényforrás fényét a résen keresztül ejtsük fényképező lemezre. Ha mindkét rés nyitva volna interferenciaképet kellene kapnunk, ha csak az egyik, nem. A kérdés már most a következő: Elvárhatjuk-e, — ha az egész berendezést egy kvantummechanikai rendszernek tekintjük —, hogy egy meghatározott idő elteltével a rendszer olyan állapotba

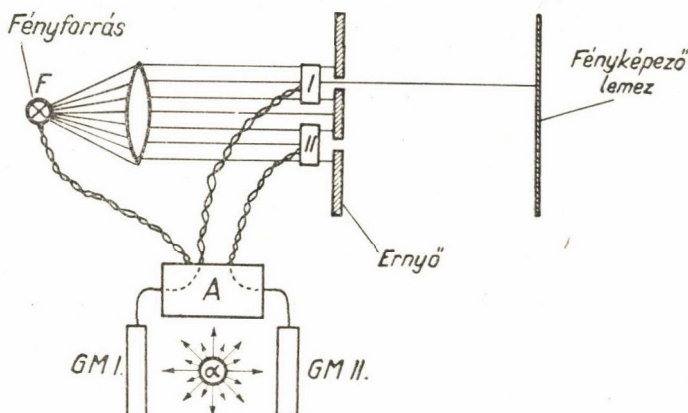
* Érkezett 1954. IX. 3-án.

jut, melynek állapotfüggvénye $\Psi_1 + \Psi_2$, hol Ψ_1 , illetve Ψ_2 azt az állapotot írja le, amikor vagy az egyik vagy a másik rés nyitott, és így — viselkedhet-e ez a rendszer úgy, mintha mindkét nyílás „félíg nyitott” lenne; vagyis lesz-e a fényképezőlemezen fényinterferencia?

Még élesebben a következőket mondhatjuk: Ha a készüléket bekapcsoljuk és várunk míg megtörtént az expozíció és azután nézzük meg a fényképlemezt, ezen interferenciacsíkokat látunk. Ha az expozíció előtt megnézzük melyik rés nyitott, akkor ez a megfigyelés a szokásos kvantummechanika értelmében

$$\psi \rightarrow \psi_k$$

átmenetet létesíti ($k=1$ vagy 2), és ezután az átmenet után nincs interferencia. A pontosabb vizsgálat azt mutatja, hogy a kvantumelmélet nem vezet erre a paradox eredményre. A kérdésfeltevés azonban nem triviális, ezért a problémát pontosabban kívánjuk analizálni.



Kiinduláskor az I. és II. fényzárak lezárják az ernyő réseit. A preparátum olyan gyenge, hogy részecskék csak „egyenként” lépnek ki belőle. A készülék bekapcsolása után, vagy a GM_I , vagy a GM_{II} számlálócső az első részecske hatására nyitja az I., illetve a II. fényzárát, az A berendezés segítségével felvillantja az F fényforrást. Ezután kikapcsolódik az egész készülék.

II.

Az természetesen teljesen lehetetlen, hogy az I. részben leírt komplikált berendezés működését a kvantummechanika segítségével pontosan végig kövessük, ezért itt egy lényegesen egyszerűbb esettel foglalkozunk, melynek a problematikája azonban hasonló a berendezésével.

Vizsgáljuk elektronok szórását protonon. Jelöljük az elektron hullámfüggvényét ψ -vel, és tekintsük a protont szokásosan klasszikus erőcentrumnak. Ha a proton koordinátáit \mathbf{R} -rel, az elektronét \mathbf{r} -rel jelöljük, a proton terében

mozgó elektron Schrödinger egyenlete a következő:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi - \frac{e^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|} \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}. \quad (1)$$

Ha a valóságot egy fokkal jobban megközelítjük és a protont egy Ψ hullám-függvénnyel jellemezzük, és egyrészt a proton kinetikus energiáját, másrészt az elektron rája gyakorolt visszahatását elhanyagoljuk, (1) helyett a következő egyenlethez jutunk:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi - e^2 \int \frac{|\Psi(\mathbf{R})|^2 d\mathbf{R}}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|} \cdot \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}. \quad (2)$$

Ha most Ψ egy \mathbf{R}_1 pont körüli hullámcsomag, (2) lényegében (1)-be megy át. Legyen Ψ mármost egy „kettéhasított” hullámcsomag, vagyis

$$\Psi(\mathbf{R}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\delta(\mathbf{R}-\mathbf{R}_1) + \delta(\mathbf{R}-\mathbf{R}_2)), \quad (3)$$

hol δ nem pontosan a Dirac-féle deltafüggvény, hanem egy szűk, de véges hullámcsomagot ír le. Ha (3)-at (2)-be helyettesítjük, a kétcentrumú szórás Schrödinger-egyenletéhez jutunk, és így a ψ megoldás interferenciát ír le. Ezen példa szerint úgy tűnik, hogy egy (3) alakú hullámfüggvény által leírt állapotban lévő proton úgy szórja az elektronokat, mintha valóban „kettéhasadt” volna.

III.

Pontosabb vizsgálat szerint azonban a tényállás nem ilyen egyszerű. Hogy a problémát exakte tárgyalhassuk, egy proton-elektron koordinátáktól egyaránt függő hullámfüggvényt kell bevezessünk, hiszen e szórásprobléma kettéstest probléma. Ilyen számítás eredménye nem egyezik a II. részben találttal. Jelöljük $\Phi(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t)$ -vel az elektron és proton közös hullámfüggvényét. Ekkor a Schrödinger-egyenlet:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_r \Phi - \frac{\hbar^2}{2M} \Delta_R \Phi - \frac{e^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|} \Phi = i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (4)$$

Vizsgáljuk (4) megoldását a következő kezdőfeltétellel:

$$\Phi_1(\mathbf{r}, \mathbf{R}, t=0) = \delta_1(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) \delta_2(\mathbf{R}-\mathbf{R}_1) e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}\cdot\mathbf{h}}, \quad (5)$$

hol δ_1 és δ_2 ismét éles maximummal bíró függvények, szélességük azonban elég nagy ahhoz, hogy diffúziójuk elhanyagolható. A fenti kezdőfeltétel egy \mathbf{R}_1 helyen nyugvó protont és egy \mathbf{r}_1 helyen \mathbf{p} impulzussal (természetesen a Heisenberg-féle határozatlansági reláció által megengedett pontossággal) mozgó elektront ír le. Az elektron impulzusa irányuljon a proton felé. (4) megoldása az (5) kezdőfeltétel mellett leírja az elektron szóródását. Tekintettel arra, hogy a proton tömege jóval nagyobb az elektronénál, és a δ függvény az előbb

említett tulajdonsággal bír, könnyen belátható, hogy Φ az \mathbf{R} függvényeként a szóródás után is csak \mathbf{R}_1 környezetében vesz fel nullától különböző értéket.

Az (5) kezdőfeltétel helyett kiindulhattunk volna a

$$\Phi_2(\mathbf{r}, \mathbf{R}, t=0) = \delta_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \delta_2(\mathbf{R} - \mathbf{R}_2) e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}\cdot\mathbf{h}} \quad (6)$$

feltételből is. A kettő az elektronra vonatkozóan nem különbözik, a proton azonban (6) esetén az \mathbf{R}_2 pontban van. (4) megoldása (6) kezdőfeltétel mellett az \mathbf{R}_2 helyen lévő proton által szórt elektron mozgását adja.

A „kettéhasadt“ proton által létrehozott szórást a

$$\Phi_{12}(\mathbf{r}, \mathbf{R}, t=0) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Phi_1(\mathbf{r}, \mathbf{R}, 0) + \Phi_2(\mathbf{r}, \mathbf{R}, 0)] \quad (7)$$

kezdőfeltétel esetén kapjuk.

A Schrödinger egyenlet linearitása miatt a (7)-nek megfelelő megoldás tetszőleges t -re a Φ_1 és Φ_2 megoldások

$$\Phi_{12}(\mathbf{r}, \mathbf{R}, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Phi_1(\mathbf{r}, \mathbf{R}, t) + \Phi_2(\mathbf{r}, \mathbf{R}, t)] \quad (8)$$

szuperpozíciója.

Bennünket az elektron eloszlása érdekel az ütközés utáni egy t időpillanatban. Ezt a proton koordinátája feletti átlagolással kapjuk;

$$q_{12}(\mathbf{r}, t) = \int |\Phi_{12}(\mathbf{r}, \mathbf{R}, t)|^2 d\mathbf{R}. \quad (9)$$

(8)-at behelyettesítve:

$$q_{12}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \left[\int |\Phi_1|^2 d\mathbf{R} + \int |\Phi_2|^2 d\mathbf{R} \right]. \quad (10)$$

A keresztag kiesik, mivel mind a hullámfüggvény diffúziója, mind az elektron protonra történő visszahatására elhanyagolható. A (10) egyenletből látjuk, hogy interferencia nem lép fel; az elektroneloszlás teljesen megegyezik azzal, mely akkor áll elő, ha azokat az eseteket, amikor a proton csak az \mathbf{R}_1 , és azokat az eseteket, amikor a proton csak az \mathbf{R}_2 helyen van, közepeljük.

IV.

A fenti eredmény azt látszik mutatni, hogy a „kettéhasadt“ proton mint szórócentrum pontosan úgy viselkedik, mintha a szórás felváltva olyan protonon menne végbe, amely vagy az egyik, vagy a másik helyen lenne. A fenti eredmény nem meríti ki a teljes tényállást. Az a középképzés, mely a (10) egyenletre vezetett úgy is interpretálható, hogy — a kísérletet sokszor megismételve annak kezdete után ugyanazon t idő elteltével — egyszerre mérjük az elektron és proton helyét, és az így nyert adathalmazt úgy csoportosítjuk, hogy megszámoljuk milyen gyakran lesz az elektron egy \mathbf{r} helyen, függetlenül attól

hol találtuk a protont. Ilyen középkepzésnél nincs interferencia. Az adathalmazt pontosabban átnézve, két csoportra oszthatjuk. A legtöbb mérésnél a protont vagy az \mathbf{R}_1 vagy az \mathbf{R}_2 közelében találjuk, de nem közöttük. Ha most azokat az adatokat foglaljuk össze, melyeknél a proton az \mathbf{R}_1 helyen volt, ezek a mérések egy olyan elektroneloszlást adnak, melyek pontosan az \mathbf{R}_1 helyen szóró protonnak felel meg. A megfelelő érvényes természetesen \mathbf{R}_2 -re. Ebben a vonatkozásban a proton szuperponált állapota nem eredményez új effektust.

Mérjük most a proton helye helyett impulzusát. Mivel a (10) formula a reprezentációtól független, ismét $\varrho_{12}(\mathbf{r})$ -et kapjuk az elektron eloszlására. Ebben az esetben azonban természetesen már nem lehet a mérési adatokat két csoportra osztani a proton lehetséges helyzeteinek megfelelően.

Tekintsük a hullámfüggvény azon reprezentációját, melyben a változók a proton impulzusa és az elektron koordinátája. Így:

$$\bar{\Phi}_{12}(\mathbf{P}, \mathbf{r}, t) = c \int \Phi_{12}(\mathbf{R}, \mathbf{r}, t) e^{i\mathbf{P}\mathbf{R}\cdot\mathbf{h}} d\mathbf{R}.$$

Ha figyelembe vesszük, hogy Φ_{12} -nek az $\mathbf{R} = \mathbf{R}_1$ és $\mathbf{R} = \mathbf{R}_2$ helyeken éles maximuma van, a fenti integrál jó közelítéssel a következőképpen írható:

$$\bar{\Phi}_{12}(\mathbf{P}, \mathbf{r}, t) = c'(\psi_1(\mathbf{r}, t)e^{i\mathbf{P}\mathbf{R}_1\cdot\mathbf{h}} + \psi_2(\mathbf{r}, t)e^{i\mathbf{P}\mathbf{R}_2\cdot\mathbf{h}}),$$

hol $\psi_i(\mathbf{r}, t)$ lényegében az \mathbf{R}_i helyen lévő proton által szórt elektron hullámfüggvénye, úgy ahogyan az a II. részben leírt közelítéssel adódik. A hozzátartozó eloszlás

$$\bar{\varrho}_{12}(\mathbf{P}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2}(\varrho_1(\mathbf{r}) + \varrho_2(\mathbf{r}) + \varrho_{12}(\mathbf{r}) \cos [\mathbf{P}(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) \cdot \mathbf{h} + \varphi_{12}])$$

alakú, hol $\varrho_{12} \psi_1^* \psi_2$ fázisa. Látjuk, hogy rögzített \mathbf{P} -re interferencia-eloszlás lesz. A \cos argumentuma azonban függ \mathbf{P} -től. Így ha az összes lehetséges impulzusértékekre közepelünk, eltűnik az interferencia. Mindazonáltal itt is alkotható két csoport. Tekintsük \mathbf{P} mindazon értékeit, melyekre \cos pozitív, és állítsuk elő az elektronok eloszlását ezekből a mérésekből. Így interferenciaképet kapunk. A többi mérések, melyek \mathbf{P} olyan értékeihez tartoznak, hogy \cos negatív értékeket vesz fel, szintén interferenciaképet adnak, de ellenkező értelemben. Ha a két mérőcsoportot egyesítjük, az egyik interferencia eloszlás a másikat éppen kioltja. Mindezek alapján, ha a proton impulzusát mérjük az elektronok a fent elmondott módon interferenciaképet adnak; ezzel szemben interferenciának semmi nyoma nincs helymérésnél. Ezt kvalitatíve a következőképpen fejezhetjük ki: Ha a protonon ütközés után helymérést végzünk, akkor ez a zavar redukálja a hullámfüggvényt. Sematikusan:

$$\Phi_{12}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \rightarrow \begin{cases} \psi_1(\mathbf{r}) \\ \psi_2(\mathbf{r}) \end{cases} \quad (\text{helymérés a protonon}).$$

Ha a protonon impulzusmérés történik, ez a séma a következő

$$\Phi_{12}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + \psi_2) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 - \psi_2) \end{cases} \quad (\text{impulzusmérés a protonon}).$$

Most csak a következőket akarjuk megállapítani: Aszerint, hogy a protonon mit mérünk, az elektront más-más állapotba hozzuk. Az eredményben paradoxonnak tűnik az, hogy a mérést a protonon akkor végezzük, amikor már az elektron és protoncsomag térbelileg jól szétvált. Így mérésünk befolyásolja az elektront, amely már egészen máshol van. Itt tehát nyilvánvalóan az Einstein-paradoxonról van szó.

Félreértések elkerülése végett megjegyezzük, hogy az orthodox kvantummechanika szerint ez nem ellentmondás. Ott feltételezik, hogy egy rendszeren való mérés ellenőrizhetetlen módon megzavarja a rendszer állapotát, és ez a zavarás a mérés módjától függően különböző. A protont és elektront egy rendszernek kell tekintenünk és az a behatás, melynek segítségével a proton helyét vagy impulzusát mérjük, zavarja az egész rendszert; így lehetséges hatás az elektrorra is. A rendszer hatdimenziós hullámfüggvénnyel való jellemzése éppen azt mutatja, hogy az elektron és proton között kölcsönhatás van, még akkor is, ha térbelileg teljesen szétváltak. Ezen kölcsönhatás segítségével befolyásolja a mérés a távoli elektront. Ezen meggondolás részletes elemzése A. D. Alekszandrovnál [1] található. Ami paradoxonnak tűnik, az éppen ez a távolbhatás. Hogy ilyen létezik-e vagy sem, azt kísérletileg kell tanulmányozni. Einstein ilyen kölcsönhatást nem fogad el.

Nincsen teljesen kizárva, hogy az itt elmondottak direkt kísérlettel ellenőrizhetők. A „kettéhasadt” protont valamilyen protonsugárral realizálhatjuk, melyet koherens módon két komponensre osztunk. Érdekes volna elektronok szórását ezen tanulmányozni. A kísérleti lehetőségekkel itt nem foglalkozunk, és reméljük, hogy a problémára később még visszatérhetünk.

Végezetül köszönetet mondunk *Károlyházi Frigyes* aspiránsnak a kérdéssel kapcsolatos érdekes szempontjainak felvetéséért.

IRODALOM

- [1] A. Д. Александров, ДАН СССР, 84, 253, 1952.

VIZSGÁLATOK AZ O_2 MOLEKULA 4II ENERGIAÁLLAPOTÁN*

BUDÓ ÁGOSTON és KOVÁCS ISTVÁN

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

Spektroszkópai Osztály

Az O_2^+ molekula 4II termje két középső komponensének anomális viselkedését sikerült két 2II term perturbációjaként a mérési adatokkal egybehangzóan értelmezni. Az egyes termkomponensek helyzetéből következtetést lehetett levonni az egyik, ezideig még nem észlelt perturbáló 2II term helyzetére vonatkozólag, valamint az elmélet alapján ki lehetett számítani az említett 2II term multipllett-állandóját is.

A kétatomos molekulák magasabb multiplicitású elektronállapotai közül ezideig egyetlen 4II -term finomszerkezete ismeretes, nevezetesen az O_2^+ molekula-ion 4II állapotáé, amelyet az oxigén ú. n. első negatív ($^1\Sigma_g^- - ^4II_u$) sávjainak rotációs analízise alapján *Nevin*-nek sikerült meghatároznia [1]. A multipllett molekula-állapotoknál — hasonlóan, mint az atomok esetében — a multipllett-komponensek szétválása a „spin-pálya kölcsönhatásnak” tulajdonítható. Ez a szétválás, amely már a stacionárius, vagyis nyugvónak tekintett magokkal rendelkező molekulánál is létrejön, a rezgés és forgás következtében általában jelentékenyen módosul. Az egyes termkomponensek energiáját mint a J rotációs kvantumszám függvényét azoknak a kölcsönhatásoknak alapján határozták meg, amelyek a molekula hullámegyenletének szeparációjánál elhanyagolt tagok perturbációs számítással való figyelembevételével a multipllett komponensei között fellépnek. Míg az ily módon kapott energiaformulák a 2II és a 3II termek esetében a tapasztalattal jó egyezést mutattak, addig a 4II -termnél az egyezés nem kielégítő, amennyiben a komponensek egymástól való távolságainál néhány cm^{-1} eltérés mutatkozik, lényegében oly módon, hogy a két középső komponens együttesen az egyik szélsőhöz az elméletileg várt értéknél közelebb kerül. A 4II komponenseire vonatkozó energiaformulákat *Van Vleck* általános elmélete [2] alapján *Brandt* adta meg sorfejtéses alakban [3]. Arra lehetett gondolni, hogy az említett eltérés annak tulajdonítható, hogy a kísérleti és elméleti eredmények összehasonlításánál a sorfejtésben nem vettek elegendő számú tagot figyelembe. Ezt a lehetőséget azonban az

* Érkezett 1954. X. 5.

általunk további tagokkal kiegészített alábbi formulák:

$$\begin{aligned}
 W_1 \equiv F_4(J) &= B \left[J(J+1) + \frac{3}{2} \left\{ y_1 + 4J(J+1) + \frac{23}{9} + \frac{2\delta}{9} \right\}^{1/2} - \right. \\
 &\quad \left. - 2 \frac{y_2 - 2J(J+1)}{y_1 + 4J(J+1)} - \frac{14}{3} \frac{[y_2 - 2J(J+1)]^2}{[y_1 + 4J(J+1)]^{5/2}} \right] \\
 W_2 \equiv F_3(J) &= B \left[J(J+1) + \frac{1}{2} \{ y_1 + 4J(J+1) - 5 - 2\delta \}^{1/2} + \right. \\
 &\quad \left. + 2 \frac{y_2 - 2J(J+1)}{y_1 + 4J(J+1)} + 6 \frac{[y_2 - 2J(J+1)]^2}{[y_1 + 4J(J+1)]^{5/2}} \right] \\
 W_3 \equiv F_2(J) &= B \left[J(J+1) - \frac{1}{2} \{ y_1 + 4J(J+1) - 5 - 2\delta \}^{1/2} + \right. \\
 &\quad \left. + 2 \frac{y_2 - 2J(J+1)}{y_1 + 4J(J+1)} - 6 \frac{[y_2 - 2J(J+1)]^2}{[y_1 + 4J(J+1)]^{5/2}} \right] \\
 W_4 \equiv F_1(J) &= B \left[J(J+1) - \frac{3}{2} \left\{ y_1 + 4J(J+1) + \frac{23}{9} + \frac{2\delta}{9} \right\}^{1/2} - \right. \\
 &\quad \left. - 2 \frac{y_2 - 2J(J+1)}{y_1 + 4J(J+1)} + \frac{14}{3} \frac{[y_2 - 2J(J+1)]^2}{[y_1 + 4J(J+1)]^{5/2}} \right]
 \end{aligned} \tag{1}$$

(ahol $y_1 = Y(Y-4)$, $y_2 = Y(Y-1)$, $Y = \frac{A}{B}$ és $\delta = \frac{6Y(Y+4)}{2y_1 + 8J(J+1) + 7}$, B a

rotációs, A pedig a spin-pálya kölcsönhatási állandó), ill. az ezek alapján végzett számításaink kizárják, úgyhogy az eltérés okára más magyarázatot kell keresni.

Ilyen magyarázatul kínálkozik a perturbációelmélet alapján a 4II term komponenseinek távolabbi termekkel való kölcsönhatása. A most említett kölcsönhatásoknak tulajdonítható a multipliett egyes komponenseinek ú. n. A -típusú felbomlása, amelyet a szóbanforgó 4II termen a szerzők már részletesen megvizsgáltak [4]. A 4II -komponensek A -felbomlása a tapasztalattal jó meg egyezésben értelmezhető egy ${}^4\Sigma$ -termmel való kölcsönhatás figyelembevételével. (Az O_2^+ termsémájában ${}^4\Sigma$ term valóban előfordul, mert hiszen az említett első negatív sávok éppen ${}^4\Sigma \rightarrow {}^4II$ elektronátmenet révén jönnek létre.) Közelebbről, a ${}^4\Sigma$ termmel való kölcsönhatás azt eredményezi, hogy egyrészt a 4II term négy komponensének mindegyike két, egymáshoz viszonylag egészen közel fekvő nívóra hasad (e két nívó egymástól való távolsága jelenti éppen a megfelelő komponens A -típusú dublettjét), másrészt pedig az eredeti négy komponens relatív helyzete is megváltozik. E megváltozások számszerűen is megadhatók a A -felbomlás kísérleti értékeiből meghatározott állandók segítségével. Számításaink azonban arra vezettek, hogy az így meghatározott eltérések nagyságrenddel kisebbek, mint a 4II kísérletileg talált termértékeinek az elméleti formuláktól való eltérései, nevezetesen az előbbiek értéke $0,1 \text{ cm}^{-1}$ alatt marad, az utóbbiaké viszont nem nagyon nagy rotációs kvantumszámok

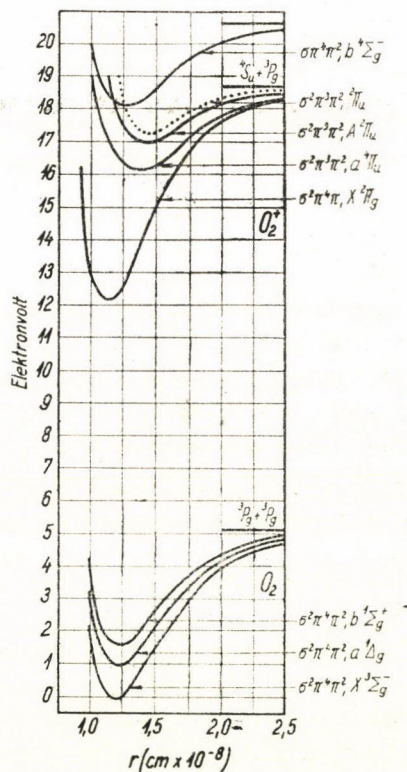
esetén még néhány cm^{-1} . A kísérletileg talált eltérések nem származhatnak egy másik 4II , ill. egy 4A termmel való kölcsönhatásból sem, mert közelebbi vizsgálataink szerint az említett kölcsönhatások a 4II -termkomponensek relatív helyzetében csak elhanyagolhatóan kicsinymértékű változásokat hoznak létre, amellett a vizsgált 4II termen kívül más 4II term, valamint 4A term az O_2^+ termsémájában — az egészen magasan gerjesztett elektronállapotokat leszámítva — nem is fordul elő.

Az előbb említett, azonos multiplicitású termek közötti kölcsönhatások mellett különböző multiplicitású termek között is lehetséges kölcsönhatás, amelyet az egyes elektronok spin-pálya kapcsolódásának $\sum a_i(\vec{l}_i \vec{s}_i)$ operátora közvetít [5]. Ennek alapján a kérdéses probléma értelmezésére a dublett termekkel, vagyis a $^2\Sigma$, 2II , 2A termekkel való kölcsönhatások jöhetnek tekintetbe. E termek közül az itt érvényes kiválasztási szabályok szerint [1. alább, (25)] egyedül a 2II term okozhatja a két középső komponensnek a kísérleti tapasztalatokkal megegyező értelmű viszonylagos eltolódását. Hogy az eltolódásnak valóban 2II termtől (vagy termektől) kell származnia, azt alátámasztja az a körülmény is, hogy az O_2^+ termsémájában a vizsgált 4II termhez aránylag közel több 2II term is található.

A fentiek megvilágítására, valamint a későbbiekre való tekintettel az 1. ábrán feltüntetjük — Mulliken nyomán [6], az újabb eredményekkel kiegészítve — az O_2 és az O_2^+ molekulák termsémáit. Az O_2^+ szóbanforgó első negatív sávjai a $^4\Sigma_g^-$ és $^4\Pi_u$ elektronállapotok közötti átmenetekhez tartoznak, míg a $^4\Pi_u$ -term felett a legközelebbi $^2\Pi_u$ állapot és a $^2\Pi_g$ alapállapot közötti átmenetekhez tartozó sávokat már korábban Bozóky és Schmid vizsgálták részletesen [7]. Az O_2^+ és az O_2 termsémáinak kapcsolatára alább még visszatérünk.

Mivel az előzők szerint a 4II termkomponensek tapasztalt anomális eltolódását csak 2II -termmel való kölcsönhatás okozhatja, a következőkben ezt a kölcsönhatást tesszük részletes vizsgálat tárgyává.

A kétatomos molekulák hullámegyenletének megoldása bizonyos (a szeparációt



1. ábra. Az O_2 és O_2^+ molekula termsémája (potenciálgörbék). Az O_2^+ 2II állapotai közül $X^2\Pi_g$, $A^2\Pi_u$ és a szaggatott vonallal jelzett, eddig még nem észlelt 2II term megfelelnek rendre a szövegben később előforduló $^2\Pi^a$, $^2\Pi^b$ és $^2\Pi^c$ -vel jelzett állapotoknak.

akadályozó) tagok elhanyagolása esetén a következő alakú:

$$\vec{\Phi} = \Phi \cdot R \cdot u, \quad (2a)$$

ahol Φ a stacionárius molekula

$$[H - V(r)] \Phi = 0 \quad (2b)$$

hullámegyenletének, u a szimmetrikus pörgettyű hullámegyenletének, s végül R a magok rezgését leíró anharmonikus oszcillátor hullámegyenletének sajátfüggvényei. A stacionárius molekula H Hamilton-féle operátorának pontos alakja nem ismeretes, mivel a többielektronrendszer exakt relativisztikus tárgyalása még hiányzik. Mindenesetre az operátorban fellép az egyes elektronok \vec{l}_i pályaimpulzusmomentumai és \vec{s}_i spinjei közötti kölcsönhatást leíró

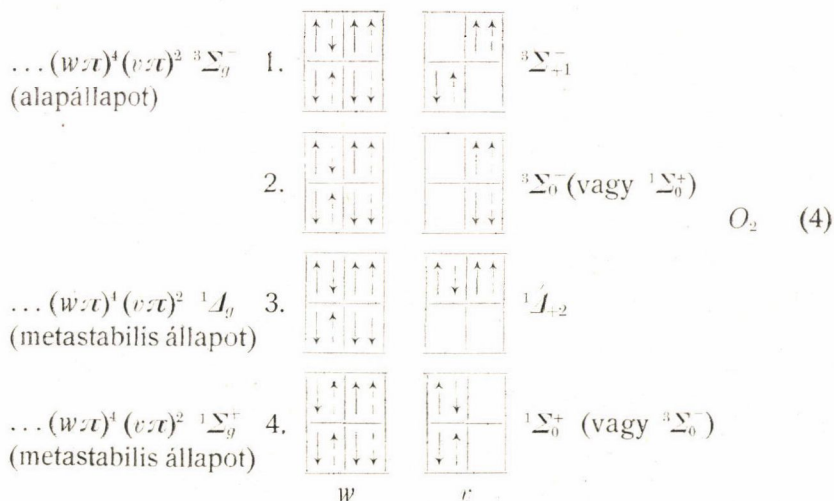
$$\sum a_i(\vec{l}_i \vec{s}_i) \quad (3)$$

kifejezés, ahol az a_i -k függenek az egyes elektronok koordinátáitól, valamint — a $V(r)$ potenciális energiához hasonlóan — az r magtávolságtól is. Az $(\vec{l}_i \vec{s}_j)$ szorzatokat tartalmazó vegyes tagokat, továbbá a spin-spin kölcsönhatást a jelen vizsgálatnál elhanyagolhatjuk.

Jelöljük a spin-pálya kölcsönhatást még nem tartalmazó Hamilton-operátort H_0 -lal, a hozzátartozó sajátfüggvényeket Φ_0 -lal, a $H_p = \sum a_i(\vec{l}_i \vec{s}_i)$ kölcsönhatást pedig perturbációként vesszük tekintetbe. Első feladat a szóbanforgó elektronállapotok Φ_0 sajátfüggvényeinek meghatározása, amelyhez a molekula elektronkonfigurációjának ismerete és taglalása szükséges.

Az O_2 molekula alapállapota ${}^3\Sigma_g^-$ term, amely egy $\dots(w\pi)^4(v\pi)^2$ elektronkonfigurációból származik. E jelölésnél pontok jelentik a bennünket most nem érdeklő zárt elektronhéjakat, míg v , ill. w jelölik a legkülső, még le nem zárt, ill. a közvetlen ez alatt fekvő lezárt héj elektronjainak egymásközt megegyező kvantumszámait, az egyes elektronok pályaimpulzusmomentum és spinvektorának a molekulatengelyre való vetületeit reprezentáló λ_i és σ_i kvantumszámok kivételével. (Egyszerűen látható, hogy molekulák esetében a $(w\pi)^4$ konfiguráció valóban zárt héjnak tekinthető, mivel, π elektronokról lévén szó, $\lambda_i = \pm 1$ lehet és e kétfajta beállítás mindegyikéhez a Pauli-féle elv értelmében a $\sigma_i = \pm \frac{1}{2}$ spin-beállítások tartozhatnak, ami összesen 4 elektronhoz vezet.)

A $\dots(w\pi)^4(v\pi)^2$ elektronkonfigurációból a ${}^3\Sigma_g^-$ alaptermen kívül még két metastabilis term: egy 1A_g és egy ${}^1\Sigma_g^+$ term is származhatik. Mindez könnyebben belátható, ha a konfiguráció szemléltetésére pl. egy-egy négyzettel jelöljük az egyes héjakat és ezeken belül folytonos nyilakkal a pályamomentumok, szaggatott nyilakkal pedig a spinek lehetséges beállításait; \uparrow megfelel a $\lambda_i = +1$, a \downarrow $\lambda_i = -1$ beállításnak és hasonlóan, \uparrow a $\sigma_i = +\frac{1}{2}$, \downarrow pedig a $\sigma_i = -\frac{1}{2}$ beállításnak.



A második és negyedik konfigurációnál a modellszerű hozzárendelés nem egyértelmű, mivel mindkét állapotban $A = \sum_i \lambda_i = 0$ és $\Sigma = \sum_i \sigma_i = 0$ és a két állapot csak a külső héj két elektronja spinvektorának megfordulásában különbözik. A $A < 0$ állásnak megfelelő állapotokat helykímélés kedvéért nem tüntetjük fel. (Ilyen kettő volna, nevezetesen a ${}^3\Sigma_{-1}$ és ${}^1A_{-2}$ állapotok.)

Az O_2^+ molekula elektronállapotait a fentiekből úgy származtatjuk, hogy egy elektront eltávolítunk az egyik héjból. Ha a külső héjból távolítunk el egy elektront, akkor a legkisebb energiájú stabilis állapotot, az O_2^+ molekula ${}^2\Pi_g$ alapállapotát nyerjük. Külső elektron eltávolítása esetén tehát ${}^3\Sigma_g^-(O_2) \rightarrow {}^2\Pi_g(O_2^+)$ és az elektronkonfiguráció $\dots (w\pi)^4 (v\pi)^2 {}^2\Pi_g$ lesz. Ha a belső héjból távolítunk el egy elektront, akkor az O_2^+ molekula gerjesztett állapotait nyerjük. Itt többféle lehetőség van. Vegyük először szemügyre az O_2 alapállapotát [${}^3\Sigma_g^-$] és az ettől modellszerűen el nem különíthető ${}^1\Sigma_g^+$ gerjesztett állapotot. Figyelembevéve a (4)-ben fel nem tüntetett ${}^3\Sigma_{-1}$ állapotnak megfelelő konfigurációt is, ebből valamint 1, 2, 4-ből (mindig más és más belső elektron eltávolításával) összesen 16 termkomponens adódik, amelyek megfelelnek egy ${}^4\Pi$ term 8 (${}^4\Pi_{3/2}, {}^4\Pi_{5/2}, \dots, {}^4\Pi_{-3/2}, {}^4\Pi_{-5/2}$), és két ${}^2\Pi$ term (${}^2\Pi_{3/2}, {}^2\Pi_{1/2}, {}^2\Pi_{-1/2}, {}^2\Pi_{-3/2}$) 4—4 komponensének. Hasonlóképpen a ${}^1A_{-2}$ konfigurációból is nyerhető egy ${}^2\Pi$ és egy ${}^2\Phi$ term 4—4 komponense. Az O_2^+ utóbb említett állapotainak közös elektronkonfigurációja $\dots (w\pi)^3 (v\pi)^3$. Válasszuk ki e termek közül először a $A = +1, \Sigma = +\frac{1}{2} \left(\Omega = \frac{3}{2} \right)$ állapotokat és rajzoljuk fel az ezeknek megfelelő modelleket (az állapotok jellemzésére szolgáló D_0, \dots, D_4 jelentésére nézve l. alább):

	w	v			
1.			$\sim {}^2H_{3/2},$	$O_2({}^3\Sigma_0^- \text{ vagy } {}^3\Sigma_{+1}^-)$ -ből $\sim D_0$	
2.			$\sim {}^2H_{3/2},$ vagy ${}^4H_{3/2},$	$O_2({}^3\Sigma_0^- \text{ vagy } {}^1\Sigma_0^+)$ -ből $\sim D_1$	} $O_2^+ \quad (5)$
3.			$\sim {}^2H_{3/2},$ vagy ${}^4H_{3/2},$	$O_2({}^3\Sigma_0^- \text{ vagy } {}^1\Sigma_0^+)$ -ből $\sim D_2$	
4.			$\sim {}^2H_{3/2},$ vagy ${}^4H_{3/2},$	$O_2({}^3\Sigma_{+1}^-)$ -ből $\sim D_3$	
5.			$\sim {}^2H_{3/2},$	$O_2({}^1J_{+2})$ -ből $\sim D_4$	

D_1, D_2, D_3 között egy 4H és két 2H term van, a modellszerű származtatás alapján azonban nem lehet eldönteni a hozzárendelést; ez csak D_0 és D_4 esetében egyértelmű.

A vizsgálataink szempontjából fontos elektronállapotok konfigurációinak ismertetése ill. modellszerű leszámaztatása után most rátérünk az elektronállapotok kvantummechanikai leírására. Ha a spin-pálya kölcsönhatást elhanyagoljuk, az egyes elektronok állapotát leírhatjuk a hely- és spinkoordinátákat tartalmazó sajátfüggvények szorzataival. Az első tényező az i -edik elektronnál hengerkoordinátákban (a molekulatengely a z tengely) a következő alakú: $p(\rho_i, z_i) e^{i\lambda_i \varphi_i} \equiv p_i e^{i\lambda_i \varphi_i}$, ahol p még a magtávolságot is tartalmazza paraméterként és alakja az ugyanazon zárt héjhoz tartozó elektronoknál ugyanaz. A fenti kifejezés még az α_i vagy β_i spinfüggvényekkel szorzandó, aszerint, amint σ_i értéke $+\frac{1}{2}$ vagy $-\frac{1}{2}$.

A molekulaállapotok sajátfüggvényeinek megállapításánál az első lépés az, hogy az egyes elektronok teljes sajátfüggvényeinek szorzataiból, így pl. a D_0 állapotnál a $(p_i e^{i\lambda_i \varphi_i} \beta_i) (p_k e^{i\lambda_k \varphi_k} \alpha_k) (p_l e^{i\lambda_l \varphi_l} \alpha_l) (p_m e^{i\lambda_m \varphi_m} \beta_m) (r_n e^{i\lambda_n \varphi_n} \alpha_n)$ szorzatokból [ahol $\lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_5 = 1, \lambda_2 = \lambda_4 = -1$] olyan lineárkombinációt állítsunk elő, amely mind az öt elektronban antiszimmetrikus. Itt a p -k a (w) , az r a (v) héjra vonatkoznak. Ilyen lineárkombináció az ismert módon determináns-alakban írható fel, amelyet [a p, r, α, β függvényeket 1-re normáltaknak feltételezve] 1-re normálunk:

$$D_0 = \frac{1}{\sqrt{5!}} \begin{vmatrix} p_1 e^{i\varphi_1} \beta_1 & p_2 e^{i\varphi_2} \beta_2 & p_3 e^{i\varphi_3} \beta_3 & p_4 e^{i\varphi_4} \beta_4 & p_5 e^{i\varphi_5} \beta_5 \\ p_1 e^{-i\varphi_1} \alpha_1 & p_2 e^{-i\varphi_2} \alpha_2 & p_3 e^{-i\varphi_3} \alpha_3 & p_4 e^{-i\varphi_4} \alpha_4 & p_5 e^{-i\varphi_5} \alpha_5 \\ p_1 e^{i\varphi_1} \alpha_1 & p_2 e^{i\varphi_2} \alpha_2 & p_3 e^{i\varphi_3} \alpha_3 & p_4 e^{i\varphi_4} \alpha_4 & p_5 e^{i\varphi_5} \alpha_5 \\ p_1 e^{-i\varphi_1} \beta_1 & p_2 e^{-i\varphi_2} \beta_2 & p_3 e^{-i\varphi_3} \beta_3 & p_4 e^{-i\varphi_4} \beta_4 & p_5 e^{-i\varphi_5} \beta_5 \\ r_1 e^{i\varphi_1} \alpha_1 & r_2 e^{i\varphi_2} \alpha_2 & r_3 e^{i\varphi_3} \alpha_3 & r_4 e^{i\varphi_4} \alpha_4 & r_5 e^{i\varphi_5} \alpha_5 \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5!}} \left[\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ \beta_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \beta_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} + \\ \alpha_5 \end{pmatrix} \right]. \quad (6)$$

Hasonló determinánsok állíthatók elő a többi állapotokra is. Ezeket (6) jobb-
oldalához analóg módon a diagonális szorzatokkal szimbolizálhatjuk, ahol a
gömbölyű zárójelek az egyes elektronhéjakat, a $+$, $-$ jelek pedig a $\lambda_i = +1$,
ill. -1 beállításokat jelentik:

$$D_0 = \frac{1}{\sqrt{5!}} \left[\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ \beta_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \beta_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} + \\ \alpha_5 \end{pmatrix} \right]; D_1 = \frac{1}{\sqrt{5!}} \left[\begin{pmatrix} + & - & + \\ \beta_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} + & - \\ \alpha_4 & \beta_5 \end{pmatrix} \right]; D_2 = \frac{1}{\sqrt{5!}} \left[\begin{pmatrix} + & - & + \\ \beta_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} + \\ \alpha_4 \beta_5 \end{pmatrix} \right]; \\ D_3 = \frac{1}{\sqrt{5!}} \left[\begin{pmatrix} + & - & + \\ \beta_1 & \beta_2 & \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} + & - \\ \alpha_4 & \alpha_5 \end{pmatrix} \right]; D_4 = \frac{1}{\sqrt{5!}} \left[\begin{pmatrix} + & - & - \\ \alpha_1 & \beta_2 & \alpha_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} + & + \\ \alpha_4 & \beta_5 \end{pmatrix} \right]. \quad (7)$$

A további lépés, hogy a D -függvényekből olyan lineárkombinációkat
képezzünk, amelyek szimultán sajátfüggvényei az L_z , S_z és S^2 operátoroknak,
ahol $L_z = \sum_i L_{z,i}$, $S_z = \sum_i S_{z,i}$, $S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2$. Jelöljük a megfelelő lineárkombi-
nációkat B_i -vel. Ezek a B_i -k, ha egyelőre (a spin-pálya kölcsönhatáson kívül)
az elektronok közötti elektrosztatikus kölcsönhatástól eltekintünk, a molekula
elektronállapotainak Φ_0 sajátfüggvényeit jelentik. Könnyen belátható, hogy D_i -k
az L_z és S_z operátoroknak sajátfüggvényei és így csak az S^2 operátort kell
megvizsgálnunk.

Az S^2 operátor alkalmazása a következő eredményre vezet:

$$S^2 D_0 = \hbar^2 \frac{3}{4} D_0 = \hbar^2 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right) D_0, \text{ tehát } ({}^2H_{3/2}^a): B_0 = D_0; \\ S^2 D_1 = \hbar^2 \left(\frac{7}{4} D_1 + D_2 + D_3 \right); \\ S^2 D_2 = \hbar^2 \left(D_1 + \frac{7}{4} D_2 + D_3 \right); \\ S^2 D_3 = \hbar^2 \left(D_1 + D_2 + \frac{7}{4} D_3 \right); \\ S^2 D_4 = \hbar^2 \frac{3}{4} D_4 = \hbar^2 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right) D_4, \text{ tehát } ({}^2H_{3/2}^d): B_4 = D_4. \quad (8)$$

Látható, hogy D_0 már sajátfüggvénye a ${}^2H^a$ alapállapotnak, D_4 pedig az
 $O_2({}^1A_2)$ -ből származó ${}^2H^d$ -nek; ezért csak a 4H , az $O_2({}^3\Sigma^-)$ -ből származó ${}^2H^b$
és az $O_2({}^1\Sigma^+)$ -ből származó ${}^2H^c$ termek sajátfüggvényeit kell a D_1, D_2, D_3

lineárkombinációiként meghatároznunk. Az erre szolgáló

$$S^2 \sum_1^3 c_i D_i = \lambda \sum_1^3 c_i D_i,$$

vagyis (8) alapján a

$$\begin{aligned} \left(\frac{7}{4}c_1 + c_2 + c_3\right)D_1 + \left(c_1 + \frac{7}{4}c_2 + c_3\right)D_2 + \left(c_1 + c_2 + \frac{7}{4}c_3\right)D_3 = \\ = \lambda(c_1 D_1 + c_2 D_2 + c_3 D_3) \end{aligned} \quad (9)$$

egyenletből — ahol $\lambda = S(S+1)$ az S^2 operátor sajátértéke — következik:

$$\begin{aligned} \left(\frac{7}{4} - \lambda\right)c_1 + c_2 + c_3 &= 0, \\ c_1 + \left(\frac{7}{4} - \lambda\right)c_2 + c_3 &= 0, \\ c_1 + c_2 + \left(\frac{7}{4} - \lambda\right)c_3 &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Az egyenletrendszer determinánsát zérussal egyenlővé téve kapjuk, hogy az egyik gyök: $\lambda_1 = \frac{15}{4} = \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2} + 1\right)$. Ennek a gyöknek tehát a ${}^4H_{3/2}$ állapot

$\left(S = \frac{3}{2}\right)$ felel meg, és mivel a c -kre nézve (10)-ből $c_1 = c_2 = c_3$ következik, a ${}^4H_{3/2}$ termkomponens normált sajátfüggvénye a következő:

$${}^4H_{3/2}: B_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(D_1 + D_2 + D_3). \quad (11)$$

A másik két gyök: $\lambda_2 = \lambda_3 = \frac{3}{4}$ vagyis $S = \frac{1}{2}$. E kettős gyöknek megfelelő két ${}^2H_{3/2}$ állapot sajátfüggvényeit a degeneráció miatt (10) nem határozza meg, csak annyi következik, hogy mindkét állapotra $c_3 = -(c_1 + c_2)$:

$$\begin{aligned} {}^2H_{3/2}^b: B_2 &= c_1 D_1 + c_2 D_2 - (c_1 + c_2) D_3, \\ {}^2H_{3/2}^c: B_3 &= c'_1 D_1 + c'_2 D_2 - (c'_1 + c'_2) D_3. \end{aligned} \quad (12)$$

Az utóbbi két állapot sajátfüggvényeinek megállapításánál az (5)-ben feltüntetett term-leszármaztatás adhat támpontot. (5) ugyanis azt mutatja, hogy míg az $O_2({}^3\Sigma^-)$ állapotból egyaránt létrejöhetnek a D_1, D_2, D_3 konfigurációk, addig az $O_2({}^1\Sigma^+)$ -ből csak a D_1 és D_2 konfigurációk származhatnak. Ez kézenfekvővé teszi azt a feltevést, hogy az utóbb említett $O_2({}^1\Sigma_g^+)$ -ből származó ${}^2H_{3/2}^c$ term sajátfüggvényében D_3 nem szerepelhet, ami pedig az jelenti, hogy (12)-ben $c'_1 + c'_2 = 0$, azaz $c'_2 = -c'_1$. Így tehát a normált sajátfüggvény:

$${}^2H_{3/2}^c: B_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(D_1 - D_2). \quad (13)$$

A másik, vagyis az $O_2({}^3\Sigma^-)$ -ből származó ${}^2\Pi_{3/2}^e$ term B_2 sajátfüggvénye abból a követelményből adódik, hogy B_2 ortogonális legyen B_3 -ra. Ez arra vezet, hogy $c_1 = c_2$, és így a normálás után kapjuk:

$${}^2\Pi_{3/2}^b: B_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{2} (D_1 + D_2) - D_3 \right]. \quad (14)$$

Eddig a $A=1, \Sigma=\frac{1}{2}, \Omega=\frac{3}{2}$ kvantumszámokhoz tartozó állapotok sajátfüggvényeivel foglalkoztunk. Teljesen hasonló megfontolásokkal állapíthatjuk meg a $A=1, \Sigma=-\frac{1}{2}, \Omega=\frac{1}{2}$ kvantumszámokkal rendelkező

$${}^2\Pi_{1/2}^a, {}^4\Pi_{1/2}, {}^2\Pi_{1/2}^b, {}^2\Pi_{1/2}^c, {}^2\Pi_{1/2}^d$$

állapotok sajátfüggvényeit is, amelyek egyébként a B_0, B_1, B_2, B_3, B_4 függvényekből rendre úgy adódnak, hogy az összes spinfüggvényeket „tükrözzük”, vagyis mindenütt α_i -k helyett β_i -ket, β_i -k helyett α_i -ket írunk.

Hátra van még a ${}^4\Pi_{3/2}$ és ${}^4\Pi_{-1/2}$ állapotok sajátfüggvényeinek a megállapítása. Az előbbinek a következő konfiguráció felel meg:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow \\ \hline \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow \\ \hline \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow \\ \hline \end{array} \sim {}^4\Pi_{3/2}, O_2({}^3\Sigma^-)\text{-ből} \sim D_5 = \frac{1}{\sqrt{5!}} \left[(\beta_1^+ \alpha_2^+ \alpha_3^+) (\alpha_4^- \alpha_5^-) \right]. \quad (15)$$

Alkalmazva a S^2 operátort, kapjuk: $S^2 D_5 = \frac{15}{4} D_5 = \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2} + 1 \right) D_5$, azaz a D_5 maga sajátfüggvény s így $B_5 = D_5$. Ebből a ${}^4\Pi_{-1/2}$ állapot sajátfüggvénye a spinfüggvények tükrözésével kapható.

Összefoglalva, a vizsgált elektronállapotok B -függvényei:

$$\begin{aligned} ({}^4\Pi_{3/2}^a): B_0 &= D_0 & ; ({}^2\Pi_{1/2}^a): B'_0 &= D'_0; \\ ({}^4\Pi_{3/2}^b): B_5 &= D_5 & ; ({}^4\Pi_{-1/2}): B'_5 &= D'_5; \\ ({}^4\Pi_{3/2}): B_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (D_1 + D_2 + D_3) & ; ({}^4\Pi_{1/2}): B'_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (D'_1 + D'_2 + D'_3); \\ ({}^2\Pi_{3/2}^b): B_2 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{2} (D_1 + D_2) - D_3 \right] & ; ({}^2\Pi_{1/2}^b): B'_2 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{2} (D'_1 + D'_2) - D'_3 \right]; \\ ({}^2\Pi_{3/2}^c): B_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (D_1 - D_2) & ; ({}^2\Pi_{1/2}^c): B'_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (D'_1 - D'_2) \\ ({}^2\Pi_{3/2}^d): B_4 &= D_4 & ; ({}^2\Pi_{1/2}^d): B'_4 &= D'_4, \end{aligned} \quad (16)$$

ahol D'_i -k a D_i -kből a spinfüggvények tükrözésével nyerhetők. Ezek a függvények mind ortogonálisak egymásra és normáltak.

Említettük, hogy ha elhanyagoljuk az elektronok közötti elektrosztatikus kölcsönhatást, akkor a fenti B_i függvények megegyeznek a H_0 operátor Φ_0 sajátfüggvényeivel. Tekintsük ezt az első közelítésnek és határozzuk meg ezekkel a sajátfüggvényekkel a $H_p = \sum a_i (\vec{l}_i \vec{s}_i)$ operátor diagonális és átmeneti perturbációs matrixelemeit. Először a diagonális elemeket számítjuk ki, rendre a ${}^2H_{3/2}$, ${}^4H_{3/2}$, ${}^2H_{3/2}^b$, ${}^2H_{3/2}^c$, ${}^2H_{3/2}^d$ állapotoknál. A diagonális elemek az $AA\Sigma$ alakban írhatók, ahol A az egyes termek multipliett felbontására jellemző, kísérleti adatokból általában ismeretes állandó. Most következő számításaink éppen ezeket az állandókat hozzák kapcsolatba a $\sum a_i (\vec{l}_i \vec{s}_i)$ kölcsönhatásban szereplő a_i -knek bizonyos átlagértékeivel, amelyek alapján azután az átmeneti matrixelemek meghatározása is lehetővé fog válni. A diagonális elemekre nézve az alábbiakat kapjuk

$$\begin{aligned}
 1. \quad {}^2H^a \left(\lambda = +1, \Sigma = +\frac{1}{2} \right): A_2 H^a A \Sigma &= \frac{1}{2} A_2 H^a = \\
 &= \int B_0^* H_p B_0 d\tau = \int D_0^* \sum a_i (\vec{l}_i \vec{s}_i) D_0 d\tau = \\
 &= \frac{1}{5!} \int [(\beta_1^+ \alpha_2^+ \alpha_3^+ \beta_4^+) (\alpha_5^+)]^* (\sum a_i (l_i s_{zi})) [(\beta_1^+ \alpha_2^+ \alpha_3^+ \beta_4^+) (\alpha_5^+)] d\tau = \quad (17) \\
 &= \frac{1}{2 \cdot 5!} \Sigma P [-\overline{p_i^* a_i p_i} - \overline{p_k^* a_k p_k} + \overline{p_l^* a_l p_l} + \overline{p_m^* a_m p_m} + \overline{r_n^* a_n r_n}] = \\
 &= \frac{1}{2} (-a_p - a_p + a_p + a_p + a_r) = \frac{1}{2} a_r,
 \end{aligned}$$

ahol a $\Sigma P()$ jelzés a $()$ -ben álló kifejezésnek $(i, k, l, m, n) = (1, 2, 3, 4, 5)$ összes permutációira vett összegezését jelenti, továbbá

$$\begin{aligned}
 \overline{p_i^* a_i p_i} &= \hbar^2 \int \int p^*(q_i, z_i) a(q_i, z_i) p(q_i, z_i) q_i dq_i dz_i = a_p, \\
 \overline{r_n^* a_n r_n} &= \hbar^2 \int \int r_n^*(q_n, z_n) a(q_n, z_n) r_n(q_n, z_n) q_n dq_n dz_n = a_r.
 \end{aligned} \quad (18)$$

(18)-ből kapjuk tehát:

$$A_2 H^a = a_r. \quad (19)$$

B_0' -vel számolva természetesen ugyanezen érték adódik $A_2 H^a$ -ra. A kísérleti adatok szerint [8] az O_2^+ alapállapotán $A_2 H^a = a_r = 195 \text{ cm}^{-1}$.

2. 4H állapot. Az $A_4 H$ multipliett-állandó kiszámításánál a B_5, B_1, B_5', B_1' sajátfüggvények közül akármelyik ugyanarra az eredményre vezet. Vegyük ezek közül $B_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} (D_1 + D_2 + D_3)$ -at. A számítás visszavezethető a D_i függvényekkel képezett integrálokra, amelyek értékeire a következőket kapjuk:

$$\begin{aligned}\int D_1^* \mathbf{H}_p D_1 d\tau &= \frac{1}{2}(-a_p + 2a_r); \\ \int D_2^* \mathbf{H}_p D_2 d\tau &= \frac{1}{2}(-a_p - 2a_r); \\ \int D_3^* \mathbf{H}_p D_3 d\tau &= \frac{1}{2}a_p; \quad ; \int D_i^* \mathbf{H}_p D_k d\tau = 0 \quad (i, k = 1, 2, 3; i \neq k).\end{aligned}\quad (20)$$

Ezek felhasználásával

$$\begin{aligned}A_{4\Pi} A\Sigma &= \frac{1}{2} A_{4\Pi} = \int B_1^* \mathbf{H}_p B_1 d\tau = \\ &= \frac{1}{3} \int (D_1^* \mathbf{H}_p D_1 + D_2^* \mathbf{H}_p D_2 + D_3^* \mathbf{H}_p D_3) d\tau = -\frac{1}{2} \cdot \frac{a_p}{3},\end{aligned}$$

tehát

$$A_{4\Pi} = -\frac{1}{3} a_p. \quad (21)$$

A kísérleti adatok szerint [8] $A_{4\Pi} = -48 \text{ cm}^{-1}$, azaz $a_p = 144 \text{ cm}^{-1}$ [2].

3. ${}^2\Pi^b$ állapot. A fentiekhez hasonlóan kapjuk:

$$A_{2\Pi^b} = \frac{1}{3} a_p. \quad (22)$$

Az előzőekben már meghatározott $a_p = 144 \text{ cm}^{-1}$ értékkel itt $A_{2\Pi^b} = 48 \text{ cm}^{-1}$ adódnék, míg a kísérleti érték [8]: $8,2 \text{ cm}^{-1}$.

4. ${}^2\Pi^c$ állapot. Itt

$$A_{2\Pi^c} = -a_p, \quad (23)$$

kísérleti adat nem áll rendelkezésre.

5. A ${}^2\Pi^d$ állapotnál, ahol

$$A_{2\Pi^d} = +a_p, \quad (24)^*$$

szintén nem áll rendelkezésre kísérleti adat.

Számítsuk ki most a felsorolt állapotok között a $\mathbf{H}_p = \sum a_i (\vec{l}_i \vec{s}_i)$ perturbációs operátor (nemdiagonális) matrixelemeit. Csak a

$$J\Omega = 0, J\Lambda = 0, \pm 1, JS = 0, \pm 1 \quad (25)$$

kvantumszám-változásoknak megfelelő átmenetekkel kell foglalkoznunk, mert más átmeneteknél \mathbf{H}_p matrixelemei tudvalevően zérusok. Az $\Omega = \frac{3}{2}$ term-

* (21)–(24) szerint $A_{4\Pi} + A_{2\Pi^b} + A_{2\Pi^c} + A_{2\Pi^d} = 0$. Ez a reláció a fenti megfontolásoktól függetlenül az ún. „diagonális-összeg szabályból” is következik, hasonlóan a legnagyobb multiplicitású term A-ja is: $A_{4\Pi} = -\frac{1}{3} a_p$.

komponensekre nézve kapjuk:

$$\begin{aligned}
 H(^4\Pi_{3/2} - ^2\Pi_{3/2}^a) &= \int B_1^* \mathbf{H}_p B_0 d\tau = \frac{1}{\sqrt{3}} \int (D_1^* + D_2^* + D_3^*) \mathbf{H}_p D_0 d\tau = 0, \\
 H(^4\Pi_{3/2} - ^2\Pi_{3/2}^b) &= \int B_1^* \mathbf{H}_p B_2 d\tau = \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{3} \int (D_1^* + D_2^* + D_3^*) \mathbf{H}_p \left[\frac{1}{2} (D_1 + D_2) - D_3 \right] d\tau = -\frac{\sqrt{2}}{3} a_p = -67,88, \\
 H(^4\Pi_{3/2} - ^2\Pi_{3/2}^c) &= \int B_1^* \mathbf{H}_p B_3 d\tau = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{6}} \int (D_1^* + D_2^* + D_3^*) \mathbf{H}_p (D_1 - D_2) d\tau = \sqrt{\frac{2}{3}} a_r = +159,22, \\
 H(^4\Pi_{3/2} - ^2\Pi_{3/2}^d) &= \int B_1^* \mathbf{H}_p B_4 d\tau = \frac{1}{\sqrt{3}} \int (D_1^* + D_2^* + D_3^*) \mathbf{H}_p D_4 d\tau = 0, \\
 H(^2\Pi_{3/2}^a - ^2\Pi_{3/2}^b) &= H(^2\Pi_{3/2}^a - ^2\Pi_{3/2}^c) = H(^2\Pi_{3/2}^a - ^2\Pi_{3/2}^d) = 0, \\
 H(^2\Pi_{3/2}^b - ^2\Pi_{3/2}^c) &= \int B_2^* \mathbf{H}_p B_3 d\tau = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \int \left[\frac{1}{2} (D_1^* + D_2^*) - D_3^* \right] \mathbf{H}_p (D_1 - D_2) d\tau = \frac{1}{\sqrt{3}} a_r = 112,58, \\
 H(^2\Pi_{3/2}^b - ^2\Pi_{3/2}^d) &= H(^2\Pi_{3/2}^c - ^2\Pi_{3/2}^d) = 0,
 \end{aligned} \tag{26}$$

ahol felhasználtuk az előzőekben meghatározott $a_p = 144 \text{ cm}^{-1}$ és $a_r = 195 \text{ cm}^{-1}$ értékeket.

Az $\Omega = \frac{1}{2}$ komponensek közötti matrixelemek értékei egyenlők, de ellentétes előjelűek, a megfelelő $\Omega = \frac{3}{2}$ komponensek közötti matrixelemek értékeivel. A $^4\Pi$ term $\Omega = \frac{5}{2}$ és $\Omega = -\frac{1}{2}$ -komponensei az említett $A\Omega = 0$ reláció alapján mindegyik $\Omega = \frac{3}{2}$ és $\Omega = \frac{1}{2}$ termkomponenssel zérus értékű matrixelemet adnak.

A következőkben a (26)-ban felírt (és az ezekhez hasonló, imént említett) nemdiagonális matrixelemek értékeire lesz szükségünk. A $^2\Pi^b$ termre vonatkozó diagonális elem alapján az $A^2\Pi^b$ multiplettkonstansra kapott elméleti értéknek (48 cm^{-1}) a kísérleti értéktől [$8,2 \text{ cm}^{-1}$] való eltérése azonban arra mutat, hogy az elektrosztatikus kölcsönhatás elhanyagolásával meghatározott (16) sajátfüggvényeket még módosítani kell. Az elektrosztatikus kölcsönhatás

azt eredményezi, hogy egyes állapotok sajátfüggvényei a (16)-beli B -függvények közül egyeseknek lineárkombinációi lesznek. Mivel azonban az elektrosztatikus kölcsönhatást tudvalevően még sokkal egyszerűbb esetekben sem sikerül pontosan számításba venni, úgy fogunk eljárni, hogy a lineárkombináció együtthatóit abból a követelésből határozzuk meg, hogy az $A_{2\Pi^b}$ multiplett-konstans elméleti értéke egyezzen meg a kísérletivel. Az így kapott sajátfüggvényekkel számítandó nemdiagonális elemek értékei azután már feltehetően jó közelítéssel helyeseknek lesznek tekinthetők.

Elméleti megfontolásból ismeretes, hogy egy megadott elektronkonfigurációnak csak olyan B -állapotai között lép fel elektrosztatikus kölcsönhatás, amelyek az L_z , S_z és S^2 operátorokra nézve ugyanazokkal a sajátértékekkel rendelkeznek. A mi esetünkben ez azt jelenti, hogy a $\dots(w\tau)^3(v\tau)^5$ elektronkonfigurációnál az elektrosztatikus kölcsönhatás csak a három $^2\Pi$ term ($^2\Pi^b$, $^2\Pi^c$, $^2\Pi^d$) ugyanazon Ω -jú komponensei között ad zérustól különböző matrixelemet. Ezért a $^2\Pi_{3/2}^b$ állapot sajátfüggvénye a következő alakú (l. 16):

$$\Phi_0(^2\Pi_{3/2}^b) = S_{2b}B_2 + S_{3b}B_3 + S_{4b}B_4$$

(az S -ek a lineárkombináció együtthatói), és hasonló alakúak a $\Phi_0(^2\Pi_{3/2}^c)$, $\Phi_0(^2\Pi_{3/2}^d)$ sajátfüggvények is. Az S -ek meghatározásához nyilvánvalóan nem elegendő az említett $A_{2\Pi^b}$ állandó egyedüli ismerete, más felhasználható kísérleti adat pedig nem áll rendelkezésre. Ha viszont a $^2\Pi^c$ és $^2\Pi^d$ állapotok közül csak az egyiket választjuk, akkor könnyen ki lehet mutatni, hogy a $^2\Pi^d$ állapottal való kölcsönhatás $A_{2\Pi^b} > \frac{1}{3}a_p$ értékhez vezet, ami a kísérleti eredménnyel ellenkezik. Ez feljogosít arra, hogy csak a $^2\Pi^b$ és $^2\Pi^c$ állapotok között kölcsönhatást tekintetbe véve e két állapot sajátfüggvényeit a következő alakúaknak tételezzük fel:

$$\begin{aligned}\Phi_0(^2\Pi_{3/2}^b) &= S_{2b}B_2 + S_{3b}B_3, \\ \Phi_0(^2\Pi_{3/2}^c) &= S_{2c}B_2 + S_{3c}B_3.\end{aligned}\tag{27}$$

Az S -ek most már meghatározhatók, ti. az

$$S_{2b}^2 + S_{3b}^2 = 1; S_{2c}^2 + S_{3c}^2 = 1 \text{ és } S_{2b}S_{2c} + S_{3b}S_{3c} = 0$$

normálási és ortogonalitási feltételekből adódik:

$$S_{2b} = S_{3c}, S_{3b} = -S_{2c},$$

továbbá az $A_{2\Pi^b}$ -re vonatkozó, említett feltételből, vagyis az

$$\begin{aligned}\int \Phi_0(^2\Pi_{3/2}^b) \mathbf{H}_p \Phi_0(^2\Pi_{3/2}^b) d\tau &= S_{2b}^2 \left(\frac{1}{6} a_p \right) + S_{3b}^2 \left(-\frac{1}{2} a_p \right) + 2 S_{2b} S_{3b} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} a_r \right) = \\ &= A_{2\Pi^b} / \Sigma = \frac{1}{2} A_{2\Pi^b} = +8,2 \cdot \frac{1}{2}\end{aligned}\tag{28}$$

egyenletből:

$$S_{2b} = \pm \frac{1}{2} \left\{ \frac{a_p(A_{2H^b} + a_p) + 2a_r^2 + a_r[4a_r^2 + 4a_p(A_{2H^b} + a_p) - 3(A_{2H^b} + a_p)^2]^{1/2}}{\frac{1}{3}a_p^2 + a_r^2} \right\}, \quad (29a)$$

$$S_{3b} = \mp \frac{1}{2} \left\{ \frac{\frac{4}{3}a_p^2 - a_p(A_{2H^b} + a_p) + 2a_r^2 - a_r[4a_r^2 + 4a_p(A_{2H^b} + a_p) - 3(A_{2H^b} + a_p)^2]^{1/2}}{\frac{1}{3}a_p^2 + a_r^2} \right\};$$

numerikusan:

$$S_{2b} = S_{3c} = 0,99633; \quad S_{3b} = -S_{2c} = -0,08557. \quad (29b)$$

Összefoglalva, a Φ_0 -sajátfüggvények a következők:

$$\begin{aligned} \Phi_0(^2H_{3/2}^a) &= B_0 & ; & \quad \Phi_0(^2H_{1/2}^a) = B'_0; \\ \Phi_0(^4H_{3/2}^a) &= B_5 & ; & \quad \Phi_0(^4H_{1/2}^a) = B'_5; \\ \Phi_0(^4H_{3/2}^b) &= B_1 & ; & \quad \Phi_0(^4H_{1/2}^b) = B'_1; \\ \Phi_0(^2H_{3/2}^b) &= S_{2b}B_2 + S_{3b}B_3; & \Phi_0(^2H_{1/2}^b) &= S_{2b}B'_2 + S_{3b}B'_3; \\ \Phi_0(^2H_{3/2}^c) &= S_{2c}B_2 + S_{3c}B_3; & \Phi_0(^2H_{1/2}^c) &= S_{2c}B'_2 + S_{3c}B'_3; \\ \Phi_0(^2H_{3/2}^d) &= B_4 & ; & \quad \Phi_0(^2H_{1/2}^d) = B'_4. \end{aligned}$$

Ezekkel a Φ_0 sajátfüggvényekkel számolva, A_{2H^a} , A_{4H} , A_{2H^d} értéke természetesen változatlan marad, míg A_{2H^b} és A_{2H^c} -re a következő értékek adódnak:

$$\begin{aligned} A_{2H^b} &= S_{2b}^2 \left(\frac{1}{3} a_p \right) + S_{3b}^2 (-a_p) + 4S_{2b}S_{3b} \frac{1}{\sqrt{3}} a_r = +8,2 \\ A_{2H^c} &= S_{2c}^2 \left(\frac{1}{3} a_p \right) + S_{3c}^2 (-a_p) + 4S_{2c}S_{3c} \frac{1}{\sqrt{3}} a_r = -104,2, \end{aligned} \quad (31)$$

a $\mathbf{H}_p = \Sigma a_i (\vec{l}_i \vec{s}_i)$ operátor zérustól különböző nemdiagonális matrixelemei pedig:

$$\begin{aligned} H_p(^4H_{3/2}; ^2H_{3/2}^b) &= -H_p(^4H_{1/2}; ^2H_{1/2}^b) \equiv \varrho = S_{3b} \left[\sqrt{\frac{2}{3}} a_r - S_{2b} \sqrt{\frac{2}{3}} a_p \right] = -81,26, \\ H_p(^4H_{3/2}; ^2H_{3/2}^c) &= -H_p(^4H_{3/2}; ^2H_{3/2}^c) \equiv \sigma = S_{3c} \left[\sqrt{\frac{2}{3}} a_r - S_{2c} \sqrt{\frac{2}{3}} a_p \right] = +152,82, \\ H_p(^2H_{3/2}^b; ^2H_{3/2}^c) &= -H_p(^2H_{1/2}^b; ^2H_{1/2}^c) \equiv \tau = \\ &= S_{2b}S_{2c} \left(\frac{1}{3} a_p \right) - S_{3b}S_{3c} a_p + (S_{2b}S_{3c} + S_{3b}S_{2c}) \frac{1}{\sqrt{3}} a_r = +127,30. \end{aligned} \quad (32)$$

A most kapott (29b)–(32) eredményeknek (16), (22), (23), (26)-tal való egybevetése arra a megnyugtató megállapításra vezet, hogy a lényegében modell szerint választott sajátfüggvényekre csak igen kis mértékben kell szuperponálnunk más sajátfüggvényeket és a szóbanforgó diagonális elemre

így is a tapasztalattal egyező értéket kapunk, a nemdiagonális matrixelemekre viszont az előzőktől csak aránylag kevésbé különböző numerikus értékek adódnak.

Ezek ismeretében most már a stacionáriusról a mozgó magokkal bíró molekulára áttérve, ennek sajátfüggvényeit a következő alakban vehetjük fel:

$$\Psi_0 = \Phi_0 R u,$$

ahol a Φ_0 -k az előbbieken megállapított elektron-sajátfüggvényeket, R a vibrációs, u pedig a rotációs sajátfüggvényeket jelenti. A $H = H_0 + H_p$ Hamilton-operátorból a H_p -nek megfelelő tagokat a hullámegyenlet szeparációjánál elhanyagolt tagok [2] közé vesszük. Így azt kapjuk, hogy a $^4\Pi$, $^2\Pi^b$ és $^2\Pi^c$ termek közötti kölcsönhatást a következő alakú szekuláris egyenlet írja le:

$$\begin{vmatrix} ^4\Pi_{5/2} & W_1 - W & H_{12}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ ^4\Pi_{3/2} & H_{21}^0 & W_2 - W & H_{23}^0 & 0 & H_{25}^0 & 0 & H_{27}^0 & 0 \\ ^4\Pi_{1/2} & 0 & H_{32}^0 & W_3 - W & H_{34}^0 & 0 & H_{36}^0 & 0 & H_{38}^0 \\ ^4\Pi_{-1/2} & 0 & 0 & H_{43}^0 & W_4 - W & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline ^2\Pi_{3/2}^b & 0 & H_{52}^0 & 0 & 0 & W_5 - W & H_{56}^0 & H_{57}^0 & 0 \\ ^2\Pi_{1/2}^b & 0 & 0 & H_{63}^0 & 0 & H_{65}^0 & W_6 - W & 0 & H_{68}^0 \\ \hline ^2\Pi_{3/2}^c & 0 & H_{72}^0 & 0 & 0 & H_{75}^0 & 0 & W_7 - W & H_{78}^0 \\ ^2\Pi_{1/2}^c & 0 & 0 & H_{83}^0 & 0 & 0 & H_{85}^0 & H_{87}^0 & W_8 - W \end{vmatrix} = 0, \quad (33)$$

ahol

$$\begin{aligned} W_1^0 &= B_{4\Pi} \left(x - \frac{19}{4} \right) + \frac{3}{2} A_{4\Pi}; W_5^0 = r(^4\Pi; ^2\Pi^b) + B_{2\Pi^c} \left(x - \frac{7}{4} \right) + \frac{1}{2} A_{2\Pi^b}; \\ W_2^0 &= B_{4\Pi} \left(x + \frac{5}{4} \right) + \frac{1}{2} A_{4\Pi}; W_6^0 = r(^4\Pi; ^2\Pi^b) + B_{2\Pi^b} \left(x + \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{2} A_{2\Pi^b}; \\ W_3^0 &= B_{4\Pi} \left(x + \frac{13}{4} \right) - \frac{1}{2} A_{4\Pi}; W_7^0 = r(^4\Pi; ^2\Pi^c) + B_{2\Pi^c} \left(x - \frac{7}{4} \right) + \frac{1}{2} A_{2\Pi^c}; \\ W_4^0 &= B_{4\Pi} \left(x + \frac{5}{4} \right) - \frac{3}{2} A_{4\Pi}; W_8^0 = r(^4\Pi; ^2\Pi^c) + B_{2\Pi^c} \left(x + \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{2} A_{2\Pi^c}; \end{aligned} \quad (34)$$

$$H_{12}^0 = B_{4\Pi} \sqrt{3 \left(x - \frac{15}{4} \right)} \quad ; \quad H_{56}^0 = B_{2\Pi^b} \sqrt{x - \frac{3}{4}};$$

$$H_{23}^0 = 2B_{4\Pi} \sqrt{x - \frac{3}{4}} \quad ; \quad H_{78}^0 = B_{2\Pi^c} \sqrt{x - \frac{3}{4}};$$

$$H_{34}^0 = B_{4\Pi} \sqrt{3 \left(x + \frac{1}{4} \right)} \quad ; \quad H_{57}^0 = -H_{68}^0 = \tau \quad ;$$

$$H_{25}^0 = -H_{36}^0 = \varrho \quad ; \quad H_{27}^0 = -H_{38}^0 = \sigma \quad ; \quad H_{7k}^{0*} = H_{ki}^0$$

és $x = J(J+1)$. A $r(^4\Pi; ^2\Pi^b)$ és $r(^4\Pi; ^2\Pi^c)$ a $^2\Pi^b$ ill. $^2\Pi^c$ termeknek a $^4\Pi$ term-

tól hullámszámokban számított távolságát jelentik, amelyek közül $\nu(^4II, ^2II^b) = -6900 \text{ cm}^{-1}$, míg a másik ismeretlen. Így (34)-ben a $\nu(^4II; ^2II^c)$ és B_{2II} állandókon kívül mindegyik numerikusan ismeretes. A $A = -1$ beállításnak megfelelő termekre ugyanez a determináns érvényes.

A szekuláris determináns diagonális elemei a szeparált hullámegyenlethez nyerhető energiaértékek, amelyek — mint ismeretes — a Hund-féle a) esetnek felelnek meg; itt a multiplett-komponenseknek a rotáció következtében egymásra gyakorolt perturbációja nincs figyelembe véve. Ezeket a perturbációkat írják le a szaggatott vonallal elkerített négyzeteken belüli nemdiagonális matrixelemek, amelyek tehát a szeparációnál eredetileg elhanyagolt, főleg a rotáció befolyását tartalmazó tagoknak felelnek meg. A többi matrixelem a $H_p = \sum a_i(\vec{l}, \vec{s}_i)$ operátornak az eredetileg elhanyagolt tagok közé való vételével adódik, annak következményeként, hogy a $\Psi = \Phi R u$ sajátfüggvények helyett a $\Psi_0 = \Phi R u$ sajátfüggvényekből indultunk ki.

A Hund-féle a) esetű formulák azonban a legtöbb esetben már közepes rotációs kvantumszámoknál sem adnak jó közelítést. Ezért a (33) determinánst egy unitár S matrixszal transzformáljuk úgy, hogy az $S^{-1}HS = H'$ transzformált matrixban a szaggatott vonalakkal jelzett négyzeteken belül csak diagonális elemek álljanak. Az S matrixnak (a 33-hoz hasonló S -sémában) csak a szaggatott vonallal bekerített négyzeteken belüli elemei különböznek zérustól és ezek a 4II ill. 2II termekre vonatkozó elemek megtalálhatók a szerzők korábbi munkáiban [4], [9]. A transzformáció végrehajtása után (33) a következő alakú lesz:

$$\begin{vmatrix} W_1 - W & 0 & 0 & 0 & H_{15} & H_{16} & H_{17} & H_{18} \\ 0 & W_2 - W & 0 & 0 & H_{25} & H_{26} & H_{27} & H_{28} \\ 0 & 0 & W_3 - W & 0 & H_{35} & H_{36} & H_{37} & H_{38} \\ 0 & 0 & 0 & W_4 - W & H_{45} & H_{46} & H_{47} & H_{48} \\ \hline H_{51} & H_{52} & H_{53} & H_{54} & W_5 - W & 0 & H_{57} & H_{58} \\ H_{61} & H_{62} & H_{63} & H_{64} & 0 & W_6 - W & H_{67} & H_{68} \\ \hline H_{71} & H_{72} & H_{73} & H_{74} & H_{75} & H_{76} & W_7 - W & 0 \\ H_{81} & H_{82} & H_{83} & H_{84} & H_{85} & H_{86} & 0 & W_8 - W \end{vmatrix} = 0, \quad (35)$$

ahol a W_1, W_2, W_3, W_4 értékek éppen (1)-ben álló Brandt-féle, W_5, W_6 , ill. W_7, W_8 pedig az ismert Hill és Van Vleck-féle formulák [2], továbbá

$$H_{k5} = S_{2k} S_{55} H_{25}^0 + S_{3k} S_{65} S_{36}^0; \quad H_{k7} = S_{2k} S_{77} H_{27}^0 + S_{3k} S_{87} H_{38}^0; \quad (k = 1, \dots, 4) \quad (36)$$

$$H_{k6} = S_{2k} S_{36} H_{25}^0 + S_{3k} S_{66} H_{36}^0; \quad H_{k8} = S_{2k} S_{78} H_{27}^0 + S_{3k} S_{88} H_{28}^0,$$

végül

$$H_{k7} = S_{5k} S_{77} H_{57}^0 + S_{6k} S_{87} H_{68}^0; \quad H_{k8} = S_{5k} S_{78} H_{57}^0 + S_{6k} S_{88} H_{68}^0 \quad (k = 5, 6).$$

A 4II term perturbált értékeinek kiszámítására most alkalmazhatjuk a nem-

degenerált rendszerek perturbációelméletének szokásos formuláit. Mivel a $v(^4\Pi; ^2\Pi^b)$ és $v(^4\Pi; ^2\Pi^c)$ termkülönbségek nagyok a multiplett-felbomláshoz képest, első közelítésben az összes komponensekre azonos $v(^4\Pi; ^2\Pi^b)$ és $v(^4\Pi; ^2\Pi^c)$ értékeket vehetünk s így kapjuk:

$$W'_k = W_k + \alpha(S_{2k}^2 + S_{2k}^2), \quad (37)$$

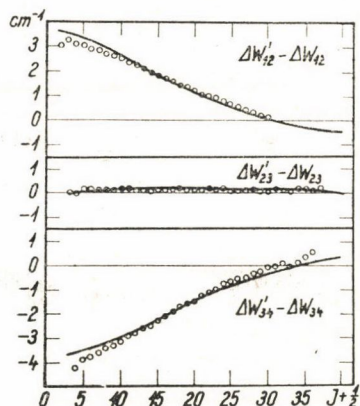
ahol

$$\alpha = \frac{Q^2}{v(^4\Pi; ^2\Pi^b)} + \frac{\sigma^2}{v(^4\Pi; ^2\Pi^c)}. \quad (38)$$

Ha ezek alapján képezzük a

$$\Delta W'_{ki} - \Delta W_{ki} = (W'_k - W'_i) - (W_k - W_i) = \alpha(S_{2k}^2 + S_{3k}^2 - S_{2i}^2 - S_{3i}^2), \quad (k, i) = (1, 2), (2, 3), (3, 4) \quad (39)$$

különbségeket és felmérjük *Nevin* nyomán pl. a $v''=0$ -nívóra vonatkozó kísérleti adatokat, akkor az S -eknek az egyes J rotációs kvantumszámoknál való numerikus kiszámítása után,* $\alpha = -3.7116$ értékkel a 2. ábrán látható



2. ábra. A körök jelentik a $^4\Pi$ -termkomponensek egymástól való távolságainak az eddigi elmélet alapján várt értékektől észlelt eltéréseit, tehát *Nevin* idézett munkájának XX. táblázatából rendre a

$$\Delta F_{43, \text{obs}}(J) - \Delta F_{43, \text{calc}}(J), \Delta F_{32, \text{obs}}(J) - \Delta F_{32, \text{calc}}(J), \Delta F_{21, \text{obs}}(J) - \Delta F_{21, \text{calc}}(J)$$

különbségeket, a kihúzott vonalak pedig a távoli $^2\Pi$ termék perturbációi által okozott eltolódásokat, vagyis (39) alapján rendre a

$$\Delta W'_{12}(J) - \Delta W_{12}(J), \Delta W'_{23}(J) - \Delta W_{23}(J), \Delta W'_{34}(J) - \Delta W_{34}(J)$$

különbségeket.

görbékét nyerjük; a körök a kísérleti adatokat, a kihúzott vonal pedig az elméletileg számított görbét jelzi. Mint látható az egyezés kielégítőnek mondható.

Az α konstans (38) alapján elméletileg kiszámíthatnánk, ha a $v(^4\Pi; ^2\Pi^c)$ termkülönbség ismeretes lenne. Az α kísérleti adatokból meghatározott értéke-

* Az S -ek alakja a következő [4]:

$$S_{ik} = [s_{1k}^2 + s_{2k}^2 + s_{3k}^2 + s_{4k}^2]^{-1/2} \cdot s_{ik}, \quad (i, k = 1, 2, 3, 4.)$$

$$s_{1k} = \left[3 \left(J - \frac{3}{2} \right) \left(J + \frac{5}{2} \right) \right]^{1/2} \left[(W_3^0 - W_k)(W_4^0 - W_k) - 3 \left(J + \frac{1}{2} \right)^2 \right],$$

$$s_{2k} = - (W_1^0 - W_k) \left[(W_3^0 - W_k)(W_4^0 - W_k) - 3 \left(J + \frac{1}{2} \right)^2 \right],$$

$$s_{3k} = 2 \left[\left(J - \frac{1}{2} \right) \left(J + \frac{3}{2} \right) \right]^{1/2} (W_1^0 - W_k)(W_4^0 - W_k),$$

$$s_{4k} = -2 \left[3 \left(J + \frac{1}{2} \right) \left(J + \frac{3}{2} \right) \right]^{1/2} \left(J + \frac{1}{2} \right) (W_1^0 - W_k)$$

nek, valamint ϱ, σ és $\nu(^4II; ^2II^b)$ értékeinek felhasználásával viszont a $\nu(^4II; ^2II^c)$ termkülönbség hozzávetőleges értéke válik kiszámíthatóvá. A kísérleti adatok alapján adódó eltérések irányából [t. i. abból, hogy a 4II két középső komponense a legalsóhoz kerül közelebb] következik, hogy $\alpha < 0$. Mivel pedig a $^2II^b - ^2II^a$ sávok alapján ismeretes, hogy a $^2II^b$ term a 4II felett van [vagyis $\nu(^4II; ^2II^b) < 0$], kell, hogy szintén $\nu(^4II; ^2II^c) < 0$ legyen. A $\nu(^4II; ^2II^c)$ termkülönbség kiszámításához figyelembe kell vennünk azt is, hogy a 4II term $v'' = 0$ nivóját a $^2II^b$ és $^2II^c$ term minden egyes vibrációs nivója perturbálja. Ennek megfelelően az α konstans első részét $[\varrho^2/\nu-t]$ egyszerű megfontolások szerint a következő alakban kell felírni:

$$\sum_{v'=0}^n \frac{[\int R_0^* \varrho(r) R_{v'} dr] [\int u^* u d\tau_{rot}]^2}{\nu(^4II_0; ^2II_{v'}^b)} \approx \sum_{v'=0}^n \frac{\varrho^2 [\int R_0^* R_{v'}^* dr]^2}{\nu(^4II_0; ^2II_{v'}^b)} = \beta, \quad (40)$$

ahol R_0 a $^4II(v'' = 0)$ és $R_{v'}$ a $^2II^b(v')$ állapotok rezgési sajátfüggvényeit jelentik és

$$\begin{aligned} \nu(^4II_0; ^2II_{v'}^b) &= \nu(^4II; ^2II^b) + \frac{1}{2} \omega_v'' - \frac{1}{4} \omega_v'' x_v'' - \omega_v' \left(v' + \frac{1}{2} \right) + \omega_v' x_v' \left(v' + \frac{1}{2} \right)^2 \\ \nu(^4II; ^2II^b) &= -6895 \text{ cm}^{-1}, \quad \omega_v'' = 1035,69 \text{ cm}^{-1}, \quad \omega_v' x_v'' = 10,39 \text{ cm}^{-1}, \\ \omega_v' &= 900 \text{ cm}^{-1}, \quad \omega_v' x_v' = 13,4 \text{ cm}^{-1} \quad [8]. \end{aligned} \quad (41)$$

Tekintettel arra, hogy a 4II term és a $^2II^b$ term egyensúlyi magtávolságai csak kissé különböznek egymástól ($^4II: r_e'' = 1,3813 \text{ \AA}$; $^2II: r_e' = 1,409 \text{ \AA}$) feltehető, hogy a 4II term $v'' = 0$ állapotát főleg a $^2II^b$ $v' = 0$ állapota perturbálja, a magasabb rezgési állapotok csak kevésbé. Alacsony rezgési kvantumszámok esetén pedig az anharmonikus oszcillátor sajátfüggvényei viszonylag jól helyettesíthetők a harmonikus oszcillátor sajátfüggvényeivel. Az így képzett $\int R_{v'}^* R_{v'} dr$ integrálokat Hutchisson formulái [10]* alapján kiszámítva kapjuk:

$$\begin{aligned} \beta &= \sum_{v'=0}^5 \varrho^2 \frac{[\int R_0^* R_{v'}^* dr]^2}{\nu(^4II_0; ^2II_{v'}^b)} = - (0,8598 + 0,0942 + 0,0010 + 0,0001 + \\ &\quad 0,0003 + 0,0003) = -0,96. \end{aligned} \quad (42)$$

Amint látható, a $v' = 5$ feletti rezgési nivókat már nemigen érdemes tekintetbe venni. Ami mármost az eddig még nem észlelt $^2II^c$ termet illeti, erről termről — mivel ugyanabból az elektronkonfigurációból származik, mint a $^2II^b$ és a 4II termek — feltehetjük, hogy itt az egyensúlyi magtávolság és a rezgési állandó nem különbözik lényegesen az előzőkétől, ami annyit jelent, hogy a 4II term $v'' = 0$ nivóját a $^2II^c$ termnek is főleg a $v' = 0$ nivója perturbálja.

* Hutchisson munkájában (a 415. oldalon fent) a C_3 állandóra megadott érték hibás.

Ha a rezgési sajátfüggvényeket 1-re normáljuk, a helyes érték: $C_3 = \sqrt{\frac{2\alpha}{1+\alpha^2}} e^{-\frac{\delta^2}{2(1+\alpha^2)}}$.

Ennek a nívónak (${}^2\Pi_0^c$ a ${}^4\Pi_0$ nívótól való távolsága a fentiek felhasználásával:

$$r({}^4\Pi_0; {}^2\Pi_0^c) = \frac{\sigma^2}{\alpha - \beta} \approx -8500 \text{ cm}^{-1}, \quad (43)$$

a ${}^2\Pi_0^b$ nívótól való távolsága pedig (41) figyelembevételével:

$$r({}^2\Pi_0^c; {}^2\Pi_0^b) = r({}^4\Pi_0; {}^2\Pi_0^b) - r({}^4\Pi_0; {}^2\Pi_0^c) \approx 1700 \text{ cm}^{-1}, \quad (44)$$

vagyis meggondolásaink szerint az eddig még nem észlelt ${}^2\Pi^c$ term $v=0$ rezgési nívója hozzávetőleg 1700 cm^{-1} -gyel fekszik a ${}^2\Pi^b$ term $v=0$ rezgési nívója fölött. A ${}^2\Pi^c$ termnek, amelyet az 1. ábrán szaggatott vonallal tüntettünk fel, multiplettállandója (31) alapján $\approx -104 \text{ cm}^{-1}$.

IRODALOM

- [1] T. E. Nevin, Phil. Trans. Roy. Soc. (London) **237**, 471, 1938.
- [2] J. H. van Vleck, Phys. Rev. **33**, 467, 1929.
- [3] V. H. Brandt, Phys. Rev. **50**, 778, 1936.
- [4] A. Budó, I. Kovács, Phys. Zeitschr. **45**, 122, 1944.
- [5] J. H. van Vleck, Phys. Rev. **40**, 544, 1932; A. Budó, I. Kovács, Zeitschr. f. Phys. **109**, 393, 1938, **111**, 633, 1939.
- [6] R. S. Mulliken, Rev. Mod. Phys. **4**, 51, 1932.
- [7] L. Bozóky, R. Schmid, Phys. Rev. **48**, 465, 1935; L. Bozóky, Zeitschr. f. Phys. **104**, 275, 1937; D. S. Stevens, Phys. Rev. **38**, 1292, 1931.
- [8] G. Herzberg, Molecular Spectra and Molecular Structure. I. Spectra of Diatomic Molecules. Van Nostrand, New York. 1951. 560—561 lap.
- [9] A. Budó, I. Kovács, Act. Phys. Hung. **1**, 84, 1951.
- [10] E. Hutchisson, Phys. Rev. **36**, 410, 1930.

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

PORALAKÚ LUMINESZKÁLÓ ANYAGOK ABSZORPCIÓS TÉNYEZŐJÉNEK MEGHATÁROZÁSA

V. V. ANTONOV ROMANOVSZKIJ

A Szovjetunió Tudományos Akadémiájának P. N. Lebegyevről elnevezett Fizikai Intézete

A fizikai optika egyik klasszikus problémája a poralakú, mikrokristályos anyagok abszorpciós tényezőjének meghatározása. Ez a kérdés nagyfontosságú a szilárd testek, kristályok fizikájánál, különösen lumineszkáló anyagok vizsgálatánál, ahol igen sok esetben nem sikerült vagy csak rendkívül nagy nehézségek leküzdése árán sikerült bizonyos anyagokból megfelelő méretű nagykristályt előállítani. A nagykristályok kémiai előállításánál a legtöbb esetben nem lehet biztosítani azokat a feltételeket, mint a mikrokristályok előállításánál és így nem lehetséges számos fontos tényező (aktiválás, szennyezések, hőkezelés stb.) tetszésszerűen változtatása. Feltétlenül szükséges tehát a kristályt jellemző egyik legfontosabb adatnak, az abszorpciós tényezőnek mikrokristályok esetén való mérése.

Bár a probléma igen régikeletű, mégis csak a legutóbbi időben jelent meg néhány olyan közlemény, amely a kérdést lényegesen előrevitte, és ha nem is teljes, de legalábbis jó közelítő megoldását adta. Poralakú mikrokristályos anyagok abszorpciós tényezőjének vizsgálatából a hazai kutatás is kivette a részét és a legutóbbi években jelentős eredményeket ért el ezen a téren. Részben a magyarországi vizsgálatokhoz kapcsolódnak *Antonov Romanovszkij* kutatásai, aki a kérdést részletesen és mélyebben megalapozva tárgyalja a közelmúltban megjelent dolgozatában.

Az alábbiakban teljes terjedelmében közöljük *Antonov Romanovszkij* dolgozatát, mely a *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики* 26. kötetében jelent meg 1954 áprilisában, a 459—472 oldalon.

Gergely György

Kimutattuk, hogy a mikrokristályos fényporok abszorpciós tényezőjét becsülhetjük a diffúz visszaverési tényező mérése alapján, ha ismerjük a kristályok lineáris méreteit és a fényporanyag törésmutatóját.

1. Bevezetés

Annak ellenére, hogy a fényporok lumineszkálási tulajdonságainak minden irányú vizsgálatához elengedhetetlenül ismernünk kell az abszorpciós tényezőt, napjainkig szinte alig találunk erről adatokat. Ez onnan ered, hogy a tipikus fényporok többsége mikrokristályos szerkezetű, ami bonyolítja a

menntiségi abszorpciós méréseket, mivel maguk a kristályok a fényt szórják. Három következő útra mutathatunk rá, amelyeken a kutatók megpróbálták az abszorpciós tényező meghatározásával kapcsolatos nehézségek leküzdését.

1. Kidolgozták olyan módszert, amelynél a fényporokból egykristályokat növesztettek. Ezek rendszerint poralakú masszát képeztek. Ezzel a módszerrel eredményesen állítottak elő egykristályokat vagy átlátszó rétegeket CdS , ZnS , CaWO_4 , CaSO_4 , CaF_2 és $\text{Zn}_2\text{—SiO}_4$ esetében [1]. Rá kell azonban mutatnunk, hogy az egykristályok előállítása folyamán (pl. a szublimációs folyamatban) az aktivátorok és fluxusok bevezetése számos esetben körülményesnek bizonyult.

2. Egy másik kidolgozott módszer lehetővé teszi az egykristályoknál az abszorpció mérését mikroszkóp segítségével [2]. Ez a módszer azonban nem terjedt el, éppen azért, mert nehéz kiválasztani a megfelelő kristályt a mérésekhez (pl. a kristálynak legalábbis két párhuzamos lappal kell rendelkeznie stb.).

3. Kidolgozták az abszorpciós tényezők mérési módszerét fényporokra. Ilyen irányban először nemrégiben Bodó [3] kísérletezett, aki a fényporréteget úgy tekintette, mint olyan homogén, párhuzamos lapú, vékony rétegekből álló hasábot, amelynek vastagsága egy kristály.

Megemlíthetjük még, hogy a fényporok abszorpciós tényezője mérhető még immerziós folyadék segítségével, de egyetlen ilyen meghatározást sem ismerünk. Ez nyilván azzal magyarázható, hogy a fényporok törésmutatója viszonylag nagy, ami zavarja az immerziós folyadék alkalmazását.

Jelen munkában kimutatjuk, hogy az abszorpciós tényező a harmadik módszerrel mennyiségileg becsülhető.

2. Általános elmélet

A mikrokristályos diszpergens fénypormasszát két tulajdonság jellemzi: a kristályméretek rendszerint jóval meghaladják a felhasznált fény hullámhosszát; az esetek többségében a kristályok sűrűn helyezkednek el.

Ha a diszpergens és abszorbens anyag olyan két párhuzamos lapú rétegből álló rendszert alkot, amelynek r_x visszaverési és q_x átbocsájtási tényezői megegyeznek az eredő vastagságú, de egyetlen réteg említett tényezőinek értékeivel, úgy a közeg tulajdonságaitól függetlenül egész általánosságban érvényesek a következő kifejezések:

$$r_x = \frac{(\delta - \sqrt{\delta^2 - 1})(1 - \exp\{-2\sqrt{\delta^2 - 1}ax\})}{1 - (\delta - \sqrt{\delta^2 - 1})^2 \exp\{-2\sqrt{\delta^2 - 1}ax\}} \quad (1)$$

$$q_x = \frac{2\sqrt{\delta^2 - 1}(\delta - \sqrt{\delta^2 - 1}) \exp\{-\sqrt{\delta^2 - 1}ax\}}{1 - (\delta - \sqrt{\delta^2 - 1})^2 \exp\{-2\sqrt{\delta^2 - 1}ax\}} \quad (2)$$

ahol $\delta = 1 + b/a$; a és b — állandók, x — rétegvastagság. a és b állandók fizikai jelentését részben megállapíthatjuk, ha az (1) és (2) képletekben x -et

oly kicsinynek tesszük fel, hogy a nálánál kisebb értékeket elhanyagolhatjuk. Ekkor az (1) és (2) képletekből kapjuk:

$$r_x = ax \quad (3)$$

$$q_x = 1 - (a + b)x \quad (4)$$

Mivel a r_x a visszavert fény hányadát jelöli, így az a mennyiség összefügg a fényporréteg szórási tulajdonságaival. Másrészt az $r_x + q_x = 1 - bx$ egyenlőségből következik, hogy b mennyiség és k abszorpciós tényező között kapcsolat áll fenn, mivel veszteségek hiányában $r_x + q_x = 1$ lenne. Ebből azt is kapjuk, hogyha $k = 0$, úgy $b = 0$.

a és b számértékeit a legmegfelelőbben úgy határozhatjuk meg, ha megmérjük $x = \infty$ végtelenül vastag rétegnél r_x abszolút értékét és különböző x_1 és x_2 vastagságú két rétegnél q_x relatív értékét.

Feltéve $x = \infty$, az (1)-ből kapjuk a következő aránypárt:

$$b/a = (1 - r_\infty)^2 / 2r_\infty \quad (5)$$

Az (1) és (2)-ből következik továbbá, hogy ha $b > 0$ (vagyis $k > 0$), úgy x -nek az egységhez képest eléggé nagy értékénél — amikor a nevezőben elhanyagolhatjuk a második tagot — qx mennyiség az x rétegvastagság növekedésével exponenciálisan csökken. Ekkor az (5) alapján kapjuk

$$a = \frac{2r_\infty}{1 - r_\infty^2} \frac{\ln(q_{x_1}/q_{x_2})}{x_2 - x_1} \quad (6)$$

$$b = \frac{1 - r_\infty}{1 + r_\infty} \frac{\ln(q_{x_1}/q_{x_2})}{x_2 - x_1} \quad (7)$$

Feltehető, hogy a kapott eredmények érvényesek a mikrokristályos fényporokra is, mivel az (1) és (2) képleteket igen általános jellegű feltevések alapján vezettük le (lásd feljebb).

Ennek kapcsán meg kell jegyeznünk, hogy az SrS—Eu, Sm fényporral kapcsolatos cikkben [5], majd a ZnS—Cu fényporral kapcsolatos [6] cikkben lineáris összefüggést mutattak ki az (5) képlet segítségével kiszámított b/a mennyiség és a bevezetett aktivátor koncentrációja között. Ennek az érdekes ténynek alapján következtethetünk arra, hogy a b/a arány legalábbis bizonyos határig arányos k abszorpciós tényezővel.

A b/a arány és k abszorpciós tényező között a mennyiségek tág határok közötti változásánál és a fénypor specifikus sajátosságainak figyelembevételével elméletileg még senki sem határozott meg arányosságot. Az (1) és (2) képletekből csak az mutatható ki, hogy minél nagyobb b , annál nagyobb az abszorpció, emellett minél nagyobb a , annál kisebb az abszorpció. Ez a korreláció lényegileg az a határ, amit az általános elmélettel el lehet érni.

Hogy a tulajdonképeni feladatot, vagyis k mennyiség meghatározását megoldjuk, az általános elmélet eredményeit felhasználva a régebben szokásos módnál részletesebben meg kell vizsgálnunk a fénynyaláb viselkedését a fényporkristályokkal való találkozásakor.

3. Fényporkristályok fényszórása és abszorpciója

Amikor a fény ráesik a kristályokra, azok lapjairól végbemegy a Fresnel-visszaverődés. Mivel a kristályok a térben tetszőlegesen rendeződhetnek el, így a külső fényporréteg rendezetlen lapjairól a fényvisszaverődés megegyezik az olyan gömbről történő visszaverődéssel, amelynek n törésmutatója azonos a fényporanyag törésmutatójával.

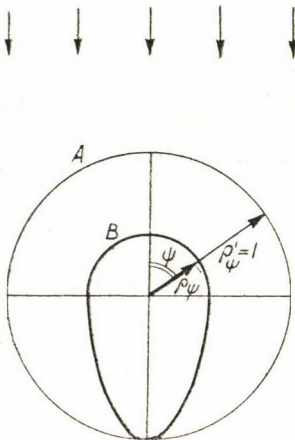
Először is tegyük fel, hogy az α_q Fresnel visszaverődési tényező a fény q beesési szögétől függetlenül 1-el egyenlő. Ekkor egyszerű számítással kimutatható [7], hogy a visszavert fény indikatrixe — amit poláris koordinátákban ϱ_ψ mennyiséggel jelölhetünk, ahol ψ — a sugár eltérése a kezdeti iránytól — gömbszimmetriával fog rendelkezni (lásd A görbét az 1. ábrán). Ebben az esetben ϱ_ψ egyenlő ϱ'_ψ állandóval, amit 1-gyel egyenlőnek vehetünk. Ezért, ha $\alpha_q < 1$, fennáll (lásd B görbét az 1. ábrán).

$$\varrho = \alpha_q, \text{ ahol } \psi = 2q. \quad (8)$$

Mivel Fresnel képletei értelmében $1 < n < 2,5$ esetén α_q alig változik q érték $0-45^\circ$ határai között, a B indikatrix felső fele gyakorlatilag olyan félgömb, amelynek sugara $\varrho \approx \alpha_0$, ahol

$$\alpha_0 = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \quad (9)$$

q növekedésekor — 45° -tól kezdve — az α_q mennyiség, következésképp [lásd 8] ϱ_ψ is gyorsan növekszik és $q = 90^\circ$ esetén (vagyis a sugár surlódó beesésénél) 1 értéket ér el.



1. ábra. A gömbfelület fényvisszaverésének indikatrixe: A görbe — $\alpha_q = 1$ esetén, B görbe — $\alpha_q < 1$ esetén. A nyilak a beeső fény irányát mutatják.

Vizsgáljuk most meg a kristály belsejébe belépő fény viselkedését. A kristály belsejébe belépő fény a kristálylappal való találkozás szögétől függően, vagy rögtön teljesen kilép a kristályból, vagy belső teljes visszaverődést szenved. Ilyenkor két határeset lehetséges, ami a kristályalak feltételezett két határesetének, vagyis a „szabályos” és „szabálytalan” alaknak felel meg.

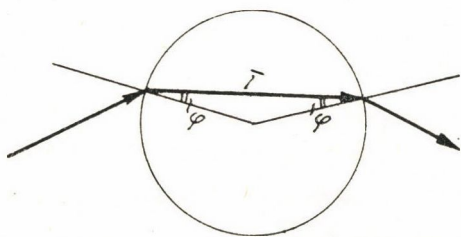
„Szabályos” alakú kristályokon olyanokat értünk, amelyekben gyakorlatban egyetlen kívülről behatolt sugár sem szenvedhet belső teljes visszaverődést. Az ilyen eset realizálódása korántsem annyira ritka (lásd alább), mint az első pillanatra annak tűnhet.

„Szabálytalan” alakú kristályokon olyanokat értünk, amelyekben a kívülről behatolt sugár egyforma valószínűséggel tetszőleges szög alatt találkozik a kristály bármelyik lapjával.

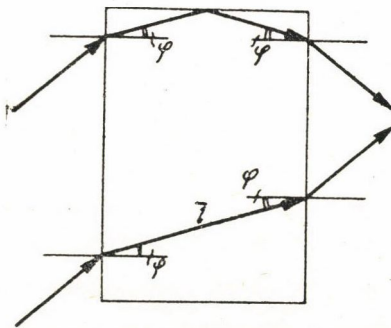
4. Abszorpciós tényező becslése „szabályos” alakú kristályoknál

A „szabályos” alakú kristályok fogalmkörébe külalakjukat tekintve igen eltérő kristályok tartozhatnak. Példaképpen vizsgáljuk meg a fény viselkedését külalakjukban igen eltérő — egyik esetben gömbalakú, a másik esetben téglalakú — kristályoknál.

A gömbalakú kristály belsejében a fénysugár a felülettel mindig ugyanazon szög alatt találkozik, amely alatt a kristály belsejébe behatolt, mivel a



2. ábra. A fény áthaladása a gömbalakú kristályon. \bar{l} — a kristály belsejébe belépő fénysugár útja: φ — ennek a sugárnak a felületi normálissal bezárt szöge, a sugár belépési és kilépési pontjaiban.



3. ábra. A fény áthaladása a téglalakú kristályon. \bar{l} — kristály belsejébe belépő fénysugár útja: φ — ennek a sugárnak a felületi normálissal bezárt szöge, a sugár belépési és kilépési pontjaiban.

kerületi szögek egyenlők (2. ábra). Ezért a sugár beesési szögétől függetlenül nem következik be a belső teljes visszaverődés. Mivel $\varphi \leq \varphi_1 < \pi/2$, ahol φ_1 — a belső teljes visszaverődés szöge, a megtört sugár mintegy oda-szorul a beesés helyén a felületi normálishoz, ezért mindig $\bar{l} \sim l$, bár \bar{l} valamivel kisebb l -nél (l -kristályátmérő). A 2. ábrából az is világos, hogy a fény visszavert hányszor — a kristály belsejében ugyanazzal a l mennyiséggel egyenlő utat tesz meg.

Hasonló a helyzet a hasábalakú kristályok esetében is (3. ábra). Bár, amint ez szemléletesen következik az ábrából, lehetséges a belső teljes visszaverődés (tetszőleges beesési szögnél, amennyiben $\varphi_1 < \varphi/4$, viszont $\varphi_1 = \pi/4$ csak $n = \sqrt{2} \approx 1,4$ esetén lehetséges), azonban a fény a kristály belsejében ugyanolyan utat tesz meg, mint abban az esetben, amikor akadálytalanul (egyenesvonalúan) halad a szembenfekvő laphoz. Akárcsak az előbbi esetben, fennáll $\bar{l} \approx l$, azonban azzal a kis eltéréssel, hogy \bar{l} ilyenkor valamivel nagyobb lesz l -nél. Ezért feltehető, hogy mindkét esetben

$$\bar{l} \approx l. \quad (10)$$

Így az egyetlen kristály vastagságával egyenlő és „szabályos” alakú kristályokból álló fényporréteg a diffúz fény részére igen átlátszó, majdnem

ugyanúgy, mint az l vastagságú, párhuzamos lapú, tömör fényporréteg a fény merőleges beesése esetén. Ennek megfelelően elvégezve a számítást az l vastagságú, síklapú fényporrétegre, kapjuk, hogy az α_0^2 nagyságrendű mennyiségek pontosságáig az egyetlen kristály vastagságával bíró fényporrétegnél:

$$r_l \approx \alpha_0(1 + e^{-2kl} - 2\alpha_0 e^{-2kl}) / (1 - \alpha_0^2 e^{-2kl}), \quad (11)$$

$$q_l \approx (1 - \alpha_0)^2 e^{-kl} / (1 - \alpha_0^2 e^{-2kl}). \quad (12)$$

Mivel az általános elméleti részben közölt (1) és (2) képletek értelmében tetszőleges x értéknél:

$$r_\infty = r_x + q_x^2 r_\infty / (1 - r_x r_\infty),$$

így (5), (11)–(13) képletekből, feltéve $x = l$, kapjuk

$$k \approx \frac{1}{2l} \ln \frac{(1 - \alpha_0)^2 + 2\alpha_0(1 - 2\alpha_0)b/a}{(1 - \alpha_0)^2 - 2\alpha_0 b/a}. \quad (14)$$

Az (5), (9) és (14) képletekből következik, ha $n < 2,5$, úgy $r_\infty \geq 0,5$ esetén [az (5) értelmében ez megfelel: $b/a \leq 0,25$] mintegy kb. $10^{1/6}$ pontossáig

$$k \approx \frac{1}{l} \frac{2\alpha_0}{1 - \alpha_0} \frac{b}{a} (r_\infty \geq 0,5), \quad (15)$$

vagyis k és b/a között egyszerű arányosság áll fenn.

Amint azt egyszerű számítással kimutathatjuk, az $ab/a \leq 0,25 (n < 2,5)$ feltétel, amely esetén teljesül a (15) összefüggés, megfelel a következő egyenlőtlenségnek:

$$kl \ll 1, \quad (16)$$

Ez azt jelenti, hogy l úton kicsi a fény abszorpciója.

A (16) feltétel teljesülésénél a (11)-ből következik:

$$r_l \approx 2\alpha_0(1 + \alpha_0) \ll 1. \quad (17)$$

Mivel kis abszorpció esetén és $r_l \ll 1$ feltételével, ha $x = l$, az (1) képletből folyólag teljesül a következő egyenlőség:

$$r_l \approx al, \quad (18)$$

így (17)-ből kapjuk:

$$a \approx \frac{1}{l} \frac{2\alpha_0}{1 + \alpha_0} (r_\infty \geq 0,5) \quad (19)$$

Mivel ilyenkor az a mennyiség az abszorpciós tényezőtől függetlennek bizonyul, a (3) összefüggés érvényessége folytán ezt a mennyiséget szórási tényezőnek nevezhetjük.

Kiküszöbölve a -t, a (15) és (19)-ből kapjuk:

$$b \approx \frac{1 - \alpha_0}{1 + \alpha_0} k (r_\infty \geq 0,5), \quad (20)$$

vagyis, mivel α_0 kicsi, a b mennyiség „szabályos” alakú kristályok esetében nagyjából egyenlő az abszorpciós tényezővel, hacsak utóbbi nem túl nagy.

5. Az abszorpciós tényező becslése a „szabálytalan” alakú kristályoknál

A feljebb közölt meghatározás értelmében a szabálytalan alakú kristály belsejébe belépő fény tetszés szerinti szög alatt egyenlő valószínűséggel találkozik valamelyik lappal. Ilyen esetben könnyen becsülhetjük, hogy általában a fény mekkora hányada távozik kifelé.

A 4. ábrán látjuk a két közeg közötti C határt. Az egyik közegnél, A -nál a törésmutató $n=1$, a másikonál, B -nél $n > 1$. Ha φ_1 -el jelöljük a belső teljes visszaverődés szögét és φ -vel a második közegben haladó sugár beesési szögét, úgy $\varphi \cong \varphi_1$ esetén teljes (4. ábra: a és b sugarak), $\varphi < \varphi_1$ esetén pedig csak részleges belső visszaverődés következik be. (4. ábra: a_1 és c_1 sugarak.)

Ha a beeső sugár bármelyik irányát egyenlően valószínűnek tekintjük, úgy n ismeretében kiszámíthatjuk a kilépett fény hányadát, amit $1/\bar{m}$ -mel jelölünk. Így \bar{m} — a fény által szenvedett visszaverések közepes száma, mielőtt kilép a kristályból. A fény által eközben megtett út egyenlő:

$$\bar{s} = \bar{m} \bar{l}, \quad (21)$$

ahol \bar{l} — a sugár átlagos „szabad” útja két egymás utáni visszaverődés között.

Jelöljük l -lel a kristály közepes lineáris méretét; ekkor

$$\bar{l} \approx 1/2l \quad (22)$$

Ha

$$\bar{m} \gg 1 \quad (n > 1,5), \quad (23)$$

úgy a többszörös visszaverődések folytán a fény a kristályokból kilépve a térben izotrop irányban halad. Ez azonban csak addig lesz érvényes, amíg

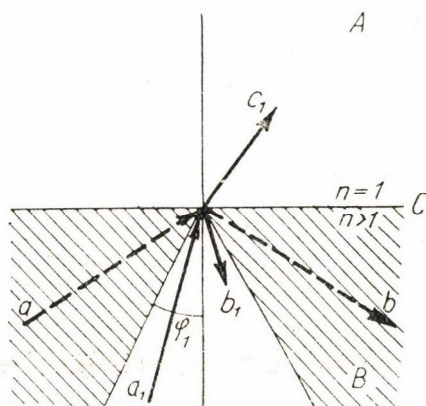
$$k\bar{l} \ll 1, \quad (24)$$

vagyis amíg a kristályon belüli fényabszorpció egy „szabad” úthosszon kicsi.

Így a (23) és (24) feltételek teljesülésénél az egyetlen kristály vastagságával egyenlő vastagságú ($x=l$) fényporréteg a kristály belsejéből kilépő fényt a réteg két oldalán arányosan irányítja, vagyis fenn kell állnia a következő összefüggésnek

$$r_l - \alpha_0 = q_l. \quad (25)$$

Ez az eredmény igen nagyjelentőségű, mivel meghatározott viszonyban kapcsolja össze a és b állandókat.



4. ábra. Fénytörés és visszaverődés két közeg érintkezési határán: A közeg $n=1$ törésmutatóval, B közeg $n > 1$ törésmutatóval; φ_1 — belső teljes visszaverődés szöge.

Ha a (25) képletbe behelyettesítjük (1) és (2) képletekből r_l és q_l -re vonatkozó kifejezéseket, úgy (5) figyelembevételével kapjuk:

$$a = \frac{1}{l} \frac{2r_\infty}{1-r_\infty} \ln \frac{1-\alpha_0 r_\infty}{r_\infty - \alpha_0} \quad (26)$$

$$b = \frac{1}{l} \frac{1-r_\infty}{1+r_\infty} \ln \frac{1-\alpha_0 r_\infty}{r_\infty - \alpha_0} \quad (27)$$

Következésképpen a és b állandókat kifejezhetjük r_∞ , α_0 és l mennyiségekkel.

$b/a \leq 0,25$ esetén — ami (5) értelmében $r_\infty \geq 0,5$ -nek felel meg, — mintegy kb. $10^0\%$ pontossággal kapjuk:

$$a \approx \frac{1}{l} \frac{1+\alpha_0}{1-\alpha_0} (r_\infty \geq 0,5) \quad (28)$$

vagyis a független k -től. A (3) összefüggés érvényessége folytán a mennyiséget szintén szórási tényezőnek nevezhetjük.

Térjünk most át k mennyiség becslésére. Az energiamegmaradás törvényéből kapjuk, hogy az egyetlen kristályból álló ($x=l$) fényporrétegénél

$$(1-\alpha_0)(1-e^{-ks}) = 1 - r_l - q_l. \quad (29)$$

Az egyenlőség baloldala az abszorbeált fénynek azt a hányadát jelöli, amelyet a fény által a kristályban megtett s közepes út alapján számítottunk ($1-e^{-ks}$ mennyiséget megszorozzuk $1-\alpha_0$ -al, mivel a beeső fény egy része Fresnel-visszaverődést szenved), — jobboldali része szintén ugyanazt a hányadot jelöli, azonban a szórt fény mennyisége szerint számítva.

Az (1), (2), (5), (21), (22) és (25) képletek segítségével a (29)-ből kapjuk:

$$k = \frac{2}{ml} \ln \frac{(1-\alpha_0)^2 + (1-\alpha_0)b/a}{(1-\alpha_0)^2 - 2\alpha_0 b/a} \quad (30)$$

A (30)-ból következik, hogy általános esetben nincs egyenes arányosság k és b/a között. Mintegy kb. $10^0\%$ pontossáig arányosságot csak akkor állapíthatunk meg, ha $b/a \leq 0,25$ —, ami (5) értelmében $r_\infty \geq 0,5$ -nek felel meg. Ebben az esetben

$$k \approx \frac{2}{ml} \frac{1+\alpha_0}{(1-\alpha_0)^2} \frac{b}{a} (r_\infty \geq 0,5) \quad (31)$$

Mivel (28) értelmében $r_\infty \geq 0,5$ esetén $a \approx \frac{1}{l} \frac{1+\alpha_0}{1-\alpha_0}$, így (31)-ből kapjuk:

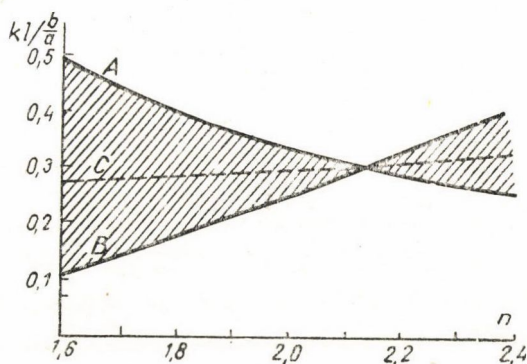
$$b \approx \frac{1-\alpha_0}{2} mlk (r_\infty \geq 0,5) \quad (32)$$

vagyis b arányos k abszorpciós tényezővel.

6. A két számítási eset összehasonlítása

A két vizsgált számítási eset alapvető eltérése — amint ez a kiinduló feltételekből következik — a fény által a kristályok belsejében megtett „szabad” átfutások \bar{m} számában áll. A két eset megfelel a két különböző kristályformának, vagyis a „szabályosnak” és „szabálytalannak.”

Az első esetben $\bar{m} \approx 1$ és ezenkívül $l \approx l$. A másodikban \bar{m} mennyiség a lehetséges legnagyobb értéket veszi fel, miközben l mennyiséget $1/2 l$ -lel



5. ábra. Az $lk(b/a)$ mennyiség és az n törésmutatók közötti összefüggés.

Az A görbét a (31) képlet szerint végzett számításból, a B görbét a (15) képlet szerint végzett számításból kaptuk, C görbe a közbeeső esetnek felel meg.

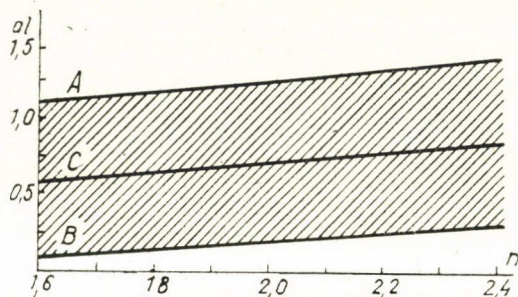
egyenlőnek tesszük fel. Így a fény kristályokon belüli „szabad” átfutásának hossza a kristálylapok rendezetlen elrendeződésénél 0-tól l -ig változhat. Ebből következik, hogy az olyan kristályoknál, amelyek a fentemlített két szélső alak közötti közbeeső alakokkal rendelkeznek, k értéke a (15) és (31) képletek szerint kiszámított értékekhez képest szintén közbeeső lesz.

Ennek megfelelően az (5) ábrán láthatjuk $lk(b/a)$ mennyiség (a normalizált abszorpciós mennyiség) és a fénypor n törésmutatója közötti összefüggést olyan esetben, amikor k és b/a között lineáris kapcsolat van. Az ábrán feltüntetett A görbét a (31) képlet alapján, a B görbét pedig a (15) képlet alapján kaptuk, míg a rovátkált területen keresztülhaladó C görbe a közbeeső esetnek felel meg. Az A és B görbék ordinátáinak egymáshoz viszonyított aránya $(1/\bar{m} \alpha_0)(1 + \alpha_0)(1 - \alpha_0)$ nagysággal egyenlő. Ebből az összefüggésből, valamint az 5. ábrán szereplő A és B görbék vizsgálatából következik, hogy n értékeknek 1,9-től 2,5-ig terjedő tartományában mindkét eset viszonylag alig eltérő k értékeket eredményez.

Ennek az érdekes eredménynek nagy gyakorlati jelentősége lehet, mivel lehetővé teszi ($n = 1,9 \div 2,5$ esetén) a k mennyiség becslését anélkül, hogy meg kellene vizsgálni a kristályok alakját, ami a $n < 1,9$ esetén nem mellőzhető. Rá kell még mutatni, hogy $n < 1,6$ esetén a (31) képlet aligha felelhet

meg a reális esetnek, mivel a belső teljes visszaverődés megvalósulásához szükséges feltételek igen valószínűtlenül érhetők el.

A kapott eredmények ellenőrzésére, valamint olyan esetekben, amikor ajánlatos a maximális pontosságot elérni, fel kell használni az általános elméleti eredményeket. Így célszerű kiszámítani az egyetlen kristály vastagságával bíró fényporréteg p_i visszaverési és q_i átbocsájtási tényezőit a kristályalakról tett két szélső feltevés mellett, majd ezeket az értékeket egybevetni az általános elmélet (1) és (2) képletei segítségével kiszámított p_i és q_i értékekkel. Ehhez meg kell határozni a (6) és (7) képlet segítségével az a és b mennyiségeket.



6. ábra. Az a_l mennyiség és az n törésmutató közötti összefüggés.

Az A görbét a (28) képlet szerint végzett számításból, a B görbét a (19) képlet szerint végzett számításból kaptuk, a C görbe a közbeeső esetnek felel meg.

Az ilyen ellenőrzés jelentősen egyszerűsíthető olyan esetekben, ha $r_\infty \geq 0,5$. Ekkor elég, ha az a mennyiség (19) és (28) képletek segítségével kiszámított értékét vetjük össze az általános elmélet (6) képlete alapján kapott értékkel.

A 6. ábrán láthatjuk az a_l mennyiség (a szórási tényező normalizált értéke) és a fénypor n törésmutatója közötti összefüggést a kristályalakról tett két szélső feltevés esetén. Az ábrán szereplő A görbét a (28) képlet, B görbét a (19) képlet alapján számítottuk ki. A rovátkált tartományban haladó C görbe a közbeeső esetnek felel meg. Az A és B görbék ordinátáinak egymáshoz viszonyított aránya $(1 - \alpha_0)^2 / 2\alpha_0(1 - \alpha_0)$ mennyiségnek felel meg. A 6. ábra vizsgálatából következik, hogy az 5. ábra A és B görbeitől eltérően ebben az esetben A és B görbék nem metszik egymást és a divergencia közöttük igen nagy. Ez azt jelenti, hogy a diszperziós tényező becslésénél jóval nagyobb hibát lehet elkövetni, mint az abszorpciós tényező becslésénél.

Az abszorpciós tényező meghatározásának problémájával összefüggően részletesebben ki kell fejtenünk a már fent említett [3] cikket, amely 1951-ben jelent meg. Mint már rámutattunk, ebben a cikkben a fényporréteget hozzávetőleg a fényporanyaggal megegyező abszorpciós tényezővel és törésmutatóval rendelkező vékony, síklapú lemezekből álló hasábnak tekintették. A lemezek vastagságát a kristályok lineáris méreteivel, vagyis l mennyiséggel

vették egyenlőnek. Csak azt az esetet számították, amikor a fény ezekre a lemezekre merőlegesen esik be.

Az ilyen hasábnál a visszaverési, átbocsájtási és abszorpciós tényezők számítása nem okoz semmi nehézséget. A szerző felhasználta az általánosabb esetre levezetett ismert [8] képleteket (ezeket a képleteket használtuk mi is, lásd (11) és (12)).

A [3] cikk szerzője számításának semmiféle fizikai megokolását sem közli. Csupán azt jelenti ki, hogy az így kapott k értékek (zúzott üveg esete) jól megfelelnek a közvetlenül mért k értékekkel (síklapú üveglemezek esete).

Mint kimutattuk, az ilyen számítás csak abban az esetben egészen helytálló, ha a kristályok „szabályos” alakúak, vagyis a kristály belsejébe behatolt fény nem szenved belső teljes visszaverődést.

7. Az elmélet ellenőrzése

A számításunk alapjául vett fontosabb fizikai feltételek ellenőrzése céljából vizsgáljunk meg néhány kísérleti adatot.

Először is vizsgáljuk meg a Bodó cikkében [3] közölt és fentemlített kísérleti adatokat a színes üvegről. Ezek az adatok azt mutatják, hogy az abszorpció általa javasolt számítása a kristályok „szabályos” alakjának feltevésekor teljesen bevált. Ez az eredmény egészen természetes. A valóságban kis n esetén (az üvegnél $n \sim 1,5$) a kristály belsejébe belépő fény gyakorlatilag majdnem azonnal teljes egészében kifelé távozik, minimális átfutást téve meg: $s \approx \bar{l}$. Ezért ilyen számítási mód esetén k becslésében esetleges hibákat csak nagy n törésmutatónál kell várnunk. Bodó azonban lehetségesnek tartja ennek a számítási módnak alkalmazását az Mn-nal és Sb-mal aktivált kalcium-foszfát (apatit) fénypor esetére, amelynek törésmutatója nagyobb, mint az üvegé. Egyébként felteszi, hogy az üveg esetében kapott jó eredményeket ismeretlen, egymást kölcsönösen kiegyenlítő hibák indokolják.

A nagy törésmutatójú ($n = 2,35$) ZnS—Cu fénypornál a következő eredményeket kapjuk.

Kitűnt, hogy a színekép sárga tartományánál $r_\infty = 0,93$. Mivel a kristályok közepes mérete $l \sim 9\mu$ és $n = 2,35$ esetében (lásd (9)) α_0 mennyiség 0,16-al egyenlő, kapjuk, hogy a (19) képlet szerint $a \sim 1380 \text{ cm}^{-1}$. Viszont az általános elmélet értelmében a (6) képletből következik ($q_{x_1}/q_{x_2} = 8,6$ és $x_2 - x_1 = 0,5 \text{ mm}$), hogy $a \sim 630 \text{ cm}^{-1}$. Így a valóságos értéke kb. 630 cm^{-1} és kb. 1380 cm^{-1} értékek között helyezkedik el.

Ebből következik, hogy az adott példában a fény által a kristályon belül megtett közepes út sem a „szabályos” alakú kristály, sem a „szabálytalan” alakú kristály esetének sem felel meg, hanem valamilyen közbeeső esetben érvényes.

Az eredmény alapján meggyőződhetünk arról, hogy a fellejtett feltevés a „szabályos“ és „szabálytalan“ alakú kristályok létezéséről valóban felöleli a lehetséges két határesetet, amelyek között foglal helyet az összes közbeeső eset.

Térjünk most rá az aktivátor által kiváltott abszorpció becslésére (abban a színeképtartományban, ahol el lehet hanyagolni az alapanyag-abszorpcióját). *Brumberg* és *Pekerman* [2] megállapították, hogy aktivátor által kiváltott abszorpciós sáv maximumában ($\lambda \sim 365 m\mu$) ZnS—Cu egykristálnál ($10^{-4} g$ Cu 1 g ZnS mellett) k nagysága kb. $200 cm^{-1}$.

A poralakú ZnS—Cu-ról ($10^{-5} g$ Cu 1 g ZnS mellett, izzítás $1100^\circ C$ -on) *Alencev* és *Cserepnjev* cikkében [6] közölt adatok szerint a Cu által kiváltott ($\lambda \sim 365 m\mu$) abszorpciós sáv maximumában* $b/a = 0,52$, aktiválás nélküli fénypornál pedig $b_0/a_0 = 0,685$. A kristályok közepes mérete $l \sim 9\mu$. Mivel a ZnS törésmutatója $n = 2,35$, a (9) képlet értelmében $\alpha_0 = 0,16$. (Rá kell mutatnunk, hogy az alapabszorpció színeképtartományban, amikor gyakorlatilag $k = \infty$ -t vehetünk, *Alencev* és *Cserepnjev* kísérletileg kimutatták, hogy $k = \infty$ esetén r_∞ mennyiség az (1) értelmében α_0 -lal egyenlő.)

A (31)-ből következik, hogy az aktivátor által okozott abszorpció (a másik, vagyis a (15) képlet szerinti számítás az 5. ábra értelmében $n = 2,35$ esetén nem adhat eltérő eredményt):

$$k \approx \frac{2}{\bar{m}l} \frac{1 + \alpha_0}{(1 - \alpha_0)^2} \left(\frac{b}{a} - \frac{b_0}{a_0} \right) \quad (33)$$

Behelyettesítve a (33) képletbe a benne szereplő mennyiségek számértékeit, kapjuk:

$$k \sim 40 cm^{-1}$$

Ez a k érték megegyezik a *Brumberg* és *Pekerman* cikkben közölt értékkel, mivel a Cu koncentrációnak 10^{-5} -ről 10^{-4} -re történő növelésekor az abszorpció a koncentráció arányával jóval lassabban nő, sőt csökkenhet is [2].**

Ismerve k abszolút értékét az aktivátor által előidézett abszorpciós tartományban *Kravn* képletéből [9] kiszámíthatjuk a lumineszkáló centrum közepes élettartamát a gerjesztett állapotban:

$$\tau = (\lambda^2/8\pi) N \int_0^\infty k dr, \quad (34)$$

ahol ν — a fényrezgések frekvenciája, λ_0 — az emissziós sáv súlypontjának hullámhossza és N — az abszorpciós centrumok koncentrációja. Ha ilyen

* $900^\circ C$ izzítási hőmérsékletnél a maximum $380 m\mu$ -nál helyezkedik el.

** Rá kell mutatni, hogy k és a bevezetett aktivátor koncentrációja közötti lineáris összefüggéstől való eltérés nemcsak az izzítási hőfoktól, hanem legalábbis azonos mértékben az alkalmazott fluxustól is függ. *Alencev* és *Cserepnjev* fluxusként bórsavat, míg *Brumberg* és *Pekerman* kloridot használtak.

aktivátortartalomnál, amikor b/a és k között lineáris összefüggés áll fenn, felhasználjuk Alencevnek és Cserepnyevnek a ZnS—Cu fényporról közölt adatait, úgy

$$\tau \sim 5 \cdot 10^{-9} \text{ sec.}$$

[A (34) képletben szereplő $\int_0^\infty k dr$ integrált közelítőleg helyettesítettük az abszorpciós sáv Δr félszélességének ($\Delta r \sim 1,9 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}$) és az abszorpciós sáv maximumára vonatkozó k értéknek szorzatával.]

Ez az eredmény azt mutatja, hogy a megfelelő elektronátmenet megengedett. Ebből az következik, hogy a teljes aktivátormennyiség vagy legalábbis a kiindulási anyagba bevitt nagyobb hányada belép a fénypor kristályrácsába. Így egy Cu-atom egy lumineszkáló centrum képződését eredményezi, különben a (34)-ből (kisebb N -nél) még kisebb τ -t kaptunk volna, ami valószínűtlen.

Salimova [10] CuCl—Cu és CuJ—Cu szublimált fényporok rövididejű világításának vizsgálata során közvetlen fluorimetrikus mérésekkel kimutatta, hogy a Cu világítási centrumok gerjesztett állapotának időtartama $\tau = 10^{-9} \div 10^{-8} \text{ sec}$, vagyis ugyanolyan nagyságrendű, mint ZnS—Cu foszforok esetében. τ ilyen kis értéke az említett foszforok lumineszkálását előidéző elektronátmenetek megengedett jellegére mutat.

A kifejezetekből világos, hogy az abszorpciós tényező javasolt számítási módja a többi szerző adataival megegyező eredményekhez és a ZnS—Cu fényporban levő világító centrumok természetét illetően valószínű következtetések megtételéhez vezet.

8. Összefoglalás

A kapott eredmények a porszerű fényporok abszorpciós tényezőjének értékelhetőségét mutatják. Így az igen nehéznek tekintett, de a kristályos fényporok lumineszkálása területén lényeges jelentőségű feladat részére (legalábbis első közelítésre) megoldást javasoltunk.

Napjainkig a kutatók fáradozásai főleg arra irányultak, hogy mennyiségi eredményeket kapjanak az olyan diszpergens közegekről, mint pl. a tejüveg, köd, vagyis olyanokról, amelyeknek optikai tulajdonságai különböznek a fényporok optikai tulajdonságaitól. Ezekben a közegekben a fény terjedésének sajátossága abban nyilvánul meg, hogy bármelyik fénynyaláb — diszperziót és abszorpciót szenvedve — lassanként exponenciálisan csökken, de eközben nem változtatja meg egyenesvonalú irányát. Viszont a fényporok esetében a fénynyalábok terjedésének jellege más, különösen a sűrűn elhelyezkedő (egymással érintkező) kristályok következtében, amelyek lineáris méretei rendszerint jóval meghaladják az alkalmazott fény hullámhosszát. Tekintettel arra, hogy minden egyes fénynyaláb a fényporkristály bármelyik lapján keresztül-

haladva az esetek túlnyomó többségében élesen megváltoztatja kezdeti irányát, egyáltalán nem beszélhetünk egyenesvonalú terjedésről. A fényporoknak van egy másik sajátosságuk is: a diszpergens részecskék relative nagy méretei miatt meg kell vizsgálni a fény viselkedését ezeknek a részecskéknek belsejében.

A kristály alakjától, valamint az n törésmutatótól függően a kristály belsejében a sugár \bar{s} közepes útjának nagysága az l mennyiséggel összehasonlítható értékektől kezdve az ezeket jóval meghaladó értékekig terjedő értékeket veheti fel.

Ennek megfelelően az abszorpció számítását a két határesetre végeztük el: feltételeztük a teljes belső visszaverődés hiányát (ekkor $\bar{s} \approx l$) és azt, hogy a kristály belsejébe belépett fény olyan lapba ütközik, amely irányához képest tetszés szerint helyezkedik el (ekkor $\bar{s} \gg l$). Az előbbi eset megfelel a kristályok „szabályos”, illetve „majdnem szabályos” alakjáról, utóbbi eset pedig a kristály „szabálytalan” alakjáról alkotott elképzeléseknek.

Mindkét számítási módszer eltérő összefüggéseket eredményez k abszorpciós tényező és b/a között [$b/a = (1 - r_\infty)^2 / 2r_\infty$, ahol r_∞ — a diffúzió visszaverődés közvetlenül kísérletileg mért értéke]. Hacsak r_∞ nem túl kicsi ($r \geq 0,5$), úgy mindkét esetben k arányos b/a -val és fordítva arányos l -l. Emellett azonos b/a és l értékek esetén a két szélső feltevésnek megfelelő k értékek $n < 1,9$ esetében erősen eltérők, míg $1,9 \leq n < 2,5$ esetében ez az eltérés nem halad meg néhányszor 10 %-ot ($n \approx 2,1$ esetén az értékek egybeesnek). Ezért világos, hogy $1,9 \leq n < 2,5$ esetén nem szükséges elemezni a kristályok alakját. Ez lényegesen egyszerűsíti k meghatározásának feladatát nagy n értékeknél. Itt kell rámutatnunk, hogy éppen a tipikus mikrokristályos fényporok többségénél leggyakrabban $n > 1,9$, míg az olyan fényporoknál, mint az alkali-haloidok, amelyeket nagy egykristályok alakjában lehet növesztetni, a törésmutató rendszerint nem nagy.

A [3] cikkben kapott eredmények igen érdekesek, annak ellenére, hogy a számítás alapjául túlságosan idealizált modellt vettek fel. Ezek az eredmények is annak az esetnek vizsgálatához vezetnek, amikor a kristályoknak „szabályos” az alakjuk, — ami belső teljes visszaverődés hiányában az $\bar{s} \approx l$ viszonyt és végeredményben a [3] cikkben javasolt képleteket eredményezi. [Bodótól eltérően szintén megfelelő képletet kaptunk a számításhoz a [14] képletben, amely k -t mérhető értékekben közvetlenül kifejezi.]

Így ezek a képletek, amelyeket egyszerűen k meghatározására vezető kulcsként tekinthetünk, bizonyos fizikai megindokolást kaptak.

A jelen vizsgálat igen lényeges pozitív eredménye az, hogy a kapott eredmények független módon ellenőrizhetők (a mennyiség számértékének meghatározása útján).

Annak ellenőrzése céljából, hogy a két számítási mód közül melyik áll közelebb a valósághoz, az általános elmélet képleteinek felhasználásán alapuló ellenőrzési módot javasoltuk, amely csak úgy valósítható meg, ha a külön-

bőző vastagságú két fényporréteg átbocsájtási tényezőinek viszonyát mérjük.

Erre az ellenőrzésre akkor van szükség, ha $n < 1,9$, vagyis amikor nagy az eltérés a két számítási mód között, különösen ha a kristályok a „szabályos” és „szabálytalan” közötti közbeeső alakokkal rendelkeznek. Ez annál fontosabb, mivel a kristályalakok „szabályos” és „szabálytalan” alakra történő osztályozása igen határozatlan, sőt függ n nagyságától. Az n -től való függés abban nyilvánul meg, hogy minél nagyobb az n , a kristályalaknak a „szabályostól” való annál kisebb eltérései esetén felléphet a teljes belső visszaverődés, ez pedig kihat az \bar{s} mennyiség növekedésére (azonos l esetén).

A vizsgált számítási módok nem mentesek egyes fogyatékoságoktól. Nem vettük számításba azt, hogy a fény az egyetlen kristályból álló rétegen belül (egyetlen réteghez tartozó kristályok között) is terjedhet, anélkül, hogy előzőleg „eljutna” a szomszédos rétegekhez. A hozzávetőleges becslés azonban (a gömbök sűrű elrendeződése példáján) azt mutatja, hogy a bármelyik réteg kristályaiból kilépő fénynek mindössze 10–20%-a hatol be újból ugyanennek a rétegnek kristályaiba (mivel a fény egy része ezeken a kristályokon Fresnel visszaverődést szenved és már a szomszédos rétegek kristályaira esik rá).

A számításnál nem vettük figyelembe a diffrakció jelenségét. Ez azonban valószínűleg nincs lényeges kihatással a számítási eredményekre.

Az egyetlen kristály vastagságával egyenlő vastagságú fényporréteg — még ha ezek a kristályok azonos méretűek is — fogalmilag kissé határozatlan. Ezt világosan érthetjük a következőkből: ha két ilyen réteget összehasonlítunk, amelyeknek vastagsága meghatározásunk értelmében egyenként l -lel egyenlő, az eredő réteg vastagsága nem lesz $2l$, hanem valamivel kisebb, mivel az egyik réteg kiálló részei behatolnak a többiek bemélyedéseibe.

Nem vettük figyelembe az egyetlen kristály vastagságával bíró réteghez tartozó kristályok közötti hézagok szerepét. A hézagokon keresztülhaladó fény relatív mennyisége azonban viszonylag nem nagy, különösen diffúz fényterjedés esetén (ha pedig a sugár ferdén esik be, a hézagok szerepe minimális és gyakorlatilag nullával egyenlő).

Igen pontatlanul határoztuk az l mennyiséget, úgy hogy kb. 10%-os, sőt ennél nagyobb hiba igen valószínű.

Teljesen figyelmen kívül hagytuk azt az esetet, amikor l mennyiség nagyságrendjét tekintve, fokozatosan megközelíti a fény hullámhosszát.

Mindezeket figyelembe véve az abszorpciós tényező becslésénél a kétszeres hibát igen valószínűnek tekinthetjük. Ez a vélemény egyelőre a ZnS-Cu fénypornál k számítási értékének előzetes ellenőrzésén alapszik.

Mindenesetre egyforma alapanyagú fényporoknál, amelyek ugyanolyan nagyságú és egyforma alakú kristályokból állnak, a relatív hibák már sokkal kisebbek lesznek.

Feltehetjük, hogy kis n törésmutatók esetében legtöbbször az a számítási mód helyes, amelyben $\bar{s} \approx l$, nagy törésmutatók esetében pedig az, amelyben feltesszük a belső teljes visszaverés kialakulását elősegítő feltételek megvalósulását, vagyis amelyben $\bar{s} \gg l$.

A kapott eredményeket jól felhasználhatjuk a fényporok lumineszkálási hatásfokának számításához is.

Az abszorpciós tényező javasolt számítási módjait alkalmazhatjuk a nem lumineszkáló porokra is.

Fordította: Rékey Tibor

IRODALOM

- [1] Проблемы современной физики, ИИЛ сб. „Люминесценция“ V, 1950., 138; 2, 1951., 57. IX., 1952., 117; 10, 1953, 88, 89.
H. W. Leverenz. An Introduction to Luminescence of Solids, N. Y., 1950.
G. F. J. Garlick, Journ. Appl. Phys. 3, 169, 1952.
- [2] Е. М. Брумберг и Ф. М. Пекерман, Изв. АН СССР, сер. Физич., 13, 218, 1949.
- [3] Z. Bodó, Acta Phys. Hungar., 1, 135, 1951 és a Magyar Tudományos Akadémia III. Matematikai és Fizikai Osztályának közleményei. 2, 239. 1952.
- [4] A. Schuster, Astrophys. Journ. 21, 1, 1905. H. J. Channon, F. F. Renwick a. B. V. Stor. Proc. Roy. Soc., A. 94, 222, 1918, М. М. Гуревич, Тр. ГОИ, 6, 57, 1, 1931.
- [5] Urbach, H. Hemmendingers. a. D. Pearlman, Preparation and Characteristics of Solid Luminescent Materials, Symposium, N. Y., London, 1948. 279.
- [6] М. Н. Аленцев и А. А. Черепнев ЖЭТФ, 26, 474, 1954.
- [7] П. Бугер. Оптический трактат о градации света, Изд-во АН СССР, 1950. 2. köt. 1. rész V. fejt.
- [8] F. Benford, JOSA, 36, 524, 1946.
- [9] L. pl. Э. В. Шпольский. Атомная физика, 2 rész. М. — Л. Гостехиздат, 1950.
- [10] К. В. Шалимова и Т. П. Беликова. ДАН СССР. 82, 713, 1952, H. Elsässer, ZS. Astrophys. 34. 50, 1954.

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

AZ ANYAGI PONT DINAMIKÁJA ÉS A GEOMETRIAI OPTIKA KÖZÖTTI PÁRHUZAMRÓL*

L. de BROGLIE

Tartalom. — Ha egy anyagi pont mozgásához egy hullám terjedését kapcsoljuk, akkor a pont energiáját és mozgásmennyiségét összekötjük a hullám frekvenciájával és fázissebességével úgy, hogy a dinamika szokásos egyenletei a diszperzió egy formulájából következnek.

A fény korpuszkuláris elmélete nehézségekbe ütközik, ha a fénytörő közegekben való terjedését vizsgálja. Az egyik nehézség — aminek nagy történeti jelentősége van — a legkisebb hatás elve és a Fermat-féle törvény közötti állítólagos ellentmondásra vonatkozik. Ha a hullámok elméletéből vezetjük le a dinamikát, akkor a kérdést új szempontból vizsgálhatjuk meg és kikerülhetünk bizonyos ellentmondásokat.

1. A klasszikus fogalmak. — Ezen tárgyalás meg akarja mutatni, hogy a kvantumokra vonatkozó legutóbb kifejtett gondolataim miként teszik lehetővé az anyagi pont dinamikája és a geometriai optika közötti oly régóta sejtett párhuzamosság pontos meghatározását.

Kezdjük a hullámok elmélete néhány fontos törvényének emlékeztető idézésével, *anélkül, hogy feltételeznénk, hogy speciálisan fényhullámokról lenne szó.*

Először is a következő általános meghatározást adom: Azt mondjuk, hogy egy fizikai jelenség egyszerű szinuszos hullámok útján terjed, ha matematikai definíciójában szerepel a térbeli koordináták és az idő szinuszos, fázisnak mondott függvénye, amely a következő tulajdonsággal bír: 1. A tér egy pontjában egy T periódusa és egy $\nu = \frac{1}{T}$ frekvenciája van. 2. A fázis különböző értékei a térben bizonyos vonalak mentén haladnak, melyeket „hullámsugaraknak” nevezünk oly, V sebességgel, ami általában, éppúgy, mint a frekvencia, a koordináták és az idő függvénye. Ez a V sebesség függhet még a sugár irányától is, amit egy adott pontban vizsgálunk.

Egyszerűsítés végett a következőkben izotrop közeget és tartós állapotot tételezek fel. Ebben az esetben a hullámsugaraknak invariáns alakja lesz és a fázissebesség csak a térbeli koordináták és a frekvencia függvénye lesz.

* Megjelent *Le journal de physique et le radium*, 7, 1, 1926.

Ezen összefüggést az

$$n = \frac{c}{V} = q(x, y, z, r)$$

egyenlettel fejezzük ki, ahol c a Maxwell-féle egyenletek klasszikus állandója. Ez az egyenlet definiálja az n törésmutatót.

A V sebesség mellett bevezetünk egy „csoportsebesség“ nevű mennyiséget. Ez akkor jelentkezik, ha feltesszük, hogy nem egy egyszerű szinuszos hullámmal van dolgunk, hanem egy kis $r - \delta r, r + \delta r$ intervallumba eső igen közeli frekvenciájú egyszerű szinuszos hullámok egy csoportjával. Minthogy a törésmutató a frekvenciával változik, azon pontok, ahol a különböző egyszerű hullámok fázisegyeztetésben vannak, V -től általában különböző U sebességgel haladnak és egy ismert következtetés szerint:

$$U = \frac{\partial r}{\partial \left(\frac{r}{V} \right)} = c \frac{\partial r}{\partial (nr)}.$$

Az elektromágneses hullámok klasszikus elmélete azt mutatja, hogy ezen hullámok egyike által szállított energia általában a csoportsebességgel halad, ami mindig kisebb a c állandónál vagy legfeljebb egyenlő vele.

A frekvenciának és a törésmutató értékeit meghatározó függvénynek ismerete elegendő a hullám haladásának kiszámítására. Egy elv, amely az optikában a nagy francia fizikus és matematikus *Fermat* nevét viseli, megtanít bennünket arra tényleg, hogy ha egy sugár két adott ponton, A -n és B -n megy át, a fázisnak A -ból B -be jutásához szükséges idő minimum, vagy másszóval ha a fázis egy a valóságos sugártól különböző utat követne, akkor az A -ból a B -be való eljutásakor több időt venne igénybe. Azt kell írunk, hogy:

$$\delta \int_A^B \frac{dl}{V} = \frac{1}{c} \delta \int_A^B n \, dl = 0$$

és így, mivel n az x, y, z függvényében ismert, a hullám által megtett út meghatározott.

Mielőtt a személyes gondolataimhoz érkeznénk, vizsgáljuk meg a hullámok terjedésének két problémáját, melyek fontos szerepet játszanak a geometriai optikában.

a) Egy hullám átmenete egyik n_1 állandó törésmutatójú közegből egy másik n_2 állandó törésmutatójú közegbe.

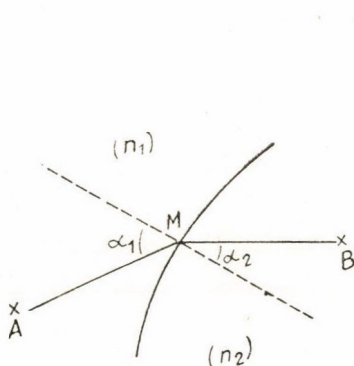
A megoldás jól ismert. Az első közeg A pontjából a második B pontjába menő sugár két egyenes vonalból áll, melyek egymással az elválasztó felület egy M pontjában csatlakoznak úgy, hogy fennáll (Descartes törvénye):

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

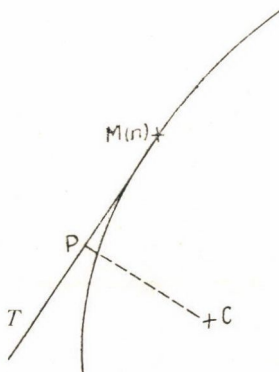
b) A sugár alakja oly fénytörő gömbben, melynek törésmutatója csupán a középponttól való távolság és a frekvencia függvénye.

Az optikában ezt a problémát a „csillagászati fénytörés problémájának” nevezik. A sugár alakját egy *Bouguert*-től származó egyenlet adja meg, ami a legkisebb idő elvéből vezethető le. Ha M a keresett sugár egy pontja és ha MT a sugár e pontbeli érintője, melynek távolsága a gömb középpontjától p , akkor az M pontbeli törésmutatónak és e távolságnak szorzata állandó érték az egész sugár mentén:

$$np = \text{konstans.}$$



1. ábra



2. ábra

2. Új feltevések. — Eddig a hullámokra és sugaraikra vonatkozó klaszikus fizikai megfontolásokra szorítkoztam. Most bevezetek olyan feltevést, ami jellemzi az én kvantuminterpretációmat. Feltételezem, hogy helyénvaló egy hullámnál elfogadni, hogy az energiának koncentrációs pontjai léteznek. Ezek olyan igen kicsiny korpuszculák, melyeknek mozgása annyira bensőleg a hullámok haladásához van kötve, hogy e helyváltozások egyikét szabályozó törvények ismerete egyenértékű a másikat szabályozó törvényekével.

Megfordítva azt is feltételezem, hogy mindenfajta kísérletileg létezőnek kimutatott korpuszkula mozgásához helyénvaló hullámok terjedését hozzárendeli.

Egyébként ma egy kissé más álláspontra helyezkedem, mint amiket eddig kifejtettem, mert *alapul veszem a hullámterjedés törvényeit és ebből igyekszem levezetni, mint csupán bizonyos esetekben érvényes következményt, az anyagi pont dinamikájának törvényeit.*

Elfogadom tehát a legkisebb idő elvét, a hullámszerű elképzelések közvetlen következményét és ismertnek tételezem fel azt az összefüggést, ami minden pont és minden frekvencia számára megadja az n törésmutató értékét. A hullám mozgása így meg lévén határozva, ahhoz, hogy levezessük belőle a hozzárendelt korpuszkula mozgását, elegendő ismerni azokat a kifejezéseket, amelyek minden pontban megadják energiáját, W -t és mozgás-

menntiségét, \vec{g} -t, mint n és ν függvényeit. A doktori értekezésemben kifejtett érvek miatt egy feltevést okvetlenül előnyben kell részesítenünk és ez:

$$W = h\nu, \quad g = \frac{h\nu}{V} = \frac{h}{c}(n\nu),$$

ahol \vec{g} vektor a vizsgált pontban azon hullámsugár érintője, melynek hosszában terjed a fázis. Ezen feltételek alapján a részecske a legrövidebb idő $\delta \int n dl = 0$ elve által meghatározott sugarat fogja követni és pályája ugyanaz lesz, amit a dinamika a Maupertuis-féle $\delta \int g dl = 0$ elv alkalmazásával előír.

Feltesszük, hogy a mozgó test sebessége egyenlő a sugár mentén haladó hullámok csoportsebességével és felírjuk, hogy

$$v = \beta c = U = c \frac{\partial \nu}{\partial (n\nu)} = \frac{\partial W}{\partial g}.$$

Így mindig összhangban maradunk a mechanikával, mert Hamilton egyenletei szerint a sebesség az energiának a mozgásmennyiség szerinti parciális deriváltja. Az előző feltevések a dinamika alapvető egyenleteinek szokásos alakját vonják maguk után, mivel:

$$\frac{dg}{dt} = \left(\frac{\partial g}{\partial l} \right)_w \cdot v = c \frac{\partial \nu}{\partial (n\nu)} \cdot \frac{h}{c} \frac{\partial (n\nu)}{\partial l} = h \frac{\frac{\partial (n\nu)}{\partial l}}{\frac{\partial (n\nu)}{\partial \nu}} = -h \frac{\partial \nu}{\partial l} = -\frac{\partial W}{\partial l} = F$$

3. *A pont dinamikája.* — Ily módon szoros kapcsolatot létesítettünk a hullám terjedése és a hozzárendelt korpuszkula dinamikája között. Lássuk most, vajon le tudjuk-e vezetni azokat a speciális összefüggéseket, melyeket a dinamika előír egyrészt a sebesség és a tömeg, másrészt az energia és a mozgásmennyiség között.

Évből minden egyes esetben közelebbről meg kell határozni az $n = \varphi(x, y, z, \nu)$ diszperziós egyenlet alakját. Tanulmányozzuk előbb oly hullámok terjedését, amelyek a vákuumban, minden más anyagtól nagy távolságban vannak megadva. A relativitás elve előírja a φ függvény alakját:

$$n = \sqrt{1 - \frac{\nu_0^2}{\nu^2}},$$

ahol ν_0 egy invariáns, mert minden Galilei-rendszerben ugyanaz az értéke és a hullám belső természetének jellemzője. A hullámhoz az imént körülírt módon hozzárendelt részecske sebessége lenne

$$v = \beta c = c \frac{\partial \nu}{\partial (n\nu)} = nc.$$

Tehát ez esetben $n = \beta$ és következésképp $V = \frac{c}{n} = \frac{c}{\beta}$, ez az eredmény, amit

más módokon is kimutattam; az energia és a mozgásmennyiség pedig:

$$W = h\nu = \frac{h\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{h\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad g = \frac{h}{c}(n\nu) = \frac{W}{c}v.$$

Ezeket a formulákat *Einstein* dinamikájának formuláival azonosíthatjuk, ha felírjuk a

$$h\nu_0 = m_0c^2$$

összefüggést, ami a korpuszkula m_0 saját tömegét a ν_0 invariáns függvényeként definiálja. Ha a vizsgált hullám fényhullám, akkor a ν_0 invariánst és következőképpen az m_0 saját tömeget is rendkívül kicsinek kell választani, sőt talán célszerűbb egyenesen $\nu_0 = m_0 = 0$ -t helyettesíteni, hogy elkerüljünk egy ellentmondást, amire *Langevin* hívta fel a figyelmemet. Minden esetben a részecske sebességének rendkívül közel kell lennie a fénysebességhez, hacsak nem egyenlő vele és a fényatom dinamikája a véges tömegű anyagi pont dinamikája egy határesetének tűnik. Különösen könnyű kimutatni, hogy ez az álláspont lehetővé teszi a különböző Doppler-hatások teljes magyarázatát.

Hagyjuk el a vákuum esetét és tekintsünk egy gömbszimmetrikus közeget, melyben a törésmutató a középponttól mért r távolsággal a következő törvény szerint változik:

$$n^2 = \left(1 - \frac{F(r)}{r}\right)^2 - \frac{\nu_0^2}{r^2}.$$

Egy hozzárendelt korpuszkula sebességét itt

$$v = \frac{nc}{1 - \frac{F(r)}{r}} = \beta c\text{-nek találjuk.}$$

Az energia és a mozgásmennyiség pedig:

$$W = \frac{h\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}} + hF(r); \quad g = \frac{W - hF(r)}{c^2}v.$$

Feltételezve még, hogy $h\nu_0 = m_0c^2$ és a $hF(r)$ szorzatot azonosítva a dinamika potenciális energiájával, látjuk, hogy a korpuszkula mozgása megegyezik egy anyagi pontnak centrális erő hatása alatt történő mozgásával. A mozgó test pályáit *Bouguer* egyenlete határozza meg: $np = \text{konstans}$. Mivel $g = \frac{h}{c}(n\nu)$, ez az egyenlet így is írható:

$$g \cdot p = \text{konstans},$$

ez pedig a területek egyenlete, ami így *Bouguer* egyenletének különleges esete gyanánt jelentkezik.

Az előzők legérdekesebb alkalmazása a *Bohr* által elgondolt hidrogénatom tanulmányozása. Ez most a mi esetünkben egy fénytörő gömbként jelentkezik, amely egy $-e$ töltésű elektron mozgását kísérő hullámok szá-

mára egy változó törésmutatót szolgáltat a fent leírt törvény szerint, ahol most:

$$F(r) = -\frac{eE}{hr}.$$

E a mag töltését jelenti. Az önmagukban zárt sugarak egybeesnek az elektron lehetséges pályáival és bizonyos pályák azzal a nagyon fontos tulajdonsággal rendelkeznek, hogy rezonanciában vannak a hullámmal. Pontosan ezek a sugarak a Bohr-féle „stabilis” pályák.

Megjegyezzük, hogy a „Bohr-atom”-szerű fénytörő gömb a délibáb jelenségét mutatja.

4. Az optikai diszperzió. — Befejezésül tekintsük a homogén anyagi közeg esetét, melyben a törésmutató nem függ a vizsgált ponttól, hanem valamilyen függvénye a frekvenciának. Épp úgy, mint a vákuum esetén, definiálhatjuk a hozzárendelt korpuszkula saját tömegét az

$$m_0 = \frac{h}{c^2} r \sqrt{1-n^2}$$

invariáns egyenlettel, de m_0 képzetes lesz, ha $n > 1$. Az energiának értéke $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-n^2}}$ volna, de ez csak akkor veszi fel a dinamikai $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ alakot, ha

$n = \beta$, vagy az általános definíciónk szerint, ha $n = \frac{dr}{d(nr)}$. Ezen egyenlet-

nek általános integrálja (megoldása): $n = \sqrt{1 + \frac{A}{r^2}}$. Ha A negatív, akkor a vákuumban levő anyagi pont dinamikájához hasonló dinamikát kapunk. Ha A pozitív, a tömeg képzetes és a fázissebesség c -nél kisebb volna.*

Alkalmazzuk ezen megfontolásokat arra a fénykvantumra, amely a következő egyenletet kielégítő diszperziójú közegen halad át:

$$n^2 = 1 + \sum_i \frac{\varepsilon_i}{r_i^2 - r^2}.$$

Ez az összefüggés csak az abszorpciós tartományon kívül érvényes. A r_i -k a szóró közeg saját frekvenciái és az ε_i -k jellemző állandók. Mindegyik r_i frekvencia vörös oldalán a saját tömeg képzetes és a fázissebesség c -nél kisebb; az ibolya oldalon a saját tömeg valós és a fázissebesség c -nél nagyobb. Végül minden r_i -nél nagyobb frekvenciák esetén a diszperziót kifejezi az

$$n^2 = 1 - \frac{\sum_i \varepsilon_i}{r^2}$$

egyenlet és ekkor a kvantum dinamikája hasonlóvá válik a vákuumban mozgó

* Az energia sebessége ekkor nagyobb lenne c -nél; ez az eset tehát fizikailag megvalósíthatatlan.

anyagi pontéhoz, avval a lényeges különbséggel, hogy a saját tömegét a közeg tulajdonságai szabják meg, melyen áthalad.

5. *Egy klasszikus következtetés vizsgálata.* — A Fresnel-féle elmélet hívei az emissziós elmélet egy ellentmondására mutattak rá, ami az elmélet megdőléséhez vezetett. „Tekintsük, mondták e fizikusok, a fény útját egy n_1 állandó törésmutatójú közegben lévő A és egy n_2 állandó törésmutatójú közegben lévő B pont között. Ez az út két egyenes darabból áll, melyek a választó-felület egy pontjában találkoznak (lásd az 1. ábrát). Fermat elve szerint (amint láttuk):

$$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2.$$

Ellenben a korpuszkuláris elméletnek a Maupertuis-féle $\delta \int_A^B g \, dl = 0$ elvből kell kiindulnia. Minthogy g a fényrészecské állandó tömegének a sebességgel való szorzata, $\delta \int_A^B v \, dl$ lenne a baloldalon; amiből

$$n_1 \cdot \sin \alpha_2 = n_2 \cdot \sin \alpha_1.$$

Melyik helyes a két formula közül? Ha az 1 közeg az egység-törésmutatójú vákuum vagy a levegő, a 2 közeg pedig víz, akkor a kísérlet tanúsítja, hogy $\alpha_1 > \alpha_2$, tehát a hullámelmélet esetén $n_2 > 1$ és a fázis lassabban terjed a vízben, mint a levegőben. Az emissziós elmélet esetében ellenben az eredmény fordított. Tehát a kísérlet az első eset mellett döntött: a korpuszkuláris elmélet tévesnek bizonyult. — Jelenleg az a helyzet, hogy az előző okoskodás is hibás, mert tudjuk, hogy a tömeg a sebességgel változik, mégis első közelítésben úgy tűnik, hogy kijavítható. Tényleg a szabad anyagi pontnak *Einstein* szerint $\frac{W}{c^2} v$ -vel egyenlő mozgásmennyisége van, ahol W az energiája. Márpedig az átmenet egyik közegből a másikba nem változtathatja meg az energiáját: különösen nekem kínálkozik ez a következtetés, mert az energiának változása együtt járna a frekvenciának változásával. Tehát a korpuszkula $\frac{W}{c^2}$ tömege sem változik és csakugyan fel kell írni, hogy

$$\delta \int_A^B v \, dl = 0.$$

Az ellenvetés tehát látszólag fennáll.

Mégis el lehet ezt kerülni, ha elfogadjuk az itt kifejtett álláspontot, mely szerint a dinamika egyenletei bizonyos speciális esetekben levezethetők a hullámok egyenletéből. Tényleg, véleményem szerint, mindig vissza kell térni g definíciójára:

$$g = \frac{h}{c} (n v) = \frac{W}{c^2} \cdot n c.$$

A mozgásmennyiség csak akkor egyenlő $\frac{W}{c^2} \cdot v$ -vel, ha

$$n = \beta = \sqrt{1 + \frac{A}{v^2}}$$

és ez a feltétel általában nem valósítható meg fénytörő közegek esetén szokásos feltételek között.

Maupertuis elvének az egyetlen helyes és általános alakja tehát:

$$\delta \int_A^B \frac{h v}{c} \cdot n \cdot dl = 0.$$

Ez pedig nem lehet ellentmondásban a hullámoptikával, mert azonos a Fermat-féle elvvel.

Kézirat beérkezett: 1925. július 1.

Megjegyzés a korrektúrázásokor:

Ha feltesszük, hogy a fénykvantum a fénytörő közegben P potenciális energiával rendelkezik, akkor nyilván fel kell írni, hogy $g = \frac{h v - P}{c^2} \cdot v = \frac{h v}{V^2}$, ahonnan következik, hogy

$$P = h v \left(1 - n \frac{d(n v)}{d v} \right) = h v \left[1 - \frac{d(n^2 v^2)}{d(v^2)} \right].$$

Ha létezik a közegben egyetlen v_i kritikus frekvencia, akkor a Lorentz-féle képlet szerint az abszorpciós zónákon kívül:

$$P = -h v \frac{\varepsilon_i v_i^2}{(v_i^2 - v^2)^2} < 0.$$

Minden úgy történik tehát, mintha a közeg molekulái vonzanák a kvantumot éspedig annál erősebben, minél közelebb vagyunk a rezonanciához.

Fordította: Csoma Zsigmond.

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel: az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki felelős: Tóth Ferenc

A kézirat beérkezett: 1954. XI. 29. — Terjedelem: 10 (A 5 ív), 32 ábra

Csongrád megyei Nyomdaipari Vállalat, Szeged, 54-6791

Felelős vezető: Vincze György

	Oldal
<i>Novobáztzy Károly</i> : A hazai fizika helyzete a múltban és ma	55
<i>Pál Lénárt</i> : Ferromágneses anyagok energia-anizotrópiájának kvantumelméletéről	397
<i>Petržilka</i> : A μ -mezonok élettartamának méréséről	297
<i>Petržilka</i> : A kozmikus sugárzás csillagképző komponensei átmeneti effektusának méréséről	301
<i>Planck</i> : A normálspektrum energiaeloszlási törvényéről	347
<i>Pócza Jenő</i> lásd Gémesi József	489
<i>Shokley—Sparks—Teal</i> : p - n réteges tranzisztor	101
<i>Schrödinger</i> : Mai felfogásunk az anyagról	221
<i>Schrödinger</i> : A quantálás mint sajátértékprobléma	567
<i>Sparks</i> lásd Shokley—Teal	101
<i>Szamosi Géza</i> : Taszító erők az atommagban	313
<i>Szigeti György</i> : Összefüggés néhány lumineszkáló anyag optikai és elektromos tulajdonságai között	515
<i>Szilárd János</i> : Ultrahang intenzitásmérés kompenzációs kalorimetriával	165
<i>Szimova</i> : Folyékony anyagok kombinációs szórási szinképének vizsgálata a nagy rezgésszámú tartományban	207
<i>Takehiko Takabayasi</i> : A kvantummechanika klasszikus értelmezéséről	551
<i>Tari László</i> lásd Tarnóczy	153
<i>Tarnóczy Tamás és Tari László</i> : Magnetosztrikciós rezgések kimutatása és mérése kapacitív úton	153
<i>Tarnóczy Tamás</i> : Ultrahang intenzitásmérés mérleggel	159
<i>Tarján Imre, Turchányi György és Voszka Rudolf</i> : Nagyméretű alkali-halogenid egykristályok előállítása	1
<i>Tarján Imre</i> : Újabb vizsgálatok röntgensugárral színezett NaCl kristályokkal	419
<i>Tarján Imre és Turchányi György</i> : Alkali-halogenid kristályfoszforok előállítása szcintillációs számlálók céljaira	493
<i>Teal</i> lásd Shokley—Sparks	101
<i>Tomka Pál</i> : Színezett és nem színezett alkali-halogenid kristályok elektromos vezetése	173
<i>Trlifaj</i> : Sugárzás nélküli átmenetek az F -centrumokban	393
<i>Turchányi György</i> lásd Tarján Imre és Voszka Rudolf	1
<i>Turchányi György</i> lásd Tarján Imre	493
<i>Varga Péter</i> : Koherens fénynyalábokban haladó fotonok koincidenciái	499
<i>Vorsatz Brunó</i> lásd Bardócz Árpád	355
<i>Voszka Rudolf</i> lásd Tarján Imre, Turchányi György	1
<i>Votruba</i> : Az elemi részek izotop spinjéről	305

A MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

II. KÖTETÉNEK (1954) NÉVMUTATÓJA

Oldal

<i>Ádám András, Jánossy Lajos és Varga Péter:</i> Koherens fénynyalábokban haladó fotonok koincidenciái	499
<i>Bardócz Árpád és Vorsatz Bruno:</i> Termikus tisztítóberendezés szinképtiszta szenek előállításához	355
<i>Bohr:</i> Anyagon áthaladó, gyors, töltött részecskék sebességcsökkenése	127
<i>Bohr:</i> A hidrogénspektrumról	233
<i>Csada Imre, Dezső Lóránt és Herczeg Tibor:</i> Az 1954 június 30-i teljes napfogyat- kozás megfigyelése	251
<i>Deézi Irén, Koczkás Edit és Mátrai Tibor:</i> A SrO néhány kék sávjának rotációs analízise	189
<i>Dezső Lóránt</i> lásd Csada Imre és Herczeg Tibor	251
<i>Einstein:</i> A fény kibocsátására és átalakulására vonatkozó heurisztikus szempontokról .	475
<i>Faragó Péter és Marx György:</i> Kvantumos jelenségek a centiméteres hullámhosszú elektromágneses rezgések tartományában	11
<i>Gáspár Rezső:</i> A statisztikusan meghatározott elektronsűrűségeknek az atommagok közelében való viselkedéséről	75
<i>Gáspár Rezső:</i> Egy a Hartree—Fock-potenciált jól közelítő univerzális potenciál- függvényről	81
<i>Gémesi József és Pócz Jenő:</i> Kristályfűrész	489
<i>Gombás Pál:</i> A statisztikus módszerrel számított kinetikus energia Weizsäcker-féle inhomogenitási korrekciójáról	279
<i>Gombás Pál:</i> Egy új statisztikus atommodellről	63
<i>Györgyi Géza:</i> Az elektromágneses tér energia-impulzus tenzora dielektrikumokban .	255
<i>Gyulai Zoltán:</i> Adalékok a kristálynövekedés mechanizmusához	371
<i>Herczeg Tibor</i> lásd Csada Imre, Dezső Lóránt	251
<i>Horváth János:</i> Megjegyzések a Schrödinger-egyenlet variációs módszerrel való meg- oldásához	77
<i>Jánossy Lajos:</i> Tanulmányok a kaszkád-elméletéről II. rész	33
<i>Jánossy Lajos</i> lásd Ádám András és Varga Péter	499
<i>Kaisev:</i> Adalékok a kristálygőcképződéshez és kristálynövekedéshez	407
<i>Koczkás Edit</i> lásd Deézi Irén és Mátrai Tibor	189
<i>Kovács István:</i> Újabb magyar eredmények a spektroszkópia terén	197
<i>Ljovsin:</i> Az anyagban végbemenő energiaátalakulás és átvitel fotolumineszcencia esetében	529
<i>Marx György</i> lásd Faragó Péter	11
<i>Mátrai Tibor</i> lásd Deézi Irén, Koczkás Edit	189
<i>Náray Zsolt:</i> Elemi részek számlálása elektronsokszorozóval I. rész	325
<i>Náray Zsolt:</i> Elemi részek számlálása elektronsokszorozóval II. rész	443

2. nap, 1953 augusztus 25, kedd

<i>Kovács István</i> : Újabb magyar eredmények a spektroszkópia terén	197
<i>P. D. Szimova</i> : Folyékony anyagok kombinációs szórási színképének vizsgálata a nagy rezgésszámú tartományban	207
Hozzászólások	211

3. nap, 1953 augusztus 26, szerda

<i>V. Petržilka</i> : A μ -mezonok élettartamának méréséről	297
<i>V. Petržilka</i> : A kozmikus sugárzás csillagképző komponensei átmeneti effektusának méréséről	301
<i>V. Votruba</i> : Az elemi részek izotóp spinjéről	305
<i>Szamosi Géza</i> : Taszító erők az atommagban	313
Hozzászólások	321

5. nap, 1953 augusztus 28, péntek

<i>Gyulai Zoltán</i> : Adalékok a kristálynövekedés mechanizmusához	371
<i>M. Trlifaj</i> : Sugárzás nélküli átmenetek az F -centrumokban	393
<i>Pál Lénárd</i> : Ferromágneses anyagok energia-anizotrópiájának kvantumelméletéről	397
<i>R. Kaisev</i> : Adalékok a kristálygőcképződéshez és kristálynövekedéshez	407
<i>Tarján Imre</i> : Újabb vizsgálatok röntgensugárral színezett NaCl kristályokon	419
Hozzászólások	435

6. nap, 1953 augusztus 29, szombat

<i>Szigeti György</i> : Összefüggés néhány lumineszkáló anyag optikai és elektromos tulajdonságai között	515
<i>V. L. Ljovsin</i> : Az anyagban végbemenő energiaátalakulás és átvitel fotolumineszcencia esetében	529

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

<i>Shokley—Sparks—Teal</i> : $p-n$ réteges tranzisztor	101
<i>E. Schrödinger</i> : Mai felfogásunk az anyagról	221
<i>Náray Zsolt</i> : Elemi részek számlálása elektronsokszorozóval I. rész	325
<i>Náray Zsolt</i> : Elemi részek számlálása elektronsokszorozóval II. rész	443
<i>Takehiko Takabayasi</i> : A kvantummechanika klasszikus értelmezéséről	551

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

<i>N. Bohr</i> : Anyagon áthaladó, gyors, töltött részecskék sebességcsökkenése	127
<i>N. Bohr</i> : A hidrogénspektrumról	233
<i>Max Planck</i> : A normálspektrum energiaeloszlási törvényéről	347
<i>A. Einstein</i> : A fény kibocsátására és átalakulására vonatkozó heurisztikus szempontokról	475
<i>E. Schrödinger</i> : A quantálás, mint sajátértékprobléma	567
Levél a szerkesztőhöz	249

A MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

II. KÖTETÉNEK (1954) TARTALOMJEGYZÉKE

	Oldal
<i>Tarján Imre, Turchányi György és Voszka Rudolf:</i> Nagyméretű alkali-halogenid egykristályok előállítása	1
<i>Faragó Péter és Marx György:</i> Kvantumos jelenségek a centiméteres hullámhosszú elektromágneses rezgések tartományában	11
<i>Jánossy Lajos:</i> Tanulmányok a kaszkád-elméletről II. rész	33
<i>Tarnóczy Tamás és Tari László:</i> Magnetosztrikciós rezgések kimutatása és mérése kapacitív úton	153
<i>Tarnóczy Tamás:</i> Ultrahang intenzitásmérés mérleggel	159
<i>Szilárd János:</i> Ultrahang intenzitásmérés kompenzációs kalorimetriával	165
<i>Tomka Pál:</i> Színezett és nem színezett alkali-halogenid kristályok elektromos vezetése	173
<i>Deézi Irén, Koczás Edit és Mátrai Tibor:</i> A SrO néhány kék sávjának rotációs analízise	189
<i>Csada Imre, Dezső Lóránt, Herczeg Tibor:</i> Az 1954 június 30-i teljes napfogyatkozás megfigyelése	251
<i>Györgyi Géza:</i> Az elektromágneses tér energia-impulzus tenzora dielektrikumokban	255
<i>Gombás Pál:</i> A statisztikus módszerrel számított kinetikus energia Weizsäcker-féle inhomogenitási korrekciójáról	279
<i>Bardócz Árpád és Vorsatz Brunó:</i> Termikus tisztítóberendezés színképtiszta szenek előállításához	355
<i>Gémesi József és Pócsa Jenő:</i> Kristályfűrészes	489
<i>Tarján Imre és Turchányi György:</i> Alkali-halogenid kristályfoszforok előállítása szcintillációs számlálók céljaira	493
<i>Ádám András, Jánossy Lajos és Varga Péter:</i> Koherens fénynyalábokban haladó fotonok incidenciái	499

AZ I. MAGYAR FIZIKUS KONGRESSZUS

1. nap, 1953. augusztus 24., hétfő

<i>Novobátzky Károly:</i> A hazai fizika helyzete a múltban és ma	55
<i>Gombás Pál:</i> Egy új statisztikus atommodellről	63

Hozzászólások és korreferátumok *Gombás Pál* előadásához:

<i>Gáspár Rezső:</i> A statisztikusan meghatározott elektronsűrűségeknek az atommagok közelében való viselkedéséről	75
<i>Horváth János:</i> Megjegyzések a Schrödinger-egyenlet variációs módszerrel való megoldásához	77
<i>Gáspár Rezső:</i> Egy a Hartree—Fock-potenciált jól közelítő univerzális potenciál-függvényről	81

Ára: 10,— Ft.

Előfizetés kötetenként 42*—Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

	Oldal
Náray Zsolt: A katódérzékenységeloszlás meghatározása fotomultipliernél	1
Bardócz Árpád: Elektronikus vezérlésű spektroszkópiai nagyfeszültségű szikrafényforrás széles tartományban változtatható szikragyakorisággal	13
Pál Lénárd: Maghasadási vizsgálatoknál fellépő valószínűségszámítási kérdéseről	31
Horváth János: Közelítő módszer a sajátfüggvények meghatározására	43
Pauncz Rezső: Egy új kvantum-kémiai közelítő módszer teljesítőképességének vizsgálata	47
Jánossy Lajos—Nagy Kázmér: A kvantummechanikai Einstein paradoxon egy következménye	61
Budó Ágoston—Kovács István: Vizsgálatok az O_2^+ molekula 4II energiaállapotán	67

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

V. V. Antonov Romanovszkij: Poralakú lumineszkáló anyagok abszorpciós tényezőjének meghatározása	87
--	----

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

L. de Broglie: Az anyagi pont dinamikája és a geometriai optika közötti párhuzamról	103
---	-----

307.226

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

FARAGÓ PÉTER, GÁSPÁR REZSŐ, NAGY ELEMÉR,
SIMONYI KÁROLY ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI:
JÁNOSSY LAJOS

III. KÖTET

2. FÜZET



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1955

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL : BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg és az Akadémia III. Osztályának előadói ülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendőek:

Jánosy Lajos akadémikus,
Budapest, XII. Konkoly Thege-út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémia Kiadó, Budapest, V. Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 04-878-111-48), külföldi megrendelések a „Kultúra“ Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI. Sztálin út 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 45-790-057-50-032) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsék ki és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegek közti formulákban ferde törtvonalat, pl. $1/2$, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írják **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

KÖSZÖNTJÜK

a Magyar Fizikai Folyóirat szerkesztősége nevében hazánk felszabadulásának 10. évfordulóját. Tíz év előtt egy lerombolt és kirabolt ország népe ünnepelte felszabadulásának napját, április 4-ét. Ma egy erőben, számban megnövekedett, alkotásaira joggal büszke, ünneplő nép fiai között ott vagyunk mi is, magyar fizikusok. Az elmúlt tíz év alatt nemcsak a házak, a gyárak épültek újjá, nemcsak új városok, falvak, gyárak keletkeztek, hanem országszerte felépültek a kutató intézetek is. Az ezekben dolgozó fizikusok tudják, hogy népüinktől kapott bizalmat, támogatást, népünk további felemelkedésének érdekében végzett munkával kell meghálálniok. Emlékezve a háború szörnyű pusztításaira, mi magyar fizikusok, fogadjuk, hogy tudásunkat, képességünket mindenkor a haladás, a béke, a felemelkedés, nem pedig a pusztítás, a háború, a gyilkolás szolgálatába állítjuk.



A VÁKUUM-POLARIZÁCIÓ NÉHÁNY HATÁSÁNAK FENOMENOLOGIKUS TÁRGYALÁSA*

ROMÁN PÁL

Eötvös Loránd Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézete

Bagge egy munkájához kapcsolódva kimutatjuk, hogy az elektron anomális mágneses momentuma, valamint a hidrogén $2S_{1/2}$ energia-nívójának Lamb-féle eltolódása a polarizálható vákuum modelljének felhasználásával könnyen kiszámítható. Ugyanezen modell alapján megadható a Hubble-féle vöröseltolódási effektus egy lehetséges értelmezése is.

Bevezetés

Mint ismeretes, a polarizálható vákuum gondolatának alapját *Dirac* pozitronelmélete képezi. Részletes tárgyalása megtalálható többek között *Euler* és *Heisenberg* munkáiban [1]. Másrészt a klasszikus elektrodinamika általánosításaiban, mint pl. *Born* és *Infeld* nemlineáris elméletében [2], vagy a *Bopp*- és *Podolsky*-féle magasabb deriváltakat tartalmazó elektrodinamikában [3] is megjelenik a vákuum dielektromos állandója, ami szintén a vákuum polarizálhatóságát jelenti.

A legutóbbi időkben a vákuum polarizációjával kapcsolatos vizsgálatok igen nagy jelentőségre tettek szert, minthogy a mikrohullámú spektroszkópia segítségével sikerült több, a vákuumpolarizáció következtében fellépő effektust kísérletileg is kimutatni. Ezeknek a kérdéseknek korszerű vizsgálatát *Schwinger* és *Tomonaga* [4] új kovariáns kvantumelektrodinamikája tette lehetővé, amennyiben a renormalizációs technikával sikerült a megfigyelhető effektusokat a kísérlettel igen jó megegyezésben kiszámítani. Minthogy e számítások elég nehezen tekinthetők át, kíváncsok a vákuum polarizációjának egy szemléletes, fenomenologikus megfogalmazását megtalálni.

Az idevágó vizsgálatok közül különös figyelmet érdemel *Bagge* [5] munkája. Bagge kezdettől fogva arra az álláspontra helyezkedik, hogy a vákuum egy polarizálható közeg. Benne virtuális elektron-pozitron párok vannak, melyek összetevőit egymáshoz képest többé-kevésbé el lehet mozdítani. Ha a sugárzás energiája elegendő nagy, úgy „rezonancia” lép fel, azaz reális párt kapunk. A vákuum szerkezete tehát a dielektrikumokéhoz analog.

Az elektrosztatika alapegyenlete ebben a polarizálható közegben

$$\operatorname{div} \mathcal{D} = \operatorname{div} \varepsilon \mathcal{E} = 0.$$

* A dolgozatot a Magyar Tudományos Akadémia III. Osztályának 1953. május 4-i ülésén *Novobátsky Károly* akadémikus mutatta be.

Mivel $\mathcal{E} = -\text{grad } \varphi$, centrális szimmetria esetén a téregyenlet

$$\frac{d\varepsilon}{dr} \frac{d\varphi}{dr} + \varepsilon \left(\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} \right) = 0.$$

Itt ε , a vákuum dielektromos állandója, a hely függvénye. Ennek alakjára *Bagge* a közönséges polarizálható dielektrikumok esetének analogiájára a következő plauzibilis feltevést teszi:

$$\varepsilon = \frac{A}{(E_r - E)^2 + B},$$

hol A, B meghatározandó konstánsok, $E = e\varphi$ az elektron energiája és E_r valamilyen rezonancia-energia. Minthogy rezonancia esetében „polarizációs katasztrófa” lép fel, a csillapítási állandó $B = 0$ -nak választandó.

ε -nak ezen alakját a téregyenletbe helyettesítve A kiesik és a következőt kapjuk:

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} + \frac{2e}{(E_r - e\varphi)} \left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2 = 0.$$

Ezen nemlineáris differenciálegyenlet megoldása azon határfeltétel mellett, hogy nagy r -re a potenciál e/r alakú legyen:

$$\varphi = \frac{e}{r + r_0},$$

ahol

$$r_0 = \frac{e^2}{E_r}.$$

Tehát a térerő:

$$\mathcal{E} = -\text{grad } \varphi = \frac{e}{(r + r_0)^2} \frac{r}{r}. \quad (1)$$

A térerő nagy $r \gg r_0$ értékekre Coulomb-szerű és $r = 0$ esetben is véges. Más szóval az elektron sajátenergiája nem divergens.

A dielektromos állandó pontos alakjának meghatározásához ismernünk kell A értékét. Ezt *Bagge* szerint az ismert

$$\oint \varepsilon \mathcal{E} df = 4\pi e$$

összefüggésből kapjuk. Egyszerű számítással

$$A = \frac{e^4}{r_0^2} = E_r^2.$$

Ennélfogva a dielektromos állandó az előzőek figyelembevételével

$$\varepsilon = \frac{(r + r_0)^2}{r^2}. \quad (2)$$

A következőkben *Bagge* elméletét mindenekelőtt mágneses terekre is kiterjesztjük. Ennek során azonnal kiadódik az elektron anomális mágneses

momentuma (I. szakasz). A továbbiakban tárgyaljuk a H-atom Lamb—Retherford-féle effektusát (II. szakasz). Végül az extragalaktikus ködök színekpvonainak vörös-eltolódását értelmezzük, mint a vákuumpolarizáció következményét (III. szakasz). Az eredményeknek a tapasztalati, ill. a kvantumelektrodinamikai számításokkal való meglepően jó egyezése véleményünk szerint erősen alátámasztja *Bagge* fenomenologikus modelljét.

I. Az anomális mágneses momentum

Hogy a polározható vákuumban tárgyalhassuk a mágneses tereket, mindenekelőtt szükségünk van a vákuum mágneses permeabilitására. Célravezet ebből a szempontból az a tapasztalat, hogy vákuumban a síkhullám tranzverzális elektromos és mágneses térerősségkomponensei egyenlők, azaz a vákuum „hullámmellenállása” 1:

$$Z = \frac{E_y}{H_z} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = 1. \quad (3)$$

Tehát:

$$\mu = \varepsilon = \frac{(r+r_0)^2}{r^2}. \quad (4)$$

Másrészt egy \mathfrak{M} momentumú dipolus mágneses potenciálja:

$$\varphi = \frac{1}{\mu} \frac{M}{r^2} \cos \vartheta, \quad (5)$$

ahol $M = |\mathfrak{M}|$ és a polártengely \mathfrak{M} irányába mutat. (4) alapján:

$$\varphi = \frac{M}{(r+r_0)^2} \cos \vartheta. \quad (6)$$

Ebből a térerősségkomponensek:

$$\mathfrak{H}_r = \frac{2M}{(r+r_0)^3} \cos \vartheta, \quad \mathfrak{H}_\vartheta = \frac{M}{(r+r_0)^3} \sin \vartheta, \quad \mathfrak{H}_\varphi = 0. \quad (7)$$

Ezek (1)-el együtt leírják az egyidejűleg exisztáló sztatikus elektromos és mágneses teret.

Határozzuk meg most r_0 értékét. Ebből a célból kiszámítjuk a térenergiát:

$$E = \frac{1}{8\pi} \int (\varepsilon \mathfrak{E}^2 + \mu \mathfrak{H}^2) d\tau. \quad (8)$$

Mivel $\mathfrak{E}^2 = \frac{e^2}{(r+r_0)^4}$ és $\mathfrak{H}^2 = \frac{4M^2}{(r+r_0)^6} \cos^2 \vartheta + \frac{M^2}{(r+r_0)^6} \sin^2 \vartheta$, ezért (2) és (4) alapján:

$$E = \frac{1}{8\pi} \int \frac{e^2}{(r+r_0)^2 r^2} d\tau + \frac{1}{8\pi} 4M^2 \int \frac{\cos^2 \vartheta}{(r+r_0)^4 r^2} d\tau + \frac{1}{8\pi} M^2 \int \frac{\sin^2 \vartheta}{(r+r_0)^4 r^2} d\tau. \quad (9)$$

Az integrálok polárkoordinátákban egyszerűen kiszámíthatók:

$$E = \frac{1}{2} \frac{e^2}{r_0} + \frac{M^2}{3r_0^3}. \quad (10)$$

Megköveteljük, hogy a térenergia a (virtuális) elektron-pozitron-pár nyugalmi energiájával legyen egyenlő:

$$\frac{1}{2} \frac{e^2}{r_0} + \frac{M^2}{3r_0^3} = 2mc^2 \quad (11)$$

(m az elektron tömege). (Itt eltérünk *Bagge* álláspontjától. Ő — tiszta elektromos térben — az $E = mc^2$ egyenlőség fennállását követeli meg. Elgondolásunk szerint azonban szabad elektronok nincsenek, hanem éppen a polarizáció folytán egy pozitron mintegy „felhő” alakjában körülveszi az elektront. A további számítások igazolják ezt a feltevést; a végeredményekben különben éppen a 2-es faktor okozna eltérést).

Kifejezésünk r_0 mellett az ismeretlen M -t is tartalmazza. Ezt a következőképpen határozhatjuk meg. Egy v sebességgel mozgó e töltés mágneses momentumának átlagértéke:

$$M = \frac{1}{2c} \frac{e}{\Omega} \int |[v, r]| d\tau. \quad (12)$$

Az integrál kiterjesztendő az elektron Ω térfogatára, vagyis egy r_0 sugarú gömbre. *Dirac* elmélete alapján az elektron sebességének várható értéke $v = c$, tehát $[v, r] = cr \sin \vartheta$. Az integrálás ismét polárkoordinátákban végezhető el egyszerűen:

$$M = \frac{3\pi}{32} e r_0. \quad (13)$$

Ezt betéve (11)-be:

$$r_0 = 0,2645 \cdot \frac{e^2}{mc^2}. \quad (14)$$

Az így nyert elektron-rádiusz nagyságrendje egyezik a klasszikusával. Számértéke: $0,7451 \cdot 10^{-13}$ cm.

Ezt az r_0 értéket behelyettesítve (13)-ba, megkapjuk az elektron anomális (nem a mozgásból származó, „intrinsic”) mágneses momentumának értékét. Bohr-féle magneton-egységekben:

$$M = 0,00114 \cdot M_B.$$

Az eredmény rendkívül jól egyezik a tapasztalatilag meghatározott

$$M = 0,001145 \cdot M_B$$

értékkel [5]. A renormalizációs eljárással második közelítésben meghatározott érték: $M = 0,00116 \cdot M_B$.

II. A Lamb—Retherford-féle effektus

Legyen az elektron egy proton Coulomb-terében. Az elektron töltését kvantummechanikai értelemben „elkenve” gondoljuk. Sűrűsége:

$$\sigma = e |\psi|^2, \quad (16)$$

ahol ψ az atom Schrödinger-függvénye a megfelelő állapotban.

A töltésfelhő sztatikus kölcsönhatási energiája önmagával:

$$E = \frac{1}{2} \iint \sigma V d\tau_1 d\tau_2, \quad (17)$$

ahol a $d\tau$ térfogatelemtől származó kölcsönhatási potenciál polarizálatlan vákuum esetén

$$V' = - \frac{\sigma d\tau}{r}; \quad (18a)$$

polarizált vákuum esetén viszont:

$$V = - \frac{\sigma d\tau}{r + r_0}. \quad (18b)$$

(Lásd 5. a.—14.) A kölcsönhatási energia tehát:

$$E = - \frac{e^2}{2} \iint \frac{|\psi(r_1)|^2 |\psi(r_2)|^2}{r_{12} + r_0} d\tau_1 d\tau_2. \quad (19)$$

Itt r_{12} a $d\tau_1$ és $d\tau_2$ térfogatelemek távolsága.

Foglalkozzunk most a H-atom $2S_{1/2}$ és $2P_{1/2}$ állapotával. A normált saját-függvények:

$$|\psi_s|^2 = N_s^2 (4\rho^2 - 16\rho + 16)e^{-\rho} \quad (20)$$

$$|\psi_p|^2 = N_p^2 36\rho^2 e^{-\rho}. \quad (21)$$

$\rho = r/a$, ahol a az első Bohr-féle rádiusz és

$$N_s^2 = \frac{1}{128\pi a^3}, \quad N_p^2 = \frac{1}{1152\pi a^3}. \quad (22)$$

Ezeket beírva a következő integrálok adódnak ($\rho_0 = r_0/a$):

$$I_{mm}(\rho_0) = \iint \frac{\rho_1^m \rho_2^m e^{-(\rho_1 + \rho_2)}}{\rho_{12} + \rho_0} d\tau_1 d\tau_2. \quad (23)$$

Az ilyen típusú integrálok kiszámításával részletesen foglalkozott Freud és Arató [7]. Számításaik szerint pl.:

$$I_{00}(\rho_0) = \frac{\pi^2}{3} \{ 60 - 32\rho_0 - 2\rho_0^2 (1 - 3\Gamma'(3) + 6 \log \rho_0) \} + \varepsilon_0(\rho_0).$$

Ha $0 \leq \rho_0 \leq 10^{-4}$, akkor $|\varepsilon_0(\rho_0)| < 4 \cdot 10^{-11}$. Minthogy $\rho_0 \approx 10^{-5}$, megelégedhetünk

az első két taggal. Ebben a közelítésben a szükséges integrálok:

$$\begin{aligned} I_{00} &= \frac{\pi^2}{3} (60 - 32\varrho_0); & I_{11} &= \frac{\pi^2}{60} (7920 - 2944\varrho_0), \\ I_{22} &= \frac{\pi^2}{560} (937440 - 270336\varrho_0); & I_{10} &= I_{01} = \frac{\pi^2}{3} (150 - 64\varrho_0); \\ I_{02} &= I_{20} = \frac{\pi^2}{10} (1680 - 576\varrho_0); & I_{12} &= I_{21} = \frac{\pi^2}{60} (27720 - 8832\varrho_0). \end{aligned} \quad (24)$$

Számállapotban tehát:

$$E_s = -\frac{e^2}{2} N_s^4 a^5 \iint \frac{(4\varrho_1^2 - 16\varrho_1 + 16)(4\varrho_2^2 - 16\varrho_2 + 16)}{\varrho_{12} + \varrho_0} e^{-(\varrho_1 + \varrho_2)} d\tau_1 d\tau_2.$$

Vagyis

$$E_s = -\frac{e^2}{2} N_s^4 a^5 (16I_{22} + 256I_{11} + 256I_{00} - 512I_{01} + 128I_{02} - 128I_{12}). \quad (25 \text{ a})$$

Hasonló módon adódik:

$$E_p = -\frac{e^2}{2} N_p^4 a^5 36I_{22}. \quad (25 \text{ b})$$

$\varrho_0 = 0$ -ra a fenti kifejezések a vákuumpolarizáció nélkül érvényes kölcsönhatási integrált szolgáltatják. A term-eltolódást tehát úgy kapjuk meg, hogy az I_{mn} integrálokban az abszolút tagot elhagyjuk:

$$\Delta E_s = \frac{e^2}{2} N_s^4 a^4 r_0 624,16 \pi^2 \quad (26 \text{ a})$$

$$\Delta E_p = \frac{e^2}{2} N_p^4 a^4 r_0 17378,74 \pi^2. \quad (26 \text{ b})$$

A $2S_{1/2}$ és $2P_{1/2}$ nívók közti, kísérletileg megfigyelhető átmenetnek megfelelő frekvencia:

$$\nu = \frac{\Delta E_s - \Delta E_p}{h}. \quad (27)$$

(A finomstruktúra-formula a nívók energiájára — vákuumpolarizáció nélkül — ugyanazt az értéket szolgáltatja.) Számértékben:

$$\nu = 1158 \text{ Mc.} \quad (28)$$

A kísérletileg talált érték: $\nu = 1058 \text{ Mc.}$ (L. pl. [8].)

III. Hubble-effektus

Hubble figyelte meg először [9], hogy a távoli extragalaktikák színképvonalai a vörös felé el vannak tolódva. Ezt a vörös-eltolódást mint Doppler-effektust szokták értelmezni, mely az Einstein-féle világ tágulásának következménye. A számítások szerint azonban így a világegyetem életkorára túl-

kicsiny érték adódik. Másrészt viszont plauzibilisnek látszik az a feltevés, hogy a vörös-eltolódást valamilyen — földi viszonyokban még ismeretlen — kvantummechanikai effektus okozza, mely a fénynek az igen nagy távolság befutásakor lép fel. *Neugebauer* [10] úgy próbálta a Hubble-effektust magyarázni, mint az Extragalaktika anyagán történő fényszóródás következményét. Így azonban az Extragalaktika anyagának sűrűségére valószínűtlenül nagy érték adódott.

Az alábbiakban a jelenséget a vákuumpolarizációval magyarázzuk. Erre éppen a Bagge-féle kép látszik alkalmasnak.

Feltesszük tehát, hogy a vákuumot a benne tovahaladó elektromágneses tér polarizálja, melynek eredményeképpen „virtuális“ elektron-poíztron párok keletkeznek. A polarizációs energia — mint közönséges dielektrikumra —:

$$A = \frac{1}{2} \alpha \mathcal{E}^2 \Omega w, \quad (29)$$

ahol α a térfogategység polarizálhatósága, Ω a tekintetbe vett térfogat; w a polarizációs effektus valószínűsége. Mivel

$$\alpha = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \quad (30)$$

és a fénysugár elektromos térerősségét — szokásosan — a

$$h\nu = \frac{1}{8\pi} \int (\mathcal{E}^2 + \mathcal{H}^2) d\tau = \frac{1}{4\pi} \int \mathcal{E}^2 d\tau \approx \frac{\Omega}{4\pi} \mathcal{E}^2$$

kifejezésből számítjuk, így

$$A = \frac{\varepsilon - 1}{2} h\nu w. \quad (32)$$

A fény, az okozott vákuumpolarizáció miatt, inkoherens módon szóródik. Az energiaváltozás:

$$h(\nu - \nu') = A. \quad (33)$$

A relatív frekvencia-változás pedig:

$$\frac{\nu - \nu'}{\nu} = \frac{A\nu}{\nu} = \frac{A}{h\nu}. \quad (34)$$

(32) alapján:

$$\frac{A\nu}{\nu} = \frac{\varepsilon - 1}{2} w. \quad (35)$$

A numerikus érték kiszámításához mindenekelőtt meghatározzuk a dielektromos állandó átlagértékét az $\Omega = \frac{4\pi r_0^3}{3}$ térfogatra, vagyis a virtuális elektron térfogatára:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{\Omega} \int \frac{(r + r_0)^2}{r^2} d\tau = \frac{4\pi}{\Omega} \int (r + r_0)^2 dr = 8. \quad (36)$$

Egy elemi aktusra tehát a vörös-eltolódás:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{7}{2} \cdot w. \quad (37)$$

Mivel s cm útra kb. $s/2r_0$ elemi zóna esik, így s cm fényúton a vörös-eltolódás:

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_s = \frac{7}{4r_0} w s. \quad (38)$$

Az effektus tehát arányos a fényúttal és független a frekvenciától.

A tapasztalat szerint az 1 cm-re eső vörös-eltolódás értéke $1,1 \cdot 10^{-26}$. A folyamat valószínűségére tehát a

$$w = 0,47 \cdot 10^{-39}$$

értéket kell választanunk.

Hogy az így választott érték hitelességéről meggyőződünk, kiszámítjuk egy (virtuális) elektron-pozitron-pár élettartamát. Könnyen belátható, hogy w annak valószínűsége, hogy az elektron-pozitron-pár hosszabb élettartamú, mint amennyi ideig a foton a „hatásos” elemi zónában tartózkodik. Különben a pár eltűnne, mielőtt a foton a zónát elhagyná és így visszakapná az elveszett A polarizációs energiát. Annak valószínűsége viszont, hogy az élettartam t és $t+dt$ közé esik:

$$W dt = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} dt, \quad (40)$$

ahol τ az átlagos élettartam. Ha a foton t_0 ideig tartózkodik az elemi zónában, akkor annak a valószínűsége, hogy az élettartam t_0 -nál nagyobb:

$$w = \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} dt = e^{-t_0/\tau}. \quad (41)$$

Mivel $t_0 = 2r_0/c$, így a virtuális pár átlagos élettartama:

$$\tau = -\frac{t_0}{\log w} = -\frac{2r_0}{c \log w}. \quad (42)$$

Számértéke (39) alapján:

$$\tau = 5,44 \cdot 10^{-26} \text{ sec.} \quad (43)$$

Másrészt ismeretes a kvantumelektrodinamikából [11], hogy egy (reális) pár átlagos élettartama ϱ elektronsűrűségű anyagban sztatikus határesetben:

$$\tau = \frac{1}{\tau} \frac{1}{\varrho} \frac{m^2 c^3}{e^4}. \quad (44)$$

Esetünkben az elektronok sűrűsége $\varrho = \frac{1}{\Omega} = 5,84 \cdot 10^{38} \text{ cm}^{-3}$, tehát:

$$\tau = 2,29 \cdot 10^{-25} \text{ sec.}$$

Ez kb. négyszerese a fenti értéknek. Az eredmény — tekintettel a durva becslésekre — kielégítőnek mondható.

Jobb egyezés adódik, ha az élettartam megbecslésére a határozatlansági összefüggést használjuk. Mivel $\Delta p \approx \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{\hbar}{2r_0} = 7,2 \cdot 10^{-15}$ így $\Delta E = \frac{(\Delta p)^2}{2m} \approx 2,8 \cdot 10^{-2}$ erg. Tehát $\tau = \Delta t \approx \frac{\hbar}{\Delta E} \approx 3,7 \cdot 10^{-26}$ sec. Ez az érték csaknem pontosan egyezik (43)-mal.

Megjegyezzük még, hogy a tárgyalt inkohorens szórás nem eredményez fényirányváltozást. Egy elemi aktusban ugyanis mindössze $A = \frac{7}{2} h \nu w \sim 10^{-51}$ erg energiát veszít a foton (látható fényre számítva), 1 cm fényúton pedig kb. 10^{13} szórás történik. Az egyes kicsiny irányváltozások teljesen kiközepelődnek, hasonlóan, mint az összefüggő anyagon áthaladó gyors α -részecskék esetében.

Függelék

A vákuum polarizációjának érdekes következménye, hogy a fénysugár az elektron „középpontját” sohasem érheti el. A fény terjedési sebessége ugyanis

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = c \frac{r^2}{(r+r_0)^2} \quad (45)$$

Ha „elektronban” mozgunk, v egyre kisebb, határesetben pedig zérus lesz. Ezzel lehet összefüggésben a divergencianehézségek megszűnése.

IRODALOM

- [1] W. Heisenberg: Zs. f. Phys. 90. 209, 1934.
H. Euler—W. Heisenberg: Zs. f. Phys. 98. 714, 1935.
- [2] M. Born—L. Infeld: Proc. Roy. Soc. 144. 425, 1934.
- [3] B. Podolsky—Schwed: Rev. Mod. Phys. 20. 40, 1945.
- [4] J. Schwinger: Phys. Rev. 74. 1439, 1948, 75. 651, 1949, 76. 790, 1949.
S. Tomonaga: Progr. Theor. Phys. 1. 1946, 2. 1947, 3. 1948.
- [5] E. Bagge: Zs. f. Phys. 130. 650, 1951.
E. Bagge: Naturwiss. 38. 566, 1951.
- [6] L. pl. Bloch: Physica, 19. 826, 1953.
- [7] Freud G.—Arató M.: Alk. Mat. Int. Közl. 1. 369, 1953.
- [8] L. pl. W. Lamb: Physica, 19. 832, 1953.
- [9] E. P. Hubble: Astrophys. Journ. 84. 479, 1936.
- [10] T. Neugebauer: Acta Phys. Hung. 4. 31, 1954.
- [11] W. Heitler: The Quantum Theory of Radiation, Oxford, 1949.

SÁVSZÉLESSÉGI PROBLÉMÁK RELAXÁCIÓS JELENSÉGEK VIZSGÁLATÁNÁL.*

GERGELY GYÖRGY
Távközlési Kutató Intézet.

Egy korábbi, Valkó Iván Péterrel írt dolgozatunkban [1] elektronikus kompenzációs eljárást ismertettünk relaxációs jelenségek vizsgálatára. Eljárásunkat a lumineszkálás időbeli lefolyásának, felgerjedési és utóvilágítási jelenségeinek a tanulmányozására dolgoztuk ki. A kompenzációs módszer egyik legfontosabb problémája a kompenzációnál alkalmazott elektronikus berendezések és az indikáló oszcillográf erősítőjének sávszélessége [2], a berendezések frekvencia-átvittele és fázistorzítása.

Az elektronsokszorozó munkaellenállásán fellépő, továbbá a kompenzáló jelek frekvencia-spektruma könnyen meghatározható, ha operátorszámítás segítségével oldjuk meg a jelenségeket leíró differenciálegyenleteket.

Amint közleményünkben leírtuk [1], a lumineszkálás felgerjedési és utóvilágítási jelenségeit rövid impulzus és négyszöghullámú gerjesztések mellett vizsgáltuk. A relaxációs jelenséget leíró differenciálegyenlet:

$$\frac{df}{dt} + \alpha f = q(t), \quad (1)$$

ahol f a relaxációs függvény, pl. a lumineszkálás fényének intenzitása, vagy a kompenzáló jel feszültsége, t az idő, $1/\alpha$ a processzus közepes élettartama, $q(t)$ a lumineszkálás gerjesztése vagy a kompenzáló berendezést vezérlő feszültség.

Méréseink alkalmával q a következő értékeket vette fel:

$$\begin{aligned} q(t) &= A = \text{const.} & \text{ha } 0 < t < \tau \\ \text{és} \quad q(t) &= 0, & \text{ha } \tau < t < \tau + T \end{aligned} \quad (2)$$

A gerjesztés periódikus volt, a periódus ideje $\tau + T$. A differenciálegyenletet megoldva kapjuk, hogy:

$$f(t) = -\frac{A}{\alpha} \frac{1 - e^{-\alpha t}}{(1 - e^{-\alpha(\tau+T)})} e^{-\alpha t} + \frac{A}{\alpha} \frac{\tau}{\tau + T} + A \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{1 - e^{-itK\omega}}{(iK\omega + \alpha)iK\omega(\tau + T)} e^{iK\omega} \quad (3)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T + \tau}, K = \pm 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

A megoldás első tagja a bekapcsolási tranziens jelenségét írja le, a második tag az egyenáram komponens (az átlagos fényintenzitást.) Az összeg a processzus komplex Fourier-sora.

* Megjelent először angolul Acta Physica Hungarica, 4, 87, 1954.

Négyszöghullámú gerjesztés esetében $\tau = T$. A stacionárius állapotban:

$$f_s^{(t)} = \frac{1}{2} \frac{A}{\alpha} - A \sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{\pi \alpha K \sqrt{1 + \left(\frac{\omega K}{\alpha}\right)^2}} e^{i(K\omega t + q_K)} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{A}{\alpha} - \frac{2A}{\pi \alpha} \sum_{K=1}^{\infty} \gamma_K \cos(K\omega t + q_K), \quad \gamma_K = \frac{1}{K \sqrt{1 + \left(\frac{\omega K}{\alpha}\right)^2}} \quad (6)$$

$$q_K = \arctg \frac{\alpha}{K\omega}, \quad K = 1, 3, 5, \dots \quad (7)$$

Zn_2SiO_4 fényporokat vizsgálva azt találtuk, hogy a lumineszkálás több relaxációs jelenség szuperpozíciójával írható le, melyek exponensei az alábbi nagyságrendekbe esnek:

$$\alpha_1 = 10^2, \quad \alpha_2 = 10^3, \quad \alpha_3 = 10^5. \quad (8)$$

Az I táblázat mutatja γ_K legfontosabb értékeit $\omega = 314$ sec esetben. 25c—5Mc sávzélességű erősítőjű oszcillográfot alkalmazva, az erősítő 5 Mc-os levágása következtében fellépő hiba, a legkedvezőtlenebb esetben $t = 0$ pillanatban, — az alábbi értékeket veszi fel (K páratlan szám):

$$|R| = \left| \frac{2A}{\pi \alpha} \sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K \sqrt{1 + \left(\frac{\omega K}{\alpha}\right)^2}} \cos q_K \right|. \quad (9)$$

$\alpha_3 = 10^5$ és $K > 10^5$ esetében (K páros vagy páratlan egész szám)

$$|R| < \frac{2A}{\pi \omega} \sum_{K=\frac{1}{2} 10^5+1}^{\infty} \frac{1}{(2K+1)^2} < \frac{2A}{\pi \omega} \int_{\frac{1}{2} 10^5}^{\infty} \frac{dK}{(2K+1)^2}, \quad (10)$$

$$|R| < \frac{A}{\pi \omega} \frac{1}{10^5} = \frac{A}{\alpha_3} \frac{1}{\pi \omega} = \frac{A}{\alpha_3} \frac{1}{\pi^2 10^2} \quad (11)$$

$\alpha_3 = 10^5$ esetében a hiba kb. 0,1%. A α egy komponens relaxációs processzus amplitudója. Méréseinknél 12 cm átmérőjű katódsugárcsőves oszcillográfot alkalmaztunk indikátorként. Ha tekintetbe vesszük a közleményünkben leírt [1] mérési eredményeket, a hiba kisebb, mint az oszcillográf-ábra vonalvastagságából eredő hiba.

Az erősítő következtében fellépő hiba kisebb az I. sz. komponens relaxációs processzus esetében:

$$|R| = \frac{A}{\alpha_1} \frac{1}{\pi^2 10^5} \quad (12)$$

A lumineszkálás utóvilágítási jelenségeinél az egyik legjelentősebb pontosságot korlátozó tényező az indikáló oszcillográf. Hasonló nehézségekről számol be Nottingham [3] és Rivkin [4].

I. TÁBLÁZAT

Ciklus	Harmónikus	I. processzus γ_K	III. processzus γ_K
50	1	1	1
550	11	$8,77 \times 10^{-3}$	$9,1 \times 10^{-2}$
1050	21	$2,41 \times 10^{-3}$	$4,3 \times 10^{-2}$
10 Kc+1	201	$2,66 \times 10^{-5}$	$4,22 \times 10^{-3}$
100 Kc+1	2001	$2,77 \times 10^{-7}$	$2,5 \times 10^{-4}$
1 Mc+1	20001	$2,77 \times 10^{-9}$	$7,97 \times 10^{-7}$
5 Mc+1	100001	$5,55 \times 10^{-11}$	$3,19 \times 10^{-8}$

IRODALOM

- [1] Valkó I. P. és Gergely Gy. Magyar Fizikai Folyóirat I. köt. 93 old.
 [2] П. А. Тольстой, П. П. Феофилов, Успехи Физических Наук. XLI 1, 44 (1950).
 [3] W. B. Nottingham, Solid Luminescent Materials (Cornell Symposium) 301 old.
 John Wiley and Son. N. Y. 1948.
 [4] С. М. Ривкин, Известия Академии Наук, Серия Физическая. XV. 771 old. (1950).

SÖTÉTLÁTÓTERŰ MIKROSZKÓP-MEGVILÁGÍTÁS GYORS NEUTRONOK FOTOEMULZIÓS ENERGIAMÉRÉSÉHEZ *

MEDVECKY LÁSZLÓ
MTA Debreceni Fizikai Kutató Intézete

és
BUJDOSÓ ERNŐ
Kísérleti Fizikai Intézet Debrecen

Világoslátóterű kondenzor aperturarekeszében elhelyezett azimutrekész alkalmazásával előállított sötétlátóterű megvilágítással sikerült elérni, hogy kis nagyítással egyszerre nagy emulzió térfogat legyen látható és a pályák közül csak a $\pm 25^\circ$ azimutális szögűeket lehessen észlelni, azaz az összes előforduló pályáknak körülbelül csak 28–30%-át. Kis neutronintenzitás esetén ez a módszer az emulzióban lévő pályák felkutatását és ezzel a mérést nagyon megkönnyíti.

Gyors neutronok energiájának a fotoemulziós módszerrel történő meghatározására leghasználatosabb eljárás a visszalökött protonok pályáinak kimérése. Ilyenkor a neutron ismert irányához csak maximálisan 20° félnyílású kúpszögben haladó pályák mérésére szorítkoznak. Egy mikroszkóp tárgylemez nagyságú atommagfizikai emulzió átvizsgálásához, azaz a pályák felkutatásához már viszonylag vékony réteg esetében is több ezer beállításra van szükség. E fárasztó és időrabló munka csak úgy egyszerűsíthető, ha a mikroszkópban egyszerre látott emulziótérfogatot növeljük, azaz a megengedhető legkisebb nagyítást használjuk, mert kis nagyításnál nagyobb a látótér átmérője és nagyobb a mélységélesség is. A választható nagyításnak az szab alsó határt, hogy a csak néhány szemcséből álló rövid, minimálisan 0,5 MeV energiának megfelelő kb. 5μ hosszú pályák is még jól és könnyen észlelhetők legyenek. Az ehhez szükséges nagyítás kb. 2–300-szoros. Ilyen nagyításnál kb. 500μ átmérőjű és 3– 4μ vastagságú emulzióhengert láthatunk egyszerre élesen, ami pl. egy kb. 100μ vastagságú 25×75 mm-es emulzió térfogatának előhívás után is csupán kb. 10^{-5} -ed része.

Neutron-proton ütközés természetéből kifolyólag a látótérben 2π térszögön belül tetszőleges irányú pályák egyaránt előfordulnak, és ezek közül éppen a kimérésre alkalmas pályák száma a kevesebb. Ez a módszert még nehezkesebbé és fárasztóbbá teszi.

Célunk az volt, hogy a gyors neutronok fotoemulziós energiamérését különösen kis intenzitású neutronforrások esetében megkönnyítsük és meggyorsítsuk.

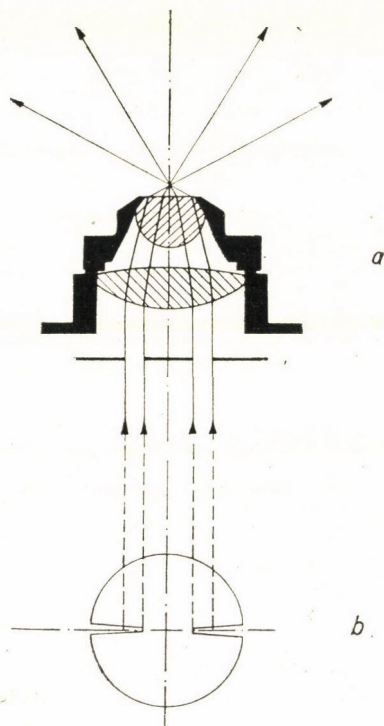
* Érkezett 1954. aug. 30.

A feladat csak akkor mondható megoldottnak, ha olyan mikroszkópai módszert sikerül találni, amellyel

1. egyszerre nagy emulziótérfogatot tekinthetünk át,
2. a pályák közül lehetőleg csak az irányuknál fogva kimérésre is alkalmas pályák láthatók.

Az alkalmazott megvilágítási módszer leírása

A cél eléréséhez a szokásosan alkalmazott világoslátóterű megvilágítás helyett speciális sötétlátóterű megvilágítást alkalmaztunk. Az egyszerű sötétlátóter még nem oldja meg a problémát, mert kis nagyításnál az emulzió



1. ábra

a) Kondenzor metszete és a sématis sugármenet.

b) Az azimuttrekesz alakja.

szemcséin való fényszórás igen nagy és csak akkor szembeötlőek a nyomok, ha közepes vagy nagy nagyítást alkalmazunk. Ha azonban a sötétlátóterű megvilágítást Land és társai [1] által kozmikus kutatáshoz kidolgozott meg-

oldásban használjuk, alkalmazható kis nagyítás is, és így jelentősen csökken a háttér csillogása. Nem valósul meg azonban a szögkiválasztásra irányuló kíváncsi.

Hogy csak bizonyos irányban haladó pályákat lássunk, ahhoz a pályákat irányukra merőlegesen kell megvilágítani. Ezt elérhetjük a kondenzor aperturarekeszének excentrikus beállításával is, de nagyobb követelmények esetén azimuttrekeszt kell az aperturarekesz síkjában elhelyezni.

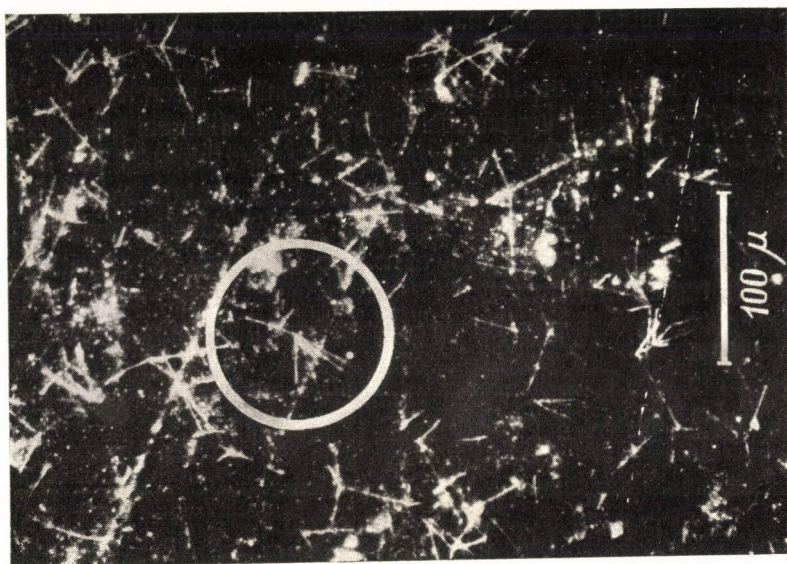
Utóbbi megvalósítását az 1. ábra mutatja. C. Zeiss kutatómikroszkópot használtunk 84X össznagyítással [8X achromát objektív num. ap. 0.20, 7X H okulár, 1.5X binokuláris tubus] és Abbe-féle kondenzorral. A kondenzor aperturarekesze fölött elhelyezett azimuttrekesz alakját az 1. b. ábra mutatja.

Az azimuttrekesz aperturája befolyásolja, hogy a háttér csillogásából mennyire és milyen nagy szögtartományba eső pályák emelkednek ki. A két szélső sugár aperturáját megszabja egyrészt az azimuttrekesz belső átmérője, másrészt a kondenzor aperturairisz átmérője. Úgy találtuk, hogy 8° nyílásszögű 10 mm belső átmérőjű azimuttrekesz és 18 mm kondenzoririsz-átmérő esetében kapjuk a legkedvezőbb eredményt. Méréseinkből a kondenzor numerikus aperturájában szereplő szög értéke 30° , ill. 60° volt. Az általunk használt kis nagyítás ilyen megvilágítás mellett már alkalmas volt rövid pályák észrevételére és az azimuttrekesz beállítása szerint adott irányhoz csak a $\pm 25^\circ$ irányban haladó nyomok voltak láthatók. Emellett az egyszerre látott térfogat is megnőtt [kb. 30–40 X-ére], mert a látótér átmérője 1100μ , a mélységelesség 25μ . A pályák még szembeötlőbbek, ha a megvilágításhoz kék színsűrűt használunk.

A fentebb elmondott eredményeket a 2. ábrákon szemléltetjük. Az ott látható mikrofotográfiák egy ugyanazon mikroszkópbeállítással készültek Ilford C2 100μ vastagságú emulzióról és thorium radioaktív bomlási sor α pályáit ábrázolják. Szándékosan választottuk a demonstrálásra proton nyomok helyett ezt a felvételt, mert ilyen nagyítás mellett a proton pályák szemcséi éppen olyan összefolyó vonalat adnak, mint az α nyomok. Ezen felvételekkel azonban jobban be tudjuk mutatni, hogy ugyanazon látótérben az azimuttrekesz állásának megfelelően csak egy bizonyos irányban, mégpedig a rekesz nyílására merőleges $\pm 25^\circ$ szögtartományban haladó nyomokat lehet észlelni. Különösen jól megfigyelhető ez a 2a ábrán bekeretezett többágú csillagnál. Az ennek megfelelő helyet a 2 b–d ábrán is megjelöltük.



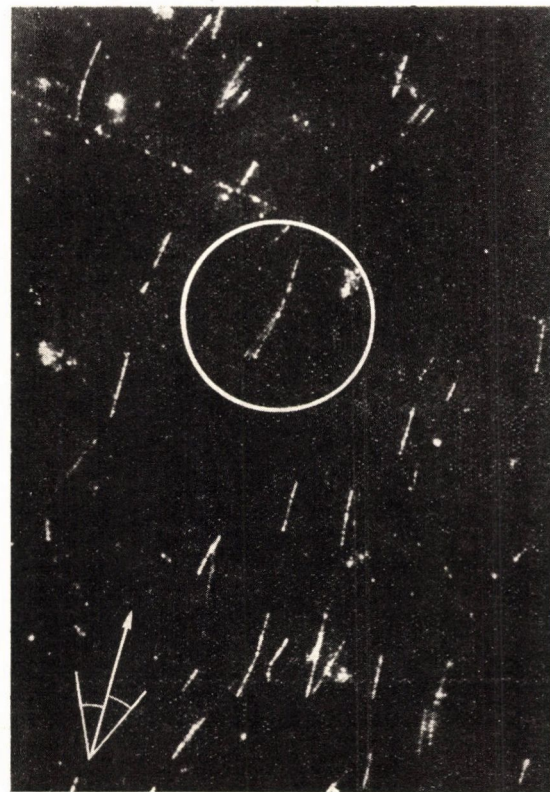
b)



a)



c)



d)

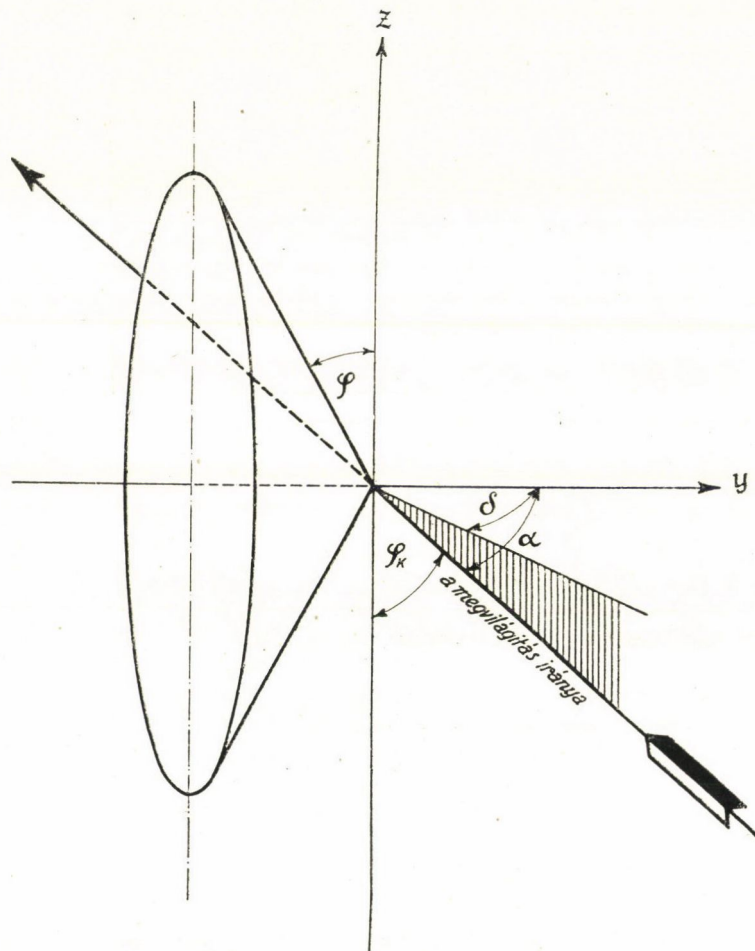
2. ábra

Thorium α pályákról készült sötétlátóterű mikrofelvetelek. A felvételek egy ugyanazon emulzióterületről készültek, különböző sötétlátóterű megvilágítással. (A hosszú vonalakat és foltokat az emulzió felületén lévő karcok, illetve ezüströgök okozzák.)

a) Világoslátóterű kondenzor azimutrekessz nélkül, központi fényrekesztővel (centralblende). b–d) Az 1. b) ábrán feltüntetett egymáshoz viszonyítva 60° -kal elfordított azimutrekesszel. A pályák láthatósága szempontjából kitüntetett irányt és szögtartományt fehér nyíl ábrázolja

A látható pályák szögtartományának kiszámítása

Feküdjék valamely egydimenziós rács az y tengely irányában, z tengelyessék egybe a mikroszkóp optikai tengelyével. Mint a hullámoptikából ismeretes, hogyha egydimenziós rácsot sík hullámfelület éri, akkor annak pontjaitól kiinduló Huygens-féle elemi gömbhullámokat kúpfelület burkolja. E kúp tengelye maga a rács, a fénysugár és a rács által meghatározott síkba eső alkotója pedig merőleges a megvilágító sugárnyalábra. Az elhajlott fénysuga-



3. ábra

Lineáris tárgyon ferdén beeső párhuzamos sugárnyaláb hatására létrejött fénykúp

ak ennek a kúpnak a normálisát képezik, azaz a fentiek alapján a megvilágító fénysugár ennek a kúpnak a palástján halad végig. Ezt a fénykúpot tüntetjük fel a 3. sz. ábrán. Azt a szélső helyzetet ábrázoljuk, amikor a rács a

mikroszkópban még éppen nem látható. φ az objektív, φ_k pedig a megvilágítás numerikus apertura szöge, δ a megvilágítás xy síkra való vetülete és a kúp tengelye által, α pedig a megvilágítás és az elemi rács iránya által bezárt szög. Tehát a megvilágítás azimutját, azaz a δ szöget növelve $90^\circ - \delta$ tartományban az elhajlott sugarak már bejutnak a mikroszkóp objektívjébe, mivel a kúp nyílásszöge $[\alpha]$ ezzel növekszik.

A magfizikai emulzióban létrejövő pályát, — ami lényegében a látható fény hullámhosszával összemérhető átmérőjű szemcsék sorozata — felfoghatjuk ilyen egydimenziós rácsnak.

Alkalmazva a szférikus geometria összefüggéseit [2]

$$\cos \alpha = \sin \varphi_k \cos \delta$$

másrészt

$$\cos \alpha = \sin \varphi$$

tehát φ és φ_k ismeretében kiszámítható azon tartomány félszöge ($90^\circ - \delta$), amely irányba eső pályák a mikroszkópban láthatók.

Az általunk használt optika és azimutrekész esetében a legkedvezőtlenebb 30° -os sugárirányra számolva ez $\pm 23^\circ 35'$, azaz a kísérleti eredmény-nyel jól megegyező értéknek adódik.

* * *

Hálás köszönetünket fejezzük ki Szalay Sándor professzornak munkánk iránt mutatott érdeklődéséért és támogatásáért.

IRODALOM

- [1] E. H. Land, G. Bird és W. A. Shurcliff: Journ. of Opt. Soc. Am. 40, 61, 1950.
 [2] H. Siedentopf: Zs. f. wiss. Mikrosk. 29, 14, 1912.

LEMEZTARTÓ MOZGATÓSZERKEZET SPEKTROGRÁFHOZ*

VARSÁNYI FERENC és BARDÓCZ ÁRPÁD

Magyar Tudományos Akadémia Központi Fizikai Kutató Intézete Spektroszkópai Osztály

Szerkezet leírása, amellyel tükör kollimátorral bíró közepméretű spektrográfnál a lemeztartó továbbítása és a lemeztartó helyzetének ellenőrzése a készülék megkerülése nélkül, az optikai pad mellől végrehajtható.

A klasszikus felépítésű közepméretű prizmás spektrográfoknál a rés és a fényforrás a készülék egyik végén, a lemeztartó a másik végén van. A fényforrás és lemeztartó közötti távolság mintegy 2 m, ami azt jelenti, hogy minden színeképfelvétel után el kell menni a lemeztartóhoz annak állítása végett. Egyes tükörkollimátorral bíró készülékeknél a fényforrás és a lemeztartó közötti távolság kisebb ugyan, de előbbi a spektrográfot hordozó asztal egyik, utóbbi pedig a másik oldalán helyezkedik el, így minden lemeztartóállítás alkalmával meg kell kerülni az asztalt. A lemeztartó állása egyik spektrográfnál sem látható a fényforrástól, amely a kezelő személy fő tartózkodási helye.

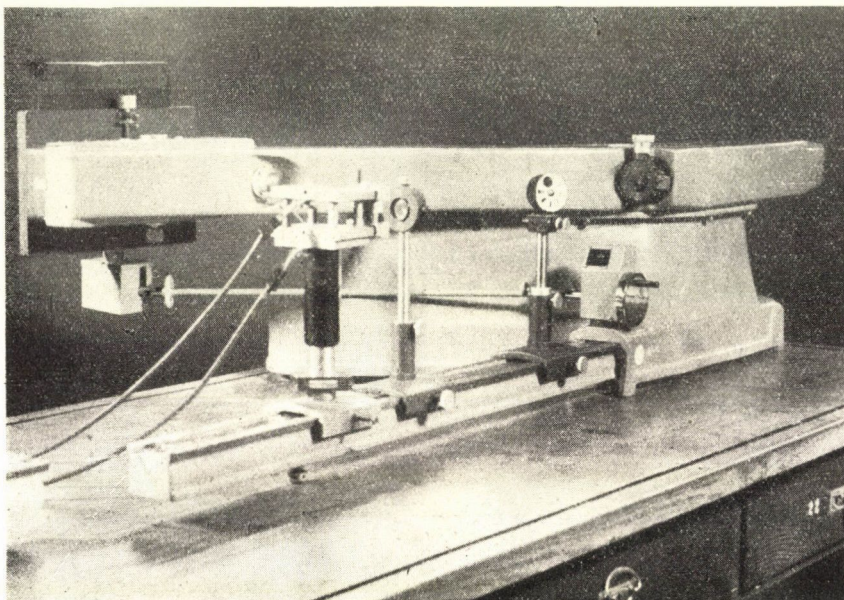
Fentebb említett hátrányok kiküszöbölésére javasoltak mindkét készülék-típusnál olyan megoldásokat, amelyek segítségével a lemeztartó a fényforrásnál állva állítható [1, 2]. Ezek az állítószervezetek azonban általában nincsenek szervesen összeépítve a spektrográffal. Újabban a Zeiss-féle Q24 jelű spektrográfba szervesen be van építve egy állítószervezet, amely segítségével a lemeztartót a fényforrás helyétől lehet állítani. Az ugyanitt elhelyezett számlálószerkezet mutatja a lemeztartó mindenkori állását. További megoldás abból áll, hogy a lemeztartót ellensúly és mágnes segítségével a fényforrás közeléből távvezérlék [3]. Ennél a megoldásnál a lemeztartó állítása a felvételek időzítésére használt időkapcsoló segítségével is működtethető.

Jelen dolgozat tükör-kollimátorral bíró spektrográffal szervesen összeépített lemeztartó-állító szerkezetet ismertet. Ennek segítségével a lemeztartó a fényforrástól működtethető és ugyanitt ellenőrizhető számlálószerkezet segítségével a lemeztartó mindenkori állása.

Az általános elrendezés az 1. ábrán látható. A lemeztartótovábbítás a rés alatt, az optikai pad tövénél elhelyezett forgatókerékkel történik. A forgatókerék tengelyéhez kardáncsukló segítségével összekötőrúd csatlakozik, amelyre

* Érkezett 1954. aug. 30.

újabb kardáncsukló közbeiktatása után az emelést végző kúpogaskerékpár egyik tagja van rögzítve. A lemeztartó emelését és süllyesztését csavarorsó végzi, amelyet a másik kúpogaskerékkel összeerősített anya mozgat. A forgatókerék tengelyéhez egyszerű számlálószerkezet csatlakozik, amely a lemeztartó



1. ábra

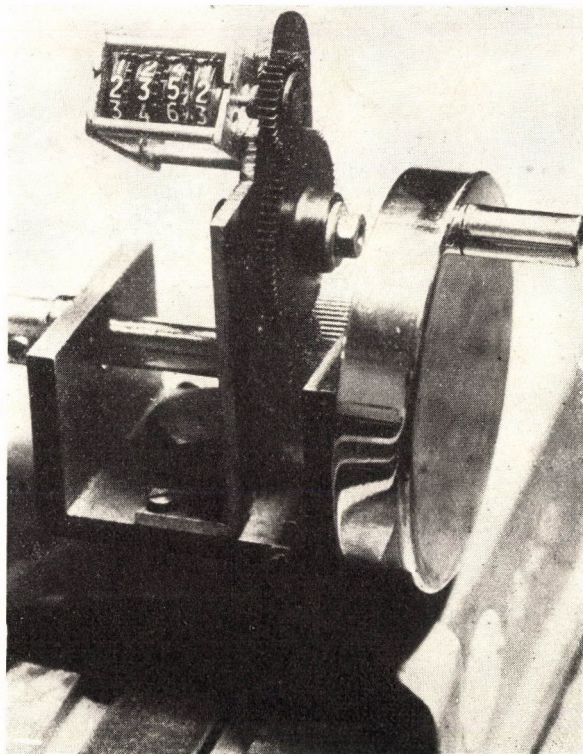
I. Sz. P. 22. jelű spektrográf a lemeztartó-továbbítószerezettel és a számlálóval

helyzetének ellenőrzésére szolgál. A mozgatás a lemeztartó mellett állva is elvégezhető az összekötőrúdra erősített recézett tárcsa segítségével.

A forgatókerék csapágya, a számlálóberendezés, valamint a pormentesítést és tetszetősebb külsőt szolgáló burkoló-ház az optikai padot rögzítő csavar segítségével van a készülékhez erősítve. A kivitel részletei a 2. ábrán láthatók.

A kép a pormentesítő burkolat eltávolítása után készült. A számláló a forgatókerék tengelyéhez a kényszerkapcsolat megvalósítása céljából fogaskerek segítségével csatlakozik. A három fogaskerék közül az alsó és felső azonos nagyságú, tehát áttételezés nincs, a forgatókerék egy körülfordulásánál a számláló tengelye is egy teljes fordulatot végez. A számláló közönséges, telefonközpontokban, villany- és gázórákban stb. használatos készülék. A borító dobozon levő ablakot úgy alakítottuk ki, hogy a négy számtárcsa közül a középső kettő legyen csak látható. Így a forgatókerék minden körülfordulása-kor egy-egy számjeggyel növekszik a látható kétjegyű szám. A forgatókereket minden fordulat után azonos helyzetben rögzíti egy rugós ütközőgolyó.

A lemeztartót emelő eredeti, nagy menetemelkedésű csavarorsót kicseréltük 1 mm menetemelkedésű orsóra, így a forgatókerék egy fordulatának 1 mm lemeztartó-eltolódás felel meg. A számlálón leolvasható számjegy tehát közvetlenül milliméterben adja a kiindulólhelyzettől mért távolságot.



2. ábra

A lemeztartó állásának ellenőrzésére szolgáló számlálószerkezet felépítése

Ha a számláló jobboldali három tárcsáját tennénk láthatóvá, a lemeztartó helyzetének tizedmilliméterenkénti ellenőrzése válna lehetővé, erre azonban általában nem szokott szükség lenni.

* * *

Mezei Ferenc és Bánhegyi Endre munkatársainknak a készülék kivitelezésénél kifejtett munkáját megköszönjük.

IRODALOM

1. Török T. Spectrochim. Acta, 2., 299, 1944.
2. Kuzmin, M. V. és Kravcsenko, P. A., Zavodszkaja Laboratorija, 16., 497, 1950.
3. Keck, P. H., Spectrochim. Acta, 3., 599, 1949.



NUKLEON MOZGÁSA SKALÁRIS MEZONTÉRBEN*

MARX GYÖRGY és SZAMOSI GÉZA

Eötvös Loránd Egyetem Fizikai Intézete, Budapest

A dolgozat pontszerű nukleonnak skaláris mezontérben való klasszikus mozgásával foglalkozik. A sztatikus térben való mozgás egzaktul tárgyalható. A számítások megerősítik *Werle* kis energiára vonatkozó közelítésben nyert eredményeit, mely szerint tisztán vonzó (pl. Yukawa-) potenciál is taszításra vezet akkor, ha a potenciális energia abszolút értéke a nyugalmi energiánál nagyobbá válik. Így minden külön feltevés nélkül kiadódik a nukleont körülvevő, kb. annak Compton-hullámhosszával egyenlő sugarú taszítógömb létezése. A mozgás időbeli lefolyásának vizsgálata többek közt arra az eredményre vezet, hogy a részecske a taszítási tartomány határán fénysebességgel halad át. Több nukleon kölcsönhatása esetén a háromtest-erőkkel analóg effektusok lépnek fel.

1. §. Bevezetés

Általánosan elfogadott nézet, hogy az atommagban uralkodó viszonyok közt a relativisztikus effektusok nem játszanak jelentékeny szerepet. Ez a feltevés azon alapul, hogy a magban az egy nukleonra jutó kötési energia kicsiny a nukleon sajátenergiájához képest. Mindazonáltal részletesebb kijelentéseket erről a kérdésről csak akkor tehetünk, ha megvizsgáljuk a nukleonok egzakt relativisztikus mozgásegyenletét a magerőtérben (mezontérben). A megoldást először nyilván a klasszikus elmélet közt kell keresni.

A mozgásegyenlet felállításával többen foglalkoztak [1], meghatározták a külső tér által a nukleonra kifejtett erő mellett a sajátter visszahatásából származó tagokat is. A klasszikus relativisztikus mozgásegyenlet tehát pontosan ismeretes. Kevesebbet foglalkoztak azonban ezen egyenletek megoldásával, magával a tér-időbeli mozgásnak a lefolyásával. *Werle* [2] a legutóbb a relativisztikus Hamilton—Jacobi-egyenletet diszkutálva mutatott rá a következőre: amíg a részecske kinetikus és potenciális energiájának összege kicsiny a nyugalmi energiához képest, a részecske mozgása megfelel egy olyan potenciáltérben való mozgásnak, melyben a közönséges vonzó magerő-potenciálhoz egy rövid hatótávolságú erős taszító potenciál járul. Ez az eredmény azért nagyon érdekes, mert szerinte a vonzó magerőnek igen kis távolságban pusztán

* Érkezett 1954. aug. 21. Az *Annalen der Physik*ben (15. 182. 1955) és az *Acta Physica Hungarica*ban (4. 221. 1955), valamint a *Bulletin Acad. Sci. Polonaise*-ben (2. 475. 1954) megjelent dolgozatok összefoglaló ismertetése.

relativisztikus okokból taszításba kell átmennie. A nukleonokat tehát egy kis taszítógömb veszi körül, mely megakadályozza, hogy azok egymást minden határon túl megközelítsék. Mint ismeretes, ilyen taszítógömb létezését valószínűsítették Lévy kvantumelméleti megfontolásai is [3]. Ezen kishatótávolságú taszítás létezése úgy látszik, a tapasztalattal összhangban van, ugyanis azt Jastrow és mások [4] nukleon-nukleon-szórás kísérleteket és más magfizikai megfigyelések eredményét ilyen taszítás fenomenológiai bevezetésével tudták magyarázni.

A jelen dolgozat célja az, hogy a klasszikus skaláris mezontérben a nukleon mozgásegyenletének megoldásait közelítésmentesen diszkutálva megvizsgáljuk, eredményez-e tisztán vonzó jellegű mezonpotenciál bizonyos tartományban — pusztán relativisztikus okokból — taszítást. A magfizikai problémák jellegzetes többtestproblémák, ezért kíváncsok volna a nukleonok kölcsönhatásának mint többtestproblémának a vizsgálata. Mivel azonban a klasszikus relativisztikus többtestproblémának kielégítő megoldása nem ismeretes, mi mindig egyetlen pontszerű nukleonnak adott külső mezontérben való vizsgálatával fogunk foglalkozni.*

2. §. A mozgásegyenletek háromdimenziós jelölésben

ϱ sűrűségfüggvénnyel leírt, g nukleontöltést hordozó nukleonok által keltett mezontér egyenlete

$$\square \varphi - \mu^2 \varphi = 4\pi g \varrho. \quad (1)$$

A mezontér energia-impulzus-tenzora, mint ismeretes

$$T_{ik} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} - \frac{\delta_{ik}}{8\pi} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_r} \frac{\partial \varphi}{\partial x_r} + \mu^2 \varphi^2 \right).$$

A nukleonra ható ponderomotoros erő sűrűsége

$$f_i = - \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = - g \varrho \frac{\partial \varphi}{\partial x_i},$$

ebből a pontszerű nukleonra ható erő négyesvektora

$$F_i = - g \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}.$$

Ezt figyelembe véve a nukleon mozgásegyenlete

$$\frac{d}{d\tau} (M u_i) = - g \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}, \quad u_i u_i = -c^2. \quad (2)$$

* Ez azt is jelenti, hogy jelen közleményben nem vesszük figyelembe a sajátter visszahatását sem. A sugárzási visszahatás tárgyalását egy későbbi közlemény számára szeretnénk fenntartani.

M a nyugalmi tömeg, $u_i = dx_i/d\tau$ a nukleon négyessebessége, $x_4 = ict$, c a fénysebesség, τ egy skaláris paraméter, mely általában „sajátidő“ néven ismeretes. Bevezetve a $gq = V$ (skaláris) potenciális energiát, írhatjuk:

$$\frac{d}{d\tau}(Mu_i) = -\frac{\partial V}{\partial x_i}. \quad (3)$$

Novobátzky kimutatta [5], hogy skaláris potenciális energiával leírt erő esetén a nyugalmi energia nem lehet állandó a mozgás során. Ugyanis a differenciálást elvégezve és a (3) mozgásegyenletet $c^{-2}u_i$ -val végigszorozva kapjuk:

$$\frac{dM}{d\tau} = \frac{1}{c^2} \frac{dV}{d\tau}, \quad M = m + \frac{V}{c^2}. \quad (4)$$

Így a mozgásegyenletbe a tömegspektroszkópiai mérésekből ismeretes állandó m nukleontömeget helyettesíthetjük:

$$\frac{d}{d\tau} \left[\left(m + \frac{V}{c^2} \right) u_i \right] = -\frac{\partial V}{\partial x_i}. \quad (5)$$

Írjuk át ezt az egyenletet hármass írásmódba. Az első három komponens ($i = 1, 2, 3$):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m + V/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} v \right) = -\sqrt{1 - v^2/c^2} \text{ grad } V. \quad (6)$$

A negyedik komponens ($i = 4$) $-ic$ -szerese:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{mc^2 + V}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) = \sqrt{1 - v^2/c^2} \frac{\partial V}{\partial t}. \quad (7)$$

Tételezzük fel egy pillanatra, hogy V explicite nem függ az időtől (az erőter konzervatív). Ekkor az

$$E = \frac{mc^2 + V}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (8)$$

mennyiség időben állandó. Ezt a mennyiséget kell tehát a nukleon energiájának tekintenünk. Annál is inkább, mert a $c \rightarrow \infty$ nem-relativisztikus közelítésben:

$$\lim_{c \rightarrow \infty} (E - mc^2) = \frac{1}{2} m v^2 + V,$$

ami éppen a nem-relativisztikus mechanika energiakifejezése. Időben változó erőterben az energia is változik:

$$\frac{dE}{dt} = \sqrt{1 - v^2/c^2} \frac{\partial V}{\partial t}. \quad (9)$$

A mozgásegyenletek (7) térbeli komponensei (8) figyelembevételével így is írhatók:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{E}{c^2} v \right) = -\sqrt{1 - v^2/c^2} \text{ grad } V,$$

vagy (9) figyelembevételével:

$$m \frac{dv}{dt} = - \frac{1-v^2/c^2}{1+V/mc^2} \left(\text{grad } V + \frac{1}{c^2} v \frac{\partial V}{\partial t} \right), \quad (10)$$

esetleg kissé más alakban:

$$m \frac{dv}{dt} = - (1-v^2/c^2) \left(\text{grad} + \frac{1}{c^2} v \frac{\partial}{\partial t} \right) mc^2 \log \left(1 + \frac{V}{mc^2} \right).$$

Kis sebességekre tehát a mozgás úgy zajlik le, mintha a részecske egy

$$V^* = mc^2 \log \left(1 + \frac{V}{mc^2} \right)$$

potenciállal leírt térben mozogna. (Ere először *Plebanski* mutatott rá [1].) A tetszőleges energiák és sebességek esetén érvényes mozgásegyenletet (10) alatt írtuk fel.

3. §. Mozgás sztatikus skalártérben

Abban a gyakorlatilag fontos esetben, mikor a használt koordinátarendszerben V explicite nem függ az időtől, az egzakt (10) mozgásegyenlet igen leegyszerűsíthető. Használjuk fel a (8) egyenletet a sebesség kiküszöbölésére és vegyük figyelembe, hogy (9)-re való tekintettel most E állandó. Ekkor (10) a következő egyszerű alakra hozható:

$$m \frac{dv}{dt} = - \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2 \left(1 + \frac{V}{mc^2} \right) \text{grad } V, \quad (11)$$

azaz

$$m \frac{dv}{dt} = - \text{grad } W, \quad (12)$$

ahol

$$W = \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2 \left(V + \frac{V^2}{2mc^2} \right). \quad (13)$$

Leolvasható ebből, hogy a nukleon statikus térben teljesen úgy mozog, mintha reá a W potenciális energiából származó Newton-féle erő hatna. Ezt a potenciálkifejezést a Hamilton—Jacobi-egyenletből kiindulva $E^* = E - mc^2 \ll mc^2$ közelítésben először *Werle* [2] vezette le

$$W = V + \frac{V^2}{2mc^2} \quad (14)$$

alakban. A mostani levezetés egyrészt *Werle* eredményét a mozgásegyenletből kiindulva támasztja alá, másrészt azt tetszőleges energiákra általánosítja, így annak közelítő jellegét megszünteti.

A (13) alatt levő kifejezés nem tekinthető klasszikus értelemben vett potenciálnak, mert hiszen ebben már a mozgás egyik állandója, E szerepel.

Tekintettel azonban arra, hogy az összenergia szórás kísérleteknél a kísérleti feltételekből, más esetekben mérésekből jól meghatározható, az egyszerű alakú (12) mozgásegyenlet mégis igen jól használható a mozgás tárgyalására, hiszen az egyenlet a klasszikus mechanika mozgásegyenletével egyező alakú, amellet semmi közelítést nem tartalmaz, a mozgást teljesen egzaktul, relativisztikusan írja le.

A (12) mozgásegyenletből könnyen megkapható a mozgás egyik integrálja:

$$E_W = \frac{1}{2} m v^2 + W \quad (15)$$

alakban, ez azonban teljesen megegyezik a (8) alatt felírt energiainTEGRÁLLAL.

A számítás tovább egyszerűsödik, ha feltételezzük, hogy φ csak az erőcentrumtól számított r távolság függvénye. Ekkor a W ekvivalens potenciál is ilyen, tehát a sebességmomentum állandó. Ez azt jelenti, hogy a mozgás egyrészt síkban folyik le, másrészt a (síkbeli polárkoordinátákban kifejezhető) területi sebesség állandó:

$$\frac{1}{2} r^2 \frac{d\varphi}{dt} = h = \text{const.} \quad (16)$$

Ezt figyelembe véve (8)-ból

$$\frac{dr}{dt} = c \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2 + V(r)}{E} \right)^2 - \frac{4h^2}{c^2 r^2}}, \quad (17)$$

amiből az $r(t)$ függvény már egyszerű integrálással meghatározható. Eredményünk tehát az, hogy a skaláris sztatikus centrális erőterben a nukleon mozgása teljesen egzaktul tárgyalható.

A kapott eredményekből már érdekes következtetések vonhatók le. Tételezzük fel, hogy a V potenciál tisztán vonzó jellegű: r csökkenésével csökken. Ekkor a (11) egyenletből leolvasható módon a gyorsulás a $V > -mc^2$ tartományban a vonzócentrum felé irányul. A

$$V(r_0) = -mc^2 \quad (18)$$

egyenlettel meghatározott r_0 pontban azonban a gyorsulás zérussá válik (ugyanítt tűnik el (4) szerint a nyugalmi tömeg is), majd ezen belül $r < r_0$, $V < -mc^2$ értékekre a gyorsulás ellenkező irányú lesz. Látható tehát, hogy teljesen vonzó jellegű potenciál esetén is az erőcentrumot egy r_0 sugarú taszítási tartomány veszi körül, mely teljesen független az energiától, vagy más kezdeti feltételtől. (A taszító tartomány létezésének feltétele az, hogy V elég nagy negatív értéket is felvegyen.)

A (8) energiaegyenletből fejezzük ki a sebességet:

$$|v| = c \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2 + V}{E} \right)^2}. \quad (19)$$

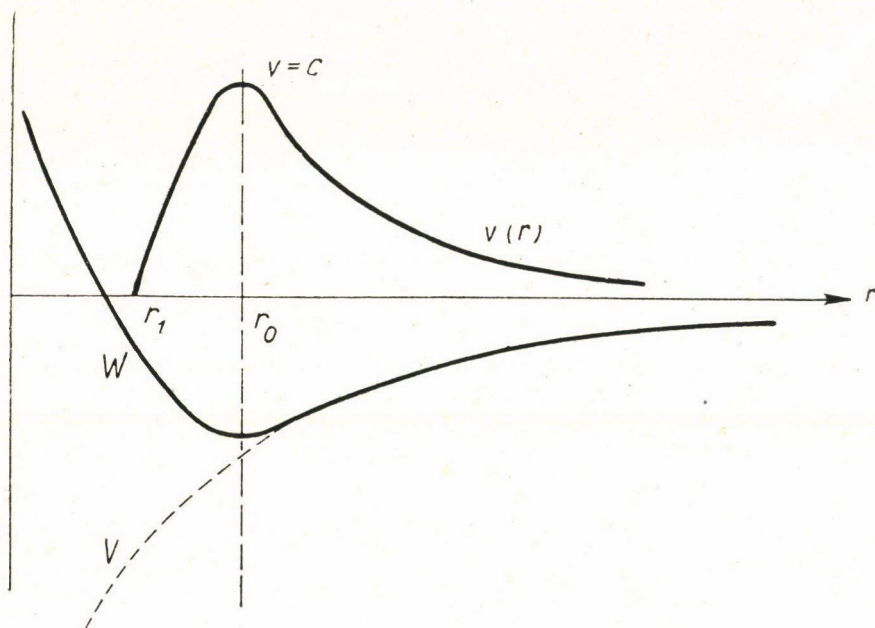
Ebből látható, hogy az $r = r_0$ pontban a nukleon sebessége eléri a fény-

sebességet (ismét E -től függetlenül). Ez azonban nem okoz semmi nehézséget, ugyanis a nyugalmi tömeg egyidejű eltűnése miatt az $M(1-v^2/c^2)^{-1/2}$ mozgási tömeg továbbra is véges állandó értékű marad.

A kívülről (pl. szórás kísérleteknél végtelenből) érkező nukleon a taszítózónába fénysebességgel lép be. A taszítózónában megindul a sebesség csökkenése, és ha a potenciál abszolút értéke elég nagy lesz, eléri a

$$V(r) = -mc^2 - E \quad (20)$$

értéket, akkor a részecske sebessége radiális mozgás esetén zérussá válik, a részecske tehát ebben a pontban visszafordul. A mozgás lefolyása tehát a követ-



1. ábra

kező: a végtelenből érkező nukleon az erőcentrumhoz közeledve erősen gyorsulni kezd, a taszítógömb határán fénysebességgel halad át, a taszítótartományban sebessége lecsökken, radiális mozgásnál elég mélyre való potenciál mellett eléri a zérus értéket is. Ebben a pontban a részecske a kifelé irányuló gyorsulás hatására visszafordul, fénysebességgel lép ki a taszítózónából, majd eltávozik a végtelenbe. A kezdősebességnek mindössze az a szerepe van, hogy a nagyobb energiájú nukleon fordulópontja a vonzócentrumhoz közelebb esik. (Lásd az ábrát.)

4. §. Példák

Tekintsük először azt az esetet, amikor a mozgó nukleonra ható magerő-teret egy nyugvó nukleon kelti: Skaláris mezontérrel dolgozva ekkor:

$$\varphi = -g \frac{e^{-\mu r}}{r}, \quad V = -g^2 \frac{e^{-\mu r}}{r}.$$

Vezessük be az

$$\frac{e^2}{r_e} = m_e c^2$$

definícióval értelmezett „klasszikus elektronsugár“ analógiájára a

$$g^2 \frac{e^{-\mu r_0}}{r_0} = m c^2 \quad (21)$$

értelmezés szerint az r_0 „klasszikus nukleonsugár“ fogalmát.* Tekintettel arra, hogy $g > e$, ez sokkal kisebb a magerők μ^{-1} hatótávolságánál, ezért értéke

$$r_0 = \frac{g^2}{m c^2} e^{-\mu r_0} \simeq \frac{g^2}{m c^2} = \frac{g^2}{\hbar c} \frac{\hbar}{m c}, \quad (22)$$

és mivel $g^2 \hbar c$ a megfigyelés szerint 1 közelébe eső érték, r_0 kb. a nukleon Compton-hullámhosszával egyezik meg, $2 \cdot 10^{-14}$ cm körüli érték. Célszerű lesz r_0 egységeiben számolni.

A nukleon sebességét, mint r függvényét a (19) 'képlet határozza meg. A nukleon-nukleon szórásproblémáknál a nukleon kezdeti kinetikus energiája igen kicsiny a nyugalmi energiájához képest, így

$$r(r) = c \sqrt{1 - \left(1 - \frac{g^2}{m c^2} \frac{e^{-\mu r}}{r}\right)^2} \quad (23)$$

írható. (Ha végtelenben a kezdősebesség $v_0 = 0$, a képlet pontos.) A taszító-zóna határa, a fénysebesség elérése a

$$g^2 \frac{e^{-\mu r_0}}{r_0} = m c^2 \quad (24)$$

egyenlet által jellemzett pontban, tehát éppen a klasszikus nukleonsugárnál, a rögzítettnek tekintett nukleontól $2 \cdot 10^{-14}$ cm távolságban van, ami a „klasszikus nukleonsugár“ kifejezés használatát még indokoltabbá teszi. (Ez a magerők hatótávolságának kb. 1/6 része.) A radiálisan haladó nukleon a rögzített nukleont a

$$g^2 \frac{e^{-\mu r_1}}{r_1} = 2 m c^2$$

egyenlet által definiált távolságig közelíti meg, ami

$$r_1 = \frac{r_0}{2} e^{\mu(r_0 - r_1)} \simeq \frac{r_0}{2}$$

* Tulajdonképpen következetesebb volna r_0 -t kétszeres nukleonsugárnak nevezni.

szerint kb. a klasszikus nukleonsugár fele. Látható tehát, hogy két nukleon nem-relativisztikus sebességek esetén sohasem közelítheti meg egymást a klaszikus nukleonsugár felénél kisebb távolságra.

A mozgás lefolyása tehát az, hogy a beeső nukleon a rögzítettnek tekintett nukleon felé haladva 10^{-12} cm körül a vonzó magerő hatására gyorsulni kezd, 10^{-13} cm-en belül a gyorsulás igen intenzívvé válik, a nukleon kb. $2 \cdot 10^{-14}$ cm körül eléri a fénysebességet. Ekkor a gyorsulás természetesen nem folytatható tovább, a nukleon taszítózónába jutva elveszíti sebességét, 10^{-14} cm távolságban visszafordul, ismét átmegy a fénysebesség tartományán, majd sebességét fokozatosan elveszítve eltávozik a végtelenbe. A mozgás időbeli lefolyásáról könnyen képet alkothatunk magunknak, ha figyelembe vesszük, hogy tartományban $e^{-\mu r} \cong 1$. Ezért (21) figyelembevételével

$$v(r) = \frac{dr}{dt} = c \sqrt{1 - \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^2}$$

írható. Ebből egyszerű integrálással a

$$t = t_0 + \frac{r_0}{2c} \left[\left(\frac{2r}{r_0} - 1 \right)^{1/2} + \frac{1}{3} \left(\frac{2r}{r_0} - 1 \right)^{3/2} \right]$$

adódik. (t_0 jelenti az $r_1 \cong r_0/2$ fordulóponton való áthaladás pillanatát.) Ebből leolvasható, hogy a taszítózónában való tartózkodás ideje 10^{-23} sec-nál lényegesen rövidebb, ez alatt a rövid idő alatt a nukleon sebessége c -ről 0-ra, majd ismét c -re változik. (Ha a mozgás nem radiális, a részecskének kezdeti impulzusmomentuma van, a visszafordulás természetesen még hamarabb, pl. p -szórásnál kb. a taszítózóna határán bekövetkezik.)

*

Második példaként tekintsük a nukleonnak egy kiterjedt mag terében való mozgását. Ismét skaláris mezontérrel számolva, az állandó sűrűségűnek tekintett A tömegszámú, R sugarú mag terében a potenciális energia (1) alapján:

$$V(r) = - \frac{3Ag^2}{\mu^2 R^3} \left[1 - (1 + \mu R) e^{-\mu R} \frac{\text{sh } \mu r}{\mu r} \right] \quad (r \geq R).$$

Tekintettel arra, hogy $\mu R \cong A^{1/3}$ jó közelítésben, $g \cong 20e$ esetén egy nehéz atommag belsejében a taszítózóna jelentős térrészt foglal el. Viszont $g \cong 5e$ esetén a taszítózóna nem lép fel, a (10) ekvivalens potenciál nem különbözik erősen a $V(r)$ potenciáltól, relativisztikus effektusok nem adnak számottevő korrekciót.

*

Az előző példában a magot alkotó nukleonokat az atommagban egyenletes sűrűséggel elosztott állapotban levőknek tekintettük. Vizsgáljuk meg ezután egy pontszerű nukleon mozgását n darab rögzített pontszerű nukleon terében.

Az r helyen levő mozgó nukleon potenciális energiája az r_i ($i=1, \dots, n$) helyen rögzített nukleonok terében:

$$V(r) = -g^2 \sum_{i=1}^n \frac{e^{-\mu|r-r_i|}}{|r-r_i|}.$$

A nukleon a 3. § alapján úgy mozog, mintha klasszikus mechanika szerint egy

$$W(r) = \sum_{i=1}^n \left(-g^2 \frac{e^{-\mu|r-r_i|}}{|r-r_i|} + \frac{g^4}{2mc^2} \frac{e^{-2\mu|r-r_i|}}{|r-r_i|^2} \right) + \sum_{i \neq j} \frac{g^4}{mc^2} \frac{e^{-\mu|r-r_i|}}{|r-r_i|} \frac{e^{-\mu|r-r_j|}}{|r-r_j|} \quad (25)$$

potenciállal leírt erőterben mozogna. Ebből az a fontos eredmény adódik, hogy a sztatikus mezontérben való relativisztikus mozgás egy olyan klasszikus mozgással ekvivalens, melynél a kéttest-erők mellett háromtest-erők is fellépnek, és pedig harmadik nukleon jelenléte a két nukleon közt ható vonzóerőt gyengíti. (Ez az effektus azonban csak 10^{-13} cm-nél kisebb távolságban jelentős.)

Azt egyébként, hogy az itt tárgyalt relativisztikus effektusok kvantummechanikai alkalmazásnál Hartree- vagy Hartree-Fock-közelítésben is minden külön feltevés nélkül háromtesterőkre vezetnek, egyszerű számítással be lehet látni.

5. §. A sajátidő-paraméter szerepe

A számítások alapjául szolgáló (3) mozgásegyenletben a koordinátáknak τ paraméter szerint vett deriváltjai szerepelnek. τ a t koordinátaidővel a

$$\frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (26)$$

kapcsolatban áll. Ebből leolvasható, hogy a taszítási tartomány határán, a klasszikus nukleonsugárnak megfelelő távolságban, ahol $|v|=c$, $d\tau/dt$ zérussá, ebben a pontban tehát mozgásegyenlet határozatlanná válik. Felmerülhet a gondolat, hogy ez a határozatlanság nem azt takarja-e, hogy a nukleon be sem lép az $r < r_0$ taszítási tartományba. Ennek megvizsgálására vezessük be a $p_i = Mu_i$ négyesimpulzust. Ennek komponensei így írhatók:

$$p = (p_1, p_2, p_3) = \frac{E}{c^2} v, \quad p_4 = \frac{i}{c} E.$$

Noha $r \rightarrow r_0$ esetén u_i divergenssé válik, p_i mégsem lesz az, hiszen sztatikus térben $E = \text{const.}$ Írjuk az (5) mozgásegyenletet a következő formába:

$$dp_i = F_i d\tau.$$

Ez az alak már nem tartalmaz semmi szingularitást, hanem azt mutatja, hogy az $r = r_0$ határponton a nukleon állandó impulzussal halad át, itt ugyanis $d\tau$ zérus lesz. Ez azt jelenti, hogy a taszítótartományba a nukleon gyorsulás-

mentes tehetetlenségi mozgással lép be úgy, amint azt a 3. §-ban (11) alapján feltételeztük.

(26) alapján a τ paramétert a részecske sajátidejével azonosítjuk, azaz azzal az idővel, melyet a részecskével momentán együttmozgó inerciarendszerben levő órák mérnek. A (26) differenciálhányados általában pozitív. Ha azonban a nukleon belép a taszítási zónába, a (8) képletben az energiaállandó kifejezésében a számláló előbb zérussá válik. Ugyanennek kell történnie a nevezővel is. Ez azt jelenti, hogy a taszítózónában (26) negatív, t növekedésével τ csökken. Ez a paradox eredmény azt látszik mutatni, hogy a taszítózónában a nukleon órája visszafelé jár. Ez logikai abszurdumokra, ok — okozat felcserélődésére vezetne. Gondoljuk meg azonban a következőket: A gyorsuló nukleon órájáról nem beszélhetünk, hanem csak a nukleon pillanatnyi v sebességével megegyező sebességű inerciarendszer órájáról. Ezen óra által mutatott és az általunk használt idő összefüggése a Lorentz-transzformáció általánosan érvényes képlete szerint:

$$\frac{d\tau^*}{dt} = |\sqrt{1 - v^2/c^2}|.$$

Ezt a τ^* -ot kell neveznünk sajátidőnek. τ^* t -nek mindig monoton függvénye és általában megegyezik a mozgásegyenletben szereplő τ parameterrel ($d\tau^*/d\tau = 1$), a taszítózóna határán $d\tau^*/d\tau$ határozatlanná ($0/0$) válik, azon belül pedig τ^* különbözik τ -tól, ($d\tau^*/d\tau = -1$). A mozgásegyenlet τ^* -gal is felírható:

$$\frac{d}{d\tau^*} \left(M \frac{dx_i}{d\tau^*} \right) = - \frac{\partial V}{\partial x_i}.$$

Ennek azonban az a hátránya, hogy a $p_i^* = M dx_i/d\tau^*$ definíció nem használható, mert a taszítási tartomány átlépésekor sztatikus térben is az egyébként állandó $E^* = -icp_i^*$ energia előjelének megváltozását eredményezné. A mozgásegyenlet felírható még a

$$p_i = |M| \frac{dx_i}{d\tau^*}, \quad \frac{dp_i}{d\tau^*} = - (\text{sign } M) \frac{\partial V}{\partial x_i}$$

alakban is. Ez világosan mutatja a vonzó potenciál dacára fellépő taszítás okát: az a nyugalmi tömeg negatívvá válásának a következménye.

6. §. Mozgás általános erő hatására

A (2) alatt tárgyalt mozgásegyenletek speciális esetei az általános

$$\frac{d}{d\tau} (Mu_i) = F_i \quad (27)$$

egyenletnek. Vizsgáljuk ezen mozgásegyenletet általános F_i erővektor esetén. A differenciálást elvégezve kapjuk:

$$\frac{dM}{d\tau} u_i + M \frac{du_i}{d\tau} = F_i. \quad (28)$$

u_r -vel végigszorozva és az $u_i \frac{du_i}{d\tau} = 0$ összefüggést figyelembe véve kapjuk:

$$\frac{dM}{d\tau} = -\frac{1}{c^2} F_i u_i. \quad (29)$$

Ebből látható, hogy ha az erővektor nem merőleges a négyessebességre, a nyugalmi tömeg az erővektor „négyeseffektusa“ folytán változik. (33)-at (32)-be helyettesítve:

$$M \frac{du_i}{d\tau} = (\delta_{ik} + \frac{1}{c^2} u_i u_k) F_k. \quad (30)$$

Látható ebből, hogy általános esetben is írható a mozgásegyenlet „tömeg \times gyorsulás“ alakban, csak ekkor a jobboldalra az erővektornak u_i négyessebességre merőleges komponense irandó. Gyorsító hatása csak az F_i erővektor a részecske világvonalára merőleges komponensének van. A tangenciális komponens (30) szerint „munkavégzés“ folytán a nyugalmi tömeget (nyugalmi energiát) változtatja meg:

$$\begin{aligned} F_i &= F_i^{(m)} + F_i^{(r)}, & F_i^{(r)} &= -\frac{1}{c^2} u_i u_r F_r, \\ M \frac{du_i}{d\tau} &= F_i^{(m)}, & \frac{d}{d\tau} (Mc^2) &= -F_i^{(r)} u_i. \end{aligned} \quad (31)$$

(Tekintettel arra, hogy a $-c^{-2} u_i u_k$ tenzor bizonyos értelemben „kisebb, mint δ_{ik} , az előbbi átlósösszege — spurja — 1, utóbbié 4, azt lehet mondani, hogy $M du_i/d\tau$ „nagyjából“ F_i irányába mutat.)

A gyorsulás mindaddig az erő merőleges komponensének irányába mutat, amíg M pozitív. Ha azonban F_r -nek a világvonallal elég hosszú szakaszán van számottevő mozgásirányú komponense, M egyszer negatívvá válik. Ebben a pontban bekövetkezik a gyorsulás jelváltása. A mozgásnak ilyen megfordulása változatlan irányú erő esetén tehát nem csak az $F_i = -\partial_i V$ összefüggéssel jellemzett skalártérben lép fel, hanem általában mindig, amikor az erő nem merőleges a mozgás világvonalára.

A relativisztikus mozgásegyenleteket mindeddig túlnyomórészt az $F_i = \frac{e}{c} f_{ik} u_k$ Lorentz-erőnek alávetett részecske esetében vizsgálták, itt F_i -nek csak a mozgásra merőleges komponense van ($F_i u_i = 0$), ekkor tehát a nyugalmi tömeg a mozgás során állandó. Nem állandó nyugalmi tömegre első példa volt Nordström gravitációs elmélete [6], majd az egyes skaláris térben végbemenő mozgások [7, 5, 8, 1], többek közt a skaláris mezontérben. Változik a pszeudoskalár mezontérben $F_i = c_r \partial_r \partial_i \varphi$ típusú erő hatására mozgó nukleon nyugalmi tömege is, tehát itt is jellegzetes relativisztikus effektusok fellépése várható. (A pszeudoskalár térben való mozgás vizsgálatára egy későbbi közleményben vissza kívánunk térni.)

Vizsgáljuk meg azt a magfizikai szempontból érdekes esetet, amikor a részecske az elektrosztatikus tértől származó Lorentz-erő és a skaláris mezon-

tértől származó magerő együttes hatására mozog (proton esete):

$$F_i = \frac{e}{c} f_{ik} u_k - g \partial_i \varphi.$$

(29) figyelembevételével az M nyugalmi tömegre most is

$$M = m + \frac{g\varphi}{c^2}, \quad m = \text{const.}$$

adódik, tehát a mozgásegyenlet:

$$\frac{d}{dt} \left[\left(m + \frac{g\varphi}{c^2} \right) u_i \right] = \frac{e}{c} f_{ik} u_k - g \partial_i \varphi.$$

A mozgást sztatikus térben vizsgáljuk, melyet időtől független φ mezonpotenciál és Φ elektromos potenciál, eltűnő \mathcal{A} vektorpotenciál jellemez. Ekkor a mozgásegyenletek első három komponense

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m + g\varphi/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} v \right) = -e \text{ grad } \Phi - \sqrt{1-v^2/c^2} g \text{ grad } \varphi. \quad (33)$$

(32) negyedik komponense az energia megmaradásáról ad számot:

$$E = \frac{mc^2 + g\varphi}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + e\Phi, \quad \frac{dE}{dt} = 0. \quad (34)$$

Az utóbbi egyenletből:

$$|v| = c \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2 + g\varphi}{E - e\Phi} \right)^2}.$$

Látható ebből, hogy az elektromágneses tér jelenléte a jellegzetes relativisztikus taszítás felléptét nem befolyásolja. A nukleon a $g\varphi = -mc^2$ pontig, a fénysebesség eléréséig gyorsulhat, onnan kezdve a taszítózónába jut. Radiális mozgásnál a fordulópont a $g\varphi = -(mc^2 + E - e\Phi)$ egyenlet által meghatározott helyen van.

A (34) energiaképlet felhasználásával a (29) mozgásegyenlet a következő alakban is felírható:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{E - e\Phi}{c^2} v \right) = -e \text{ grad } \Phi - \sqrt{1-v^2/c^2} g \text{ grad } \varphi.$$

Meglepő, hogy az idő szerinti differenciálás jele alatt, a sebesség előtt álló $M' = (E - e\Phi)/c^2$ tömegkifejezés tartalmazza a nyugalmi és kinetikus energia, valamint a mezonikus potenciális energia tömeg-ekvivalenseit, nem szerepel azonban benne az elektromos helyzeti energiának megfelelő tömeg. A többi energiaformákkal szemben a Coulomb-energia ez esetben nem vezet „tömegdefektusra“.*

* * *

* A tömegdefektus-kérdés pontos vizsgálata csak a relativisztikus többtestprobléma keretei között lehetséges.

Ezen a helyen mondunk köszönetet *J. Werle* és *J. Plebanski* docens uraknak (Varsóban), akikkel folytatott értékes diszkussziók jelen vizsgálatok elindítói voltak. Köszönettel tartozunk *Novobátzky Károly* professzor úrnak, aki a számítás során felmerült elvi problémák tisztázásánál nyújtott értékes segítséget.

FÜGGELÉK

A nukleon-mozgás variációs elve mezontérben

Teljesség kedvéért ismertetjük a skaláris térben mozgó tömegpontra vonatkozó Hamilton-elvet. A hatásintegrál [1]:

$$S = - \int_{\tau_1}^{\tau_2} (mc^2 + gq(x)) d\tau - \frac{1}{8\pi c} \int [\partial_r q(y) \partial_r q(y) + u^2 q(y)^2] dy. \quad (35)$$

Itt $x_i = x_i(\tau)$ a nukleon koordinátája, τ a $dt = \frac{1}{ic} \sqrt{dx_r dx_r}$ relációval definiált invariáns sajátidő, y_i az egész teret végigfutó integrációs változó, $dy = \frac{1}{i} dy_1 dy_2 dy_3 dy_4$.

Először variáljuk az $x_i(\tau)$ függvényt, mely a tömegpont pályáját határozza meg.

$$\delta S = - \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left[\left(m + \frac{gq}{c^2} \right) c^2 \delta d\tau + g \partial_i q \delta x_i d\tau \right].$$

Itt

$$\delta d\tau = \frac{1}{ic} \delta \sqrt{dx_r dx_r} = \frac{1}{ic} \frac{dx_i \delta dx_i}{\sqrt{dx_r dx_r}} = - \frac{1}{c^2} u_i \delta dx_i.$$

Ezt behelyettesítve

$$\begin{aligned} \delta S &= - \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left[- \left(m + \frac{gq}{c^2} \right) u_i \delta dx_i + g \partial_i q \delta x_i d\tau \right] = \\ &= \left[\left(m + \frac{gq}{c^2} \right) u_i \delta x_i \right]_{\tau_1}^{\tau_2} - \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left\{ \frac{d}{d\tau} \left[\left(m + \frac{gq}{c^2} \right) u_i \right] + g \partial_i q \right\} \delta x_i d\tau. \end{aligned}$$

Ha megköveteljük, hogy a pálya-végpontokban eltűnő variációk esetén a valószínű mozgást a $\delta S = 0$ egyenlet szolgáltassa,

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} \left\{ \frac{d}{d\tau} \left[\left(m + \frac{gq}{c^2} \right) u_i \right] + g \partial_i q \right\} \delta x_i d\tau = 0$$

egyenletből, δx_i -nek $\tau_1 < \tau < \tau_2$ pontokban felvett értékének tetszőleges voltát figyelembe véve, kapjuk a tömegpont mozgásegyenletére:

$$\frac{d}{d\tau} \left[\left(m + \frac{g\varphi}{c^2} \right) u_i \right] + g \partial_i \varphi = 0. \quad (36)$$

A (36) által leírt valóságos mozgás esetén δS általános képlete:

$$\delta S = \left[\left(m + \frac{g\varphi}{c^2} \right) u_i \delta x_i \right]_{\tau_1}^{\tau_2}.$$

Ebből S -nek, mint a végpont-koordináta függvényének deriváltjára kapjuk:

$$\frac{\partial S}{\partial x_i} = \left(m + \frac{g\varphi}{c^2} \right) u_i.$$

Mivel az értelmezés szerint u_i kielégíti az $u_i u_i = -c^2$ összefüggést,

$$\frac{\partial S}{\partial x_i} \frac{\partial S}{\partial x_i} = - \left(m + \frac{g\varphi}{c^2} \right)^2 c^2.$$

Ez a tömegpont mozgását leíró Hamilton—Jacobi-egyenlet.

Variáljuk a $\varphi(y)$ térpotenciálokat rögzített $x_i(\tau)$ tömegpont-koordináták mellett. A számítás kényelmesebbé tétele céljából vezessük be a

$$\delta^{(4)}(y - x(\tau)) = \delta(y_1 - x_1) \delta(y_2 - x_2) \delta(y_3 - x_3) \delta\left(\frac{y_4}{i} - \frac{x_4}{i}\right)$$

négydimenziós Dirac-féle δ -függvényt. Ezt felhasználva a (35) hatásintegrál így írható:

$$\begin{aligned} S &= - \int_{\tau_1}^{\tau_2} mc^2 d\tau - \frac{1}{c} \int \left[\frac{1}{8\pi} (\partial_r \varphi \partial_r \varphi + u^2 \varphi^2) + g\varphi \right] dy = \\ &= - \int_{\tau_1}^{\tau_2} mc^2 d\tau + \frac{1}{c} \int L dy, \end{aligned}$$

ahol

$$\varphi(y) = c \int_{\tau_1}^{\tau_2} \delta^{(4)}(y - x(\tau)) d\tau.$$

S mint $\varphi(y)$ funkcionálja akkor lesz extrémális, ha $\varphi(y)$ kielégíti az Euler-féle differenciálegyenletet:

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial y_k} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \varphi}{\partial y_k}} = 0,$$

azaz L konkrét alakját felhasználva

$$\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y_k \partial y_k} - u^2 \varphi \right) - g\varphi = 0,$$

rendezve

$$\square \varphi - \mu^2 \varphi = 4\pi g \varrho. \quad (Y)$$

Ez a mezontér Yukawa-féle egyenlete.

A $\varrho(y)$ nukleonsűrűség-függvény alakja háromdimenziós jelölésben:

$$\varrho(y) = \int_{r_1}^{r_2} \delta(r - r_0) \delta(ct - ct_0) \frac{dr}{dt} c dt = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \delta(r - r_0).$$

(Itt $r = (y_1, y_2, y_3)$, $r_0 = (x_1, x_2, x_3)$ jelöli, $dr/dt = \sqrt{1 - v^2/c^2}$).

Ha a r sajátidő helyett a t koordinátaidő függvényében keressük a részecske térbeli koordinátáit, akkor (26) figyelembevételével a (35) hatásintegrálnak részecskekoordinátát tartalmazó része így írható:

$$S' = \int L' dt, \quad L' = -(mc^2 + g\varphi) \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Ebből kiindulva a mozgásegyenletek háromdimenziós alakjához juthatunk el. A kanonikus impulzus (mely a dinamikai impulzussal egyenlő)

$$p = \frac{\partial L'}{\partial v} = \frac{m + g\varphi/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} v.$$

Szokott módon megalkothatjuk a Hamilton-függvényt is:

$$H = pv - L' = \frac{mc^2 + g\varphi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \sqrt{(mc + g\varphi/c)^2 + (pc)^2}.$$

H megegyezik a teljes energiával. A kanonikus egyenletek a mozgásegyenleteket szolgáltatják.

A 3. §-ban láttuk azt is, hogy a Werle-féle közelítésben ($E - mc^2 \ll mc^2$, v tetszőleges) a téregyenletek ekvivalensek a (12), (14) mozgásegyenletekkel. Ezeknek viszont ismét könnyen felírható a Hamilton-függvénye:

$$H_W = \frac{p^2}{2m} + \left(g\varphi + \frac{g^2 \varphi^2}{2mc^2} \right) \quad (H_W = E_W).$$

A két Hamilton-függvény természetesen nem független egymástól, hanem fennáll a következő kapcsolat:

$$H = mc^2 \sqrt{1 + \frac{2H_W}{mc^2}},$$

tehát a Werle-féle közelítésben

$$H = mc^2 + H_W.$$

Látható, hogy a Hamilton-formalizmus is elvezet az ekvivalens potenciálhoz, ami különösen a kvantummechanikára való áttérés szempontjából fontos. Lényeges azonban, hogy ez a Werle-féle közelítés velejárója. Ha a szokásos

nem-relativisztikus közelítést vesszük ($v^2 \ll c^2$, $g\varphi \ll mc^2$), akkor

$$H = mc^2 \sqrt{\left(1 + \frac{g\varphi}{mc^2}\right)^2 + \left(\frac{p}{mc}\right)^2} = mc^2 + g\varphi + \frac{p^2}{2m} - \frac{1}{8} \frac{p^4}{m^3 c^2} - \frac{1}{2} \frac{g\varphi p^2}{m^2 c^2} + \dots$$

(A $\dots c^{-4}$ rendű tagokat jelent.) Ilyen közelítésben már nem szerepel a taszítást eredményező $g^2 \varphi^2 / 2mc^2$ potenciáltként.

IRODALOM

- [1] *H. J. Bhabha*, Proc. Roy. Soc. A. 178, 314, 1941.
H. J. Bhabha, Harish—Chandra, Proc. Roy. Soc. A. 185, 250, 1946.
P. Havas, Phys. Rev. 87, 309, 1952, 93, 882, 1954.
J. Plebanski, szóbeli közlés.
- [2] *J. Werle*, Bull. Acad. Sci. Polon. III. 1, 281, 1953.
- [3] *M. M. Lévy*, Phys. Rev. 84, 441, 1951.
- [4] *R. Jastrow*, Phys. Rev. 81, 165, 1951.
Szamosi Géza, Acta Phys. Hung., 4, 155, 1954.
Szamosi Géza, Magyar Fizikai Folyóirat 2, 313, 1954.
- [5] *Novobátzky Károly*, Ann. Phys. VI. 11, 285, 1953.
- [6] *G. Nordström*, Phys. ZS. 13, 1126, 1912.
- [7] *M. Abraham*, Ann. Phys.
- [8] *Takabayasi*, Progr. Theor. Phys. 9, 187, 1953.
 Magyar Fizikai Folyóirat 2, 251, 1954.

ANALÓGIA-SZÁMOLÓGÉP LINEÁRIS EGYENLET-RENDSZEREK MEGOLDÁSÁRA.*

NÁRAY ZSOLT

Központi Fizikai Kutató Intézet, Koszmos Sugárzási Osztály

A Központi Fizikai Kutató Intézet Koszmos Sugárzási Osztályán lineáris egyenlet-megoldó számológép kísérleti példánya került kidolgozásra. Az alábbiakban először röviden összefoglaljuk a lineáris egyenletrendszerek megoldásának gyakorlati problémáit, majd ismertetjük a kidolgozott berendezés működési alapjait és felépítését, valamint a géppel végzett számítási próba eredményeit.

1. §. Az elméleti és alkalmazott természettudomány matematikai problémáinak vizsgálatakor számos esetben merül fel

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1k}x_k + \dots + a_{1n}x_n &= c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2k}x_k + \dots + a_{2n}x_n &= c_2 \\ \vdots & \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ik}x_k + \dots + a_{in}x_n &= c_i \\ \vdots & \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nk}x_k + \dots + a_{nn}x_n &= c_n \end{aligned} \quad (1a)$$

vagy rövidebben

$$\bar{A}\bar{x} = \bar{c} \quad (1b)$$

alakú egyenletrendszerek megoldásának szükségessége, ahol az \bar{A} az egyenletrendszer a_{ik} együtthatóiból képzett mátrixot, míg \bar{x} illetve \bar{c} egy-egy $x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_n$ illetve $c_1, c_2, \dots, c_k, \dots, c_n$ komponensű vektort jelent.

Az (1a) egyenletrendszer exakt megoldása — pl. Cramer módszere szerint járva el — matematikai szempontból elvi nehézséget nem jelent, ugyanakkor azonban különösen magasabb rendszámú egyenletrendszereknél a megoldás kiértékeléséhez szükséges determinánsok redukálása, illetve kifejtése a számítást bizonyos mértékben áttekinthetetlenné teszi.

Az (1a) egyenletrendszer megoldására ezenkívül különböző iterációs módszerek is ismeretesek. (Lásd például [1], [2]). Ezek alkalmazása esetén egy $x_2^{(0)}, \dots, x_k^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$ felvett, esetleg a probléma természetéből hozzávetőlegesen ismert értéksorozatból indulunk ki, melynek felhasználásával az ismeretlenek első közelítését $(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_k^{(1)}, \dots, x_n^{(1)})$ az

$$x_k^{(1)} = \frac{1}{a_{kk}} \left[c_k - \sum_{i=1}^{k-1} a_{ik} x_i^{(1)} - \sum_{i=k+1}^n a_{ik} x_i^{(0)} \right]$$

* Érkezett 1954. szept. 21.

formula alapján kaphatjuk. A következő ciklusban $x_1^{(1)}, \dots, x_k^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}$ felhasználásával a második, — általában az l -edik ciklusban az

$$x_k^{(l)} = \frac{1}{a_{kk}} \left[c_k - \sum_{i=1}^{k-1} a_{ik} x_i^{(l)} - \sum_{i=k+1}^n a_{ik} x_i^{(l-1)} \right] \quad (2)$$

segítségével az l -edik közelítést kapjuk meg. A számítást addig folytatjuk, míg két egymást követő közelítés eredménye a kívánt pontosság határain belül megegyezik.

Ez utóbbi módszer előnye számítástechnikai szempontból az, hogy a megoldáshoz egyszerre csupán egy egyismeretlenes, lineáris egyenlet gyökének meghatározása szükséges. Az eljárásnak azonban hátrányai is vannak. A megoldandó egyenletrendszer \bar{A} mátrixának ugyanis bizonyos feltételeket kell kielégítenie ahhoz, hogy az egyes ciklusokban meghatározott $x_1^{(l)}, x_2^{(l)}, \dots, x_k^{(l)}, \dots, x_n^{(l)}$ értéksorozat a tényleges $x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_n$ megoldáshoz konvergáljon. A konvergencia szükséges és elégséges feltétele *Collatz* [3] szerint megköveteli, hogy a

$$\begin{vmatrix} za_{11} & za_{12} & \dots & za_{1k} & \dots & za_{1n} \\ za_{21} & za_{22} & \dots & za_{2k} & \dots & za_{2n} \\ \vdots & \vdots & & & & \\ za_{k1} & za_{k2} & \dots & za_{kk} & \dots & za_{kn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ za_{n1} & za_{n2} & \dots & za_{nk} & \dots & za_{nn} \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

determinánsegyenlet összes $z_1 \dots z_k \dots z_n$ gyökeinek abszolút értéke kisebb legyen mint 1.

Egy adott egyenletrendszer esetén annak eldöntése, hogy a konvergenciafeltétel ki van-e elégítve, vagy sem — vagyis, hogy az iterációs eljárás alkalmazható-e vagy nem — egy, az eredeti problémával lényegében ekvivalens munkát jelentő számítás elvégzését teszi szükségessé, mint az a (3) feltételből látható. A fenti kritériumon kívül vannak egyszerűbben kezelhető, azonban részben csak szükséges, részben csak elégséges feltételek is, melyek a gyakorlatban esetenként alkalmazásra kerülhetnek. (Ilyen pl. a $\sum_{i=1}^n a_{ik} < a_{kk}$ sor-szomma kritérium.)

Megemlítendő azonban, hogy az (1b) egyenletet

$$\bar{A}^* \bar{A} x = \bar{A}^* c \quad (4)$$

transzformációnak vetve alá, a konvergencia feltétele tetszőleges \bar{A} esetében ki van elégítve. A (4) összefüggésben \bar{A}^* az \bar{A} mátrixból a főtengelegen való tükrözéssel kapott mátrixot jelenti. Az $\bar{A}^* \bar{A}$ szorzatok előállítására irodai számológépekkel viszonylag könnyen kereshetjük.

Bizonyos mértékben azonban hátránya az iterációs eljárásnak az a tény, hogy a keresett gyököknek — ha elvileg tetszőlegesen fokozható pontossággal is — csupán közelítő értékét adja.

2. §. Az 1. §.-ban ismertetett egyenletrendszer megoldásával kapcsolatos számítástechnikai problémák csökkentésére számos segédberendezés, számológép került kidolgozásra. Az alábbiakban az analógia-rendszerek kialakításának lehetőségével foglalkozunk, a digitális számológépeknek a fenti problémakörben való alkalmazhatóságára nem térve ki.

Az analógia számológépek felépítésére egyes esetekben *közvetlenül* az (1a) egyenletrendszer leképezése szolgál alapul, nevezetesen egy olyan fizikai rendszert építünk fel, melynek állapota egy az (1a) egyenlethez hasonló — „analóg”-egyenlettel írható le. A rendszer állapotegyenlete és az (1a) egyenlet közötti formai hasonlóság alapján történik az (1a) egyenletrendszer egyes mennyiségeinek megfelelő fizikai mennyiségek meghatározása. Ilyen módon a rendszer analóg mennyiségeit az (1a) problémában adott a_{ik} együtthatóknak, illetve c_i állandóknak megfelelően beállítva, a keresett ismeretleneket a fizikai rendszerben végzett mérések útján határozhatjuk meg. [4]

Ez utóbbi ún. *közvetlen analógia*-elvnek megfelelően pl. egy $(n+1)$ csomópontú elektromos hálózat alkalmazható az (1a) leképezésére, a hálózat állapotát leíró első vagy második Kirchhoff-egyenletrendszer és az (1a) közötti formai analógia folytán. [5] — [9]. Ebben az esetben az egyes csomópontokat összekötő ellenállások játszik az a_{ik} együtthatók szerepét. Az eljárás hátránya, hogy negatív együtthatók, valamint tükrös-szimmetriát nem mutató A mátrixu egyenletrendszerek leképezése bonyolult. Az általános $(n+1)$ csomópontú hálózat tehát elsősorban egy speciális — nem tükrös mátrixu, meghatározott előjelű a_{ik} együtthatókkal rendelkező — lineáris egyenletrendszer leképezésére és így végeredményben megoldására használható. Ezen ún. Kirchhoff-hálózat mellett számos más, részben aktív hálózati elemeket is tartalmazó közvetlen analógia-rendszer került kidolgozásra. [10].

Megjegyzendő azonban, hogy a számológépnek egy megadott problémakörön belüli specializáltsága számos, felhasználási helyen nem jelent lényeges hátrányt, miután a megoldandó egyenletek típusa lényegében minden esetben ugyanaz (pl. városi elosztó hálózat méretezése, több támaszú tartók számítással kapcsolatos problémák stb.).

Az analógia rendszerek kevésbé specializált alkalmazhatósága érdekében kerültek az ún. *közvetett analógia* berendezések kidolgozásra. [11]. Ebben az esetben az eredeti probléma közvetlen leképezése helyett annak egy, esetleg közelítő matematikai megoldási eljárását képezzük le. Esetünkben ez lényegében a (2) egyenlet leképezését jelenti. Összehasonlítva ezt az eljárást a közvetlen analógia-módszerekkel követettel, látható, hogy ezen matematikai eljárás leképezése jóval egyszerűbb.

A közvetett analógia-berendezések ugyan általánosabban alkalmazhatók, azonban a felhasznált közelítő eljárás konvergencia kritériuma végeredményben egy a közvetlen analógia rendszerekkel kapcsolatban említett korlátozást jelent. Az esetenként fellépő konvergencia nehézségek a (4) egyenlettel kapcsolatban mondottak szerint küszöbölhetők ki.

3. §. A fentiekben vázolt szempontok alapján a számológéppel kapcsolatos tapasztalatok megszerzésére egy lineáris egyenletrendszer közvetett analógia-modelljének építésére került sor, figyelembevée, hogy ez utóbbi elkészítése — miután (2) szerint az iterációs eljárásnál kizárólag egyismeretlenes lineáris egyenletek egymásutáni megoldása az analógia-rendszer feladata — viszonylag egyszerű.

A leképezendő matematikai probléma (2) átrendezésével

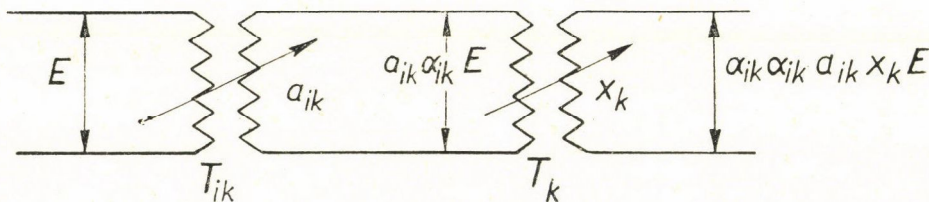
$$a_{kk}x_k^{(l)} = \left[c_k - \sum_{i=1}^{k-1} a_{ik}x_k^{(l)} - \sum_{i=k+1}^n a_{ik}x_k^{(l-1)} \right] \quad (5)$$

alakba írható, megjegyezve azt, hogy a modell szempontjából $a_{kk}x_k^{(l)}$ értékének meghatározásánál az (5)-ben szereplő szummák állandóknak tekinthetők.

Amint az (5) összefüggésből látható az iterációs eljárás leképezése kizárólag a szorzás, összegezés műveletének modellizálását és az (5) egyenlet kielégítését indikáló berendezés kifejlesztését teszi szükségessé.

4. §. A következőkben az egyes műveletek leképezésének módját ismertetjük. Megjegyezzük, hogy analóg mennyiségnek gyakorlati szempontok figyelembevételével, egy váltófeszültség amplitudóját választottuk.

a) A szorzás elvégzése az alábbi elv szerint történhet: Egy a_{ik} áttételű T_{ik} transzformátor (1. ábra) primertekercsére E effektív értékű váltófeszültséget



1. ábra

kapcsolunk. A szekunder oldalon ennek hatására

$$e_{ik} = \alpha_{ik} a_{ik} E$$

feszültség jelenik meg, ahol $\alpha_{ik} < 1$ a transzformátor hatásfokát jelenti. A továbbiakban az e_{ik} feszültséget egy az előbbihez hasonló x_k áttételű T_k transzformátor primer kapcsaira adva, az utóbbi szekunder oldalán

$$\alpha_k x_k e_{ik} = \alpha_k \alpha_{ik} E a_{ik} x_k$$

feszültséget mérhetünk, ahol $\alpha_k < 1$ a T_k transzformátor hatásfokát jelenti összefüggésünkben, feltéve, hogy az első transzformátor belső ellenállása elhanyagolható. Ha az

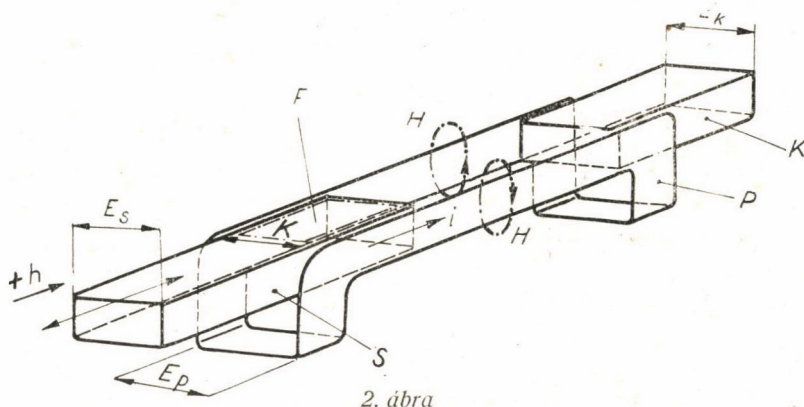
$$E \alpha_k \alpha_{ik}$$

állandót egységnek tekintjük, úgy a második transzformátoron megjelenő feszültség az

$$a_{ik} x_k$$

szorzattal arányos. Megjegyzendő, hogy a transzformátorok kapcsainak felcserélésével pozitív vagy negatív a_{ik} illetve x_k értékek állíthatók be, vagyis az analógmennyiség előjelére a váltófeszültség fázisa mérvadó. Az (5) egyenlet leképezésére tehát két sorbakapcsolt transzformátor szükséges, melyeknek a_{ik} illetve x_k áttétele folyamatosan szabályozható.

Erre a célra az ún. variométeres megoldás alkalmazható. (2. ábra). Ez utóbbi egy P primertekercs terében mozgathatóan, illetve fixen elhelyezett S szekunder-, illetve K kompenzálotekercsből áll. A primertekercsnek a 2. ábra szerinti kialakítása mellett a tekercs vízszintes szakaszán homogén H mágneses térerősség alakul ki, amely az időben periodikusan változó nagyságot és



2. ábra

előjelet mutat. Az S szekundertekercs kapcsain fellépő E_s feszültség

$$E_s = K_1 \frac{d\Phi}{dt} = K_2 F \frac{dH}{dt}$$

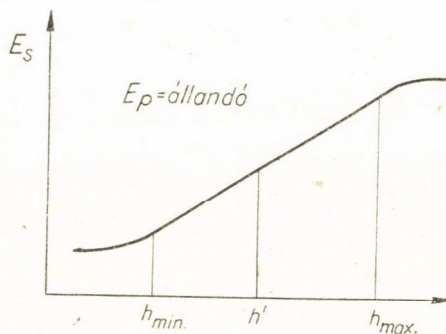
alakba írható fel, ahol Φ a mágneses fluxus, F a két tekercsen áthaladó közös erővonalak által meghatározott felület, K_1 és K_2 pedig állandók. A szekundertekercsnek a h irányban való mozgata-sakor az F felület

$$F(h) = K_3 h$$

összefüggésnek megfelelően lineárisan változik és ezzel az E_s szekunder feszültség

$$E_s = K_4 h \quad (6)$$

lineáris változása is biztosítva van a $h_{\min} \leq h \leq h_{\max}$ tartományban. (K_3 és K_4 arányossági tényezők.) Nyilvánvaló ui., hogy ha $h = h_{\max}$, úgy az S szekundertekercs további betolásával a közös felület nem nő. Hasonlóképpen az S tekercset h_{\min} távolságra húzva ki, abban a H térerősségnek a primertekercs könyö-



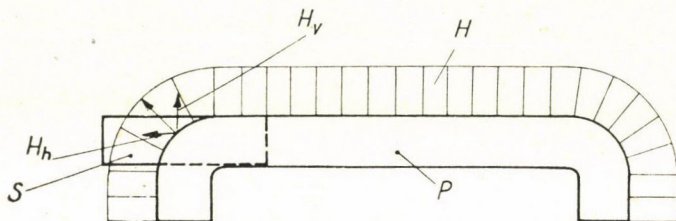
3. ábra

kében fellépő eltorzulása folytán a h -val nem lineárisan változó feszültségek lépnek fel. (3. ábra). A h -ra vonatkozó határok között azonban a szekunderfeszültség h -val lineárisan változik.

A 4. ábrán a P primertekercs hossz tengelye mentén H irányát ábrázoltuk egy időpillanatban.

A h -ra vonatkozó korlátozások miatt kizárólag a primertekercssel zérus amplitudóju feszültséget nem tudunk előállítani.

A variométer linearitását $h_{\min} \leq h \leq h_{\max}$ tartományban kompenzációs módszerrel ellenőriztük és kiadódott, hogy a cca 0,5%-os mérési hiba mellett a (6) egyenlettől eltérés nem mutatkozik. Ennek a mérésnek keretében egyben

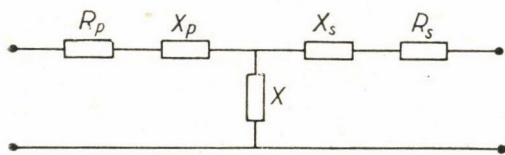


4. ábra

az is kimutatható volt, hogy a variométer szekunder kapcsain a fáziseltolódás a fenti hibaszázaléknál kisebb hibát okoz.

Mivel a variométerrel nulla szekunderfeszültséget is elő akarunk állítani a P primertekercsbe egy K kompenzáló tekercset is elhelyezünk, amelynek E_k feszültsége E_s -el szembe van kapcsolva. Ha az S tekercsnek h' állásában az eredő feszültség zérus, úgy a szekunder tekercset elmozdítva $h < h'$ illetve $h > h'$ esetekben különböző előjelű eredő szekunder feszültséget kapunk. Ez utóbbi feszültségre vonatkoznak a szorzás operációjára tett általános megállapításaink.

Ha a fenti célra készült variométernek helyettesítő vázlatát vizsgáljuk, úgy a következő eredményre jutunk: (Vizsgálatainkat egyszerűség kedvéért 1:1 menetszám áttételre végezzük el és nem vesszük figyelembe a kompenzáló tekercset, miután elsősorban a variométer primer- és szekunder-oldali ellenállásának, mint a h függvényének változását vizsgáljuk). Ez esetben a helyettesítő kapcsolás az 5. ábra alakját veszi fel, ahol R_p illetve R_s a primer,



5. ábra

illetve szekunder-ellenállást, X_p , illetve X_s a primer-, illetve szekunder-szórásinduktanciát, X pedig a kölcsönösinduktanciát jelenti.

A szekunder tekercsnek eltolása az X változását jelenti és ez egyszersmind X_p csökkenésével és X_s növekedésével (illetve fordítva) van kapcsolatban. Ha az R_p értékét oly módon választjuk meg, hogy $R_p \gg X$ úgy az S tekercs mozgása nem

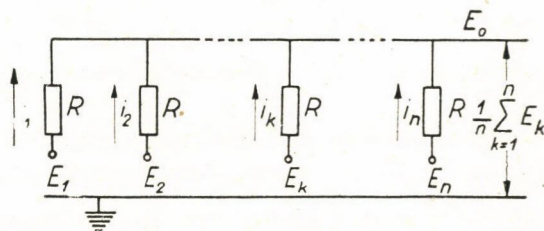
fogja lényegesen befolyásolni a variométer primerellenállását, megjegyezve azt, hogy az X változtatásából adódó primerellenállás változást az X_s ellenkező irányban történő változása csökkenti. Ez utóbbi a két — T_{ik} és T_k — transzformátor sorbakapcsolása esetén bir jelentőséggel, miután T_k bemenő ellenállásának változása visszahathat a T_{ik} kapocsfeszültségére. Az S tekercs tengelyirányú mozgatása egy csavarorsóval történik, melyhez egy számlálómű kapcsolódik megfelelő áttétel útján. A számlálóművön a beállítandó együttható, állandó vagy ismeretlen értéke közvetlenül leolvasható.

b) Az $a_{ik}x_k$ szorzatok összegezésére egy ellenállás szummálót alkalmazunk. Vizsgáljuk meg e célból a 6. ábra szerinti hálózatot és írjuk fel a Kirchhoff-egyenletet az ábra jelöléseinek megfelelően. Így

$$\sum_{k=1}^n i_k = \sum_{k=1}^n \frac{E_k - E_0}{R} = 0,$$

vagyis

$$E_0 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n E_k$$



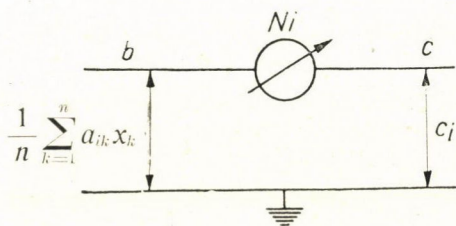
6. ábra

adódik. Ha E_k helyébe az általunk összegezni kívánt $a_{ik}x_k$ -val arányos feszültségeket kapcsoljuk be, úgy a 6. ábra szerinti hálózat az

$$E_0 = \frac{1}{n} (a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ik}x_k + \dots + a_{in}x_n) \quad (7)$$

egyenlet leképezésére alkalmas. Megjegyzendő, hogy az összegezés elvégzéséhez elengedhetetlen feltétel, hogy R nagyobb legyen, mint az összegezésre kerülő feszültségforrások belső ellenállása.

c) Az egyenlet két oldalának egyenlőségét nullindikátoros eljárással mutathatjuk ki (7. ábra) oly módon, hogy a (7) egyenletnek megfelelő feszültségen levő b és az abszolút tagnak megfelelő c pont között mérjük a feszültséget. Az egyenlet kielégítését a nullindikátor zérus kitérése jelzi.



7. ábra

Megjegyzendő, hogy amennyiben c_i állandót reprezentáló variométer az a_{ik} variométerekkel teljesen megegyezik, az utóbbi szekunderfeszültségét β_i -ed részére kell leosztani, hogy az összegezésnél fellépő $\frac{1}{n}$ faktort, valamint azt a

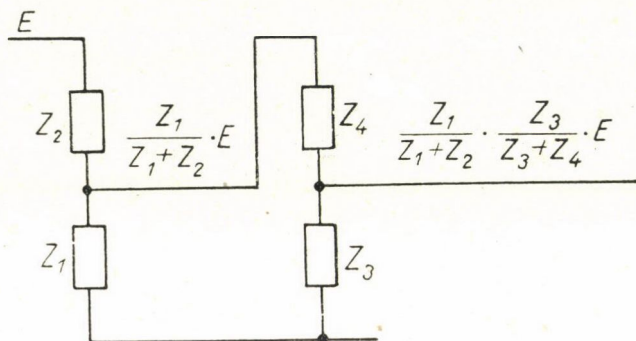
tényt kompenzáljuk, hogy az $a_{ik}x_k$ szorzatok előállításánál két variométer sorba-

kötése folytán az arányossági tényező $\alpha_k a_{ik} < 1$ hatásfokszorzattal, míg c_i variométernél csupán $\alpha_i \sim a_{ik}$ -val proporcionális. A fenti β_i leosztás elkerülhető

abban az esetben, ha a c_i variométert a többi variométertől eltérően alakítjuk ki, oly módon, hogy szekunderfeszültsége hozzávetőlegesen $\frac{\alpha_k}{n}$ arányban legyen kisebb azokénál.

A számlálógép kísérleti példányát a fentiekben ismertetett alapelvek szerint építettük fel.

Ezután szeretnénk röviden visszatérni a szorzás műveletének leképezésére abból a célból, hogy a szorzásra alkalmazható ismert analógiákkal az általunk



8. ábra

javasolt variométeres megoldást összehasonlítsuk. A szorzás

1. potencióméterek,
2. kondenzátorok

felhasználásával végezhető el a 8. ábra szerinti kapcsolásban, ahol $Z_j (j = 1 \dots 4)$ impedanciát jelent és az

$$\alpha_{ik} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad \text{illetve} \quad x_k = \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4}$$

állítandó be.

Megjegyezzük, hogy az 1., és a 2. megoldásnál is általában váltófeszültséget alkalmaznak a szorzókör táplálására, hogy a nullindikálást megkönnyítsék.

ad. 1. *Ohmikus szorzókör* ($Z_j = R_j$). Váltóáramot használva a kör táplálására fáziseltolódási problémák nem lépnek fel. Ugyanakkor a berendezés az ellenálláshuzalok kisebb hőfokgradiense folytán kisebb hőmérsékleti függést mutat, mint a variométeres megoldás. Jelentős hátránya a megoldásnak a variométerrel szemben a csúszókontaktus bizonytalansága, illetve, hogy huzalpotencióméterek esetén a szorzás folyamatos beállítása nem lehetséges. Ez utóbbi hátrány ellen oly módon lehetne védekezni, hogy a potenciómétert igen kis keresztmetszetű ellenálláshuzalból készítjük, ez esetben ui. ugyanolyan potencióméterméret mellett több menet helyezhető el és az ellenállás

folyamatosabban szabályozható. Ez a megoldás azonban nem vezet célhoz, miután a belső ellenállás ez esetben nagyon adódik és a második potencióméter terhelése folytán a potencióméter lineáris karakterisztikája eltorzul, és a kopás is erősebben érvényesül.

Az 1. alternatíva dekadikus ellenállás formájában megvalósítható, ez esetben a kontaktushibákból származó nehézségek csökkennek, azonban a kapcsoló megvalósításának problémája merül fel. Dekádel ellenállás használata esetén az automatizálás bizonyos mértékű nehézséget jelent.

ad. 2. *Kapacitív szorozókör* $\left(Z_j = \frac{1}{C_j \omega}\right)$. A szorozórendszer belső ellenállásának csökkentésére viszonylag magas frekvencia használata szükséges, tekintettel arra, hogy a rendelkezésre álló szabályozható kondenzátorok kapacitás értéke 500 pF nagyságrendbe esik. Az ily módon szükségessé váló nagyfrekvenciás táplálás az egyes elemek között az árnyékolást nagymértékben megnehezíti.

A fenti megoldásban a tényezők csupán egy korlátozott értéktartományon belül állíthatók be.

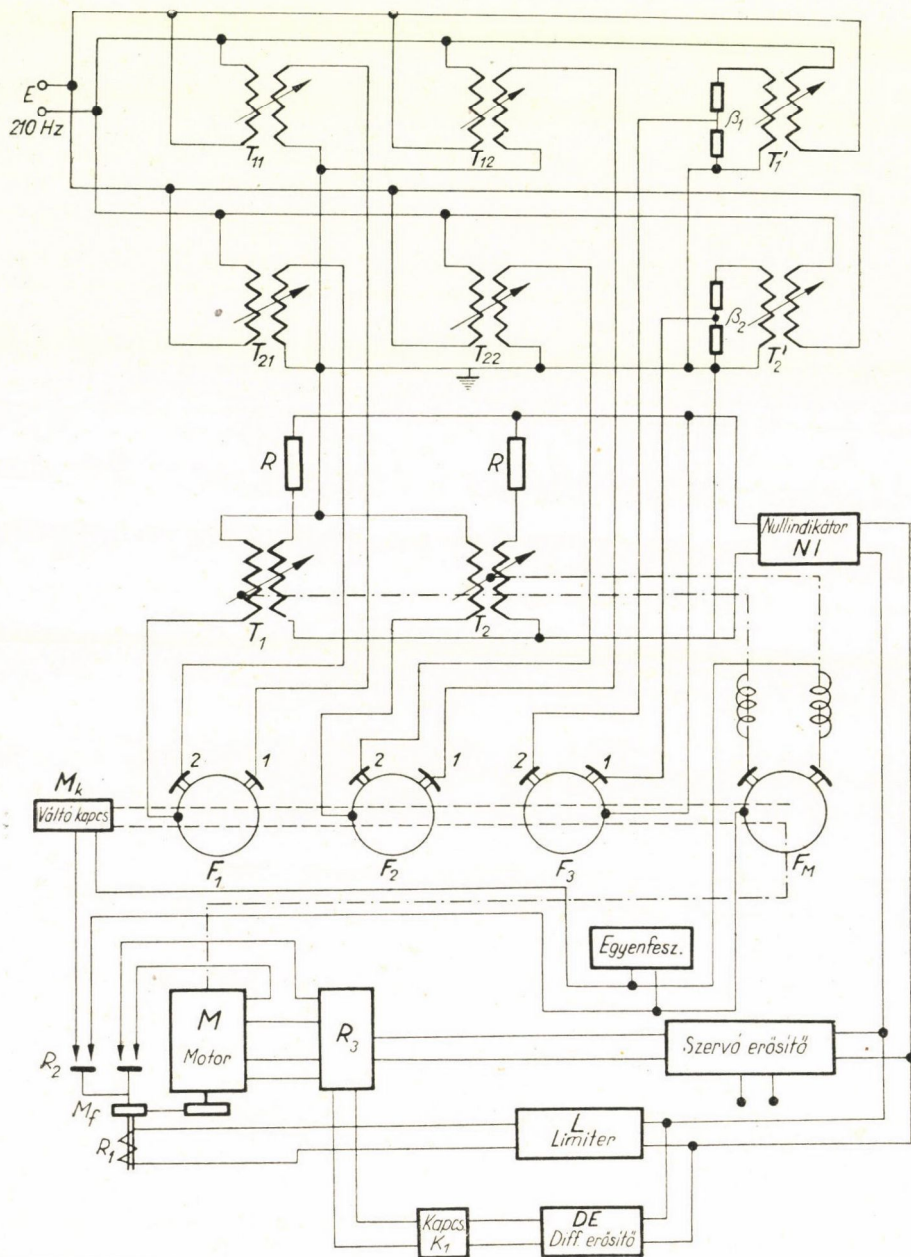
Az általunk használt variométeres megoldás hátrányai közé tartozik, hogy a variométer linearitási tartománya csupán a karakterisztikának egy részére ($h_{\min} < h < h_{\max}$) korlátozódik és így nulla szekunderfeszültség előállítására kompenzáló tekercsről kell gondoskodni. További nehézséget jelent a fellépő fáziseltolódás. Mindkét hátrány azonban megfelelő méretezéssel a berendezés hibahatárain belülre szorítható. A megoldás előnyeiként megemlítendő, hogy a berendezésen belül a kontaktusok száma minimális, valamint az automatizálás és mind az együtthatók, mind az ismeretlenek közvetlenül számokban történő leolvasása szempontjából a viszonyok kedvezőek. Ugyanakkor a belső ellenállás minden nehézség nélkül kicsinek választható, és viszonylag alacsony frekvenciás táplálás ($\sim 200 \text{ Hz}$) megfelelő.

5. §. Egy n ismeretlenes egyenletrendszer leképezésére $n(n+2)$ variométer szükséges, miután n^2 együtthatót n állandót és n ismeretlent kell reprezentálni.

A berendezés kísérleti példánya kétismeretlenes egyenletrendszerek megoldására készült, így összesen nyolc variométerre volt szükségünk. Célunk volt, hogy egy kisebb berendezéssel a 4. §-ban ismertetett elemek felhasználásakor elérhető pontosságot és üzembiztonságot megvizsgáljuk.

A megoldandó (1a) alakú egyenletrendszer $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ együtthatóit a $T_{11}, T_{12}, T_{21}, T_{22}$, a c_1 és c_2 állandókat a T'_1 és T'_2 variométeren állítjuk be. (Lásd 9. ábra). Az x_1 ill. x_2 ismeretlenek reprezentálására szolgáló T_1 ill. T_2 variométerek primértékercse a T_{11} ill. T_{12} vagy a T_{21} ill. T_{22} szekundertekercsére kapcsolódik, aszerint, hogy x_1 vagy x_2 valamelyik közelítésének meghatározása van folyamatban.

Induljunk ki kétismeretlenes egyenletrendszerünk első egyenletéből. Ennek a 9. ábrán az F_1, F_2, F_3 kapcsoló 1-es állása felel meg. A T_2 varióméter számlálóművén a felvett $x_2^{(0)}$ kiindulási értéket állítjuk be, majd a T_1 varióméter S tekercsét



9. ábra

Az R_2 relé baloldali érintkezőpárja a relé meghúzásakor zár, a jobboldali pedig bont

addig mozgatjuk, amíg a NI nullindikátor zéruskitérést nem mutat, ily módon $x_1^{(1)}$ értékét határozva meg a T_1 variométerrel. Ha a T_1 transzformátor szekundertekercsének mozgatasakor az NI nullindikátor növekvő kitérést mutat, úgy az S tekercs eltolásának irányát meg kell változtatni. Ezután az F_1, F_2, F_3 kapcsolókat a 2-es helyzetbe váltjuk át. Ekkor a T_1 és T_2 variométerek a kétismeretlenes egyenletrendszerünk második egyenletének együtthatóihoz kapcsolódnak. Ugyanakkor az $a_{2i}x_i$ szorzatok összegével arányos feszültség a T'_2 variométer szekunderfeszültségével van szembekapcsolva. Most a T_1 variométernek az első egyenlet kiegyenlítésekor kiadódott beállítását nem változtatjuk, hanem a T_2 variométer szabályozásával biztosítjuk a nullindikátor zérus kitérését, ily módon $x_2^{(1)}$ értékét határozva meg. A következőkben ismét az első egyenletre térünk vissza, de most már $x_2^{(1)}$ játssza ugyanazt a szerepet, mint előbb az $x_2^{(0)}$. Ez utóbbi eljárást mindaddig folytatjuk, míg a gép segítségével a kívánt pontosságot a megoldásban el nem értük illetve a berendezés által szolgáltatott maximális pontosságon belül két egymást követő ciklusban megegyező eredményt kapunk.

A berendezés kezelése egyszerű és így annak automatizálását viszonylag könnyen biztosítani lehet. Az automatizálás természetesen csak nagyobb kapacitású berendezéseknél játszik döntő szerepet és így esetünkben elkészítésének tájékoztató jellege van. Ezzel kapcsolatban meg kell jegyezni, hogy az automatika — a szervoteljesítménytől eltekintve — független a berendezés kapacitásától.

Az automatizmus működését az alábbiakban ismertetjük: Az NI nullindikátor az SE szervoerősítő útján az M szervomotort vezérli oly módon, hogy annak sebessége a nullindikátor hibajelével arányos. A szervomotor az F_M mágnes kapcsolón keresztül a T_1 illetve T_2 variométert szabályozza aszerint, hogy x_1 illetve x_2 valamelyik közelítésének meghatározásáról van szó. Ha a hibajel egy az L limiter segítségével beállított minimális értéket ér el (lásd alább) az M motor áramkörét az R_1 relé megszakítja, ugyanakkor a motor forgórészét az M_f mágnesfékkel lefékezve. Ekkor az R_2 relé az M_k mágneskapcsolóval az F_1, F_2, F_3, F_M kapcsolókat a másik egyenlet kiegyenlítésének megfelelő helyzetbe váltja át, ahol az előbbi kiegyenlítési folyamat megismétlődik. A kiegyenlítés folyamán előfordulhat, hogy az NI nullindikátor növekvő hibajelet ad. Ez azt jelenti, hogy a soronlevő ismeretlent reprezentáló variométer szabályozása nem helyes irányban történik. Ennek elkerülésére a hibajelnek időszerinti deriváltját állítjuk elő a DE differenciáló erősítővel. Amennyiben ez pozitív a K_1 kapcsoló az R_3 relé útján a motor forgásirányát ellenkező irányúra váltja át.

A nullindikálás érzékenységeinek fokozására egy a variométereket tápláló feszültségforrás frekvenciájára lehangolt szelektív erősítőt alkalmaztunk, ily módon a zavarfeszültségek hatását a lehetőséghez képest lecsökkentve. Azonban még ebben az esetben sem érhető el, hogy az optimális kiegyenlítésnek megfelelő feszültség nulla legyen. Ennek megfelelően az L limiter segítségével

állítjuk be azt a gyakorlatilag megvalósítható hibajel amplitudót, amely mellett a kiegyenlítés optimális. Amennyiben a hibajel ezt az amplitudót eléri a berendezés a következő egyenletre vált át a fent leírt módon.

6. §. Az előzőekben részletesebben ismertetett berendezéssel kétismeretlenes egyenletek kísérleti megoldását végeztük el. Megjegyezzük, hogy a berendezés pontossága az alábbiakban megadott példánál elért pontosságot gondosabb szerelés, illetve beállítás esetén lényegesen meghaladja.

A megoldott egyenletek közül az alábbi tipikus példát ismertetjük:

$$\begin{aligned} 1,2x_1 + 0,5x_2 &= 0,8 \\ x_1 + x_2 &= 1,0 \end{aligned} \quad (8)$$

Az egyes iterációs ciklusokban a berendezés által szolgáltatott közelítések:

	$x_2^{(0)} = 0$	$x_1^{(4)} = 0,403$	$x_2^{(4)} = 0,590$
$x_1^{(1)} = 0,670$	$x_2^{(1)} = 0,505$	$x_1^{(5)} = 0,376$	$x_2^{(5)} = 0,577$
$x_1^{(2)} = 0,440$	$x_2^{(2)} = 0,521$	$x_1^{(6)} = 0,407$	$x_2^{(6)} = 0,553$
$x_1^{(3)} = 0,415$	$x_2^{(3)} = 0,563$	$x_1^{(7)} = 0,412$	$x_2^{(7)} = 0,559$

Természetesen az eredeti (8) egyenlet átrendezésével illetve megfelelőbb kiindulási gyökkel gyorsabban konvergál az eljárás, azonban munkánkban ebben a fázisában ez nem látszott indokoltnak, miután nem a matematikai módszert, hanem a berendezést akartuk működés közben ellenőrzésnek alávetni.

A fenti egyenletrendszer megoldása exaktul $x_1 = 0,428$ és $x_2 = 0,572$ -nek adódik. A számítással meghatározott x_1 ill. x_2 valamint a gép által szolgáltatott $x_1^{(7)}$ ill. $x_2^{(7)}$ gyökök között az eltérés 3,5 ill. 2,5%. Megjegyezzük, hogy a gép által szolgáltatott közelítő gyököket az egyenletbe visszahelyettesítve az állandóknak egy az eredeti c_1 - ill. c_2 -től eltérő c'_1 ill. c'_2 értéket határozhatjuk meg. Fenti példánkban az eredetileg megadott $c_1 = 0,8$ illetve $c_2 = 1,0$ helyett $x_1^{(7)}$ illetve $x_2^{(7)}$ visszahelyettesítésével $c'_1 = 0,774$ illetve $c'_2 = 0,971$ adódik. A gyökök pontosságának fokozására oly módon járhatunk el, hogy a $c_1 - c'_1 = \Delta c_1$ ill. $c_2 - c'_2 = \Delta c_2$ értékeket egy megfelelően választott η_i faktorral beszorozzuk és ezt tekintve a (8) egyenletrendszerünk jobb oldalának, az egyenletrendszert a gép segítségével újból megoldjuk. Ennek eredményeképpen kapott ξ_1 illetve ξ_2 gyökökkel az első megoldási sorozatban kapott $x_1^{(7)}$ ill. $x_2^{(7)}$ értékek korrekcióját számíthatjuk ki, és a keresett gyökök

$$x_1^{(7)} + \frac{\xi_1}{\eta_1} \quad \text{illetve} \quad x_2^{(7)} + \frac{\xi_2}{\eta_2}$$

alakban adódnak.

A megoldási idő a kétismeretlenes egyenletrendszer megoldó kísérleti példányánál automatikus üzemben hozzávetőlegesen 2 perc/ismeretlennek adódik.

Ez utóbbi adat természetesen nem független az egyes ismeretlenek meghatározásában megkívánt pontosságtól. A megadott számolási sebesség körül-

belül két számjegynyi pontossággal meghatározandó ismeretlenekre vonatkozik. Meg kell jegyezni, hogy a fenti korrekciós módszer alkalmazásakor a Δc_i -k számítása a megoldás utolsó ciklusában a gép működése közben is történhet és így a pontosság fokozására irányuló korrekciós egyenletrendszer felállítása idővesztést nem jelent. Ennek megfelelően a pontosságot is figyelembe véve 1 perc egy számjegynyi pontossággal meghatározott ismeretlen számolási sebességet adhatunk meg.

A számológép további fejlesztése eddigi tapasztalataink alapján fog megtörténni. Jelenleg az osztályon megoldásra váró más irányú problémák sürgőssége folytán a végleges berendezés építése szünetel.

Köszönetemet szeretném kifejezni *Jánossy Lajos* professzornak, hogy a fenti munkák során útmutatásaival támogatott. Egyszersmind köszönettel tartozom *Titschka Kálmán* és *Kmetyó József* kartársaknak a berendezés kísérleti példányának elkészítésében nyújtott értékes segítségükért.

IRODALOM

- [1] W. Schmeidler: Vorträge über Determinanten und Matrizen. Akademie-Verlag, Berlin 1949.
- [2] R. Zurmühl: Matrizen. Springer-Verlag, Berlin 1950.
- [3] L. Collatz, Math. Zs. 53, 149, 1950.
- [4] J. B. Wilbur, J. Frankl. Inst. 222, 715, 1936.
- [5] H. Bode, ZAMM 17, 213, 1937.
- [6] A. Many és S. Meiboom, Rev. Sci. Instr., 18, 831, 1947.
- [7] L. M. Haupt, Rev. Sci. Instr., 21, 683 1950.
- [8] M. Reck, Arch. f. Elektrotech. 32, 190, 1938.
- [9] R. N. Mallock, Proc. Roy. Soc. (A), 140, 457, 1933.
- [10] E. A. Goldberg és G. W. Brown, Jour. Appl. Phys. 19, 339, 1948.
- [11] Náray Zs., MTA Matematikai és Természettudományi Osztályának Közleményei, 1, 266, 1951.

DEKADIKUS FÉNYCSÖKKENTŐ BERENDEZÉS*

JÁNOSSY LAJOS és NÁRAY ZSOLT

Központi Fizikai Kutató Intézet, Koszmos Sugárzási Osztály, Budapest

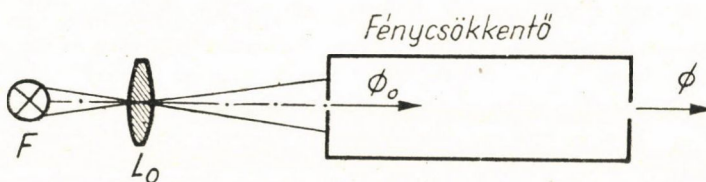
A dolgozatban egymásután helyezett nagyító fokozatokból felépített fénycsökkentő berendezés elvi alapjait, tényleges kialakítását és az elvégzett hitelesítési mérések eredményeit ismertetjük.

Az általunk kidolgozott berendezés fénycsökkentési tényezője tízes fokozatokban állítható a $10^{-1} - 10^{-9}$ tartományban oly módon, hogy a fénycsökkentő bemenő és kimenő blendéjének helyzete változatlan marad.

A látható tartományba eső kis fényintenzitások előállítására ismeretes eljárások két csoportba bonthatók:

a) Olyan fényforrás alkalmazása, mely a kísérlet kívánalmainak megfelelő kis intenzitást közvetlenül sugározza ki, [1] [2]

b) egy megfelelően megválasztott fénytéljesítménnyel rendelkező F fényforrás (1. ábra) által szolgáltatott Φ_0 intenzitásnak egy ún. fénycsökkentő berendezésen a kívánt értékre való lecsökkentése. [3] [4] [5].



1. ábra

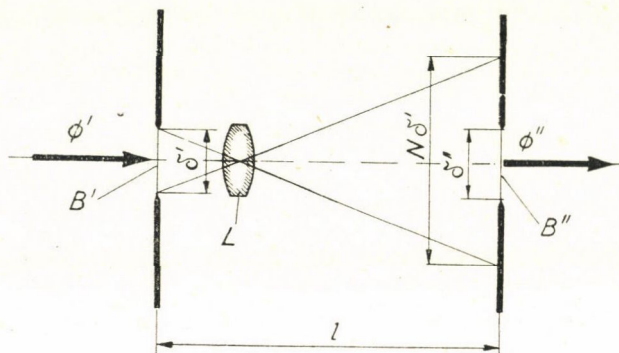
Számos mérés szempontjából olyan berendezés alkalmazása célszerű, melynél az intenzitás fokozatokban szabályozható, az egyes fokozatoknak megfelelő intenzitások aránya pontosan ismert és a fényintenzitás szabályozásakor a ki- és bemenő blende helyzete változatlan marad.

1. §. Az alábbiakban a kis fényintenzitások előállítására általunk kidolgozott berendezést ismertetjük, — mely megoldását tekintve — a b) csoportba sorolható.

A megfelelően megvilágított B' blendét (lásd 2. ábra) egy L lencse segítségével N -szeres lineáris nagyítással képezzük le a B'' blende síkjára oly módon, hogy a B' blendén beáramló energia teljes egészében áthaladjon az

* Érkezett 1954. dec. 8-án.

L lencsén. A létrejövő képen belül az intenzitás természetesen kisebb lesz, mint a tárgyként szereplő B' blendén, mégpedig az intenzitás csökkenését ideális esetben kizárólag a tárgy és a kép felületének aránya szabja meg. Ha a leképezett blende felülete F' , úgy a kép felülete $N^2 F'$ lesz és a tárgy és a kép intenzitásának viszonyára így $\frac{1}{N^2}$ adódik. Ennek értelmében az F'' felületű B'' kimenő blendén



2. ábra

átáramló Φ'' fényenergia és a B' bemenő blendén beáramló Φ' fényenergia hányadosa

$$z' = \frac{\Phi''}{\Phi'} = \frac{1}{N^2} \frac{F''}{F'} \quad (1)$$

alakban írható.

Látható tehát, hogy a 2. ábra szerinti nagyító fokozat, (ha $N > 1$) céljaink megvalósítására alkalmas fénycsökkentőnek tekinthető. Ennek megfelelően z' -t a 2. ábrán látható fokozat fénycsökkentési tényezőjének nevezzük.

Fenti megfontolások azonban bizonyos mértékben kiegészítésre szorulnak. Tárgyalásunkban ugyanis ideális viszonyokat tételeztünk fel, vagyis egyrészt elhanyagoltuk a leképezési hibákat, másrészt nem vettük figyelembe az L lencse veszteségeit sem. A következőkben a reális viszonyok között fellépő eltérésekre csak utalunk, megjegyezve, hogy a fénycsökkentési tényező pontos megállapítása kísérleti úton (lásd 3. §.) történt.

A fénycsökkentési tényező meghatározásánál feltételeztük, hogy amennyiben a B' blendén belül homogén intenzitáseloszlás van, a B'' blende síkjában létrejövő képen az intenzitás állandó. Reális optikai rendszer esetében ez a feltételezés nem igaz, tehát a fénycsökkentési tényező csak közelítőleg számítható (1) alapján.

Az L lencse w veszteségeit mint a lencséből kilépő és az arra beeső fényenergia hányadosát definiálva, (1) egyenletünk a lencse abszorpciós és reflexiós veszteségeit is figyelembevéve

$$z = \frac{w}{N^2} \left(\frac{\partial''}{\partial'} \right)^2 \quad (2)$$

alakot ölti, ahol δ' ill. δ'' a célszerűségi szempontból köralakúnak választott F' ill. F'' felületű B' ill. B'' blende átmérőjét jelenti.

A fentiekben említettük, hogy a fénycsökkentő berendezést célszerű oly módon kialakítani, hogy a csökkentési tényező fokozatokban legyen változtatható. Ennek érdekében a 2. ábra szerinti fokozatunkat egy hasonló követi, melynek bemenő blendéje a megelőző fokozat kimenő blendéjével azonos. Ha n fokozatot helyezünk egymás után, úgy az utolsó fokozat kimenő és az első fokozat bemenő blendéjén átáramló energia hányadosa, vagyis az eredő fénycsökkentési tényező (2) felhasználásával

$$z_r(n) = \frac{w_1}{N_1^2} \cdot \frac{w_2}{N_2^2} \cdots \frac{w_n}{N_n^2} \left(\frac{\delta_{n+1}}{\delta_1} \right)^2 \quad (3)$$

összefüggéssel fejezhető ki, ahol $1, 2, \dots, n$ indexek a megfelelő fokozatra vonatkozó mennyiségeket jelölik. A fokozatok számának változtatásával tehát az eredő fénycsökkentési tényező változtatható, az egy fokozat csökkentési tényezőjének megfelelő lépésekben. Amint az a (3) összefüggésből látható, az n fokozatú fénycsökkentő egy fokozatnak fogható fel, melynek nagyítása $N_r = N_1 \cdot N_2 \cdots N_n$, bemenő blendéje δ_1 , kimenő blendéje pedig δ_{n+1} átmérőjű, az alkalmazott lencserendszer vesztesége pedig $w_r = w_1 \cdot w_2 \cdots w_n$ értékű. Több fokozat sorbakapcsolása esetén a közbeeső blendék átmérője a fénycsökkentésre nem gyakorol hatást. A blendék szerepe azonban mégis jelentős. A blendék átmérőjét ugyanis megfelelően kicsinyre választva elérhetjük, hogy egy fokozat kimenetének sugárkúpja ne haladja meg a következő fokozat lencséjének átmérőjét és így geometriai veszteségek ne befolyásolják a fénycsökkentési tényező értékét. Ugyanakkor a blendék az egyes fokozatokat elválasztják egymástól és a szórt fény hatását — mely igen kis csökkentési tényező értékeknél lényegesen meghaladná az előállítandó intenzitás nagyságát — csökkentik. Miután fokozatainkat a fénycsökkentési tényező változtatása érdekében egymásután helyezve is alkalmazni kívánjuk — és így egy fokozat kimenő blendéje azonos a következő fokozat bemenő blendéjével — az összes fokozat bemenő és kimenő blendéjének átmérőjét egyenlőnek kell választani. Ennek következtében az egy fokozattal elérhető fénycsökkentést kizárólag az N nagyítás szabja meg. A nagyítás megvalósítható maximális értékét a leképező lencse gyújtótávolságának alsó határa, illetve egy fokozat maximális hossza határozza meg. Nagyobb fénycsökkentési tényezők gyakorlati szempontból — függetlenül a szabályzási lehetőségtől — csak egymásután helyezett fokozatok eredő fénycsökkentésével állíthatók elő.

A fénycsökkentő üzemeltetése a 1. ábra szerinti elrendezésben történik. Az L_0 lencse segítségével képezzük le a fényforrást a rendszer bemenő blendéjére. A közbeeső fokozatokkal kapcsolatban említett feltételek teljesítésére itt is biztosítanunk kell, hogy a rendszer bemenő blendéjén az L_0 lencsével létrehozott kép homogén intenzitáseloszlást mutasson. Megjegyezzük, hogy adott

F fényforrás esetén az L_0 lencse (lásd 1. ábra) természetesen igen nagy hatást gyakorol az első blendén beáramló Φ_0 fényenergiára és így a mérés folyamán Φ_0 állandóságának biztosítására a fényforrás, az L_0 lencse és a fénycsökkentő relatív helyzetének állandóságára fokozott gond fordítandó.

A (2) egyenletünknek n fokozatra történő általánosításával kapcsolatban felvetődhet az a kérdés, hogy a z_r eredő fénycsökkentési tényező értéke meddig csökkenthető a fokozatok számának növelésével. Az előzőekben megállapítottuk, hogy a fénycsökkentő több egymásután helyezett fokozatból áll és mint ilyen, N_r eredő nagyítású rendszernek tekinthető. A fokozatok számának növelésénél, vagyis növekvő N_r értékeknél fokozottan lépnek fel elhajlási jelenségek, melyek az egyes blendéken létrejövő képeken belül az intenzitáseloszlás inhomogenitását fokozzák, ami más szóval annyit jelent, hogy az eredő nagyításnak egy bizonyos határon túl való növelésével az eredő fénycsökkentési tényező már viszonylag kevésbé változik. Ettől eltekintve azonban elvileg tetőszölegesen kicsiny eredő fénycsökkentési tényező érhető el.

A lencse-veszteség, a leképezési hibák, valamint az eredő nagyítással kapcsolatban a fentiekben elmondottakra vonatkozóan meg kell még említenünk, hogy habár a fénycsökkentő tervezésénél az elméleti megfontolásokat igénybe vettük, berendezésünk z_r eredő fénycsökkentési tényezőjének meghatározására hitelesítő mérések szolgáltak.

2. §. Egy, az 1. §-ban ismertetett elvi alapok szerint felépített — változtatható fénycsökkentési tényezővel rendelkező — berendezés tervezésénél két különböző irányelvből indulhatunk ki:

1) meghatározott fénycsökkentési tényezőnek minimális berendezés-hossz mellett való elérése,

2) a fénycsökkentési tényező értékétől független hossz méretű berendezés kialakítása.

Miután az 1) esetben is fokozatokban akarjuk az eredő fénycsökkentési tényezőt változtatni, a berendezést n darab egyforma, egyenként l hosszúságú és N nagyítású, és w lencseveszteségű fokozatból építjük fel. A berendezés teljes hossz mérete így

$$S = nl$$

lesz. A fokozatonkénti nagyítás, a fokozathossz és a lencse f gyújtótávolsága között fennálló

$$l = f \frac{(N+1)^2}{N}$$

összefüggés alapján, valamint a

$$z_r = \frac{w''}{N^{2n}}$$

eredő fénycsökkentési tényezőnek ismeretében a berendezés hossz mérete

$$S = nl = f \frac{(N+1)^2 \log z_r}{N[\log w - 2 \log N]} \quad (4)$$

alakban fejezhető ki, az egyszerűség kedvéért feltéve, hogy az egyes fokozatoknak és így a teljes berendezésnek is bemenő- és kimenő-blende átmérője megegyezik. A lehető legkisebb berendezés-hossz adott fénycsökkentési tényező és fókusz távolság mellett a (4) összefüggés minimalizálásából adódik. A minimum feltétel értelmében az alkalmazott N_{opt} optimális nagyítás és a lencse-veszteség között fenn kell állnia a

$$w = N_{\text{opt}}^2 \cdot e^{-\frac{2(N_{\text{opt}}+1)}{N_{\text{opt}}-1}} \quad (5)$$

egyenletnek. Ugyanakkor a berendezés teljes hosszának minimális értéke

$$S_{\text{opt}} = \frac{f \log z_r}{2} \cdot \frac{1 - N_{\text{opt}}^2}{N_{\text{opt}}} \quad (6)$$

alakban adódik. Meg kell jegyezni, hogy adott w esetén N_{opt} értéke meghatározza egy fokozat fénycsökkentési tényezőjét és így az eredő fénycsökkentési tényező változtatásának fokozatait. Ezért z_r értékét csupán $\frac{w}{N^2}$ valamelyik egész számú hatványaként választhatjuk. Például $f = 5$ mm fókusz távolságú, $w = 0,88$ veszteségű lencsék alkalmazásával egy $z_r \simeq 10^{-9}$ eredő fénycsökkentési tényezőjű berendezés teljes hossza $S_{\text{opt}} = 220$ mm.

A fenti megfontolások szerint kialakított fénycsökkentő előnyös tulajdonsága, hogy a berendezés kis helyet igényel, ugyanakkor nagymértékben hátrányos, hogy a fénycsökkentési tényező változtatásával a berendezés teljes hossza, vagyis a bemenő, illetve kimenő blendéjének helyzete változik. A bemenő blende elmozdítása esetén ugyanis az F fényforrás és az azt leképező L_0 optikai rendszer szükségszerűen újra állítandó be, ami egyrészt idővesztést jelent, másrészt a mérések reprodukálhatóságát is veszélyezteti. Hasonlóképpen hátrányos, ha a fénycsökkentő kimenő blendéjének helyzete változik meg. Az ily módon kialakított berendezés alkalmazására tehát elsősorban ott kerül sor, ahol a minimális helyszükséglet döntő szerepet játszik és a fénycsökkentési tényező állítására ritkábban kerül sor. A fenti számítások azonban a 2) irányelv alkalmazásánál is tájékoztatásul szolgálnak.

A mi mérési célkitűzésünk szempontjából a 2) szerint kialakított elrendezés látszik alkalmasabbnak. Ebben az esetben a fénycsökkentő teljes hossz-méretét a minimális fénycsökkentési tényező előállításához szükséges fokozatok hosszának összege adja.

A berendezés eredő fénycsökkentési tényezőjét a $10^{-1} - 10^{-9}$ tartományban nagyságrendenként kívánjuk szabályozni. Ennek megfelelően berendezésünket 10^{-1} és 10^{-2} fénycsökkentési tényezőjű fokozatokból építjük fel. Ez utóbbi követelmény azt jelenti, hogy a fokozatokban nem alkalmazhatjuk az optimális nagyítást és így berendezésünk teljes hossza meghaladja a (6) szerint számított értéket. A 10^{-1} és 10^{-2} csökkentésű fokozatokat, annak érdekében, hogy a berendezés teljes hossza az eredő fénycsökkentési tényező be-

állításától független legyen, különböző fokozathossz mellett készítettük el. Különösen nagyobb csökkentési tényezőknél technikai szempontból célszerű egységnyi csökkentésű fokozatokat (a lencseveszteségek kompenzálására akkor $N \lesssim 1$) is felhasználni és ezekkel a lényeges csökkentést létrehozó rövidebb fokozatokat a minimális csökkentési tényezőknél szükséges berendezéshosszra kiegészíteni.

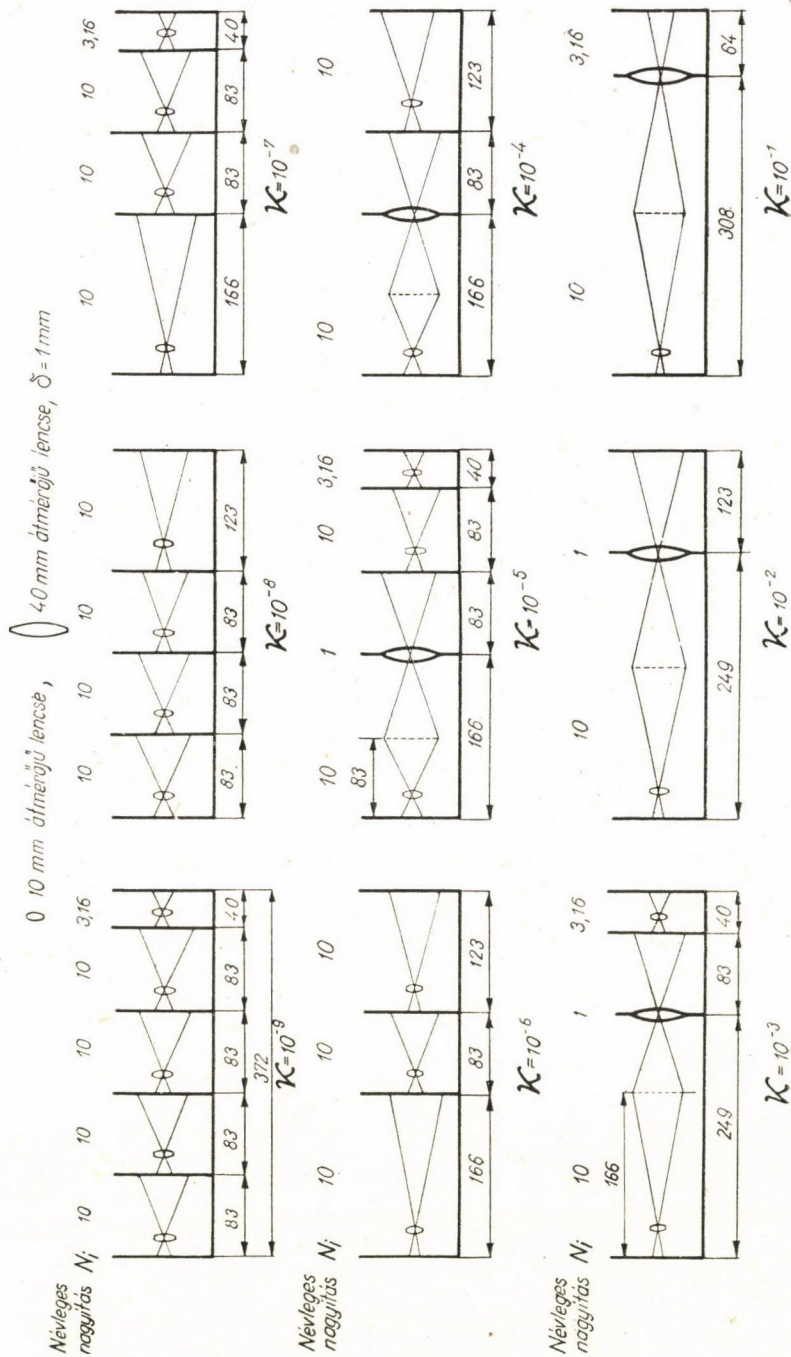
Fénycsökkentő berendezésünk felépítését a 3. ábrán láthatjuk a fenti tartományba eső fénycsökkentési tényezőknek megfelelő beállításban. Az ábrán feltüntettük a berendezés összes lényeges adatait. Az egyes 10^{-1} ill. 10^{-2} csökkentésű fokozatokra vonatkozóan a névleges nagyítás (3,16 ill. 10-szeres) értékét adtuk meg. Ez utóbbi értéknek kismértékű csökkentésével a lencseveszteségek és a leképezési hibák hatását kompenzálni lehet és így a fokozatok csökkentési tényezőjét a kívánt kerek értékre állíthatjuk be. Megjegyezzük, hogy a sugármenet sematikus jelölésére függőleges irányban a vízszintestől lényegesen eltérő léptéket használtunk. Egyes esetekben ($x = 10^{-5} - 10^{-1}$) egy fokozaton belül kétszeres leképezést alkalmaztunk. Geometriai veszteségek elkerülésére ez utóbbi esetekben a második leképező lencse átmérőjét 40 mm-re választottuk, míg az összes többi fokozatok lencségei, ill. lencserendszerei 10 mm átmérőjűek. Kettős leképezésű fokozatokban az első leképezés eredményeképpen létrejövő kép helyzetét az ábrán szaggatott vonallal tüntettük fel.

Megoldásunkat — $x = 10^{-9}$ -re beállított állapotában — az 1. irányelv ismertetésével kapcsolatban említett példa adataival összehasonlítva, látható, hogy esetünkben a berendezés hosszmérete az optimálisnál kissé nagyobb, ezt a hátrányt azonban az eredő fénycsökkentési tényező nagyságrendenkénti fokozatokban lehetséges szabályozásának célszerűsége és a berendezés be- és kimenő blende helyzetének állandóságából származó előny kompenzálja.

3. §. A fentiekben ismertetett berendezést két lépésben ellenőriztük: egyrészt az egyes fokozatok fénycsökkentési tényezőjét állítottuk be a kívánt értékre, másrészt az egyes fokozatokat egymás után helyezve a 3. ábra szerinti elrendezésben az eredő fénycsökkentési tényezőt határoztuk meg.

Mindkét méréssorozat RCA 931-A gyártmányú elektronsokszorozó alkalmazásával történt, felhasználva a sokszorozónak azt a — több szerző által ([4], [6]) ellenőrzött — tulajdonságát, hogy anódárama kb. 3% hibahatáron belül arányos a fotokatódra eső fény intenzitásával. A mérések során fokozott gondot fordítottunk arra, hogy a sokszorozó fotokatódjának mindig ugyanarra a pontjára essen a mérendő fény, ily módon a fotokatód érzékenységeinek helyfüggőségét [7] kiküszöbölve.

A fokozatok fénycsökkentésének beállítását oly módon végeztük, hogy a multipliert közvetlenül a fokozat bemenő, illetve kimenő blendéje mögé helyezve megállapítottuk a megfelelő sokszorozó-anódáram értékeket. A leképező lencsék helyzetének, a számítható képet kismértékű változtatásával elérhető, hogy a kimenő és bemenő blende mögött mért anódáramok hánya-



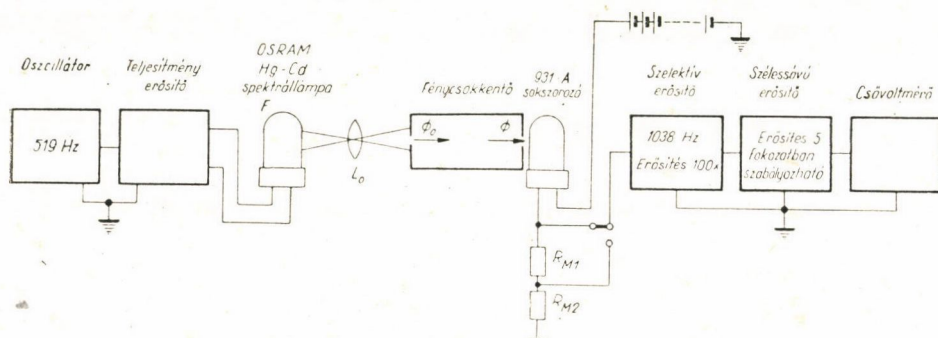
3. ábra

dosa a fokozat kívánt csökkentési tényezőjének megfelelő legyen. A beállítási mérés pontossága — figyelembe véve a sokszorozó linearitásának pontosságára megadott 3%-os értéket — 4%-nak adódik.

Az eredő fénycsökkentési tényező mérésénél olymódon járunk el, hogy a Φ_0 bemenő intenzitás meghatározása után a $\Phi(x)$ kimenő intenzitást vizsgáljuk a x eredő fénycsökkentési tényező függvényében. A hitelesítésnél használt Φ_0 intenzitás megválasztásánál két körülményt kell figyelembe venni. Egyrészt a Φ_0 intenzitást oly nagynak kell választani, hogy a minimális eredő fénycsökkentési tényező esetén is a kimenő $\Phi(10^{-9})$ intenzitás az elektronsokszorozó anódján a sötét- és zajáramot lényegesen meghaladó jelet hozzon létre, másrészt a bemenő intenzitás nem lehet olyan nagy, hogy mérésénél a sokszorozó utolsó fokozataiban a jel hatására folyó áramok a fokozati feszültség egyenletességét megbontsák, illetve különböző fáradási effektusokat [8] hozzanak létre. A minimális fénycsökkentési tényező mérési pontosságának fokozására célszerű a sokszorozó sötétáramát a lehetőséghez képest csökkenteni [9].

A zaj- és zavarfeszültség hatásának csökkentésére a mérésben szelektív erősítőrendszert alkalmaztunk a 4. ábra szerinti elvi kapcsolásban.

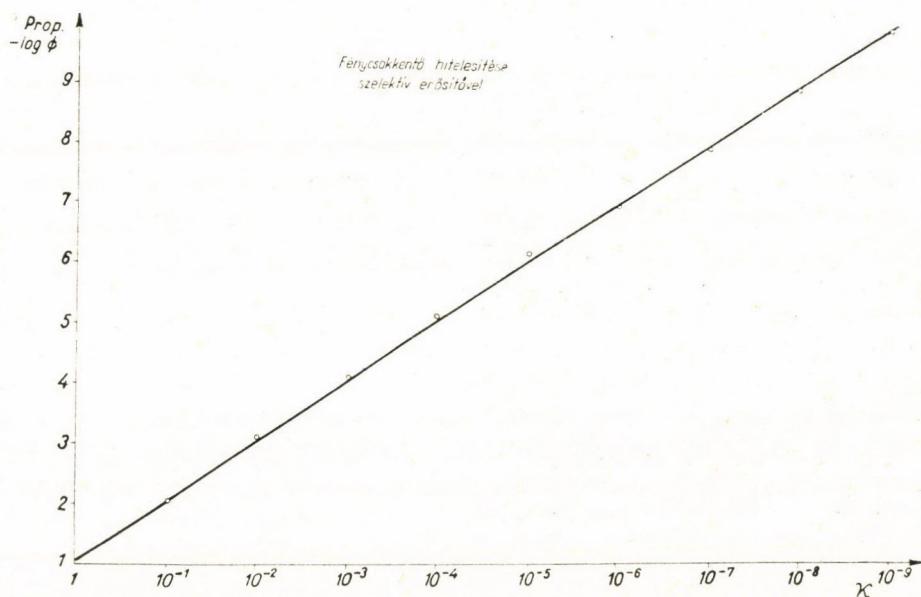
A fénycsökkentő ellenőrzésére F fényforrásként egy $Hg-Cd$ spektrálmámpát alkalmaztunk, melyet egy oszcillátorral vezérelt teljesítményerősítőről 519 Hz-es váltófeszültségről tápláltunk. A megvilágítás hatására a multiplier anódján egy viszonylag kis torzítású 1038 Hz-es szinusz-jelet kapunk. Ez utóbbit egy 1038 Hz-re hangolt szelektív erősítőben felerősítve egy szélessávú erősítőre visszük tovább. A szélessávú erősítő erősítési tényezője 1-től $3 \cdot 10^3$ -ig 5 fokozatban szabályozható. A szélessávú erősítő kimenetén megjelenő — a multiplierre eső fényenergiával arányos — jelet egy csővoltmérővel mérjük.



4. ábra

A kilenc nagyságrendnek megfelelő méréstartomány átfogását részben a szélessávú erősítő erősítésének szabályozásával biztosítottuk. Miután azonban így csak az első öt nagyságrend ($x = 10^{-1} - 10^{-5}$) volt ellenőrizhető, olymódon jártunk el, hogy a sokszorozót ezeknek mérésénél $E = 450$ Volt anód-

feszültségről járatuk, majd a további méréseket a sokszorozó nagyobb erősítésének biztosítására $E = 1100$ Volt anódfeszültségnél végeztük. Az anódfeszültség növelésekor a sokszorozó áramerősítésének növekedését olymódon határoztuk meg, hogy egy fénycsökkentési tényezőnek megfelelő intenzitást — esetünkben $\Phi(10^{-5})$ — úgy az alacsony, mint a felemelt anódfeszültségnél megmértünk. Az ily módon kapott műszerkitérések hányadosából a sokszorozó áramerősítésének növekedése meghatározható. A mérés folyamán ügyeltünk arra, hogy a szelektív erősítő első fokozatában túlvezérlés ne jöjjön létre. Ennek megfelelően a sokszorozó anóellenállását 1:75 arányban osztottuk meg R_{M1} - és R_{M2} -re.



5. ábra

Méréseink eredményét az 5. ábrán láthatjuk. A mérések $\chi = 10^{-1} - 10^{-9}$ -ig terjedő tartományban cca 6%-os pontossággal kerülnek elvégzésre. 10^{-8} illetve 10^{-9} eredő fénycsökkentési tényező értékeknél a fenti hibaérték kb. másfélszeresére emelkedik.

A munkában nagy segítségünkre volt *Kmetyó József*, aki a berendezés mechanikus részeit tervezte. Köszönetünket szeretnők kifejezni *Bakos József*-nek a berendezés ellenőrző méréseiben kifejtett lelkes és invenciózus munkájáért. A berendezés gondos kivitelezéséért *Kurtha Géza* és *Baán Gyula* fogadják köszönetünket.

IRODALOM

- [1] S. F. Rodjonov és A. L. Oserovics: DAN 74, 461, 1950.
- [2] M. Blau és I. Feuer: Journ. Opt. Soc. Am. 36, 576, 1946.
- [3] P. S. Faragó és E. F. Pócza: Műegyetemi Közl., 1, 10 1949.
- [4] R. W. Engström: Journ. Opt. Soc. Am. 37, 420, 1947.
- [5] G. Blet: Revue d'Optique, 32, 204, 1953.
- [6] L. Colli, V. Facchini és A. Rossi: Nouvo Cimento, 11, 255, 1954.
- [7] Náray Zs.: Magy. Fiz. F. 3, 1, 1955, Acta Physica Hung. (megjelenés alatt).
- [8] Náray Zs.: Magy. Fiz. F. 2, 325, (1954).
- [9] Náray Zs.: Magy. Fiz. F. és Acta Physica Hung. (megjelenés alatt).

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

ELEMI RÉSZECSKÉK*

P. E. HODGSON

Az elemi részek kutatása a fizikának napjainkban legrohamosabban fejlődő fejezete. Vonatkozik ez elsősorban a kísérleti kutatásokra. A kvantummechanika felállításakor az anyagot protonokból és elektronokból felépültnek gondolták, ezeket tekintették a végső oszthatatlan építőköveknek. Ma már hozzávetőlegesen negyedszáz különböző elemi részecskét ismertünk és nem gondoljuk, hogy ez a szám végleges. A kozmikus sugárzásban és gyorsítóberendezések segítségével végzett megfigyelések eredményei átalakítják alapvető ismereteinket, ma már az egymásba átalakulni képes elemi részekben olyan szerkezettel bíró objektumokat kezdünk látni, amilyeneket a századfordulón az atomokban ismertek meg. Az elméleti fizikus előtt álló feladat elsősorban a tapasztalati anyag rendezése, az elemi részek „periódusos rendszerének” felállítása, ezután fog következni a rendszer mögött rejlő törvényszerűségek tisztázása, az elemi részek belső gerjesztési mechanizmusának feltárása. Az elméleti kutatások még csak a kezdet kezdetén vannak, a döntő szó napjainkban a kísérleti fizikusé. A legújabb kísérleti eredmények kritikai összefoglalását adja és azok rendszerezését kíséri meg P. E. Hodgson érdekes cikke.

Marx György

Az utóbbi néhány év folyamán — főként a kozmikus sugárzás tanulmányozása és legújabban, részecskegyorsító-berendezésekkel végzett kutatások eredményeképpen — tetemes ismeret-anyag gyűlt össze az anyag fundamentális részecskéiről. E vizsgálatok egész sor bonyolult jelenségre derítettek fényt, ezek értelmezése azonban máig sem teljes. Jelenleg ismereteink igen lassan szaporodnak, minthogy a kutatómunka főrésze a hyperonok és nehéz mezonok tanulmányozására irányul és e részecskék csak a kozmikus sugárzás nagy-energiájú részecskéinek ütközéseikor keletkeznek, amelyek azonban igen ritkák. Igen sok ködkamra-felvételt kell tehát készíteni, nagyszámú fotoemulziós lemezt kell megvizsgálni, míg a keresett folyamatok közül egyet találunk. Gyorsító-berendezésekkel — amelyek nagy intenzitású nyalábok keltésére alkalmasak — még nem érték el az energiatartományt, amelyben elegendő gyakorisággal keletkeznek a nehéz mezonok és más bomlékony részecskék. Ha sikerül ezeket az energiákat elérni — ami egy-két éven belül várható — úgy lehetségessé válik az új fundamentális részecskék tulajdonságainak rendszeres vizsgálata nagyszámú részecske felhasználásával. Idáig csak egyes

* Megjelent Science Progress 42, 599, 1954.

részecskéket lehetett tanulmányozni. Addig is igen célszerűnek látszik tudásunk jelen állapotának összefoglalása, bár szem előtt kell tartanunk, hogy az még igen töredékes, revízióra és bővítésre szorul.

A helyzetet rendkívül megnehezíti az a körülmény, hogy a kísérleti eredmények ritkán bizonyosak és megbízhatóságuk foka változó. Ez különösen áll a szóbanforgó kísérleti területre, itt ugyanis a mérések rendkívül nehezek és számos olyan zavaró körülmény játszik közre, amelyeket nem lehet könnyen számításba venni. Ezenkívül majdnem mindig lehetséges az újfajta jelenségekre utaló eredményeket ismert részecskék igen kis valószínűségű kölcsönhatásaival értelmezni. Ezért hitelt érdemlő következtetéseket csak sok eredmény alapján lehet levonni.

Hangsúlyozzuk, hogy e rövid élettartamú, bomlékony részecskék kimutatása igen nehéz feladat és hogy eddig csak olyan részecskéket fedeztek fel, amelyeket készülékeink jelezni tudnak. Valószínű, hogy még sok olyan részecske létezik, amely jelenleg nem mutatható ki. Tegyük fel például, hogy létezik semleges μ -mezon és ez két neutrínóra bomlik. Ezt a részecskét gyakorlatilag lehetetlen volna kimutatni.

Az elméleti fizikusok nehézségei még a kísérleti fizikusok jelentős nehézségeinél is nagyobbak. Jelenleg reménytelen feladatnak látszik a nehéz mezonok elméleti rendszerezése, míg a μ - és π -mezonok — ezek tulajdonságait ismerjük a legpontosabban — elmélete nincs kielégítően kidolgozva. Valószínűnek látszik, hogy lényegesen pontosabb kísérleti eredményeknek kell összegyűlniök, hogy olyan szabályosságok váljanak nyilvánvalóvá, amelyek az elméleti rendszerezés alapjául szolgálhatnak.¹

Két évtizeddel ezelőtt két legelemibb részecske-típust ismertek: az elektront és a protont, és azt gondolták, hogy az egész világegyetem ezekből épül fel. Hamarosan felfedezték a neutron és a pozitron s ezután következett a nehéz mezonok egyre növekvő számú sora. Nyilvánvaló, hogy az „elemi” részecskék számának növekedtével arányosan csökken az „elemi” jelző jogsúlya. Az elemi részecskékkel kapcsolatos ismereteink bonyolultsága arra mutat, hogy az általunk „elemi”-nek nevezett részecskék valójában valamilyen még finomabb elemekből álló összetett rendszerek. Ennek ellenére jelenleg még megtartották az „elemi” jelzőt.

Hasonló ellenvetést lehet tenni a „részecske” szóval, s a hozzátapadó, a newtoni mechanikából vett, biliárgolyót idéző elképzeléssel kapcsolatban. Mint ismeretes, az „elemi részecskék”-ről nem lehet szemléletes képet alkotni, azok bizonyos körülmények között kísérleteinkben úgy viselkednek, mint részecskék, máskor pedig hullámként jelentkeznek. A valóságban sem nem

¹ Az eddig ismert kísérleti tények alapján is sikerült már bizonyos eredményeket elérni e területen. A. Pais és V. Votruba az izotópspin és pályamomentum kvantálása, J. Rayski pedig a nemlokális térelmélet alapján tudott következtetni az elemi részek tömegspektrumára és kölcsönhatásaik erősségére. (A ford. megj.)

részecskék, sem nem hullámok, hanem olyan szubtilis dolgok, amelyekre a makroszkópikus világban szerzett durva fogalmaink csak hasonlatképpen alkalmazhatók. Nagy energiák tartományában részecske-jellegük uralkodik a hullámjelleggel szemben, s minthogy rendszerint ilyen körülmények közt találkozunk velük, mint részecskékre hivatkozunk rájuk. Ezt a szóhasználatot mi is követjük, de korlátozott értelméről nem szabad megfeledkeznünk.

Néha megesett az, hogy olyan jelenségeket figyeltek meg, vagy olyan méréseket végeztek, amelyek látszólag új részecskék létezésére mutattak, de később kiderült, hogy a megfigyelések új részecske feltételezése nélkül is értelmezhetők. Ilyen esetekre példák az ún. λ - és ζ -mezonok. Ezeket is felvettük az alább következő felsorolásba.

Minthogy elemi részek osztályozását folytonosan revideálják, az elnevezések kérdése állandó zavarok forrása. Egyrészről szokás az előforduló folyamatok egyes típusainak jelzésére szolgáló szimbólumokat bevezetni. Ezek fenomenológiai jelölések. Ha már elegendő kísérleti adat áll rendelkezésre, lehetővé válik az, hogy minden egyes részecske jelölésére külön szimbólumot rendeljünk. A helyzetet bonyolítja az, hogy a megfigyelt jelenségek és az azokban résztvevő részecskék között nincs egyértelmű kapcsolat. Gyakran megtörténik az, hogy két fenomenológikusan hasonló folyamatot két különböző típusú részecske idéz elő, másrészről egy meghatározott típusú részecske fenomenológiailag különböző folyamatokban vehet részt. Ennek folytán a fenomenológikus és az egyes részecskékhez rendelt szimbólumok között nincs egyértelmű megfelelés. Vigyáznunk kell, hogy ezeket ne tévesszük össze.

A jelenleg használatos fenomenológiai jelöléseket a következő felsorolásban közöljük. Ebbe néhány elavultat is felvettünk teljesség kedvéért. Ezeket csillag (*) jelöli. Az egyes részecskéket jelző szimbólumok majd ezután következnek.

FENOMENOLÓGIAI JELÖLÉSEK

*V-folyamat.*² E folyamatok mozgó K -mezon vagy hyperon bomlásaként értelmezhetők.

S-folyamat. E folyamatok nyugvó K -mezon vagy hyperon bomlásaként, vagy az atommagba való befogadásaként értelmezhetők.

A V - és S -folyamatok még tovább osztályozhatók a 0 vagy \pm indexek alkalmazásával aszerint, hogy az elbomló részecske semleges-e vagy pozitív, ill. negatív töltésű. A bomló részecskére magára fenomenológikusan mint V -részecskére, S -részecskére szokás hivatkozni.

² V -folyamatnak a mozgó K -mezonok és hyperonok bomlási folyamatai közül azokat nevezik, amelyek során semleges részecske két töltött részecskére (és még esetleg semleges részecskékre), vagy töltött részecske egy töltött és — esetleg — több semleges részecskére bomlik. E folyamatok Wilson-kamra-felvételein jellegzetes V -alakú részecske-nyom látható. (A ford. megj.)

*ρ -mezon.** Az olyan mezont nevezik így, amelynek nyoma a fotoemulzióban végződik, de látható bomlástermék, vagy atommag-kölcsönhatásból eredő részecskenyomok nélkül.

*σ -mezon.** Ez az emulzióban végződő nyomú és egy vagy több töltött részecske emissziójával járó atommagrobbanást okozó mezonok neve.

Könnyebb beszédmód kedvéért a részecskéket csoportokra osztották aszerint, hogy tömegük milyen tartományba esik.

Az *L-mezonok* tömege az elektron és a π -mezon tömege közé esik.

A *K-mezonok* tömege a π -mezon és a proton tömege között van. E részecskéket gyakran „nehéz mezonok”-nak nevezik.

Hyperonok-nak nevezik a neutron és deuteron közé eső tömegű részecskéket. Ez a definíció revízióra szorul, ha a deuteronnál nehezebb „elemi” részecskéket fedeznek fel. A hyperonok jelölésére az Y szimbólum szolgál.

A mezonokat kis, a hyperonokat nagy görög betűkkel szokás jelölni.

MAI TUDÁSUNK AZ ELEMİ RÉSZECSEKRŐL

A következőkben felsoroljuk a jelenleg ismert elemi részecskéket és tulajdonságaikat. Tömegüket az elektron tömegének többszöröseként adjuk meg. A hibahatárokat azért adtuk meg, hogy sejtessük a jelenleg elérhető pontosságot; ezeket nem tekinthetjük precíz szórásértékeknek, minthogy az eredmények különböző pontosságú készülékeket használó kutatócsoportok megfigyeléseinek egybevetéséből adódtak. Az elemi részecskék bomlási folyamatainál felszabaduló Q kinetikus energiát rendszerint valamilyen speciális bomlási szkéma feltételezésével számítják ki, ez azonban gyakran hipotétikus jellegű. Ha további vizsgálatok szükségessé teszik e szkémák módosítását, a megfelelő Q -értékeket ezek szerint újra ki kell számítani.

Gamma-sugárzás (γ vagy $h\nu$). Elektronmágneses sugárzás. A ν frekvencia folytonosan változó mennyiség, h pedig a Planck-féle állandó. Ha a γ -sugárzás energiája elég nagy, ez kölcsönhatásba léphet valamely atommaggal és magrobbanást okozhat, vagy elektron-pozitron párt kelethet. Tömege zérus.

Neutrínó (ν). Semleges részecske, amelyet eredetileg a β -bomlással kapcsolatban az impulzus, energia és spin megmaradásának biztosítására tételeztek fel. Tömege igen kicsiny vagy zérus. (A ν jel nem tévesztendő össze a γ -sugárzás frekvenciájával.)

Elektron (e^\pm). e^+ -t pozitronnak is nevezik. Nem bomlékony, de egy e^+ és egy e^- kölcsönhatásba lépve eltűnik, miközben két γ -sugár keletkezik.

L-mezonok.

(*λ -mezon.* A kozmikus sugárzással kapcsolatos néhány régebbi adatot egy időben olyan részecskék feltételezésével értelmeztek, amelyek tömege az elektronénak néhányszorosa. Később azonban ez szükségtelennek bizonyult.)

μ^\pm -mezon. Tömege $207 \pm 0,4$. Közepes élettartama $2,2 \cdot 10^{-6}$ másodperc. Pozitív vagy negatív töltésű lehet. Bomlási skémája: $\mu^\pm \rightarrow e^\pm + 2\nu$ ($Q \sim 105$ MeV).

A keletkező elektron energiája változó, maximális értéke 55 MeV, a közepes energia 36 MeV. A negatív μ -mezon gyenge kölcsönhatásban áll az atommagokkal és kisenergiájú magrobbanást okozhat (gerjesztési energia ~ 15 MeV), ha előbb nem bomlik el. π -mezonok és nehezebb mezonok bomlásakor keletkezik.

π^0 -mezon. Tömege 263 ± 3 . Közepes élettartama $\sim 10^{-14}$ másodperc. Töltése nincs. Bomlási skémája:

$$\begin{array}{ll} & \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (Q \sim 133 \text{ MeV}), \\ \text{vagy} & \pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma \quad (\text{igen ritka}), \\ \text{vagy} & \pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^- \quad (\text{rendkívül ritka}). \end{array}$$

π^\pm és π^0 -mezonok nagyenergiájú nukleon-nukleon ütközésekkor keletkeznek.

π^\pm -mezon. Tömege $273,1 \pm 0,2$. Közepes élettartama $(2,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-8}$ másodperc. Töltése pozitív vagy negatív. Bomlási skémája: $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu$ ($Q \sim 33$ MeV, $E_\mu \sim 4$ MeV).

A negatív π -mezonok az atommagokba befogódhatnak és ~ 100 MeV gerjesztési energiájú magrobbanásokat okozhatnak. A μ és π -mezonok ismertett tulajdonságait alapos kísérletek során állapították meg.

K-mezonok.

ζ^0 -mezon. Tömege ~ 550 . Közepes élettartama $< 10^{-14}$ másodperc. Semleges. Bomlási skémája: $\zeta^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ ($Q \sim 2$ MeV).

E részecskéket eredetileg azért posztulálták, hogy nagyenergiájú mag-kölcsönhatások során emittálódó π -mezon-párok korrelációját értelmezni lehessen. Jelenleg felteszik, hogy a jelenség erős $\pi-\pi$ kölcsönhatással értelmezhető és így a ζ^0 -mezon posztulálása szükségtelenné vált.

ζ^\pm -mezon. Tömege ~ 530 . Közepes élettartama $> 10^{-11}$ másodperc. Töltése van. Bomlási skémája ismeretlen.

E részecske létezésére a töltött részek fotoemulzióban keletkezett nyomának többszörös szóródásával kapcsolatos mérések utaltak. Azonban a fotoemulziós technika bonyolultságára és számos váratlan hibaforrásra való tekintettel nem szükséges az új részecske feltételezése e jelenség magyarázatára.)

τ^0 -mezon. Tömege ~ 1000 . Bomlási skémája: $\tau^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ ($Q < 75$ MeV).

Eddig két vagy három ködkamra-felvétel ismeretes; amely erre a bomlási skémára utal, de a részecske létezése még nem tekinthető bizonyosnak.

τ^\pm -mezon. Tömege 965 ± 1 . Közepes élettartama 10^{-8} és 10^{-10} másodperc között van. Valószínűleg mind pozitív, mind negatív töltéssel előfordul.

Bomlási skémája: $\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm + \pi^+ + \pi^-$ ($Q = 75 \pm 1$ MeV). A τ -mezon tulajdonságait fotoemulzió és ködkamra segítségével állapították meg. Ezek biztosnak tekinthetők.

Néhány jelenség arra mutat, hogy előfordul a $\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm + 2(? \tau^0)$ bomlási folyamat is.

Felvetették azt a lehetőséget is, hogy e jelenségek egy K^- részecskének az atommagba való befogadásaként értelmezzék, miközben egy π -mezon emittálódik és esetleg még néhány semleges részecske. De ebből az következne, hogy a legtöbb τ -mezonnak negatív töltésűnek kell lennie, ami ellentmond a tapasztalatnak. Néhány jel arra mutat, hogy e részecske szekundérjai között γ -sugarak is előfordulnak.

η^0 -mezon. Tömege 965 ± 10 . Közepes élettartama $(1,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-10}$ másodperc. Töltése nincs. Bomlási skémája: $\eta^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ ($Q = 214 \pm 5$ MeV).

Eredetileg minden ködkamrában észlelt V -részecskét vagy a $V_1^0 \rightarrow p^+ + \pi^-$ vagy a $V_2^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ osztályba lehetett sorolni. De további adatok azt mutatják, hogy a V_2^0 osztályba sorolt folyamatok különböző részecskékkal kapcsolatosak. Ezek egyikét, amelyet most η -mezon néven ismerünk ($\eta \rightarrow K + L$) V_3^0 részecskének nevezték el, míg a két π -mezonra bomló részecske neve V_4^0 lett.

A η^0 -mezont eddig csak ködkamrás mérésekkel mutatták ki.

π^\pm -mezon. Tömege 912 ± 19 . Valószínűleg pozitív és negatív töltésű. Bomlási skémája: $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm +$ (egy semleges részecske) ($E_\mu = 140 \pm$ MeV).

A semleges részecskének kicsiny tömegűnek kell lennie. Minthogy nem valószínű, hogy γ -sugár, valószínűleg neutrínó.

π^\pm -mezon. Tömege 990 ± 30 . Közepes élettartama $\sim 10^{-9}$ másodperc. Valószínűleg pozitív és negatív töltésű. Bomlási skémája: $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm +$ (két semleges részecske), vagy: $\pi^\pm \rightarrow e^\pm +$ (két semleges részecske).

A keletkező μ -mezon energiája változó, maximuma 180 MeV. E részecske létezésére először fotoemulziós mérésekből következtettek. Valószínű, hogy a ködkamrában megfigyelt elektromos töltésű V -részecskék π -mezonok.

χ^\pm -mezon. Tömege 965 ± 15 . Valószínűleg pozitív és negatív töltésű. Bomlási skémája: $\chi^\pm \rightarrow \pi^\pm +$ (egy semleges részecske) ($E_\pi \sim 116$ MeV).

Azért teszik fel, hogy a χ -mezon két részecskére bomlik, mert a szekundérek végzett mérések azt mutatják, hogy az emittált π -mezon energiája állandó. Arra, hogy a szekundér részecske π -mezon, erős bizonyítékok vannak, de ezek még nem döntő bizonyítékok. A semleges szekundér természetéről nem tudunk semmit; az lehet γ -sugár vagy π^0 -mezon. Valószínű, hogy a ködkamrában megfigyelt töltött V -részecskék némelyike χ -mezon.

η -mezon. (Tömege függ az exakt bomlási skémától.) Semleges. Bomlási skémája: $\eta \rightarrow K + L$ ($Q \sim 60$ MeV).

E részecskék létezésére Leighton kísérletei utaltak. Néha V_3^0 részecskének is nevezik. A szekundérek azonosítása még nem sikerült.

Nukleonok.

A protont és a neutront közös néven nukleonnak nevezzük.

Proton. Tömege 1836,1. Stabil. Pozitív töltésű.

Neutron. Tömege 1838,7. Közepes élettartama 12 ± 2 perc. Semleges.

Hyperonok.

Λ^0 -részecske. Tömege 2181 ± 1 . Közepes élettartama $(3,7 \pm 1) 10^{-10}$ másodperc. Semleges. Bomlási skémája: $\Lambda^0 \rightarrow p^+ + \pi^-$. ($Q = 37 \pm 1$ MeV).

E részecske létezésére először az ún. V_1^0 ködkamranyomok megfigyelése utalt, azonban már fotoemulzióban is megfigyelték. A fotoemulziós technika nagy precizitása lehetővé tette, hogy a Λ^0 részecske tömegét sokkal pontosabban határozzák meg, mint ahogy az a ködkamra-felvételek alapján lehetséges.

Vannak olyan adatok, amelyek szerint létezik egy hasonló módon bomló részecske, amelynek Q -értéke 75 MeV körül van.

Körülbelül tizenöt esetben figyeltek meg fotoemulzióban olyan nehéz részecskétől eredő pályát amely két magrobbanást köt össze. Ezt úgy lehet értelmezni, hogy az egyik magrobbanás színhelyéről egy nehéz fragmens emittálódik, majd lefékeződésekor felrobban. A másik lehetséges értelmezést, amely szerint a magrobbanást a nehéz fragmens ütközése okozza, ki lehet zárni, minthogy annak sebessége ehhez túl kicsiny. A nehéz fragmens spon-tán felrobbanása lefékeződésekor értelmezhető, ha feltesszük, hogy kötött állapotú Λ^0 részecskét tartalmaz. A magrobbanás megfigyelt tulajdonságai összhangban vannak e feltevessel.³

Λ^\pm -részecske. Tömege 2320 ± 20 , közepes élettartama $\sim 3,10^{-10}$ másodperc. Bomlási skémája: $\Lambda^\pm \rightarrow \text{Nukleon}^{+0} + \pi^{\pm 0}$ ($Q \sim 115$ MeV).

E részecske létezését nagyszámú megfigyelés igazolja.

Y^- -részecske. Tömege 2600 ± 50 . Bomlási skémája: $Y^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$ ($Q = 65 \pm 5$ MeV).

E részecske létezésére először akkor következtettek, amikor a manchesteri kutatócsoport két egymásfeletti V -bomlást figyelt meg. Az alsó, amely Λ^0 bomlása volt, a felső bomlás szekundérjének vonalába esett; a felső bomlási folyamat V^- bomlás volt.

Minthogy azonban egyetlen ilyen jelensége két V -bomlás véletlen koinciden-ciája lehet, nem lehet ebből határozott következtetést levonni. Később Leighton még három ilyen esetet figyelt meg, Cowan pedig egyet.

Azon jelenségek mellett, amelyek a fent felsorolt részecskékkel értelmezhetők, vannak olyan jelenségek is, amelyek létezését biztosan megállapították, de értelmezésük bizonytalan.

Ezek közé tartoznak a nehéz mezonok okozta magrobbanások; az utóbbi években néhány ilyen jelenséget figyeltek meg. A primér részecske természetét

³ E jelenséget először M. Danysz lengyel fizikus figyelte meg. (A ford megj.)

nem lehetett megállapítani, lehetséges azonban, hogy a legtöbb ilyen jelenséget negatív τ -mezón okozza. Ezt az értelmezést megerősítik azok az adatok, amelyek szerint a nyugvó állapotban bomló τ -mezónok mind pozitív töltésűek. Ha ez az értelmezés helyes, úgy a τ -mezón a π -mezónokhoz hasonlóan viselkedik: a negatív az atommagokkal lép kölcsönhatásba, és magrobbanást okoz, a pozitív három részecskére bomlik. Negatív π és χ mezónok is okozhatnak magrobbanásokat.

Egyes adatok szerint π - és χ -mezónokkal kapcsolatos S -folyamatok szekundárai között γ -sugarak vannak. E γ sugarakat mind a töltött részecskével egy vonalban, mind attól eltérő irányban lehetett észlelni. Ez arra mutat, hogy a γ -sugarak vagy egy kétrészecske-bomlásból származó π^0 -mezón bomlástermékei, vagy háromrészecske-bomlásból származnak.

Egy másik olyan jelenségtípus, amely nehéz mezónok részvételét meg lehet állapítani, a „zuhatag“¹ néven ismert nagyenergiájú atommag-kölcsönhatás. Ezeket részletesen tanulmányozta a bristoli kutatócsoport Powell professzor vezetésével, és mások. Ha két extrém nagy (millió MeV -nél nagyobb) energiájú nukleon összeütközik, tíz-húsz körül van a keletkező mezónok száma. Ezek igen szűk nyalábban, „zuhatag“ formájában emittálódnak. E mezónok legtöbbször π -mezónok, de a bristoli kutatócsoport e részecskék többszörös szóródásának és ionizálóképességének fotoemulzióban végzett vizsgálatával megmutatta, hogy néhány nehéz mezón is van közöttük. A nehéz mezónok részvételi aránya az ütközési energiával nő. Azt még nem állapították meg, hogy milyen fajta nehéz mezónok ezek. Valószínűnek látszik, hogy — az energiával változó arányban mindenféle nehéz mezón előfordul. Másik lehetséges feltevés az, hogy egyes nehezebb mezónok a nukleon-nukleon ütközéskor keletkező még nehezebb részecskék bomlástermékei.

A jelenleg ismert fundamentális részecskék tulajdonságairól adott rövid összefoglalás képet ad arról, hogy milyen bonyolult problémák lépnek fel ezek megállapításánál és arról, hogy milyen gazdag és változatos kísérleti anyagon alapulnak a következtetések.

Vannak olyan esetek, amelyek különbözőképpen értelmezhetők. Például annak a két mezónnak a tömege, amelyek létezése a legbiztosabb, a τ és ρ^0 -mezónoké, tíz elektrontömegnél kevesebbel különbözik. Ez közelfekvővé teszi azt, hogy tömegük azonos és hogy a τ - és ρ^0 -mezón ugyanazon részecske különböző lehetséges bomlási módjának felel meg; ez azonban igen valószínűtlen.

Egy másik lehetőség az, hogy a π -mezón tömege azonos a τ -mezónéval. Jelenleg az a helyzet, hogy minden nyugvó állapotban bomló π -mezónon végzett mérés 990 ± 30 átlagtömegnek megfelelő értéket ad, ami a τ -mezón tömegével összeegyeztethető érték. Azonban sajnos Perkins és munkatársai a zuhatagokban keletkező nehéz mezónokon — amelyek valószínűleg jelentékeny

¹ Ezek az angolnyelvű szakirodalomban „jet“ néven ismeretesek. (A ford. megj.)

arányban π -mezonok — végzett pontos méréseikből 1200-as tömeget kaptak. Igen valószínűtlen, hogy ez érték a π -mezon 990-es tömegével összefér. Elképzelhető, hogy a zuhatagokban, 1200-as tömegű részecskék keletkeznek és ezek útközben 990-es tömegű részecskékre bomlanak, amelyek azután bomlásuk előtt lefékeződnek. E feltevés alátámasztására azonban nincs adatunk. E probléma megoldása akkor várható, ha e részecskék tömegének kísérleti meghatározása pontosabbá válik. Általában a χ - és τ -mezonok tömegének azonoságát tekintik plauzibilisnek, míg a π -mezon tömegével való azonosítás lényegesen kevésbé valószínű.

Néhány — különböző súlyú — kisegítő megfontolást lehet végezni e problémával kapcsolatban annak alapján, hogy milyen gyakorisággal bomlanak e részecskék mozgó vagy nyugvó állapotban ködkamrában ill. fotoemulzióban. Minthogy azonban a jelenleg rendelkezésre álló adatok széles energiatartományba eső részecskékre vonatkoznak és különböző tengerszintfeletti magasságokban elhelyezett készülékekkel végezték a méréseket és — a ködkamra esetében — különböző számlálóberendezéseket használtak vezérlésre, nehéz biztos következtetésekre jutni.

Ez az elemi részecskékre vonatkozó tudásunk áttekinthető képe e közlemény írásának idején. Mire az olvasó kezébe kerül e cikk, a kép már bizonyosan megváltozik és még sok módosításra és kiegészítésre szorul a jövőben, míg teljessé válik. Jelenleg úgy látszik, hogy egy igen szövevényes terület felderítésének kezdetén vagyunk, még sok részecskét fognak felfedezni és sok bomlási folyamatot fognak megfejtetni, mielőtt a sokféle kísérleti adat egységes egészszé foglalható össze.

Fordította: Györgyi Géza

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

A FÉNYSEBESSÉGNÉL KISEBB, TETSZŐLEGES SEBESSÉGGEL MOZGÓ RENDSZERBEN FELLÉPŐ ELEKTROMÁGNESES JELENSÉGEK

H. A. LORENTZ¹

1. §. Egy translációnak elektromos és optikai jelenségekre gyakorolt hatását, ilyen pl az évi földmozgás hatása bármely rendszerre, elméleti úton viszonylag egyszerű meghatározni, amíg csupán olyan mennyiségeket kell figyelembe vennünk, melyek arányosak a w mozgássebesség és a c fénysebesség hányadosa első hatványával. Több nehézség mutatkozik azonban azokban az esetekben, melyekben másodrendű mennyiségeket, tehát w^2/c^2 rendűeket is észlelhetünk. Az első ilyen példa *Michelson* jól ismert interferenciakísérlete, melynek negatív eredménye *Fitzgeraldot* és engem arra a következtetésre vezetett, hogy szilárd testek méretei az étherben való mozgásuk által kissé megváltoznak.

Nemrég további kísérleteket tettek közzé, melyekben másodrendű hatás után kutattak. *Rayleigh* [1] és *Brace* [2] megvizsgálták, hogy a földmozgás nem tesz-e egy testet kettősen törővé; ui. ha feltesszük az előbb említett dimenzióváltozást, ez várható. Mindkét fizikus mégis negatív eredményre jutott.

Azután *Trouton* és *Noble* [3] akartak egy töltött kondenzátorra ható forgatómomentumot kimutatni, amelynek lemezei a mozgásiránnyal valamilyen szöget zárnak be. Az elektronelmélet kétségtelenül megköveteli egy ilyen forgatómomentum létezését, ha csak egy új hipotézissel meg nem változtatjuk. Ennek belátásához elég egy olyan kondenzátorra gondolni, melynél az éther a dielektrikum. Kimutatható, hogy minden w^2 sebességgel mozgó elektrosztatikus rendszerben létezik egy bizonyos „elektromágneses mozgásmennyiség”. Ha ezt a mennyiséget irány és nagyság szerint \mathfrak{G} vektorral jelöljük, akkor az említett forgatómomentumot az alábbi vektoriális szorzat³ határozza meg.

$$(1) \quad [\mathfrak{G} \cdot w].$$

Ha most a z tengelyt a kondenzátorlemezekre merőlegesen választjuk, w se-

¹ Magyar fordítása az angol nyelven megjelent értekezésnek: *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light.* (Proceedings Acad. Sc. Amsterdam 6 (1904) p. 809.)

² A vektorokat gót betűvel, abszolút értékét pedig a megfelelő latin betűvel jelöljük.

³ Lorentz „Weiterbildung der Maxwellschen Theorie. Elektronentheorie“ *Mathematische Encyclopädie* V 14, § 21 a. [4] (Ezt a cikket M. E. rövidítéssel idézzük.)

besség pedig tetszésszerűen irányú és ha U a kondenzátor szokott módon meghatározott energiája, akkor \mathcal{G} komponenseit az 1. rendűkig pontosan a következő formulák adják:⁴

$$\mathcal{G}_x = \frac{2U}{c^2} w_x, \mathcal{G}_y = \frac{2U}{c^2} w_y, \mathcal{G}_z = 0.$$

Ha (1)-be behelyettesítjük ezeket az értékeket, akkor a forgatómomentum komponenseire másodrendű mennyiségekig pontosan az alábbi kifejezéseket nyerjük:

$$\frac{2U}{c^2} w_y w_z, -\frac{2U}{c^2} w_x w_z, 0.$$

Ezek a kifejezések mutatják, hogy a forgatómomentum tengelye a lemezek síkjában fekszik, merőlegesen az elmozdulásra. Ha α jelenti a sebesség és a lemezek normálisa által bezárt szöget, akkor a forgatómomentum $\frac{U}{c^2} w^2 \sin 2\alpha$.

Ez olyan értelemben igyekszik a kondenzátort forgatni, hogy a lemezek a földmozgással párhuzamosan álljanak.

Trouton és *Noble* készülékénél a kondenzátor egy eléggé érzékeny torziósmérleg rúdján helyezkedett el. Az említett nagyságrendű forgatómomentumnak el kellett volna forgatni a kondenzátort. Ennek ellenére semmi elfordulást nem észleltek.

2. §. A megbeszélt kísérletek nem az egyedüliek, amiért a föld mozgásával kapcsolatos problémáknak tárgyalása kívánatos. *Poincaré* [5] a mozgó testek optikai és elektromos jelenségeinek jelenlegi elméletével szemben azt az ellenvetést tette, hogy Michelson negatív eredményeinek magyarázatára új feltevést kell bevezetni és hogy ez mindannyiszor szükségessé válhat, valahányszor új tényekkel állunk szemben. Bizonyos, hogy minden új kísérleti eredmény magyarázatára külön hipotézist bevezetni kissé mesterkéltnak volna. Kielégítőbb lenne, ha bizonyos alapvető feltevések segítségével igazolni lehetne, hogy sok elektromágneses jelenség szigorúan véve, azaz a magasabbrendű tagok bármely elhanyagolása nélkül, független a rendszer mozgásától. Néhány évvel ezelőtt magam is próbálkoztam egy ilyen elmélet [6] felállításával. Most, remélem, ezt a kérdést jobb eredménnyel tudom tárgyalni. A sebesség csak annak az egy megszorításnak lesz alávetve, hogy kisebb legyen a fénysebességnél.

3. §. Az elektronelmélet⁵ alapegyenleteiből indulok ki. Legyen \mathbf{d} az elektromos eltolódási vektor éterben, \mathbf{h} a mágneses térerősség, q az elektron térfogati töltéssűrűsége, \mathbf{v} egy ilyen részecske egy pontjának sebessége és \mathbf{f} az elektromos erő, — az egységnyi töltésre vonatkoztatott erő —, melyet az éter egy elektron térfogatelemére gyakorol. Az éterhez rögzített koordináta-

⁴ M. E. 56. c.

⁵ M. E. § 2.

rendszerben fennállanak az alábbi egyenletek

$$\begin{aligned}
 \operatorname{div} \mathbf{d} &= \rho, \quad \operatorname{div} \mathbf{h} = 0 \\
 \operatorname{rot} \mathbf{h} &= \frac{1}{c} (\dot{\mathbf{d}} + \rho \mathbf{v}), \\
 \operatorname{rot} \mathbf{d} &= -\frac{1}{c} \dot{\mathbf{h}}, \\
 \dot{\mathbf{f}} &= \dot{\mathbf{d}} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}].
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Most felteszem, hogy az egész rendszer az x tengely irányában állandó w sebességgel mozog és u -val jelölöm azt a sebességet, mellyel az elektronnak egy pontja még ezenkívül rendelkezik. Ekkor

$$v_x = w + u_x, \quad v_y = u_y, \quad v_z = u_z.$$

Ha a (2) egyenleteket olyan tengelyekre vonatkoztatjuk, melyek a rendszerrel együtt mozognak, akkor:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{div} \mathbf{d} &= \rho, \quad \operatorname{div} \mathbf{h} = 0, \\
 \frac{\partial h_z}{\partial y} - \frac{\partial h_y}{\partial z} &= \frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - w \frac{\partial}{\partial x} \right) d_x + \frac{1}{c} \rho (w + u_x), \\
 \frac{\partial h_x}{\partial z} - \frac{\partial h_z}{\partial x} &= \frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - w \frac{\partial}{\partial x} \right) d_y + \frac{1}{c} \rho u_y, \\
 \frac{\partial h_y}{\partial x} - \frac{\partial h_x}{\partial y} &= \frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - w \frac{\partial}{\partial x} \right) d_z + \frac{1}{c} \rho u_z, \\
 \frac{\partial d_z}{\partial y} - \frac{\partial d_y}{\partial z} &= -\frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - w \frac{\partial}{\partial x} \right) h_x, \\
 \frac{\partial d_x}{\partial z} - \frac{\partial d_z}{\partial x} &= -\frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - w \frac{\partial}{\partial x} \right) h_y, \\
 \frac{\partial d_y}{\partial x} - \frac{\partial d_x}{\partial y} &= -\frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} - w \frac{\partial}{\partial x} \right) h_z, \\
 \dot{f}_x &= \dot{d}_x + \frac{1}{c} (u_y h_z - u_z h_y), \\
 \dot{f}_y &= \dot{d}_y - \frac{1}{c} w h_z + \frac{1}{c} (u_z h_x - u_x h_z), \\
 \dot{f}_z &= \dot{d}_z + \frac{1}{c} w h_y + \frac{1}{c} (u_x h_y - u_y h_x).
 \end{aligned}$$

4. §. Transzformáljuk ezeket a formulákat új változók bevezetésével. Legyen

$$\frac{c^2}{c^2 - w^2} = k^2
 \tag{3}$$

és jelentsen egy olyan számot, melynek értékét később adjuk meg. Független

változóul vegyük

$$(4) \quad x' = k l x, \quad y' = l y, \quad z' = l z,$$

$$(5) \quad t' = \frac{l}{k} t - k l \frac{w}{c^2} x,$$

és definiáljunk két új \mathfrak{d}' és \mathfrak{h}' vektort a következő egyenletekkel

$$\mathfrak{d}'_x = \frac{1}{l^2} \mathfrak{d}_x, \quad \mathfrak{d}'_y = \frac{k}{l^2} \left(\mathfrak{d}_y - \frac{w}{c} \mathfrak{h}_z \right), \quad \mathfrak{d}'_z = \frac{k}{l^2} \left(\mathfrak{d}_z + \frac{w}{c} \mathfrak{h}_y \right),$$

$$\mathfrak{h}'_x = \frac{1}{l^2} \mathfrak{h}_x, \quad \mathfrak{h}'_y = \frac{k}{l^2} \left(\mathfrak{h}_y + \frac{w}{c} \mathfrak{d}_z \right), \quad \mathfrak{h}'_z = \frac{k}{l^2} \left(\mathfrak{h}_z - \frac{w}{c} \mathfrak{d}_y \right).$$

(3) alapján írhatjuk azt is:

$$(6) \quad \begin{cases} \mathfrak{d}_x = l^2 \mathfrak{d}'_x, & \mathfrak{d}_y = k l^2 \left(\mathfrak{d}'_y + \frac{w}{c} \mathfrak{h}'_z \right), & \mathfrak{d}_z = k l^2 \left(\mathfrak{d}'_z - \frac{w}{c} \mathfrak{h}'_y \right), \\ \mathfrak{h}_x = l^2 \mathfrak{h}'_x, & \mathfrak{h}_y = k l^2 \left(\mathfrak{h}'_y - \frac{w}{c} \mathfrak{d}'_z \right), & \mathfrak{h}_z = k l^2 \left(\mathfrak{h}'_z + \frac{w}{c} \mathfrak{d}'_y \right). \end{cases}$$

Legyen l együttható w függvénye, mely $w=0$ esetén 1 értéket vesz fel, és w kis értékeinél 1-től csak másodrendű mennyiségekben különbözik.

A t' változót helyi időnek nevezem, valóban $k=l$, $l=1$ esetén azonos azzal, amit ezen korábban értettem. Legyen végül

$$(7) \quad \frac{1}{k l^3} \varrho = \varrho',$$

$$(8) \quad k^2 u_x = u'_x, \quad k u_y = u'_y, \quad k u_z = u'_z,$$

és jelentsék utóbbi mennyiségek egy új vektor komponenseit, akkor az egyenletek a következő alakot nyerik:

$$(9) \quad \begin{cases} \operatorname{div}' \mathfrak{d}' = \left(1 - \frac{w u'_x}{c^2} \right) \varrho', & \operatorname{div}' \mathfrak{h}' = 0 \\ \operatorname{rot}' \mathfrak{h}' = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \mathfrak{d}'}{\partial t'} + \varrho' u' \right), \\ \operatorname{rot}' \mathfrak{d}' = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{h}'}{\partial t'}, \end{cases}$$

$$(10) \quad \begin{cases} \mathfrak{f}_x = l^2 \mathfrak{d}'_x + l^2 \frac{1}{c} (u'_y \mathfrak{h}'_z - u'_z \mathfrak{h}'_y) + l^2 \frac{w}{c^2} (u'_y \mathfrak{d}'_y + u'_z \mathfrak{d}'_z), \\ \mathfrak{f}_y = \frac{l^2}{k} \mathfrak{d}'_y + \frac{l^2}{k} \frac{1}{c} (u'_z \mathfrak{h}'_x - u'_x \mathfrak{h}'_z) - \frac{l^2}{k} \frac{w}{c^2} u'_x \mathfrak{d}'_y, \\ \mathfrak{f}_z = \frac{l^2}{k} \mathfrak{d}'_z + \frac{l^2}{k} \frac{1}{c} (u'_x \mathfrak{h}'_y - u'_y \mathfrak{h}'_x) - \frac{l^2}{k} \frac{w}{c^2} u'_x \mathfrak{d}'_z. \end{cases}$$

A (9)-ben szereplő div' és rot' szimbolumok megfelelnek a (2)-ben szereplő

div és rot kifejezéseknek, csak az x, y, z szerinti differenciálásokat x', y', z' szerint vett differenciálásokkal kell helyettesíteni.⁶

5. §. A (9) egyenletek arra a következtetésre vezetnek, hogy \mathfrak{d}' és \mathfrak{h}' vektorok egy φ' skaláris potenciállal és egy α' vektorpotenciállal előállíthatók.

Ezek a potenciálok az alábbi egyenleteknek tesznek eleget:⁷

$$(11) \quad \Delta' \varphi' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial t'^2} = -\varrho',$$

$$(12) \quad \Delta' \alpha' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \alpha'}{\partial t'^2} = -\frac{1}{c^2} \varrho' u'.$$

A \mathfrak{d}' és \mathfrak{h}' vektorok általuk a következőképpen fejezhetők ki:

$$(13) \quad \mathfrak{d}' = -\frac{1}{c} \frac{\partial \alpha'}{\partial t'} - \text{grad}' \varphi' + \frac{w}{c} \text{grad}' \alpha',$$

$$(14) \quad \mathfrak{h}' = \text{rot}' \alpha'.$$

A Δ' szimbolum $\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2}$ rövidítése és $\text{grad}' \varphi'$ jelenti azt a vektort, melynek komponensei $\frac{\partial \varphi'}{\partial x'}, \frac{\partial \varphi'}{\partial y'}, \frac{\partial \varphi'}{\partial z'}$; a $\text{grad}' \alpha'$ kifejezés hasonló jelentéssel bír.

Hogy (11) és (12) megoldását egyszerűbb alakban nyerjük, tekintsük x', y', z' -t valamilyen S' tér egy P' pontja koordinátáinak és minden t' értékre rendeljük ehhez a ponthoz a $\varrho', u', \varphi', \alpha'$ értékeket, melyek az elektromágneses rendszer megfelelő $P(x, y, z)$ pontjához tartoznak. A negyedik független változónak egy bizonyos t' értékéhez a φ' és α' potenciálokat a rendszer P pontjában, vagy az S' tér megfelelő P' pontjában az alábbi egyenletek hatá-

⁶ Értekezésemben Einstein relativitáselméletének transzformációs egyenleteihez nem jutottam el teljesen. Sem a (7) egyenlet, sem a (8) formulák nem az Einsteintől megadott alakúak, ennek következtében nem sikerült a $-\frac{w u'_x}{c^2}$ tagot eltüntetni (9) első egyenletéből és így a (9) egyenleteket pontosan egy nyugvó rendszerre érvényes alakra hozni. Innen ered ebben a munkában némely további vizsgálódás bizonytalansága.

Einstein nagy érdeme, hogy a relativitás elvét először mondta ki, mint általános, szigorúan és pontosan érvényes törvényt.

Még azt a megjegyzést fűzöm hozzá, hogy Voigt már 1887-ben (Göttinger Nachrichten p. 41.) egy a Doppler elvről szóló munkájában az alábbi alakú egyenletekre

$$\Delta \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

egy olyan transzformációt alkalmazott, mely egyenlő értékű azzal, melyet az én munkám (4) és (5) egyenletei tartalmaznak.

⁷ M. E. 4. és 10. §.

rozzák meg:⁸

$$(15) \quad \varphi' = \frac{1}{4\pi} \int \frac{[\rho']}{r'} dS',$$

$$(16) \quad \alpha' = \frac{1}{4\pi c} \int \frac{[\rho' u']}{r'} dS'.$$

Itt dS' S' -beli térfogatelemet jelenti, r' ennek P' -től való távolsága. A zárjelek ρ' mennyiségnek és a $\rho' u'$ vektornak azt az értékét jelentik, melyet a negyedik független változó $t' - r'/c$ értékénél a dS' tételemben felvesznek.

(4) és (5) figyelembevételével (15) és (16) helyett írhatjuk még:

$$(17) \quad \varphi' = \frac{1}{4\pi} \int \frac{[\rho]}{r'} dS,$$

$$(18) \quad \alpha' = \frac{1}{4\pi c} \int \frac{[\rho u]}{r'} dS.$$

Itt az az integrálás magára az elektromágneses rendszerre terjesztendő ki. Figyelembe kell venni, hogy ezekben az egyenletekben r' nem a dS elem és a $P(x, y, z)$ pont közötti távolságot jelenti. Ha a térfogat elemet (x_1, y_1, z_1) pont jellemzi, akkor

$$r' = l \sqrt{k^2(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}.$$

Ha φ' -t és α' -t arra az időpontra akarjuk meghatározni, melyre a helyi idő P' -ben t' -vel egyenlő, akkor ρ -nak és ρu -nak azt az értéket kell adni, melyet dS elemben $t' - r'/c$ helyi-időben végeznek.

6. §. Két speciális esettel foglalkozunk. Először egy w sebességgel mozgó elektrosztatikai rendszert tekintünk. Ebben az esetben $u' = 0$ és következőképpen (12) alapján $\alpha' = 0$. Továbbá φ' független t' -től, úgyhogy a (11), (13) és (14) egyenletek az alábbiakra egyszerűsödnek:

$$(19) \quad \begin{aligned} \Delta' \varphi' &= -\rho' \\ \delta' &= -\text{grad}' \varphi', \quad \eta' = 0. \end{aligned}$$

Miután a δ' vektort ezekkel az egyenletekkel meghatároztuk, ismerjük az elektromos erőt is, mely a rendszer elektronjaira hat. Mivel $u' = 0$, a (10) egyenletek az alábbi alakúak lesznek:

$$(20) \quad \tilde{f}_x = l^2 \delta'_x, \quad \tilde{f}_y = \frac{l^2}{k} \delta'_y, \quad \tilde{f}_z = \frac{l^2}{k} \delta'_z.$$

Az eredményt egyszerűbb alakra hozhatjuk, ha a szóbanforgó Σ mozgó rendszert egy nyugvó Σ' rendszerrel hasonlítjuk össze. Ez Σ -ból úgy származik, hogy az x tengely irányába eső szakaszokat kl -lel, az y és z tengely irányába eső szakaszokat l -lel szorozzuk. Ezt a deformációt (kl, l, l) szimbólum-

⁸ M. M. 5. és 10. §.

mal jelöljük. Ebben az új rendszerben, mely a fentemlített S' térben legyen, adjunk a sűrűségnek a (7) alatt meghatározott ρ' értéket, úgy, hogy Σ -ban és Σ' -ben a megfelelő térfogatelemeknek és megfelelő elektronoknak töltései egyenlők legyenek. Ekkor a Σ mozgó rendszer elektronjaira ható erőket megkapjuk, ha előbb a megfelelő erőket a Σ' rendszerben meghatározzuk és azután komponenseiket x irányában l^2 -tel és az erre merőleges komponenseket l^2/k -val szorozzuk. Ezt az alábbi egyenlettel fejezzük ki:

$$(21) \quad \delta(\Sigma) = \left(l^2, \frac{l^2}{k}, \frac{l^2}{k} \right) \delta(\Sigma').$$

Megjegyzendő, hogy δ' -nek (19) alatt kiszámított értékével könnyen kifejezhető a mozgó rendszerbeli elektromágneses mozgásmennyiség, vagy inkább a mozgás irányába eső komponense. Valóban

$$\mathbb{G} = \frac{1}{c} \int [\mathbb{D} \cdot \mathbb{H}] dS,$$

egyenlet mutatja, hogy

$$\mathbb{G}_x = \frac{1}{c} \int (\mathbb{D}_y \mathbb{H}_z - \mathbb{D}_z \mathbb{H}_y) dS.$$

Következésképpen (6) alapján, mivel $\mathbb{H}' = 0$, adódik:

$$(22) \quad \mathbb{G}_x = -\frac{k^2 l^4 w}{c^2} \int (\mathbb{D}_y'^2 + \mathbb{D}_z'^2) dS = -\frac{k l w}{c^2} \int (\mathbb{D}_y'^2 + \mathbb{D}_z'^2) dS'.$$

7. §. Másik speciális esetként tekintsünk egy elektromos momentummal bíró részecskét, tehát egy kis S teret $\int \rho dS = 0$ össztöltéssel, de olyan sűrűségeloszlással, hogy az $\int \rho x dS$, $\int \rho y dS$, $\int \rho z dS$ integrálok zérustól különböző értékekkel bírnak.

Legyenek x, y, z a részecske egy fix A pontjára vonatkozó koordináták — a pontot nevezzük középpontnak — és az elektromos momentumot az alábbi komponensekkel bíró \mathbf{p} vektorként definiáljuk

$$(23) \quad p_x = \int \rho x dS, \quad p_y = \int \rho y dS, \quad p_z = \int \rho z dS.$$

Akkor

$$(24) \quad \frac{dp_x}{dt} = \int \rho u_x dS, \quad \frac{dp_y}{dt} = \int \rho u_y dS, \quad \frac{dp_z}{dt} = \int \rho u_z dS.$$

Ha x, y, z -t végtelenül kicsinek tekintjük, akkor természetesen u_x, u_y, u_z is végtelenül kicsiké lesznek. E hat mennyiség négyzeteit és szorzatait elhanyagoljuk.

Felhasználjuk a (17) egyenletet egy külső, a polározott részecskétől véges távolságban lévő $P(x, y, z)$ ponthoz tartozó skalaris potenciál φ' meghatározására, abban a pillanatban, melyben e pont helyi-ideje egy bizonyos t' értékekkel bír. Adjunk egy kissé más jelentést a $[\rho]$ szimbólumnak, mely

(17)-ben arra az időpontra vonatkozik, amelyben dS -ben a helyi-idő értéke $t' - r'/c$. Jelöljük r'_0 -val r' -nek az A középpontra vonatkozó értékét és akkor $[q]$ alatt értjük a sűrűség értékét a $P(x, y, z)$ pontban azon t_0 időben, melyben az A -beli helyi-idő $t' - r'/c$ -vel egyenlő.

(5)-ből kitűnik, hogy ez az időpont korábbi, mint az, melyre (17)-ben a számláló vonatkozik, mégpedig

$$k^2 \frac{w}{c^2} \mathbf{x} + \frac{k}{l} \frac{r'_0 - r'}{c} = k^2 \frac{w}{c^2} \mathbf{x} + \frac{k}{l} \frac{1}{c} \left(\mathbf{x} \frac{\partial r'}{\partial x} + \mathbf{y} \frac{\partial r'}{\partial y} + \mathbf{z} \frac{\partial r'}{\partial z} \right)$$

időegységgel. Ebben a kifejezésben a differenciálhányadosok helyére az A pontban felvett értéküket helyettesítjük.

Most (17)-ben $[q]$ -t az alábbi kifejezéssel kell helyettesíteni

$$(25) \quad [q] + k^2 \frac{w}{c^2} \mathbf{x} \left[\frac{\partial q}{\partial t} \right] + \frac{k}{l} \frac{1}{c} \left(\mathbf{x} \frac{\partial r'}{\partial x} + \mathbf{y} \frac{\partial r'}{\partial y} + \mathbf{z} \frac{\partial r'}{\partial z} \right) \left[\frac{\partial q}{\partial t} \right],$$

ahol $\left[\frac{\partial q}{\partial t} \right]$ ismét a t_0 időre vonatkozik. Ha most t' azon értékét választjuk, amelyre a számításokat végezni kell, a t_0 idő a P pont x, y, z koordinátáinak függvénye lesz. Következésképp $[q]$ függ ezektől a koordinátáktól és könnyen belátható, hogy

$$\frac{\partial [q]}{\partial x} = - \frac{k}{l} \frac{1}{c} \frac{\partial r'}{\partial x} \left[\frac{\partial q}{\partial t} \right], \text{ stb.}$$

Ezért (25) a következő kifejezéssel egyenlő:

$$[q] + k^2 \frac{w}{c^2} \mathbf{x} \left[\frac{\partial q}{\partial t} \right] - \left(\mathbf{x} \frac{\partial [q]}{\partial x} + \mathbf{y} \frac{\partial [q]}{\partial y} + \mathbf{z} \frac{\partial [q]}{\partial z} \right).$$

Továbbá, ha ezentúl r' -vel jelöljük a fenn r'_0 -nak nevezett mennyiséget, az $1/r'$ tényezőt a

$$\frac{1}{r'} - \mathbf{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r'} \right) - \mathbf{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r'} \right) - \mathbf{z} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r'} \right)$$

kifejezéssel kell helyettesíteni, úgy, hogy végül a (17) integrálban a dS elem az alábbi kifejezéssel szorozódik:

$$\frac{[q]}{r'} + k^2 \frac{w}{c^2} \frac{\mathbf{x}}{r'} \left[\frac{\partial q}{\partial t} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\mathbf{x}[q]}{r'} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\mathbf{y}[q]}{r'} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\mathbf{z}[q]}{r'}.$$

Ez egyszerűbb, mint az eredeti alak, mert sem r' , sem az idő, melyre a zárjeles kifejezéseket vonatkoztatni kell, nem függenek x, y, z -től. Ha felhasználjuk (23)-t és meggondoljuk, hogy $\oint q dS = 0$, akkor

$$q' = k^2 \frac{w}{4\pi c^2 r'} \left[\frac{\partial p_x}{\partial t} \right] - \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \frac{[p_x]}{r'} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{[p_y]}{r'} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{[p_z]}{r'} \right\}.$$

Ebben az egyenletben az összes zárjeles mennyiséget arra a pillanatra kell venni, melyben a részecskék középpontjának helyi-ideje $t' - r'/c$ -vel egyenlő.

Vezessünk most be egy új vektort p' -t, melynek komponensei

$$(26) \quad p'_x = kl p_x, \quad p'_y = l p_y, \quad p'_z = l p_z.$$

Egyúttal térjünk át x', y', z', t' -re, mint független változókra. A végeredmény

$$q' = \frac{w}{4\pi c^2 r'} \frac{\partial [p'_x]}{\partial t'} - \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial x'} \frac{[p'_x]}{r'} + \frac{\partial}{\partial y'} \frac{[p'_y]}{r'} + \frac{\partial}{\partial z'} \frac{[p'_z]}{r'} \right\}.$$

A vektorpotenciálra vonatkozó (18) egyenlet transzformációja kevésbé nehéz, mert ez a végtelen kicsi u' vektort tartalmazza. (8), (24), (26) és (5) figyelembevételével adódik

$$a' = \frac{1}{4\pi c r'} \frac{\partial [p']}{\partial t'}.$$

A polározott részecske által létesített tér most teljesen meg van határozva. A (13) egyenlet alapján

$$(27) \quad \delta' = -\frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial^2}{\partial t'^2} \frac{[p']}{r'} + \frac{1}{4\pi} \text{grad}' \left\{ \frac{\partial}{\partial x'} \frac{[p'_x]}{r'} + \frac{\partial}{\partial y'} \frac{[p'_y]}{r'} + \frac{\partial}{\partial z'} \frac{[p'_z]}{r'} \right\}$$

és a h' vektort a (14) egyenlet szolgáltatja. Továbbá az eredeti (10) egyenletek helyett alkalmazhatjuk a (20) egyenleteket, ha azokat az erőket akarjuk tekintetbe venni, melyeket a polározott részecske egy bizonyos távolságban fekvő hasonló részecskére gyakorol. Valóban, a második részecskénél éppen úgy, mint az elsőnél, az u sebességeket végtelenül kicsiknek vehetjük.

Megjegyzendő, hogy egy nyugvó rendszerre vonatkozó egyenletek az adott egyenletekben benne foglaltaknak. Egy ilyen rendszerre a vesszős mennyiségek a megfelelő vessző nélküliekkel egyenlők lesznek; azonkívül k és l egyenlők lesznek 1-gyel. (27) komponensei egyidejűleg annak az elektromos erőnek komponensei, melyet egy polározott részecske a másikkra kifejt.

8. §. Eddig csak az alapegyenleteket alkalmaztuk, újabb feltevések nélkül. Most felteszem, hogy az elektronok, melyeket nyugalmi állapotban R sugarú gömböknek tekintek, egy transzláció hatása alatt méreteiket megváltoztatják, és pedig a mozgás irányában kl és az erre merőleges irányokban l -szer kisebbek lesznek.

Ennél a deformációnál, melyet az $(1/kl, 1/l, 1/l)$ szimbolummal jelölhetünk, minden térelem megtartja a töltését.

Feltevésünk oda vezet, hogy egy Σ elektrosztatikus rendszerben, mely w sebességgel mozog, az összes elektronok ellipsoidokká lapulnak, melyek kis tengelyei a mozgás irányában fekszenek. Ha most a 6. §. tételét alkalmazni akarjuk és a rendszert (kl, l, l) deformációnak vetjük alá, ismét R sugarú gömbalakú elektronjaink lesznek. Ha továbbá az elektronok középpontjainak viszonylagos helyzetét Σ -ban (kl, l, l) deformációval megváltoztatjuk és az így nyert pontokba nyugvó, gömbalakú elektronok középpontjait helyezzük, akkor olyan rendszert kapunk, mely azonos a 6. §-ban tárgyalt Σ' rend-

szerrel. Az erők ebben a rendszerben és Σ rendszerben a (21)-el kifejezett kapcsolatban állanak egymással.

Másodszor felteszem, hogy a semleges részecskék között ható, valamint semleges részecskék és elektronok között ható erőket, pontosan úgy befolyásolja egy transláció, mint az elektrosztatikai erőket.

Más szavakkal: Bármilyen természetűek legyenek is egy ponderabilis test részecskéi — feltéve, hogy nem egymás ellen mozognak — egy nyugvó Σ' és egy mozgó Σ -rendszerben ható erők között mindig a (21) kapcsolat áll fenn, ha a részecskék kölcsönös helyzetét illetőleg, Σ' Σ -ból a (kl, l, l) deformációval és viszont Σ Σ' -ből a $\left(\frac{1}{kl}, \frac{1}{l}, \frac{1}{l}\right)$ deformációval származik.

Ezért, ha Σ' -ben egy részecskére ható eredő erő eltűnik, ugyanez következék be Σ -ban a megfelelő részecskére. Elhanyagoljuk a molekuláris mozgás hatásait és feltesszük, hogy egy szilárd test minden részecskéjén a környezetből eredő vonzások és taszítások egyensúlyban vannak. Ezenkívül ha feltesszük, hogy csak egyetlen egyensúlyi állapot lehetséges, akkor arra az eredményre jutunk, hogy a Σ' rendszer magától átmegy a Σ rendszerbe, ha vele w sebességet közlünk. Más szavakkal, a transláció maga után vonja a deformációt $\left(\frac{1}{kl}, \frac{1}{l}, \frac{1}{l}\right)$.

A molekuláris mozgások esetét a 12. §-ban fogjuk tárgyalni.

Könnyen belátható, hogy a Michelson-kísérlettel kapcsolatban tett feltevés a most kimondottban benne foglaltatik. A jelen feltevés mégis általánosabb, mert a mozgás egyetlen megszorítása, hogy sebessége kisebb legyen a fénysebességnél.

9. §. Most abban a helyzetben vagyunk, hogy egyetlen elektron mozgásmennyiségét meg tudjuk határozni. Egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy az e töltés a felszínen egyenletesen oszlik el, amíg az elektron nyugalomban van. Azután a Σ' rendszerben ugyanolyan eloszlás lép fel, amilyennel (22) utolsó integráljában találkoztunk. Következésképpen

$$\int (\mathfrak{d}_y'^2 + \mathfrak{d}_z'^2) dS' = \frac{2}{3} \int \mathfrak{d}'^2 dS' = \frac{e^2}{6\pi} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{e^2}{6\pi R}$$

és

$$\mathfrak{G}_x = \frac{e^2}{6\pi c^2 R} klw.$$

Figyelembe kell venni, hogy a kl szorzat w függvénye és hogy szimmetria okokból \mathfrak{G} vektor iránya megegyezik az eltolódás irányával. Ha w -vel jelöljük e mozgás sebességét, akkor általában az alábbi vektoregyenletet nyerjük

$$(28) \quad \mathfrak{G} = \frac{e^2}{6\pi c^2 R} klw.$$

Egy rendszer mozgásába beálló minden változás az elektromágneses mozgásmennyiség megfelelő megváltozását vonja maga után és ezért egy erő létezését követeli, melyet irány és nagyság szerint az alábbi egyenlet ad meg

$$(29) \quad \vec{\delta} = \frac{d\mathcal{G}}{dt}.$$

A (28) egyenlet szigorúan csak egyesvonalú egyenletes elmozdulás esetére alkalmazható. Ez a körülmény nagyon nehézkessé teszi egy elektron gyorsan változó mozgásainak elméletét — bár (29) érvényben marad —, annál is inkább, minthogy a 8. §-beli feltevés magában foglalja azt a követelményt, hogy a deformáció nagysága és iránya állandóan változzék. Sőt, alig valószínű, hogy az elektron alakját a megfigyelt pillanatban egyedül a sebességből határozza meg.

Mégis, elég lassú sebességváltozás feltevése mellett kielégítő közelítést nyerünk, ha (28)-t minden pillanatra alkalmazzuk. (29) alkalmazása egy ilyen, *Abraham* [7] elnevezése szerint, quasi-stacionáris translációra igen egyszerű. Legyen j_1 egy meghatározott pillanatban a pályamenti gyorsulás és j_2 az erre merőleges gyorsulás. Akkor az $\vec{\delta}$ erő két komponensből tevődik össze, melyek iránya megegyezik a gyorsulások irányával és melyeket

$$\vec{\delta}_1 = m_1 j_1, \quad \vec{\delta}_2 = m_2 j_2$$

egyenletek határoznak meg, ha

$$(30) \quad m_1 = \frac{e^2}{6\pi c^2 R} \frac{d(kl w)}{dw} \quad \text{és} \quad m_2 = \frac{e^2}{6\pi c^2 R} kl.$$

Tehát olyan jelenségeknél, melyeknél a mozgás irányában van gyorsulás, az elektron úgy viselkedik mintha m_1 tömege lenne, a mozgásra merőleges irányú gyorsulásnál pedig, mintha tömege m_2 lenne. Ezeket az m_1 és m_2 mennyiségeket ezért találóan „longitudinális” és „transzverzális” elektromágneses tömegnek nevezzük. Felteszem, hogy ezenkívül semmilyen „valódi”, vagy „materiális” tömege nincs az elektronnak.

Mivel k és l az egységtől csak w^2/c^2 nagyságrendben különbözik, kis sebességekre fennáll

$$m_1 = m_2 = \frac{e^2}{6\pi c^2 R}.$$

Ez az a tömeg, melyet számításba kell vennünk, ha egy transláció nélküli rendszerben az elektronok kis rezgéseket végeznek. Ha ezzel szemben egy test, mely az x tengely irányában w sebességgel mozog, ilyen elektronrezgéseket foglal magába, akkor a (30) egyenletekben megadott m_1 tömeggel kell számolnunk, midőn az x tengellyel párhuzamos rezgéseket vesszük figyelembe; az y , illetőleg z tengellyel párhuzamos rezgéseknél viszont az m_2 tömeg jön számításba.

Röviden tehát

$$(31) \quad m(\Sigma) = \left(\frac{d(klw)}{dw}, kl, kl \right) m(\Sigma'),$$

ha Σ jel a mozgó, Σ' pedig a nyugvó rendszert jelenti.

10. §. Most áttérhetünk a földmozgás ama hatásának vizsgálatára, melyet átlátszó testek egy rendszerében fellépő optikai jelenségekre gyakorol. Együttal vegyük figyelembe a változó elektromos momentumokat a rendszer részecskéiben, vagy „atomjaiban“. Ezekre a momentumokra alkalmazhatjuk a 7. §-ban mondottakat. Egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy minden részecskében a töltés bizonyos számú különálló elektronban van koncentrálna. Továbbá, legyen az „elasztikus“ erőnek, melyek ezen elektronok egyikére hatnak és az elektromos erőkkel együtt ennek mozgását meghatározzák, kiindulópontja ugyanennek az atomnak határán belül.

Ki fogom mutatni, hogy minden, nyugvó rendszerben lehetséges mozgásállapothoz rendelhető egy hasonlóan lehetséges mozgásállapot a translációval bíró rendszerben, a hozzárendelés módját pedig a következő módon jellemezhetjük:

a) Legyenek A'_1, A'_2, A'_3 , stb. a részecskék középpontjai a Σ' eltolódás nélküli rendszerben. Elhanyagoljuk a molekuláris mozgásokat és ezeket a pontokat nyugvóknak tekintjük. A mozgó rendszerben a részecskék A_1, A_2, A_3 , stb. középpontjait az A'_1, A'_2, A'_3 , stb.-ből a $\left| \frac{1}{kl}, \frac{1}{l}, \frac{1}{l} \right|$ deformáció segítségével nyerjük. A 8. §-ban mondottaknak megfelelően a középpontok maguktól felveszik ezeket az A'_1, A'_2, A'_3 helyeket, ha eredetileg, a transláció előtt A_1, A_2, A_3 stb. helyeken voltak.

Elképzelhető, hogy a Σ' rendszer terében minden P' pont az említett deformációval átmegy Σ egy meghatározott pontjába. Két megfelelő P' és P ponthoz állapítsunk meg megfelelő időpontokat: az első P' -höz, a második P -hez tartozzék. Leszögezzük, hogy a valóságos idő az első időpontban egyenlő az (5)-ből P pont számára megállapított helyi idővel a második időpontban. Két megfelelő részecskére vonatkozóan megfelelő időközön e részecskék A' és A középpontjainak megfelelő időket értjük.

b) Az atom belső helyzetét illetően feltesszük, hogy Σ -ban egy A részecske meghatározott időhöz tartozó konfigurációja a Σ' -beli megfelelő részecske megfelelő időponthoz tartozó konfigurációjából a $\left| \frac{1}{kl}, \frac{1}{l}, \frac{1}{l} \right|$ deformáció segítségével áll elő. Amennyiben ez a feltevés, magára az elektron alakjára vonatkozik, a 8. § első feltevésében benne van.

Ha a Σ' rendszerben valóban fennálló állapotból indulunk ki, akkor nyilvánvalóan a) és b) megállapításokkal a mozgó Σ rendszernek egy állapotát tökéletesen meghatároztuk. Mégis nyitva marad a kérdés, vajon ez az állapot egyike-e a lehetségeseknek.

Ennek eldöntése végett elsősorban jegyezzük meg, hogy az elektromos momentumok, melyek feltevésünk szerint a mozgó rendszerben fellépnek, és melyeket p -vel jelölünk, a részecskék A középpontjainak x, y, z koordinátáitól (vagy, amint mondani akarjuk, a részecskék koordinátáitól) és t időtől függenek. Azok az egyenletek, melyek egyrészt a p , másrészt x, y, z, t között fennálló összefüggéseket fejezik ki, más egyenletekkel helyettesíthetők, melyek a (26)-ból meghatározott p' vektort és (4) és (5) által definiált x', y', z', t' mennyiségeket tartalmazzák.

Ha most a mozgó rendszer egy A részecskéjének, melynek koordinátái x, y, z a t időben, vagy t' helyi időben van p elektromos momentuma, akkor az $a)$ és $b)$ feltevések szerint a másik rendszerben az x', y', z' koordinátákkal bíró részecskének t' valóságos időben van momentuma, melyet éppen a (26) által meghatározott p' vektor ad meg. Így látható, hogy p', x', y', z', t' között fennálló összefüggések mindkét rendszerre azonosak, azzal az egyetlen különbséggel, hogy a transláció nélküli Σ' rendszerre ezek a jelek a momentumot, a koordinátákat és a valódi időt jelentik, míg a mozgó rendszerre vonatkoztatva más jelentéssel bírnak. Itt ugyanis p', x', y', z', t' a p momentummal, x, y, z koordinátákkal és az általános t idővel a (26), (4) és (5) egyenletek szerint függenek össze.

Említettük, hogy a (27) egyenlet mindkét rendszerre érvényes. Következésképpen d' vektor ugyanaz Σ' -ben és Σ -ban azzal a feltétellel, hogy mindig megfelelő helyeket és időket hasonlítunk össze. De a vektor jelentése a két esetben más. Σ' -ben az elektromos erőt ábrázolja, Σ -ban ezzel az erővel (20) szerinti kapcsolatban áll. Ezért arra következtethetünk, hogy a Σ -ban és Σ' -ben megfelelő részecskékre megfelelő időkben ható elektromos erők egymással (21) szerinti összefüggésben vannak. Ha $b)$ feltevésünket a 8. § második hipotézisével kapcsolatba hozzuk, akkor ugyanez az összefüggés érvényes az „elasztikus“ erőkre is. Tehát a (21) egyenlet a megfelelő elektronokra megfelelő időkben ható összes erők között fennálló kapcsolat kifejezésének tekinthető.

Nyilvánvaló, hogy a mozgó rendszerben feltételezett állapot akkor valóban lehetséges, ha Σ -ban és Σ' -ben egy elektron m tömegének és gyorsulásának a szorzatai ugyanolyan kapcsolatban vannak egymással, mint az erők, azaz, ha

$$(32) \quad m_j(\Sigma) = \left(l^2, \frac{l^2}{k}, \frac{l^2}{k} \right) m_j(\Sigma').$$

Tehát a gyorsulásokra érvényes

$$(33) \quad j(\Sigma) = \left(\frac{l}{k^3}, \frac{l}{k^2}, \frac{l}{k^2} \right) j(\Sigma'),$$

ami (4)- és (5)-ből levezethető. Összevetve ezt az eredményt (32)-vel a tömegekre nyerjük

$$m(\Sigma) = (k^3 l, k l, k l) m(\Sigma').$$

(31)-el összehasonlítva kitűnik, hogy ama tömegekre vonatkozólag, melyekkel transláció irányára merőleges rezgések esetén számolnunk kell l tetszőesszerinti értékére teljesül ez a feltétel. l -t tehát csak egyetlen megszorításnak kell alávetnünk:

$$\frac{d(klw)}{dw} = k^3 l.$$

Azonban (3) alapján

$$\frac{d(kw)}{dw} = k^3,$$

úgy hogy

$$\frac{dl}{dw} = 0, \quad l = \text{konst.}$$

Az állandó értékének l -nek kell lenni, mert ismeretes, hogy ha w egyenlő nullával, l értéke egy.

Tehát arra a feltevésre jutunk, hogy a translációnak a hatása egyetlen elektronnak és egy ponderábilis testnek, mint egésznek a nagyságára és alakjára csak a mozgás irányába eső dimenziókra korlátozódik, és pedig ezek k -szor kisebbek lesznek, mint nyugalmi állapotban. Ez a hipotézist az előbbihez csatolva meggyőződhetünk arról, hogy két állapot lehetséges, az egyik a mozgó, a másik a hasonló nyugvó rendszerben, melyek egymásnak az előbb ismertett módon felelnek meg. Különböző ez a megfelelés nem korlátozódik a részecskék elektromos momentumaira. A részecskék közötti éterben, vagy ponderábilis testet körülvevő éterben fekvő megfelelő pontokban ugyanazt a \mathfrak{d}' vektort és amint könnyen kimutatható, ugyanazt a \mathfrak{h}' vektort találjuk a megfelelő időkben. Összefoglalva: Ha egy translációmentes rendszerben valamilyen mozgásállapot van amelynél egy meghatározott helyen \mathfrak{p} , \mathfrak{d} és \mathfrak{h} komponensei az idő bizonyos függvényei, akkor a hasonló rendszerben, miután mozgásba jött (és következésképp deformálódott) beállhat egy olyan mozgásállapot, melynél a megfelelő helyeken \mathfrak{p}' , \mathfrak{d}' és \mathfrak{h}' komponensei a helyi-időnek ugyanazok a függvényei.

Csupán egy kérdést kell közelebbről megvizsgálnunk. Mivel az m_1 és m_2 tömegek értékét a quasi-stacionáris mozgás elméletéből vezettük le, felmerül a kérdés, vajon számolhatunk-e velük a fény gyors rezgéseinél. Pontosabb vizsgálatnál kitűnik, hogy egy elektronnak a mozgása quasi-stacionárisnak tekinthető, ha keveset változik az alatt az idő alatt, ami alatt egy fénycső egy átmérőnyi szakasszal tovább terjed. Ez optikai jelenségeknél teljesül, mert az átmérő a hullámhosszhoz képest rendkívül kicsi.

11. §. Könnyen belátható, hogy az előadott elmélet nagyszámú ténnyt megmagyaráz.

Tekintsünk először egy transláció nélküli rendszert, melynek egyes részein $\mathfrak{p} = 0$, $\mathfrak{d} = 0$, $\mathfrak{h} = 0$ állandóan. Akkor a mozgó rendszer megfelelő állapotában

a megfelelő helyeken (vagy azt is mondhatjuk, hogy a deformált rendszer ugyanazon helyein) $p' = 0$, $\delta' = 0$, $h = 0$. Mivel ezeket az egyenleteket a $p = 0$, $\delta = 0$, $h = 0$ egyenletek maguk után vonják, amint azt (26) és (6) mutatják, nyilvánvaló, hogy mindazok a részek melyek sötétek voltak, amikor a rendszer nyugalomban volt, sötétek maradnak akkor is, ha mozgásba hoztuk. Ezért lehetetlen a földmozgás hatását kimutatni bármely optikai, földi fényforrással végzett kísérletre, melynél a fény és árnyék mértani eloszlásának megfigyeléséről van szó. Sok interferencia és fényelhajláskísérlet ide tartozik.

Másodszor: Ha egy rendszer két pontjában egyenlő polárizációs állapotban lévő fénysugarak terjednek azonos irányban tovább, kimutatható, hogy az amplitúdók viszonya ezekben a pontokban nem változik translációkor. Ez az észrevétel olyan kísérleteknél alkalmazható, melyeknél a látótér szomszédos részeiben az intenzitásokat kell összehasonlítani.

A most levont következtetések megerősítenek korábbi eredményeket, melyeket azonban olyan megfontolásokból nyertünk, melynél a másodrendű mennyiségeket elhanyagoltuk. A Michelson-féle kísérlet negatív eredményének egy magyarázatát is szolgáltatják, éspedig az előbbinél általánosabbat és ettől alakjára nézve is némileg eltérőt. Továbbá megmagyarázzák, hogy Rayleigh és Brace miért nem tudták a földmozgással előidézett kettős törés semmi jelét megfigyelni.

Trouton és *Noble* kísérleteinek negatív eredménye is azonnal világossá válik, ha a 8. § feltevéseit figyelembe vesszük. Ezekből és utolsó feltevésünk-ből (10. §) következik, hogy a translációnak semmi más hatása nincs, mint a töltött kondenzátort, a torziós mérleg rúdját és szálát alkotó elektronok és más részecskék rendszerének megrövidülése. Egy ilyen összehúzóadás azonban semmi okot nem ad egy észrevehető irányváltozásra.

Fölösleges megjegyezni, hogy ezt az elméletet fenntartással állítom fel. Bár véleményem szerint, minden jólismert ténnyel megegyezik, néhány olyan következtetésre vezet, melyeket még nem lehet kísérletekkel alátámasztani. Pl. az elméletből az következik, hogy a Michelson-kísérlet eredményének negatívnak kell maradnia, ha az interferáló fénysugarakat egy ponderabilis átlátszó testen engedjük keresztül.

Az elektronok összehúzóadásáról felállított hipotézisünkről sem az nem mondható, hogy nyilvánvaló, sem az, hogy megengedhetetlen. Amit az elektronok természetéről tudunk, az nagyon kevés, az előrehaladás egyetlen esz-köze az, hogy ilyen hipotéziseket, melyeket én itt tettem, megvizsgáljuk. Természetesen adódnak nehézségek, pl. mihelyt az elektronok forgását vesszük tekintetbe. Talán fel kell tételeznünk, hogy olyan jelenségeknél, melyeknél a nyugalmi rendszerben gömbalakú elektronok egy átmérő körül forognak, az elektronok egyes pontjai a mozgó rendszerben elliptikus pályákat írnak le, melyek a 10. §-ban közölt módon a nyugalmi állapot körpályáinak felelnek meg.

12. §. Még néhány szót kell szólnunk a molekuláris mozgásról. Elképzelhető, hogy azok a testek is, melyeknél a molekulák mozgásának észrevehető, vagy akár igen nagy befolyása van, ugyanazon deformációknak vannak alávetve, mint azok a rendszerek, melyeknél a részecskék viszonylagos helyzete állandó, mint amilyenekről eddig szó volt. Valóban elképzelhetünk Σ' és Σ , két molekuláris rendszerben, melyek közül csak a másodiknak van translációja, egymásnak olyan módon megfelelő molekuláris mozgásokat, hogy ha Σ' -ben egy meghatározott időben egy részecske meghatározott helyzetű, akkor egy részecske Σ -ban a megfelelő időben a megfelelő helyzetet veszi fel. Ekkor a gyorsulások közt fennálló (33) összefüggést alkalmazhatjuk minden olyan esetben, ahol a molekuláris mozgás sebessége w -hez viszonyítva igen kicsi. Ezekben az esetekben a molekuláris erők a viszonylagos helyzet által meghatározottaknak tekinthetők, függetlenül a molekuláris mozgás sebességeitől. Ha végül ezeket az erőket olyan kis távolságra korlátozva gondoljuk, hogy a kölcsönösen egymásra ható részecskéknél a helyi idők különbsége elhanyagolható, akkor egy részecske a vonzó-, vagy taszítókörébe esőkkel együtt olyan rendszert alkot, mely a sokat említett deformációnak alá van vetve. A 8. § második feltevése értelmében ezért a (21) egyenletet a részecskére ható eredő molekuláris erőre alkalmazhatjuk. Következésképpen mindkét esetben fennáll az erők és gyorsulások közötti helyes összefüggés, ha feltesszük, hogy a transláció az összes részecske tömegeit ugyanolyan mértékben befolyásolja, mint az elektronok elektromágneses tömegeit.

13. §. A (30) értékek, melyeket én az elektron longitudinális és transzverzális tömegére, (mint a sebesség függvényére) találtam, nem egyeznek meg az *Abraham* által nyert értékekkel. A magyarázat egyedül abban keresendő, hogy *Abraham* elméletében az elektronok, mint változatlan dimenziójú gömbök szerepelnek. *Abraham*nak a transzverzális tömegre vonatkozó eredményeit *Kaufmann* a rádiumsugarak elektromos és mágneses térben történő eltérítésével kapcsolatos mérései feltűnően megerősítik. Ha nem akarok egy nagyon komoly kifogást elméletem ellen érvényben hagyni, akkor ki kell tudnom mutatni, hogy ezek a mérések eredményeimmel éppen olyan jól egyeznek, mint *Ábraháméival*.

Először is két mérési sorozatot ismertetek, melyeket *Kaufmann* [8] 1902-ben hozott nyilvánosságra. Minden sorozatból két mennyiséget η - és ζ -t, — a „redukált“ elektromos és mágneses elhajlásokat, — állapított meg, melyek

a $\beta = \frac{w}{c}$ hányadossal az alábbi kapcsolatban vannak:

$$(34) \quad \beta = k_1 \frac{\zeta}{\eta}, \quad \psi(\beta) = \frac{\eta}{k_2 \zeta}.$$

A transzverzális tömeg

$$(35) \quad m_2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{e^2}{6\pi c^2 R} \psi(\beta)$$

k_1 és k_2 mindkét sorozatra állandók.

(30) második egyenletéből következik, hogy az én elméletem is egy (35) alakú egyenletre vezet; csupán Ábrahám $\psi(\beta)$ függvényét az alábbival kell helyettesíteni.

$$\frac{4}{3}k = \frac{4}{3}(1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

Elméletem szerint tehát ezt az értéket (34)-ben $\psi(\beta)$ helyébe téve, ezek az egyenletek továbbra is érvényesek. Természetesen jó megegyezés érdekében k_1 - és k_2 -nek a Kaufmannétól eltérő értékeket is adhatunk, továbbá minden mérésre a w sebességnek, vagy a β hányadosnak egy megfelelő értékét tételezhetjük fel. Ha az új értékekre $s k_1$, $3/4 k_2'$ és β' -t vesszük, akkor (34) az alábbi alakú lesz

$$(36) \quad \beta' = s k_1 \frac{w}{c}$$

és

$$(37) \quad (1-\beta'^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{k_2' \frac{w}{c}}.$$

Kaufmann k_1 -nek olyan értéket választott, hogy ha ezzel (34)-ből β -t és k_2 -t kiszámította, az utóbbira talált értékek lehetőleg minden sorozatban állandók maradjanak. Ez az állandóság volt a bizonyítéka a kellő egyezésnek.

Hasonló eljárást alkalmaztam, melynél a Kaufmann által kiszámított értékek némelyikét fel tudtam használni. Minden mérésre kiszámítottam az alábbi kifejezés értékét

$$(38) \quad k_2' = (1-\beta'^2)^{-\frac{1}{2}} \psi(\beta) k_2.$$

Ez (37)-nek a (34) második egyenletével való kombinálásából származik. $\psi(\beta)$ és k_2 értékeit Kaufmann táblázataiból vettem, β' -re pedig az általa talált β érték s -szeresét vettem s együtthatót úgy választottam, hogy a (38) mennyiség állandó legyen. Az eredmények az alábbi táblázatokban találhatók. Ezek megfelelnek Kaufmann munkájában a III. és IV. táblázatnak.

III. $s = 0,933$.

β	$\psi(\beta)$	k_2	β'	k_2'
0,851	2,147	1,721	0,794	2,246
0,766	1,86	1,736	0,715	2,258
0,727	1,78	1,725	0,678	2,256
0,6615	1,66	1,727	0,617	2,256
0,6075	1,595	1,655	0,567	2,175

IV. $s = 0,954$

β	$\psi(\beta)$	k_2	β'	k_2'
0,963	3,23	8,12	0,919	10,36
0,949	2,86	7,99	0,905	9,70
0,933	2,73	7,46	0,890	9,28
0,883	2,31	8,32	0,842	10,36
0,860	2,195	8,09	0,820	10,15
0,830	2,06	8,13	0,792	10,23
0,801	1,96	8,13	0,764	10,28
0,777	1,89	8,04	0,741	10,20
0,752	1,83	8,02	0,717	10,22
0,732	1,785	7,97	0,698	10,18

Amint látható, k'_2 állandósága nem kevésbé kielégítő, mint k_2 -é, annál inkább, mivel s értéke minden esetben csupán két mérésrel lett meghatározva. Az együtt-hatót úgy választottuk meg, hogy a két megfigyelésre, melyek a III. táblázat első és utolsó előtti helyén és a IV. táblázat első és utolsó helyén állanak, k'_2 értékei k_2 értékeivel arányosak legyenek.

Tekintsünk most *Kaufmann* [9] egy későbbi értekezéséből vett két mérési sorozatot, melyeket *Runge* [10] a legkisebb négyzetek módszerével átszámolt. Itt k_1 és k_2 együtt-hatók úgy lettek meghatározva, hogy ζ minden megfigyelt értékére *Kaufmann* (34) egyenleteiből kiszámított η értékek a megfigyelt η értékekkel lehetőleg jól megegyezzenek.

Ugyanabból a feltételből és ugyancsak a legkisebb négyzetek módszerével meghatároztam az én (36) és (37) egyenleteimből levezethető

$$\eta^2 = a\zeta^2 + b\zeta^4$$

egyenlet a és b koeficienseit. Ha a és b ismeretes, β minden mérésre az alábbi összefüggésből meghatározható.

$$\beta = \sqrt{a} \frac{\zeta}{\eta}.$$

Az eredmények az alábbi táblázatokban találhatók. Az elhajlások centiméterekben vannak adva.

$$a = 0,06489, \quad b = 0,3039$$

ζ	η					β	
	megfigyelt	R.-től számított	Kül.	L.-től megfigyelt	Kül.	R.-től	L.-től kiszámított
0,1495	0,0388	0,0404	—16	0,0400	—12	0,987	0,951
0,199	0,0548	0,0550	—2	0,0552	—4	0,964	0,918
0,2475	0,0716	0,0710	6	0,0715	1	0,930	0,881
0,296	0,0896	0,0887	9	0,0895	1	0,889	0,842
0,3435	0,1080	0,1081	—1	0,1090	—10	0,847	0,803
0,391	0,1290	0,1297	—7	0,1305	—15	0,804	0,763
0,437	0,1524	0,1527	—3	0,1532	—8	0,763	0,727
0,4825	0,1788	0,1777	11	0,1777	11	0,724	0,692
0,5265	0,2033	0,2039	—6	0,2033	0	0,688	0,660

$$a = 0,05867 \quad b = 0,2591$$

ζ	η					β	
	megfigyelt	R.-től számított	Kül.	L.-től megfigyelt	Kül.	R.-től	L.-től kiszámított
0,1495	0,0404	0,0388	16	0,0379	25	0,990	0,954
0,199	0,0529	0,0527	2	0,0522	7	0,969	0,923
0,247	0,0678	0,0675	3	0,0674	4	0,939	0,888
0,296	0,0834	0,0842	—8	0,0844	—10	0,902	0,849
0,3435	0,1019	0,1022	—3	0,1026	—7	0,862	0,811
0,391	0,1219	0,1222	—3	0,1226	—7	0,822	0,773
0,437	0,1429	0,1434	—5	0,1437	—8	0,782	0,736
0,4825	0,1660	0,1665	—5	0,1664	—4	0,744	0,702
0,5265	0,1916	0,1906	10	0,1902	14	0,709	0,671

Nem volt időm *Kaufmann* munkájában a többi táblázatot átszámolni. Mivel ezek a megfigyelésekből levezetett és a *Runge* által kiszámított η értékek elég nagy negatív különbségével kezdődnek, várható, hogy az én formuláimmal eléggé egyeznek.

Fordította: *B. Csoma Mária*

IRODALOM

- [1] *Rayleigh*, Phil. Mag. (6) 4 678, 1902.
- [2] *Brace*, Phil. Mag. (6) 7 317, 1904.
- [3] *Trouton és Noble*, London R. Soc. Trans. A. 202, 165, 1903.
- [4] *Lorentz*, Math. Encykl. V 14.
- [5] *Poincaré*, Rapports du Congrès de physique de 1900, Paris, 1 p. 22, 23.
- [6] *Lorentz*, Zittingsverlag Akad. Wet. 7 507, 1899. Amsterdam Proc. 1898-99, p. 427
- [7] *Abraham* Ann. Phys. 10 105, 1903.
- [8] *Kaufmann*, Phys. Zeitschr. 4 55, 1902.
- [9] *Kaufmann*, Gött. Nachr., Math. — phys. Klasse 1903, p. 90.
- [10] *Runge*, uo. p. 326.

KÖNYVISMERTETÉS

V. Veksler, L. Grosev és B. Iszajev

SUGÁRZÁSOK VIZSGÁLATA IONIZÁCIÓS MÓDSZEREKKEL

Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952

Veksler, Grosev és Iszajev könyve azon munkák közé tartozik, amelyek az elméleti és gyakorlati kérdéseket egymást kiegészítő egységben tárgyalják. A hasonló tárgykörű könyvek többnyire vagy olyanok, ahol a mérőeszközök, ionizációs kamrák, proporcionális számlálók és GM-számlálók készítésének és gyakorlati alkalmazásának módja van részletesen leírva, vagy olyanok, ahol majdnem kizárólag csak a kamrák és számlálócsövek gázterében és falában a különböző sugárzások hatására lejátszódó ionizációs folyamatok, továbbá a gázkisülések elmélete van tárgyalva.

Veksler, Grosev és Iszajev könyve megtalálja azt a helyes tárgyalási módot, ahol a fizikai folyamatok elmélete és ezen folyamatoknak a mérésre való felhasználása, továbbá a mérőeszközök ennek megfelelően történő konstrukciója egységes, jól érthető képbe van összefoglalva.

A könyv lényegileg két részre tagozódik: az egyik az ionizációs kamrákkal, a másik pedig a töltött részecskék számlálóival foglalkozik. Az utóbbi rész két fejezetre van osztva: az első a proporcionális számlálókkal, a második pedig a kiváltó számlálókkal, elsősorban a GM-számlálókkal foglalkozik. A könyv végén egy külön fejezet tárgyalja a részecskeszámlálás korrekcióelméletét, amelynek ismerete a mérési eredmények kiértékelésének egyik legfontosabb előfeltétele.

Könnyen áttekinthetően vannak tárgyalva az egyes sugárzásfajták mérésére szolgáló eszközök és eljárások. Jól látható ez az ionizációs kamrák esetében, ahol az α , β , γ és röntgensugárzás, továbbá a kozmikus sugárzás és a neutronok vizsgálatára szolgáló kamrák, a proporcionális számlálóknál, ahol a gyors részecskék és a neutronok számlálására szolgáló proporcionális számlálók és a GM-csővek esetében, ahol a β , γ és röntgensugárzás, továbbá a kozmikus sugárzás mérésére szolgáló számlálócsövek részletes leírása található meg.

A könyv igen alaposan öleli fel az egyes tárgykörökre vonatkozó szovjet és nyugati irodalmat. A nagyobb fejezetek végén összeállított irodalmi jegyzék nagy segítségére szolgál a kérdés iránt érdeklődő kutatóknak.

A könyv nem tárgyalja azokat a főleg elektronikus készülékeket, amelyek a kamrák és számlálócsövek áramának, illetve impulzusainak mérésére, illetőleg számlálására szolgálnak, de ez nem is szükséges, mivel ezekkel Boncs—Brujevics-nak szintén a Akadémiai Kiadó által magyarul megjelentetett „Az elektroncső fizikai alkalmazásai” című könyve foglalkozik részletesen.

Veksler, Grosev és Iszajev könyve a szerzők jegyzete szerint a különböző munkakörökben dolgozó kutatók, aspiránsok és haladottabb egyetemi

hallgatók részére készült. A hazai tudományos kutatásban egyre nagyobb szerep jut a különböző sugárzások mérésének és a részecskeszámlálásnak nemcsak a fizikai, de a biológiai, ipari és mezőgazdasági kutatás területén is. Különösen megnőtt a sugárzásmérés és a részecskeszámlálás technikájának fontossága a szovjet radioizotop szállítmányok megérkezésével.

Vekszler, Grosev és Iszajev könyve nagy segítséget jelent nemcsak a fizikusok, hanem a határterületeken illetőleg a radioizotopok alkalmazási területein dolgozó kutatók, orvosok, mérnökök és mezőgazdasági szakemberek részére is.

A könyv előszavát Szalay Sándor professzor írta, aki hangoztatja, hogy ez a munka hézagpótló a magyar irodalomban és különösen a fiatalabb fizikusok számára jelent majd nagy könnyebbséget az atommag kutatás módszereinek elsajátításában.

Fenyves Ervin

„EÖTVÖS LORÁND ÖSSZEGYŰJTÖTT MUNKÁI“
„ROLAND EÖTVÖS GESAMMELTE ARBEITEN“

Magyar Tudományos Akadémia kiadása. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1953

Az újjáalakult Magyar Tudományos Akadémia elhatározta, hogy Eötvös Loránd halálának 30. évfordulója alkalmából Eötvös műveit összegyűjti és kiadja. A sajtó alá rendezés munkáját az Akadémia megbízásából Selényi Pál lev. tag végezte. Selényi Pál egyúttal Eötvös tudományos munkásságát méltató, valamint Eötvöst mint embert jellemző bevezetést írt magyar és német nyelven.

Eötvös Loránd összegyűjtött tudományos munkáinak kiadása igen időszerű volt. Eötvös munkái eredetileg különböző folyóiratokban, továbbá az Internationale Erdmessung kiadványai között jelentek meg. Különösen az utóbbiak ma már nehezen hozzáférhetők, a különlenyomatok elfogytak s pl. az 1907-ben az Internationale Erdmessung kiadásában megjelent, a gravitációs vizsgálatokban alapvető értekezése igen keresett és könyvritkaság számba megy. A tudomány fejlődése érdekében igen fontos, hogy a fizikusok és geofizikusok, valamint egyéb rokon tudományok művelői Eötvös munkáit eredetiben tanulmányozzák. Eötvösnek tömören megírt munkáiban sok olyan gondolat található, amely további kutatásokra ösztönöz. Eötvös alkotásai olyan forrásmunkák, amelyeket nemcsak a kezdő, hanem a tapasztalt kutatók is alapvető kérdésekben segítségül vesznek.

Novobátzky Károly akadémikusnak a kiadvány elején található előszava igen találóan állítja elénk Eötvöst, mint a haladó tudomány képviselőjét abban a korban, amelyben nagy feltűnést keltett maga az a tény, hogy az akkori felső társadalmi osztálynak egy tagja a természettudományok művelését tűzte ki célul. Novobátzky Károly néhány ecsetvonással, de igen jellemzően megrajzolja Eötvös egész tudományos munkásságának lényegét és jelentőségét.

Selényi Pál rövid szerkesztői előszava után következik Selényinek már előbb említett bevezetése Eötvösről, a tudósról és az emberről. Ez a bevezetés abban különbözik az eddig ismert Eötvös-életrajzoktól és méltatásoktól, hogy a legkisebb mértékben sem kívánja Eötvöst idealizálni, reális szemlélettel vizsgálja Eötvös kutatásait és azok eredményeit. Bepillantást nyújt abba, hogyan fogta meg Eötvös a megoldásra váró problémákat, milyen célok vezet-

ték, milyen úton kívánt a megoldáshoz közelebb jutni. Selényi ebben a bevezetésben több olyan körülményt emel ki Eötvös életéből és tudományos működéséből, amelyet az eddig megjelent életrajzok nem tartalmaznak. Kétségtelen, hogy az eddigieknél realisabb jellemzés még jobban kiemeli Eötvös igazi nagyságát és munkájának tudományos jelentőségét.

A gyűjteményes kötet Eötvösnek 11 legjelentősebb munkáját tartalmazza, egyet francia nyelven, a többi német nyelven. Ezek a munkák eredetileg is ezeken az idegen nyelveken jelentek meg, néhány közülük magyarul is. A magyar szövegeket a gyűjteményes kiadás nem közli. Az értekezések megjelenésük sorrendjében következnek a gyűjteményes kiadásban.

A közötti értekezések a következők:

I. Über den Zusammenhang der Oberflächenspannung mit dem Molekularvolumen. 1886. Ez az értekezés tartalmazza a folyadékok felületi feszültségére vonatkozó fontos kísérleti vizsgálatokat, valamint a felületi feszültség és a molekuláris térfogat közti összefüggést kifejező Eötvös-féle törvényt. Az értekezés szövegét a szerkesztő részletes jegyzetei kísérik.

II. Über die Anziehung der Erde auf verschiedene Substanzen. 1890. Rövid beszámoló Eötvösnek ama első vizsgálatairól, amelyeket a tömegvonzás és a tehetetlenség arányosságára vonatkozólag végzett.

III. Messung von langen Schwindungsdauern. 1890. Rövid közlemény a lengések multiplikálási módszeréről.

IV. Untersuchungen über Gravitation und Erdmagnetismus. 1896. Eötvösnek egyik alapvető jelentőségű munkája, amelyben torziós ingájának elméletét részletesen kifejti és a gravitáció, valamint a földmágnesség körében végzett sok érdekes vizsgálatának eredményeit közli.

V. Étude sur les surfaces de niveau et la variation de la pesanteur et de la force magnétique. 1900. Az 1896. évben megjelent értekezéshez viszonyítva rövidebb összefoglalásban közli a torziós inga elméletét és megemlékezik az első terepmérésekről a Sághegyen, valamint Pestszentlőrincen.

VI. Bestimmung der Gradienten der Schwerkraft und ihrer Niveauflächen mit Hilfe der Drehwaage. 1906. A gravitáció és a földmágnesség terén Eötvös második alapvető értekezése, amely a torziós inga elméletének továbbfejlesztését és a torziós ingával való kutatás módszerének teljes ismertetését, valamint a nehézségi és földmágnességi tér kapcsolatára vonatkozó vizsgálatait tartalmazza.

VII. Die Niveauflächen und die Gradienten der Schwerkraft am Balatonsee. 1908. A Balaton tudományos tanulmányozásának eredményei c. gyűjteményes kiadásban jelent meg és a Balaton jegén végzett méréseinek eredményeit tartalmazza. Eötvös ebben az értekezésben a torziós inga elméletét elemi matematikai úton fejti ki.

VIII. Bericht über geodätische Arbeiten in Ungarn, besonders über Beobachtungen mit der Drehwaage. 1909. Ez az értekezés az 1906—1908 években végzett torziós-inga mérésekről, a torziós-inga terén elért tökéletesítésekről, továbbá a relatív ingamérésekről és az abszolút függővonalelhajlás meghatározásokról számol be. Igen értékes a gravitációs és a földmágnességi eredmények egyeztetésére vonatkozó fejezet. A földmágnességi mérési eredmények értelmezéséhez a szerkesztő részletes jegyzetet csatol és ebben Fekete

Jenőnek az Eötvös Emlékkönyvben megjelent tanulmányából idéz. Az értekezés végén rövid beszámoló található Eötvösnek a tömegvonzás és a tehetetlenség arányosságára vonatkozó kísérleteiről.

IX. Über Arbeiten mit der Drehwaage, ausgeführt im Auftrage der Kgl. Ung. Regierung in den Jahren 1909—1911. Főként a Kecskemét vidékén végzett geofizikai mérésekről és Tirolban, a szűk völgyekben a görbületi sugar meghatározásáról szól. Ebben az értekezésben Eötvös a geofizikai mérések gyakorlati alkalmazhatóságának kérdését is tárgyalja.

X. Experimenteller Nachweis der Schwereänderung, die ein auf normal geformter Erdoberfläche in östlicher oder in westlicher Richtung bewegter Körper durch diese Bewegung erleidet. 1919. A Földön mozgó testek súlyváltozásának kísérleti igazolását tartalmazza. Eötvös Loránd utolsó munkája, amely egy nappal halála előtt érkezett az *Annalen der Physik* szerkesztőségéhez.

XI. Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität. 1922. Ez az értekezés azonos azzal a pályamunkával, amellyel Eötvös Loránd és két munkatársa, Pekár Dezső és Fekete Jenő 1909-ben a göttingeni egyetem pályadíját elnyerték. A pályamunka főbb eredményei Eötvös életében egészen röviden a VIII. sz. alatt felsorolt értekezésében kerültek közlésre. A pályamunkát Eötvös munkatársai Eötvös halála után rendezték sajtó alá és az kisebb kihagyásokkal 1922-ben megjelent. Eötvös munkáinak gyűjteményes kiadása a pályamunkát az eredeti kézirat alapján egész terjedelmében közli. Tárgya a tömegvonzás és a tehetetlenség arányosságának kísérleti kimutatása 1/200 000 000 pontossággal. A szerkesztő az értekezés végéhez csatolt megjegyzésében felemlíti, hogy az 1930-as évek elején az Eötvös Loránd Geofizikai Intézetben további kísérletek folytak, amelyek a tömegvonzás és tehetetlenség arányosságát még egy nagyságrenddel nagyobb pontossággal mutatták ki. Egyúttal felveti azt a gondolatot, hogy érdemes lenne ezeket a vizsgálatokat élő anyagra is kiterjeszteni.

A gyűjteményes kiadás végén két függelék található. Az egyik függelék Fekete Jenő nyomán ismerteti a Fruska Gorában, Erdélyben és a Hortobágyon Eötvös irányításával végzett földmágneses mérések eredményeit. A második függelék azoknak a torziós-inga méréseknek eredményeit közli rövid összefoglalásban, amelyek Eötvös irányításával földgáz- és ásványolajkutatók érdekében folytak Erdélyben és Egbell vidékén. Az utóbbi területen végzett mérések még Eötvös életében gyakorlati eredményhez vezettek és azokat a nemzetközi irodalom is az Eötvös-inga első eredményes gyakorlati alkalmazásának tekinti.

Renner János

G. I. Szkanavi:

A DIELEKTRIKUMOK FIZIKÁJA (GYENGE TEREK TARTOMÁNYA)

Akadémiai Kiadó, 1953

G. I. Szkanavi: A dielektrikumok fizikája című könyvének megjelenése régóta érzett hiányt pótol. A témakör az elméleti fizikával és az elektrotechnikával egyaránt kapcsolatban van, mindkét irányban állandóan fejlődik, ami azt követeli, hogy — legalább is középfokon — nyomatékosan hangsúlyoz-

zuk az elmélet és a gyakorlat elválaszthatatlanságát. Miért kell ezt tennünk? Nyilvánvalóan azért, mert a problémáit tisztán elméleti oldaláról felvető tapasztalatlan kutató az igen nagy fontosságú gyakorlati kérdéseket elveszti szem elől és elméleti fejtegetéseit olyan irányban, olyan közelítésekkel vezeti, amelyeknek a gyakorlathoz semmi közük sincs; másrészt az elektrotechnikus mérnök viszont feladatát gyakorlati oldaláról fogva meg, a közben alkalmazott fizikai törvények jelentőségével nincs tisztában, úgy hogy munkája szakácskodássá fajul. A tapasztalt fizikus és a magát továbbképzett mérnök feladata kettősségével tisztában van, számára nem új a könyv mondanivalója és szempontja, nem is fog tanulni belőle valami sok újat. De nem is ez a könyv célja. A szerző előszavában meg is állapítja, hogy a könyv — a nálunk meghonosodott szóhasználat — középkáderek számára készült, fiatal kutatók, mérnökök, felsőéves egyetemi hallgatók számára.

A könyv bírálatánál csak két kérdést vehetünk fel: Helyes volt-e az adott témájú könyv kiadása, másodsor, a könyv adott témáját hogyan dolgozta fel. Az első kérdésre a választ már megadtuk: A könyv hiányt pótol, kiadása feltétlenül indokolt volt.

A könyv témaválasztása általában jónak mondható, a szerző megszabta a határt mindkét irányban: a kvantummechanikai számításokat az elméleti részben, méretezési utasítást a kiviteli részben nem közöl. Ezen a két határon belül maradt anyag azonban nézetem szerint még mindig túl bő egyetlen kötet számára, és a könyv címének is jobban megfelelné, ha pl. a sok helyettesítő kapcsolat és a kapacitás hőmérsékletfüggésének tárgyalása helyett a fizikai alapokkal kvantitatívabban foglalkozna.

Szeretnék néhány megjegyzést fűzni a fordításhoz is. Nézetem szerint tudományos könyvet nem szabad szóról-szóra fordítani. Minden nyelvben vannak szóképek, kifejezések, szerkezetek, amelyek az illető nyelvben természetesen, más nyelvbe átültetve viszont szószátyárkodásként hatnak. (Példák: „valóban“-nal nem kezdünk mondatot, vagy pl. 177. oldal: „Ennélfogva a Curie-ponttól valamennyire eltávolodva, seignette-elektromos hőmérsékleti tartományban a piezopolarizáció arányos σ_z mechanikai feszültséggel és a piezohatás megszokott lineáris piezohatás jellegét viseli“!) Ez a bőbeszédűség csak arra jó, hogy az olvasót kifárasztja.

A könyv nézetem szerint kicsit túlsokat foglalkozik XIX. századbeli honi mérésekkel, melyeknek ma már csak tudománytörténeti érdekességük van, a magyar fordításban talán nélkülözhetők lettek volna. Ezzel szemben a külföldi irodalom szerepe az eredeti szövegben a hazai mellett alárendelt, amit a szerkesztő következetesen pótolhatott volna, amint az egy esetben meg is történt. Sokkal lényegesebb hiányosság ellenben az, hogy 1950-nél újabb hivatkozás nincs, ami annál sajnálatosabb, mert a ferroelektromos anyagok elmélete, tulajdonságainak vizsgálata és gyakorlati alkalmazásai ebben az időszakban rohamosan fejlődtek, úgy hogy már most is szükségesnek látszik az itt tárgyalt anyagot kiegészíteni.

Nagy Elemér

Faragó—Pócza:

ELEKTRONFIZIKA

Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954

Az elemi elektromos töltés az elektron, mintegy félévszázaddal ezelőtt történt felfedezése óta az elektronnal foglalkozó elmélet és gyakorlat — az elektronika — óriási, szinte elképzelhetetlennek tetsző utat tett meg.

A szabad elektronnal foglalkozó tudomány az elektronfizika a fizika önálló ága lett. Az elektron fizikai sajátosságain felépülő technika modern életünk nélkülözhetetlen eszközeinek, műszereinek, használati tárgyainak képezi alapját. Jóformán azon eszközök neveinek egyszerű felsorolása is oldalakra rúgna, amelyek elektronikus berendezéseknek tekinthetők, rádió, televíziós készülék, Geiger Müller számlálóberendezés, elektronmikroszkóp, tömegspektrográf, betatron, ködfénylámpa, fénycső, fotocella, stb. stb., hogy csak néhányat említsünk. Hozzá kell még tennünk ehhez azt, hogy az elektronikus berendezések száma állandóan növekszik, különösen a modern ipari felhasználás területén, ahol az automata berendezések alapjaként megkönnyíti és biztosabbá teszi az ember munkáját.

Az elmondottak nyilvánvalóvá teszik, hogy az elektronnal foglalkozó elméleti és gyakorlati szakkikkek és könyvek nagy jelentőségűek. Az elektronika területén az összefoglaló magyar szakirodalom igen kis számú, néhány egyetemi jegyzettől, idegen nyelvű könyvfordítástól eltekintve teljesen hiányzik. Ezért Faragó—Pócza könyvét, mint úttörő és hézagpótló szakmunkát örömmel üdvözljük. A könyv, mint ahogy azt a szerzők az előszóban kifejtették az elektronika elméleti részeit dolgozza fel, azokat a fizikai jelenségeket és törvényszerűségeket, melyek alapját képezik a technikai megoldásoknak.

A könyv hét fejezetre, valamint függelékre tagozódik. Az 1. fejezet a „Bevezetés“, mely az anyagszerkezetre és az elektronra vonatkozó alapismerteket foglalja össze. A 2. fejezet az „Elektronok kilépése fémekből“, mely a statisztikák elméleti megállapításaiból kiindulva eljut az elektronemisszió és annak gyakorlati felhasználásáig, különösen messzemenően taglalva az elektronsokszorozók elméletét és gyakorlati felhasználását. A 3. fejezet „Elektronok mozgása sztatikus elektromos és mágneses erőkben“ címet viseli. Ez a fejezet az elektronmozgások alapjait tárgyalja a katódsugárcső és képfelvető csövek ismertetését, elvi felépítését és működését adja meg. A 4. fejezet „Geometriai elektronoptika“, mely elméleti alátámasztását adja a következő 5. fejezet „Példák az elektronoptika alkalmazására“ anyagának, melyben az elektronoptika gyakorlati felhasználását láthatjuk. Ez a fejezet az elektronmikroszkópok (elektromos és mágneses lencse rendszerű, emissziós és rásztermitroszkópok) elektronsokszorozók és tömegspektroszkópok tárgyalásával foglalkozik. A 6. fejezet „Elektronok mozgása nagyfrekvenciás erőterben“ cím alatt főleg az atomfizikában használatos gyorsító berendezések (ciklotron, fazotron, szinkrotron, mikrotron, betatron) elvét adja. A 7. fejezet „Az elektromos vezetés gázokban. Gázkisülések“. Ez a fejezet a részecskeszámlálás elvi és gyakorlati problémáit veti fel. Végül a „Függelék“ a potenciáeloszlás meghatározására szolgáló számítási módszereket.

Faragó és Pócza könyve igen világos stílusban a matematikai vonatkozásoknak csak a megértéséhez elengedhetetlenül szükséges felhasználásával lehetővé teszi az elektronika iránt érdeklődők számára, hogy megszerezzék azt.

az elméleti alapot, amelyre építve az elektronika egyes ágaira mélyebben elmélyülhetnek. Ennek elősegítésére a könyv bőséges szakirodalmat (könyv és cikk idézetet) tartalmaz, amelyben a legmodernebb eredmények is benne vannak. A könyv bőséges és világos ábra anyaggal van ellátva. Ezzel kapcsolatban meg kell jegyezni, hogy az ábrák és az egyenletek számozása nem egyformán egyértelmű. Míg az ábrák számozása egyértelmű fejezet és sorszámmal vannak ellátva, addig a könyvben pl. több 2,4 vagy 4,6 stb. egyenlet található, mely a szöveg olvasása közben okozhat félreértést, bosszúságot. A tárgyi tartalom szempontjából a sokszorozókkal foglalkozó rész a többihez viszonyítva kissé túlméretezett, mutatván, hogy elsősorban ez a rész a szerzők szűkebb szakterülete.

Összefoglalva Faragó és Pócza könyve, fizikai szakirodalmunk értékes műve, példát és ösztönzést ad szakembereinknek, hogy az elektronika területén is újabb „úti kalauzok” jelenjenek meg.

Guba Ferenc

J. C. Slater:

MIKROHULLÁMÚ ELEKTRONIKA

Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954. A mű eredeti címe: MICROWAVE ELECTRONICS, D. Van Nostrand Company, Inc. New York, 1950. Fordította a MTA. Központi Fizikai Kutató Intézet Elektromágneses Osztályának Munkaközössége. 33,6 (A/5) iv, 91 ábra.

A mikrohullámú technika Hertz eredeti kísérletei után csak a 30-as évek közepén indulhatott igazi fejlődésnek. Ennek a ténynek nyilvánvaló oka az, hogy a szükséges nagyfrekvenciájú elektromágneses hullámok gerjesztése még nem volt elég fejlett. A mikrohullámú elektromágneses energia keltése, vezetése és kisugárzása elsőrendű technikai feladattá vált. Éppen ezért számtalan kifejezetten technikai jellegű könyv jelent meg a fenti problémakör alapos tárgyalására. Fizikus szemmel nézve azonban ezek a munkák mind a technikai szempontokat helyezik előtérbe, nagyon gyakran még a fizikai alapokat sem tisztázva. A klasszikus elektrodinamikai művek pedig általában nem jutnak el addig, hogy eredményeikből technikai következtetéseket lehessen levonni. Éppen ezért értékes e mű, mert azt az úrt hidalja át, amely a klasszikus elektrodinamikai és a mikrohullámú technikai tárgyalásmód között áll fenn. Jóllehet a könyv kifejezetten elméleti jellegű, mégis tárgyalásmódjával, a klasszikus elektrodinamika módszereinek segítségével a mikrohullámú technika szempontjából lényeges fizikai kérdések taglalásával a dolgok mélyére látni akaró kísérleti kutatók számára nélkülözhetetlen segítséget nyújt.

A könyv 14 fejezetén át következetesen érvényre jut egy az egész művet összefogó szempont: az elektronikus problémák egységes módszerrel való megközelítése. Az első 8 fejezetben az elektromágneses erőterrel ismerkedünk meg, az azt létrehozó elektronok vagy ionok dinamikájának a figyelmen kívül hagyásával, míg a további 6 fejezet az elektronoknak és ionoknak az elektromágneses térben való mozgásával és mikrohullámú módszerekkel működő elektronikus berendezésekkel foglalkozik.

Az első két fejezetben (Tökéletesen visszaverő falú hullámvezető, Viszszaverődés és állóhullámok) az elektromágneses térrel és ennek különböző diszkontinuitási felületekről való visszaverődésével ismerkedhetünk meg. A 3. fejezet (Teljesítmény és energiaviszonyok) az energia sűrűséget, a Poynting-

vektort, az impulzus sűrűséget és az elektromágneses feszültségeket tárgyalja. Ezeknek a kísérleti szempontból fontos mennyiségeknek a segítségével, indirekt módszerekkel végezhető a mikrohullámú mérések.

A IV—VII. fejezet az üregrezonátorok elméletét, az egykivezetésű üregrezonátorokat, a kétkivezetésű üreget, többkivezetésű üreget és a csatolt üregeket (köztük a „bűvös T“-t is), míg a VIII. fejezetben a periodikusan terhelt hullámvezetőket tárgyalja.

A IX. fejezetben az elektronikus berendezések alapelveivel ismerkedünk meg. Végső elemzésben két főcsoporthoz jutunk: vagy mikrohullámú energiát alakítunk át egyenáramú energiává (gyorsítók), vagy egyenáramú energiát nagyfrekvenciás energiává (trióda, klisztron, magnetron stb.). Valamennyi mikrohullámú berendezésünk végső fokon a tértöltésnek és az áramoknak az elektromágneses térrel való kölcsönhatásán és az ebből létrejövő energia-átadáson alapszik.

A fenti szempontok érvényre juttatásával tárgyalja a X. fejezetben a klisztront, a XI. fejezetben a lineáris gyorsítót és a XII. fejezetben a haladóhullámú erősítőt, kidomborítva az utóbbi kettő nagyfokú rokonságát. A XIII. fejezetben a magnetron-oszcillátorokkal ismerkedünk meg. Az eddigi egydimenziós pályákkal szemben a mágnes tér hatására kétdimenziós pályákat kapunk. A megfontolásokat az elektronok mágneses és elektromos térben történő mozgásának elemi tárgyalásával kezdi, majd rátér a rezonáns rendszer részletes tanulmányozására, végül a magnetronban lévő elektronikus kölcsönhatásokat tárgyalja. A XIV. fejezetben a ciklotront és a szinkrotront tárgyalja. Ezek a berendezések első látásra a klisztrontól, magnetrontól nagyon különbözőnek tűnnek, mégis működésük alapelve annyira hasonlít a mikrohullámú oszcillátorokéhoz, hogy ezeket a gyorsítókat is célszerű ugyanazon a módon tárgyalni.

Ez az egységes tárgyalásmód jellemzi a könyvet. Éppen ezért szerencsésnek kell tartani a választást, hogy Slater könyvét lefordították, mert jól lehet a fenti problémakörhöz különböző szerzők különböző szempontok szerint tárgyalt egyes dolgozatai is elérhetőek, a tárgyalásmód semmiképpen sem lehetne ennyire egységes.

A fordítás gondos, gördülékeny és magyaros. Az ábrák tiszták és áttekinthetők.

A könyvet nemcsak elméleti, hanem kísérleti mikrohullámú elektronikával foglalkozók számára is ajánljuk. Jó kiegészítés az eddigi technikai vonatkozású könyvekhez, mert mélyen a fizikai alapokból indul ki és irányt mutat a technikai megoldások felé.

Tari László

E. V. Spolszkij:

ATOMFIZIKA I.

Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954

Spolszkij könyve — tankönyv, bevezetés az atomfizikába. Egy tankönyv anyagának összeválogatásánál, feldolgozásánál mindig a pedagógiai szempontoknak kell leginkább érvényesülniök. A szerző a könyv előszavában kifejti ezeket a szempontokat: „A korszerű atomfizika az úgynevezett klasszikus fizika szilárd alapjain nyugszik“, azért fontosnak tartja, hogy a mechanika és az elektrodinamika egyes tételeit könyvében ismertesse. Az atomfizikai kísér-

leteket nagy részletességgel tárgyalja, ezen az alapon a legtöbb kísérletet akár gyakorlatilag is el lehetne végezni. Itt szeretnénk kiemelni azt a nagyon méltánylandó munkát, hogy a szerző egyes kérdések, egyes kísérletek fejlődését (pl. a tömeg-energia összefüggés kísérleti igazolása) végig kíséri és megmondja, hogy milyen további kísérletek elvégzése volna jelentős. További jellegzetessége *Spolszkij* könyvének az, hogy anyagát lényegében történeti egymásutánban tárgyalja, ezzel megmutatja azt az utat, amely az egyes tételek, fogalmak kikristályosodásához vezetett.

A kb. 500 oldalas könyv 11 fejezetet tartalmaz. Az első négy fejezet főleg kísérletek leírását tartalmazza (elektron töltésének, fajlagos töltésének mérése, tömegspektrográfok, izotóp-szétválasztási módszerek ismertetése, α -részecskék szóródásának vizsgálata, Röntgen-spektrószkópia), amelyek során alapvető ismereteket, fontos fogalmakat sajátíthatunk el az atom felépítésére vonatkozólag.

Az ötödik fejezetet a szerző teljes egészében arra szánja, hogy a klasszikus mechanika és elektrodinamika kvantummechanikában lényeges fejezeteit ismertesse. Ilyenek pl. a *Lagrange*-egyenletek, a *Hamilton*-féle kanonikus egyenletek, amelyeknek az alkalmazását mindjárt gyakorlati példán mutatja be. A klasszikus elektrodinamikából a lineáris oszcillátor elektromágneses sugárzását tárgyalja, e közben ismerteti pl. a spektrumvonalak természetes szélességére vonatkozó klasszikus megfontolásokat és a normális *Zeeman*-effektus magyarázatát.

A hatodik fejezetben az abszolút fekete test sugárzásáról olvashatunk. A szerző bemutatja, hogy a *Rayleigh—Jeans* és a *Wien*-féle sugárzási törvények csak a spektrum alacsony és magas frekvenciás részén adják meg kielégítően a sugárzó energiasűrűség frekvenciától való függését. A fejezet a probléma megoldását jelentő *Planck*-formula tárgyalásával zárul. A formula levezetése csak úgy lehetséges, hogy feltesszük, hogy a kibocsátó oszcillátorok diszkrét energia állapotban lehetnek.

A következő két fejezetben a szerző az atomok energia nivóival foglalkozik. Bemutatja a spektroszkópia eredményeit (hidrogén spektrum) és részletesen tárgyalja a *Franck—Hertz* kísérletét. Ismerteti a *Bohr*-féle kvantumfeltételeket és azonnal alkalmazza a hidrogénatom és a hidrogénszerű atomok spektrumának kiszámítására. A korrespondencia-elv tárgyalása után rámutat a *Bohr*-elmélet belső logikai ellentmondására és egyéb nehézségeire.

Spolszkij könyvének kilencedik fejezetében tárgyalja a fény kvantumos természetét. Ebben a fejezetben szintén nagy kísérleti anyagra támaszkodik: A fotoeffektus és az *Einstein*-egyenlet kísérleti igazolása, a folytonos Röntgen-spektrum felső határának összefüggése a *Planck*-állandóval, a *Joffe*-kísérlet ismertetése, *Vavilov*-nak a fény fluktuációjára vonatkozó vizsgálatai és a *Compton*-effektus leírása adják a fejezet anyagát.

A tizedik fejezetet néhány hullámtani fogalom (síkhullám, hullámegyenlet, fázissebesség-csoportsebesség) tárgyalása vezeti be. A szerző ezután különböző optikai jelenségeket tárgyal a fény hullámfelfogása és korpuszkulafelfogása alapján. *De Broglie*-nak az anyag hullámtermészetére vonatkozó hipotézisét ismertetve azonnal tárgyalja a feltevéseket igazoló kísérleteket is. A fejezet a határozatlansági reláció tárgyalásával végződik. Ennek kapcsán a szerző vitába száll a nyugati fizikusok idealista filozófiai nézeteivel.

A könyv a *Schrödinger*-egyenlet levezetésével és néhány elvi érdekességű példának (pl. visszaverődés-áthatolás potenciálfalon, húr rezgései, lineáris

oszillátor, stb.) a *Schrödinger*-egyenlet segítségével történő megoldásával fejeződik be.

Spolszkij az Atomfizika című könyv második kötetében fejti ki részletesebben a kvantum-mechanika alkalmazását az atomfizika egyes területein. Ez a kötet tartalmazza a magfizikában elért eredmények ismertetését is. Értésülésünk szerint már ezt a kötetet is fordítják és rövidesen forgalomba kerül. Úgy véljük, hogy a teljes két kötetes mű nagy segítség lesz abban, hogy hazánkban minél szélesebb körökben váljék ismeretessé a fizika modern, jövőt formáló ága, az atomfizika.

Keszthelyi Lajos

A. Ahijezer—I. Pomerancsuk :

FEJEZETEK AZ ELMÉLETI MAGFIZIKA KÖRÉBŐL

Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954

Ahijezer és Pomerancsuk könyve folyóiratokban megjelent munkákat dolgoz fel. Egy-egy témakörön belül egységbe foglalja a különböző szerzők által írt dolgozatokat.

A szerzők, amint arra már a könyv címe is utal, nem tartanak igényt a teljességre. Az elméleti magfizika legfontosabb fejezetei közül azokat igyekeztek kiválasztani, amelyek a magerők természetére vonatkozóan nem használnak a kísérletek által nem igazolt feltevéseket. A könyv céljaul az olyan magreakciók vizsgálatát tűzték ki, amelyek függetlenek a nukleonok közti kölcsönhatás pontos alakjától.

Az első fejezet a neutronok és protonok kölcsönhatásával foglalkozik. A számítások során a köztük ható erőknek csupán az a tulajdonsága játszik szerepet, hogy rövid hatótávolságúak és függenek a kölcsönható részecskék spinjének egymáshoz viszonyított irányításától. A szerzők a deuteron tárgyalásánál bebizonyítják, hogy a rendszer Hamilton operátora a részecskék spin-operátorait csak kétféle kombinációban tartalmazhatja. A bizonyítás a Hamilton operátor szimmetria tulajdonságainak a felhasználásával történik. Az így megismert operátorok sajátosságainak vizsgálata után rátérnek a deuteron kvadrupól és mágneses nyomatékának tárgyalására. Annak a kérdésnek az eldöntésére, hogy a deuteronnak van-e singulett-állapota, meghatározzák a neutronok szóródásának hatáskeresztmetszetét ortho- és parahidrogénen. A gyors neutronok protonokon való szóródásának tárgyalásakor foglalkoznak a magerők kicserélődési jellegével. A proton-protonszórás tárgyalása után a neutron protonokon történő befogásával foglalkoznak. A deuteron három bomlásformájának (fotoeffektus, deuteron bomlása Coulomb térben és gyors deuteron bomlása maggal való ütközéskor) vizsgálatával zárul a fejezet.

Nehéz magokban sok, egymással erős kölcsönhatásban álló részecske van. Ha olyan reakciókat vizsgálunk, amelyekben a bombázó részecske energiája kicsi a mag kötési energiájához képest, statisztikus módszereket alkalmazhatunk. Ilyen vizsgálatokkal foglalkozik a második fejezet.

Ha a beeső részecske energiája elég kicsi, a részecske sokszor ütközik a maganyagban, és az erős kölcsönhatás miatt energiája hamar eloszlik a magot alkotó nukleonok közt. Ezután csak akkor léphet ki részecske a magból, ha az ütközések révén ismét egy részecskére koncentrálódik az energia jelentős része. Ehhez azonban viszonylag hosszú idő kell. Közben a mag+

beeső részecske egy kvantummechanikai rendszert alkotnak: a közbülső magot. Az alacsony energiával gerjesztett mag és az alacsony hőfokú folyadék közt sok hasonlóság van. Ennek az analógiának az alapján tárgyalja a könyv a nehéz magok termodinamikáját. A következőkben egy általánosabb probléma, az abszorbeálásra is képes szórócentrumon való szórás meghatározása kerül sorra. E probléma megoldásának birtokában a közbenső mag keletkezésének, majd pedig bomlásának valószínűségét tárgyalják a szerzők. Ezután a nagy energiájú neutronok szóródását vizsgálják abszorbeáló és félig áteresztő magokon. Ezt a problémát az optikai analógia alapján oldják meg. A nagy energiájú töltött részecskék diffrakciós szóródásánál azonban a szórás-számítás általános egyenleteiből kell kiindulniok.

Az előző fejezetben oly esetekről volt szó, amelyekben a közbenső mag egyes energianívóinak a szélessége ugyanolyan nagyságrendű volt, mint a nívók egymástól való távolsága, azaz oly reakciókról, amelyekben folytonos volt az energia függés. Még kisebb gerjesztési energiáknál azonban a nívószélesség kisebbé válik a nívók közti távolságnál. Ennek következtében a közbenső mag keletkezésének valószínűsége rezonancia-jellegű lesz. Ilyen rezonancia jelenségek vizsgálatával foglalkozik a következő fejezet.

A diszperziós formulát először a perturbáció-számítás szokásos módszerével vezetik le. Igaz, hogy itt a kölcsönhatási energia nagy, s ezért itt szigorúan véve nem lehetne a perturbáció-számítást alkalmazni, azonban kimutatják, hogy a végeredmények függetlenek a kölcsönhatási energiára tett kikötésektől, tehát attól függetlenül is érvényesek. Ezután rátérnek a rezonanciaszórás formális elméletének a tárgyalására. Az elmélet alkalmazására és a formális tárgyalás miatt fellépő ismeretlen paraméterek meghatározására lassú neutronoknak szabad magokon való befogását tanulmányozzák. A továbbiakban a különböző, neutronok által indukált reakciók bizonyos energia-intervallumokra vonatkozó átlagos hatáskeresztmetszetével foglalkoznak. A neutronok által létrehozott reakciók vizsgálata után a töltött részecskékkel létrehozott reakciók ismertetésére kerül sor. A deuteronnak nehéz magokkal való ütközését félklasszikus közelítésben tárgyalják.

A negyedik fejezetben a neutronok lelassításának problémája kerül sorra. Ennek a kérdésnek a vizsgálata igen bonyolult matematikai problémákhoz vezet, amelyeknek pontos megoldása csak néhány speciális esetben lehetséges. Éppen ezért itt csak egyszerűsítő feltételek mellett tanulmányozzák a szerzők a feladatot. Emiatt ez a fejezet, ellentétben az előzőkkel, nem nevezhető teljesnek. Mivel terjedelemben is kevés helyet szántak rá, ez a fejezet igen tömör megfogalmazásúvá vált. A kinetikai egyenlet levezetése után meghatározzák a neutronok energia szerinti eloszlását és a fékezési hossz négyzetének az átlagértékét. A neutronok hely szerinti eloszlásfüggvényének a meghatározásához a diffúziós közelítést alkalmazzák. A megadott korlátok között ez a közelítés kielégítő pontosságú eredményt ad.

Az előző fejezetek eredményeire támaszkodva az ötödik fejezet a nehéz magok hasadását és ennek kapcsán a láncreakciót tárgyalja. A maghasadás mechanizmusát a csepp-modell alapján vizsgálják. Abból, hogy a hasadás szempontjából instabilis magokat a kritikus energiánál nagyobb energiára gerjesztjük, még nem feltétlenül következik, hogy ezek a magok hasadással bomlanak. Lehet, hogy a mag γ -sugárzással, vagy részecske emisszióval adja le energiátöbbletét. A fejezet a továbbiakban az egyes folyamatok relatív valószínűségével és így a hasadás valószínűségével foglalkozik, majd rátér a lánc-

reakció vizsgálatára. A kritikus méret meghatározására a diffúziós közelítésből indulnak ki a szerzők.

Az utolsó fejezet tárgya a lassú neutronok kölcsönhatása anyaggal. Az előző fejezetekben a neutronnal reakcióba lépő magok izolált, szabad magokként szerepeltek. Ha azonban a neutron valamilyen anyaggal való kölcsönhatását vizsgáljuk, annak atomjait általában nem tekinthetjük szabadoknak. Különösen jelentős az atomok közti kötés a kis energiájú neutronokkal végzett kísérleteknél. Főleg a lassú neutronok kristállyal való kölcsönhatásával foglalkozik ez a fejezet. Részletesen tárgyalja a lassú neutronok befogását, rugalmas és rugalmatlan szóródását kristályokban. A neutronok kristályokban való eloszlásának tárgyalása után végezetül rátér a neutronok refrakciójának a vizsgálatára. Ennek speciális eseteként szerepel a mágnesezett kristályokon való neutron refrakció.

Ahijézer és Pomerancsuk könyve átmenetet képez a tankönyv és a cikkgyűjtemény között. A kiválasztott témákat a legtöbb esetben kimerítően tárgyalják. A könyv elolvasása után nem okoz nehézséget a fenti problémáknak a folyó irodalomból való követése. Az értékes könyv különösen jó szolgálatot tesz azoknak, akik az elméleti magfizika kérdéseivel kívánnak foglalkozni.

Mráz József

LEVÉL A SZERKESZTŐHÖZ

Néhány adat a csillagászat hazai történetéből

Ifj. Bartha Lajos a Szerkesztőséghez intézett levelében arra hívta fel figyelmünket, hogy *nem* „az 1954-es teljes napfogyatkozás volt az első, amelynek megfigyelési munkálataiban magyar csillagászok is résztvettek”.¹ Valóban: Fényi Gyula (1845—1927) a volt kalocsai csillagvizsgáló egykori igazgatója a granadai Cartuja Csillagvizsgáló meghívására az 1905 augusztus 30-i teljes napfogyatkozás észlelésére Spanyolországba utazott. Ezen spanyol csillagvizsgáló bocsájtott műszereket rendelkezésére és így, mint a granadai csillagvizsgáló napfogyatkozási expedíciójának tagja észlelte a fogyatkozást a Burgostól nyugatra fekvő Carrión de Los Condes faluban. Megelőzően természetesen tevékenyen közreműködött a fogyatkozási megfigyelések előkészítésében is. Fényi azonban csak a mellékesen betervezett kontaktus észleléseket tudhatta sikeresen végrehajtani, mivel altocumulus felhők a „finomabb” megfigyeléseket teljesen megghiúsították. Fényi valószínűleg ezért nem közölte ezen észleléseit saját neve alatt soha sem (amiről egyébként az *Astronomischer Jahresbericht*-ek alapján győződünk meg).² A granadai csillagvizsgáló igazgatója J. Mier y Terán írt részletes közleményt intézetének 114 oldalas külön kiadványában³ a fogyatkozásról, amelyben Fényi idevágó munkássága több helyen nagy elismeréssel szerepel.⁴

Résztvett még a granadai csillagvizsgáló ezen fogyatkozási észleléseiben doktorandus korában a svájci Th. Anghern is, aki a napkoronáról készített felvételeket. Anghern később Kalocsán telepedett le és ezt követően, mintegy négy évtizeden át élt ott. Nagyrészt a Haynald Observatórium-ban dolgozott; ez volt alapítójáról elnevezve a kalocsai csillagvizsgáló hivatalos címe, amely egyben meteorológiai és földrengési obszervatórium is volt. Anghern főleg meteorológiával foglalkozott. Ő írt magyar nyelven megjelent közleményt⁵ az

¹ Csada Imre, Dezső Loránt és Herczeg Tibor: Az 1954. június 30-i teljes napfogyatkozás megfigyelése. *Magyar Fizikai Folyóirat* 2. kötet, 251. oldal (1954).

² Így történhetett meg, hogy az 1-alatti beszámolóinkban a fentebb idézett, joggal kifogásolható nem helytálló megállapítás szerepel.

³ Eclipse total de sol del 30 de agosto 1905. Granada, 1905.

⁴ Id. m. IX., 27., 44., 63. és 112. old. Lásd még: *Mémoires de l'Observatoire de l'Ebre*, no. 1. 1906. 13. és 50. oldal.

⁵ *Mathematikai és Fizikai Lapok* 16. kötet 2. füzet (1907) 96—116. old. Ugyanez kb. féloldal szöveggel, kétoldalas táblázattal és két ábrával bővítve újból kinyomtatva az *Időjárás* 11. évfolyama, 6. füzetében, az 1907 júniusi számban; 161—180. old.

1905 augusztus 30-i teljes napfogyatkozás Carrión de los Condes-ben történt megfigyeléséről.⁶

Fényi Kalocsán igen jelentőségteljes napészleléseket folytatott. Ezeket külföldön is mindig jól ismerték és nagyra értékelték.⁷ Különösen kiemelkedő teljesítménye a 32 éven át (1886—1917 között) azonos módszerrel és műszerrel (egy 7"-es Merz refraktorral + egy Hilger-féle protuberancia spektroszkóppal) eszközölt, szinte egyedülálló protuberancia észlelései. Ezek, így a megfigyelési anyag feltételezhetően nagy homogenitása miatt ma is az egyik legjobb adathalmazt alkotják a protuberanciák statisztikai jellegű vizsgálataihoz.

Az 1878—79 években, lényegileg *Konkoly (Thege) Miklós* (1842—1916) tervei szerint létrehozott kalocsai csillagvizsgáló első igazgatója *C. Braun* volt. 1886-ban ő adta ki ezen új tudományos intézmény első nagyobb közleményét.⁸ Ennek IV. részében 9 konstrukciós részletrajzzal illusztrált műszertervet találhatunk.⁹ A műszer kivitelezéséhez Kalocsán azonban „hiányoztak... a szükséges erők”.¹⁰ A napfizikai észlelések egyik legfontosabb, ma spektrohéliográf néven ismert műszere egyik megoldási lehetőségének első részletes tervét tartalmazza a kalocsai csillagvizsgáló működéséről szóló ezen kiadvány. Az első ténylegesen működő spektrohéliográfot, ettől függetlenül csak 1889-ben szerkesztette meg *G. E. Hale*, aki csupán később szerzett tudomást¹¹ a kalocsai tervről. Egyébként kár, hogy ezt a már felesleges tervet nemigen olvasták át figyelmesen azok a megfigyelők, akik spektrohéliográfokkal, illetve (ennek vizuális észlelésekre alkalmas változatával:) spektrohélioszkópokkal dolgoztak. Mert itt¹² kielégítő részletességgel történt utalás arra vonatkozólag, hogy a tökéletesebb leképzés érdekében a spektrográf és a monokromátor rések helyén az „elemi-területek” jobb és baloldalainak megfelelően kell feküdnie. Ez nagyon sokáig elkerülte az észlelők figyelmét és szinte komikus, hogy szerte a világon legalább két tucat napról-napra használt műszerben hosszú éveken keresztül nem iktatták be a sugármenetbe pl. egy totálreflektáló prizmat, hogy ennek segítségével az igen lényegesen számottevő képkeletet javítsák. Végül *E. Pettit* a *McMath—Hulbert* csillagvizsgáló toronyteleszkópja optikai részének tervezése közben „fedezte fel” ezt a szöszoros értelemben visszás helyzetet, majd

⁶ Érdekes véletlen és egyben sajnálatos, hogy mind az 1905-ös, mind az 1954-es teljes napfogyatkozás „magyar” észlelései hasonló körülmények között történtek és így aránylag kevés tudományos sikerrel is jártak. (Külföldi meghívással, külföldi anyagi támogatás révén, külföldi csillagvizsgáló munkálataiba bekapcsolódva, annak műszereivel; „felhőkön át” és ezért a tervezett észleléseket csak részben megvalósítva.)

⁷ Személyesen tapasztalhattam, hogy még az idén nyáron is érdeklődtek a Szovjet-unióban egyes publikációi felől. Lásd még: 14. alatt id. m.

⁸ *Berichte von dem Erzbischöflich Haynald-schen Observatorium zu Kalocsa*, 1886.

⁹ Id. m. 160—163. old.

¹⁰ Id. m. „Előszó” VI. old.

¹¹ Lásd pl. *Publ. Yerkes Obs. Vol. 3, Part 1. (1903). 4. old.*

¹² 8.-alatt id. m. 162. old.

külön cikket¹³ is szentelt ennek a kérdésnek, de nem említi a szóbanforgó kalocsai kiadványt. *Pettit* különben jól ismeri *Fényi* protuberancia észleléseit és így nyilván a kalocsai csillagvizsgáló későbbi többi kiadványait is, hiszen a nevéhez fűződő protuberancia mozgási törvények megállapításánál azokat felhasználta.¹⁴

A koronográf¹⁵ feltalálásán évtizedeken át sok kiváló csillagász, köztük *Hale* is hiába fáradozott; ezek sorában volt herényi *Gothard Jenő* (1857—1909) is.¹⁶ Még manapság is fel-felemlítik¹⁷ nevét ezzel kapcsolatban.

A múlt század második felében, egészen 1899-ig, amíg *Konkoly* ógyallai magán-csillagvizsgálóját az államnak nem adományozta, nem volt egyetlen állami csillagvizsgálónk sem.¹⁸ *Gothard*, a maga korában igen jelentős vizsgálataihoz saját maga teremtetette meg a Szombathely melletti Herényben a szükséges felszerelést. A kalocsai csillagvizsgáló pedig a római katolikus egyházzal volt és jezsuiták dolgoztak rajta.

Mind a kalocsai, mind az ógyallai csillagvizsgálón egészen az első világháború végéig komoly értékű, rendszeres napfoltészlelések is folytak; Ógyallán 1872, Kalocsán 1880 óta. A vizuális módszerrel kezdeményezett, napfoltok területének meghatározására vonatkozó mérési sorozatával¹⁹ az ógyallai csillagvizsgáló bizonyos fokig megelőzte még a greenwichi intézetet is. A hazai napfolt észlelések publikált adatai azonban véleményem szerint még nem merítették ki egészen a megfigyelések összes lehető kiértékelhetőségét. Így

¹³ An optical improvement in the spectrohelioscope. *Publ. Astr. Soc. Pac.* Vol. 51 (1939) 95—98 old.

¹⁴ Lásd például *Dezső Loránt*: A magyar csillagászat története (Histoire de l'astronomie en Hongrie). Muzeumi füzetek 1. évf. 4. szám, (1943). 280. oldal.

¹⁵ Lásd 1-alatt id. m. 251. old.

¹⁶ Lásd *Konkoly*: *Practische Anleitung zur Himmelsphotographie* etc. Halle, 1887, 228—231. old.

¹⁷ Lásd pl. *W. O. Roberts*: Unsolved Problems of the Sun's Atmosphere. *American Scientist* 40. No. 3. (1952) 438. old.

¹⁸ Kutatóintézeteink között ma egyetlen csillagvizsgálónk van a M. Tudományos Akadémia (Szabadsághegyi) Csillagvizsgáló Intézete. Ez jogilag és ténylegesen is a *Konkoly* által alapított ógyallai intézet utóda. Így igen furcsa, hogy az intézet címéből *Konkoly* nevét 1951-ben hivatalosan törölték. *Konkoly* egyik kiváló, de tudományos szempontból nálánál semmivel sem jelentősebb kortársának a neve ma is az egyik szovjet csillagászati intézet címében szerepel. Ez az orosz csillagász nagyjából hasonló kapcsolatban állt a róla elnevezett orosz ill. szovjet intézettel, mint *Konkoly* a mienkkel. A szabadsághegyi intézet különben még közvetve is sokat köszönhet *Konkoly*nak, mivel a múlt század második felében keletkezett magyar csillagvizsgálók létrejövetele (így az említetteken kívül a kiskartali is) voltaképpen mind az ő nevével kapcsolatos. *Konkoly* inspirációjára, példájára, erkölcsi támogatásával és szakmai tanácsainak segítségével létesültek mindezen intézmények, amelyek felszerelési tárgyainak (könyvtáraiknak és távcsöveiknek) jelentős része idővel a szabadsághegyi intézethez került.

¹⁹ Lásd például az ógyallai csillagvizsgáló 1879 és 1903 között „Beobachtungen“ stb... címen megjelent kiadványait.

végtelenül sajnálatos, hogy a két világháborút közvetlen követő évek folyamán felelőtlen, elhamarkodott intézkedések, vagy megfelelő intézkedések elmaradása miatt ezen megfigyelési anyag tekintélyes része elkallódott. Ugyanez áll *Fényi* eredeti protuberancia észleléseinek egy részére is. A napfolt észlelések egy részletét képező észlelési rajzok zömét sikerült (nagy nehézségekkel) összegyűjtenem.²⁰ Ezek, most rendezésük után, bekötve 45 vastag kéziratot könyvet alkotnak.

Mintegy három évtizedes szünet után, néhány évvel ezelőtt sikerült hazánkban a napfizikai kutatásokat is újból megindítani. Főleg olyan vizsgálatokat folytatunk, amelyekkel kapcsolatban értékesíteni lehet a protuberanciákra és napfoltokra vonatkozó magyarországi régi, hosszú észlelési sorozatokat is.

M. TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
CSILLAGVIZSGÁLÓ INTÉZETÉNEK
NAPFIZIKAI OSZTÁLYA

1954. október 30.

Dezső Loránt

²⁰ A kalocsai észlelési rajzok mintegy egyharmadának a megtalálását 1953-ban *Balogh Jánosnak*, a kalocsai Városi Tanács Oktatási Osztálya vezetőjének köszönhetjük.

Ára: 10,— Ft.

Előfizetés kötetenként 42,—Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

	Oldal
<i>Román Pál</i> : A vákuum-polarizáció néhány hatásának fenomenologikus tárgyalása . . .	115
<i>Gergely György</i> : Sávészlelési problémák relaxációs jelenségek vizsgálatánál . . .	125
<i>Medveczky László és Bujdosó Ernő</i> : Sötétlátóterű mikroszkóp-megvilágítás gyors neutronok fotoemulziós energiaméréshez . . .	129
<i>Varsányi Ferenc és Bardócz Árpád</i> : Lemeztartó mozgatószerkezet spektrográfhoz . . .	137
<i>Marx György és Szamosi Géza</i> : Nukleon mozgása skaláris mezontérben . . .	141
<i>Náray Zsolt</i> : Analógia-számológép lineáris egyenletrendszerek megoldására . . .	157
<i>Jánossy Lajos és Náray Zsolt</i> : Dekadikus fénycsökkentő berendezés . . .	171

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

<i>P. E. Hodgson</i> : Elemi részecskék . . .	181
---	-----

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

<i>H. A. Lorentz</i> : A fénysebességnél kisebb, tetszőleges sebességgel mozgó rendszerben fellépő elektromágneses jelenségek . . .	191
---	-----

KÖNYVISMERTETÉS

<i>V. Veksler, L. Grosev és B. Iszajev</i> : Sugárzások vizsgálata ionizációs módszerekkel (<i>Fenyves Ervin</i>) . . .	211
<i>Roland Eötvös</i> : Gesammelte Arbeiten (<i>Renner János</i>) . . .	212
<i>G. I. Szkanavi</i> : A dielektrikumok fizikája (Gyenge terek tartománya) (<i>Nagy Elemér</i>) . . .	214
<i>Faragó—Pócza</i> : Elektronfizika (<i>Guba Ferenc</i>) . . .	216
<i>J. C. Slater</i> : Mikrohullámú elektronika (<i>Tari László</i>) . . .	217
<i>E. V. Spolszkij</i> : Atomfizika I. (<i>Keszthelyi Lajos</i>) . . .	218
<i>A. Ahijezer—I. Pomerancsuk</i> : Fejezetek az elméleti magfizika köréből (<i>Mráz József</i>) . . .	220

LEVÉL A SZERKESZTŐHÖZ

<i>Dezső Loránt</i> : Néhány adat a csillagászat hazai történetéből . . .	223
---	-----

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel: az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki felelős: Tóth Ferenc

A kézirat beérkezett: 1955. II. 2. — Terjedelem: 10 (A/5) iv, 20 ábra

Szegedi Nyomda Vállalat 55-540

Felelős vezető: Vincze György

307.226

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

FARAGÓ PÉTER, GÁSPÁR REZSŐ, NAGY ELEMÉR,
SIMONYI KÁROLY ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI:
JÁNOSSY LAJOS

III. KÖTET

3. FÜZET



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1955

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg és az Akadémia III. Osztályának előadóülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII. Konkoly Thege-út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztési levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémia Kiadó, Budapest, V. Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 04-878-111-48), külföldi megrendelések a „Kultúra“ Könyv- és Hírlap Kúlföldi Kereskedelmi Vállalat, Budapest, VI. Sztálin út 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 45-790-057-50-032) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsek ki és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegek közti formulákban ferde törtvonalat, pl. $1/2$, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írják **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

EGYETEMES BEÁLLÍTHATÓSÁGÚ SZAGGATOTT ÍVGERJESZTŐ SPEKTROSKÓPIAI CÉLOKRA ELEKTRONIKUS VEZÉRLÉSEL*

BARDÓCZ ÁRPÁD

Magyar Tudományos Akadémia Központi Fizikai Kutató Intézete, Spektroszkópiai Osztály

A dolgozat spektroszkópiai célokat szolgáló egyetemes beállíthatóságú, elektronikus vezérlésű, szaggatott ívgerjesztő berendezést ismertet. A szaggatott ívgerjesztő készülék az iváramkörből, gyűjtőáramkörből és impulzusgenerátor áramkörből áll. Az iváramkör a szokásos felépítésű, így nem tartalmaz elektronikus elemeket. Az iv begyűjtéséhez szükséges nagyfrekvenciás áramokat elektronikus vezérlésű áramkör szolgáltatja. A gyűjtőáramkör vezérlése kettősszikrakózzal egyesített thyatroncső kapcsolással történik. A gyűjtőáramkört működtető thyatroncsövet impulzusgenerátorral vezéreljük. Az impulzusgenerátor az említett thyatroncső rácsára a kívánt ütemben feszültségimpulzusokat adagol. Az impulzusgenerátor felépítése olyan, hogy egyirányú és váltakozó irányú ívek előállítását teszi lehetővé. A vezérlés megfelelő beállításával tetszőleges periódussal megismétlődő, tetszőleges időtartamú ívsorozatok állíthatók elő.

Bevezetés

Korábbi dolgozatokban bemutattuk, hogy spektroszkópiai célokat szolgáló szaggatott ívgerjesztők elektronikus vezérlésével, a mechanikus vezérléssel szemben, különleges beállíthatóságok biztosíthatók. A korábban leírt szaggatott ívgerjesztők egyik részének beállíthatósága olyan volt, hogy azokkal egyirányú egyes ívek voltak kelthetők, az egyes ívek között tetszőleges szünetekkel [1, 2]. Másik részüknél váltóáramú ív is beállítható pozitív és negatív ívből álló ívpárok között tetszőleges szünettel [3, 4, 5].

Az eddigi gyakorlat a szaggatott ívkeltésnek ezt a fajtáját nem ismerte, mert az eddig alkalmazott mechanikus rendszerek nem tették lehetővé ilyen finom beállítások megvalósítását. Finom beállítás alatt egy-egy különálló ív vagy ívpár tetszőleges, szabályos időközökben történő keltésének lehetőségét értjük. Ennek folytán a mechanikus vezérlésű szaggatott ívgerjesztőknél egyes ívekből összetett ívcsoportok közé iktatták be a kívánt szüneteket. A legkorszerűbb ilyen készülékek egyikét Bückert írta le [6]. Annak eldöntésére, hogy esetenként vajon az egyes ívekkel, vagy pedig az ívcsoportokkal kapott elemzési eredmények a jobbak, építettük meg az itt ismertetett elektronikus vezérlésű szaggatott ívgerjesztőt. Ez a gerjesztő a fentebb ismertetett egyirányú egyes ívek és váltóáramú kettős ívek beállításán kívül, lehetővé teszi tetszőleges ívcsoportok és közöttük tetszőleges szünetek beállítását is.

* Érkezett 1954. VI. 2-án.



Az ívcsoportokkal való ívelés sok esetben nagyobb érzékenységet eredményezhet. Ezenkívül, mivel a szaggatott ívvel való elemzésekkel kapcsolatos munkaelőírások az ívcsoportokkal való gerjesztésre vonatkoznak, ebből a szempontból is indokolt volt a kérdéssel foglalkozni.

Az elektronikus vezérlésű szaggatott ívgerjesztő felépítése

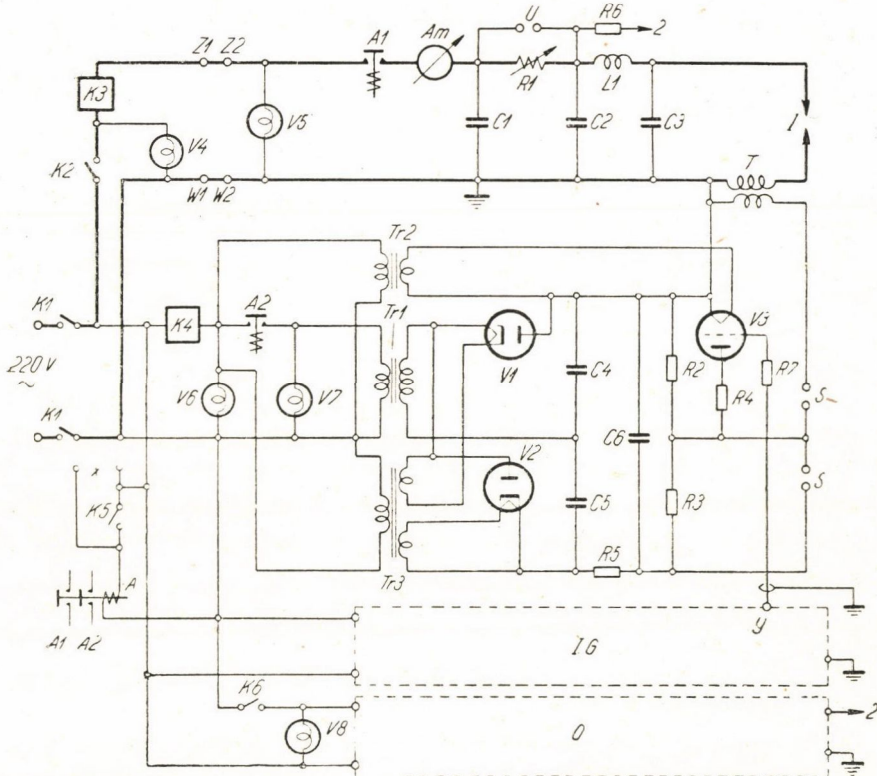
Az elektronikus vezérlésű szaggatott ívgerjesztő felépítésében három részből, nevezetesen az íváramkörből, gyújtóáramkörből és impulzusgenerátor áramkörből áll. Az ív- és gyújtóáramkört az 1. ábra, az impulzusgenerátor áramkört a 2. ábra mutatja be. Az 1. ábra felső részén vastagon kihúzva feltüntetett íváramkör a [3, 4]-ben leírt áramkörhöz, az 1. ábra alsó részén levő gyújtóáramkör az [5, 7, 8]-ban leírt gyújtóáramkörhöz hasonló. Ezért ezek leírását e helyen mellőzzük.

Amint ismeretes, az 1. ábra I ívközében csak akkor lesz áramfolyás, ha az ívközt a T Tesla transzformátor által szolgáltatott nagyfrekvenciás áramokkal begyűjtjük. Ehhez a $C6$ kondenzátort $C6-S-T$ áramkörön át a $V3$ thyatroncső működtetésével ki kell sütni. A $V3$ thyatroncsövet az IG jelű impulzusgenerátorból jövő feszültségjellel vezéreljük. [1—5, 7, 8]. Az impulzusgenerátornak az a feladata, hogy a $V3$ cső vezérléséhez szükséges feszültségjeleket a kívánt ütemben előállítsa.

A 3. ábra a 2. ábra szerinti impulzusgenerátor tömbvázlata. A kapcsolás egyes pontjaiban megjelenő feszültségjelek alakjai a 4. ábrán láthatók. A 2. és 3. ábrák ugyanazzal a betűvel jelzett helyei azonosak, a 4. ábra betűjelölései ezekre a pontokra vonatkoznak.

Az impulzusgenerátor tömbvázlata (3. ábra) alapján a következőképpen működik.

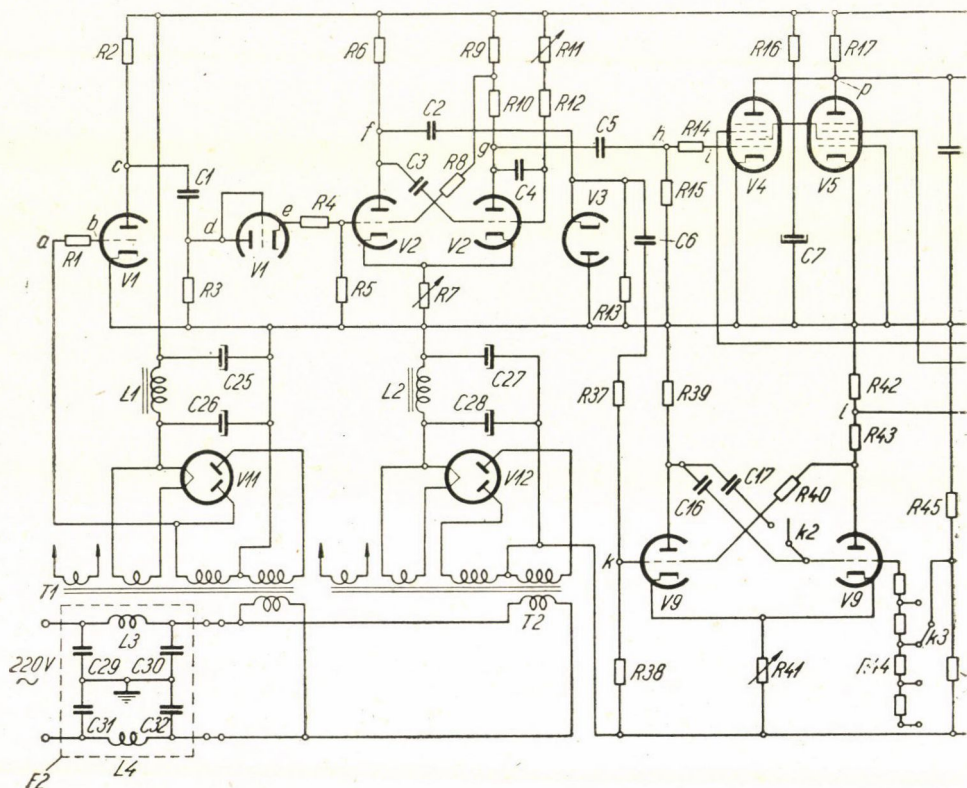
A mintegy 350 volt táplálófeszültségből rácsvágókör, torzítóerősítő és differenciálkör segítségével feszültségimpulzusokat állítunk elő. Ezekkel az impulzusokkal egyenirányítás után egy egystabil állapotú multivibrátort ($V2$) vezérelünk. A $V2$ multivibrátor fázistolóhidat helyettesít és fázistolás céljait szolgálja. A multivibrátorból kijövő két jel közül az egyiket differenciáló és rácsvágókörön való átvezetés után keverőfokozatba ($V4, V5$) vezetjük. A másik jel differenciálókörön, egystabil állapotú multivibrátoron ($V9$) és második differenciálókörön áthaladva, további egystabil állapotú multivibrátorba ($V10$) megy. A $V10$ multivibrátorral vezérelt $V4, V5$ keverőfokozat segítségével a kapcsolás hátralevő részét be- illetve kikapcsoljuk. Ha a $V4, V5$ keverőfokozat a jelek részére nyitott, a jelek további multivibrátorba ($V6$) jutnak. A $V6$ multivibrátor visszabillenési ideje 0,01 mp-re van beállítva. A $V6$ multivibrátorból jövő két jel közül, átkapcsoló segítségével vagy az egyiket, vagy a másikat, vagy mindkettőt továbbíthatjuk. Az átkapcsoló után a jelek differenciáló körön és egyenirányítón haladnak át. A $V7$ egyenirányító cső



1. ábra

Elektronikus vezérlésű szaggatott ívgerjesztő iv- és gyújtóáramköre

- A = mágneskapcsoló, A1 és A2 annak kapcsoló érintkezői
 Am = árammérő, 15 amper
 C1-3 = kondenzátor, 0,1 mikrofara, 1000 3000 volt
 C4, 5 = kondenzátor, 0,1 mikrofara, 6000 volt
 C6 = kondenzátor, 0,003 mikrofara, 12 000 volt
 I = ívköz
 IG = impulzusgenerátor
 K1, 2 = kapcsoló, 15 amper
 K3, 4 = automata, 10 amper
 K5, 6 = kapcsoló
 L1 = fojtótékercs, 0,35 millihenry, 10 amper
 O = oszcilloszkóp
 R1 = ohmos ellenállás, legfeljebb 102 ohm, legfeljebb 10 amper
 R2, 3 = rétegellenállás, $5 \times 3,3$ megohm, 3 watt, olajban
 R4 = rétegellenállás, $8 \times 1,2$ kilohm, 3 watt olajban
 R5 = rétegellenállás, 25×30 kilohm, 3 watt olajban
 R6 = rétegellenállás, $2 \times 0,2$ megohm, 0,5 watt
 R7 = rétegellenállás, 50 kilohm, 1 watt
 S = kettős vezérlő szikraköz
 T = Tesla transzformátor, primer tekercs \varnothing 110 mm, menetszám 10, huzalátmérő 2 mm, szekunder tekercs, átmérője 80 mm, menetszám 290, huzalátmérő 1 mm.
 Tr1 = transzformátor, 220/4000 volt, 200 VA
 Tr2 = fűtőtranszformátor, 220/2,5 volt, legf. 5 amp.
 Tr3 = fűtőtranszformátor, $220/2 \times 6,3$ volt, legf. 2 amp. 12 000 voltra szigetelve.
 U = áthidalás
 V1, 2 = nagyfeszültségű egyenirányító dióda, V22/7000
 V3 = thyatroncső, 6000 volt, 0,25 amp., GRG 250/3000
 V4-8 = jelzőlámpák
 W1, 2-Z1, 2 = egyenáramú csatlakozás
 x = távvezérlőkábel csatlakozása
 y = az impulzusgenerátor kimenő jele



2.
Az impulzusgenerátor villamos

a, b, \dots, x = helyjelölések

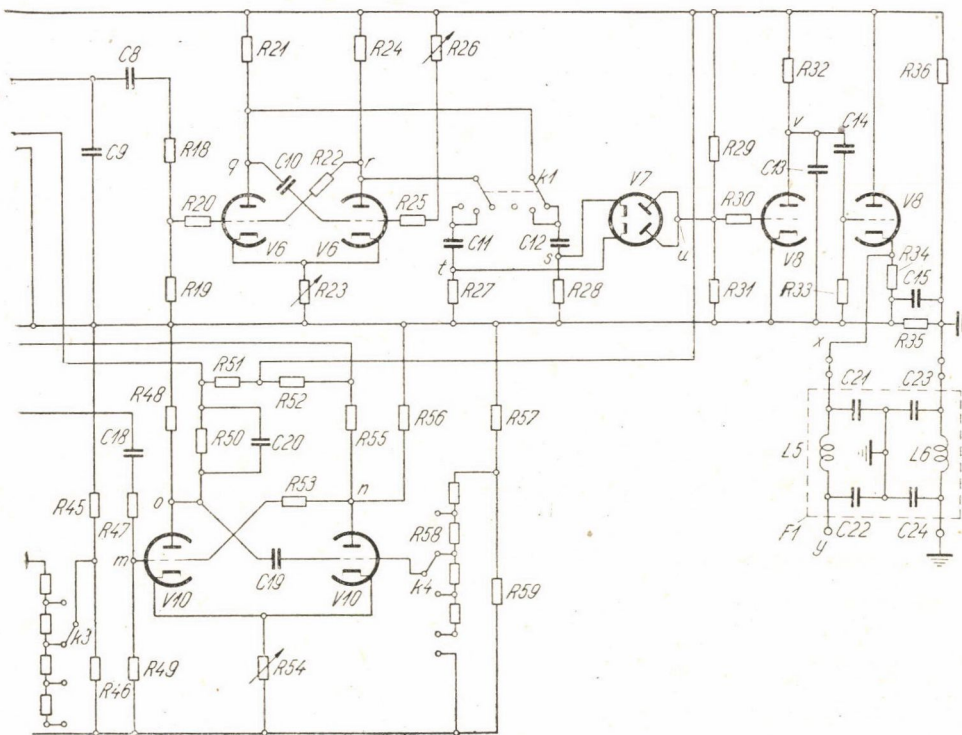
- $C1, 2$ = kondenzátor, 680 pikofarad
- $C3$ = kondenzátor, 0,05 mikrofara
- $C4$ = kondenzátor, 100 pikofarad
- $C5, 6$ = kondenzátor, 680 pikofarad
- $C7$ = elektrolitikus kondenzátor, 8 mikrofara, 350/385 volt
- $C8$ = kondenzátor, 680 pikofarad
- $C9$ = kondenzátor, 2200 pikofarad
- $C10$ = kondenzátor, 0,05 mikrofara
- $C11, 12$ = kondenzátor, 1000 pikofarad
- $C13$ = kondenzátor, 1000 pikofarad
- $C14$ = kondenzátor, 5000 pikofarad
- $C15$ = kondenzátor, 0,1 mikrofara
- $C16$ = kondenzátor, 0,05 mikrofara
- $C17$ = kondenzátor, 0,2 mikrofara
- $C18$ = kondenzátor, 500 pikofarad
- $C19$ = kondenzátor, 0,05 mikrofara
- $C20$ = kondenzátor, 2500 pikofarad
- $C25-28$ = elektrolitikus kondenzátor, 16 mikrofara, 500/550 Volt,
- $F1, 2$ = szűrőtag
- $C21-24,$
- $29-32$ = kondenzátor, 250 pikofarad

$L3, 4, 5, 6$ = önindukció, 6,4 mikrohenry

$k1-k4$ = kapcsolók

$L1, 2$ = önindukció, 6 Henry

- $R1$ = rétegellenállás, 1 megohm, 0,5 watt
- $R2$ = rétegellenállás, 60 kilohm, 2 watt
- $R3$ = rétegellenállás, 0,2 megohm, 0,5 watt
- $R4$ = rétegellenállás, 0,2 megohm, 0,5 watt
- $R5$ = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,5 watt
- $R6$ = rétegellenállás, 60 kilohm, 2 watt
- $R7$ = állítható huzalellenállás, 15 kilohm, 1 watt
- $R8$ = rétegellenállás, 1,5 megohm, 0,5 watt
- $R9, 10$ = rétegellenállás, 30 kilohm, 1 watt
- $R11$ = lineáris potenciométer, 0,5 megohm, 1,5 watt
- $R12$ = rétegellenállás, 55 kilohm, 0,5 watt
- $R13$ = rétegellenállás, 2 megohm, 0,5 watt
- $R14, 15$ = rétegellenállás, 0,2 megohm, 0,5 watt
- $R16$ = rétegellenállás, 20 kilohm, 3 watt
- $R17$ = rétegellenállás, 0,3 megohm, 2 watt
- $R18$ = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,5 watt
- $R19$ = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,5 watt
- $R20$ = rétegellenállás, 0,2 megohm, 0,5 watt
- $R21$ = rétegellenállás, 60 kilohm, 3 watt



ábra.
kapcsolási vázlat

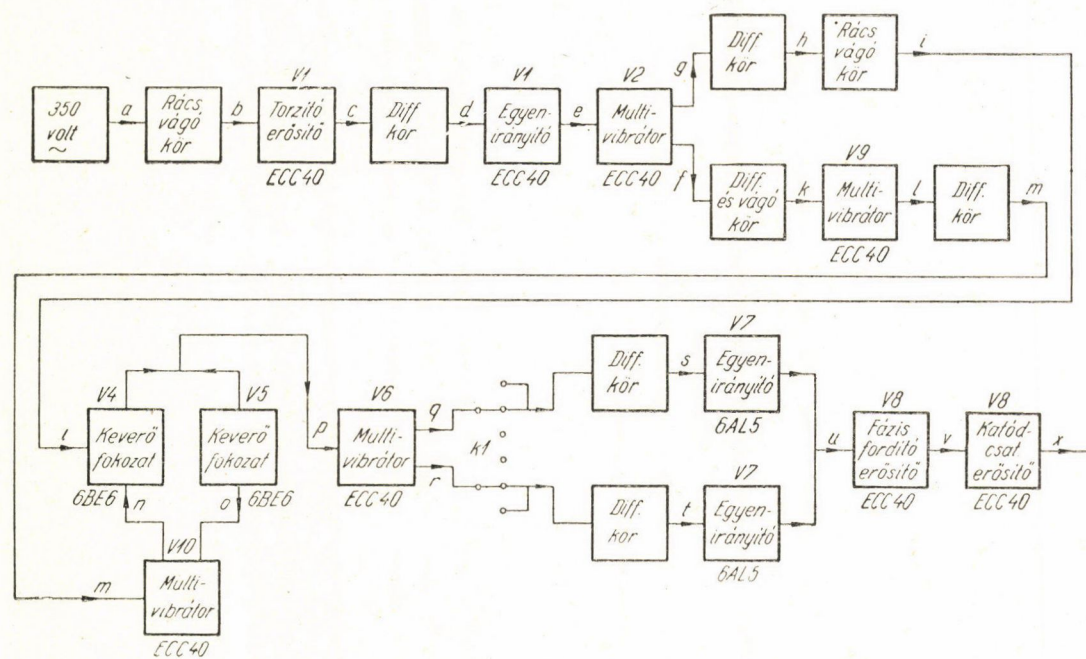
- R 22 = rétegellenállás, 1,5 megohm, 3 watt
 R 23 = állítható huzalellenállás, 15 kilohm, 1 watt
 R 24 = rétegellenállás, 60 kilohm, 3 watt
 R 25 = rétegellenállás, 0,4 megohm, 0,5 watt
 R 26 = lineáris potenciométer, 0,5 megohm, 1,5 watt
 R 27 = rétegellenállás, 0,1 megohm, 0,5 watt
 R 28 = rétegellenállás, 0,1 megohm, 0,5 watt
 R 29 = rétegellenállás, 0,2 megohm, 0,5 watt
 R 30 = rétegellenállás, 0,3 megohm, 0,5 watt
 R 31 = rétegellenállás, 0,2 megohm, 0,5 watt
 R 32 = rétegellenállás, 60 kilohm, 2 watt
 R 33 = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,5 watt
 R 34 = rétegellenállás, 10 kilohm, 1 watt
 R 35 = rétegellenállás, 25 kilohm, 2 watt
 R 36 = rétegellenállás, 40 kilohm, 2 watt
 R 37 = rétegellenállás, 0,2 megohm, 0,5 watt
 R 38 = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,5 watt
 R 39 = rétegellenállás, 60 kilohm, 2 watt
 R 40 = rétegellenállás, 1,5 megohm, 0,5 watt
 R 41 = állítható huzalellenállás, 15 kilohm, 1 watt
 R 42, 43 = rétegellenállás, 30 kilohm, 1 watt
 R 44 = rétegellenállás, I táblázat sz. 0,25 watt

- R 45 = rétegellenállás, 45 kilohm, 2 watt
 R 46 = rétegellenállás, 7,5 kilohm, 0,5 watt
 R 47 = rétegellenállás, 1,5 megohm, 0,5 watt
 R 48 = rétegellenállás, 60 kilohm, 2 watt
 R 49 = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,5 watt
 R 50 = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,5 watt
 R 51, 52 = rétegellenállás, 2 megohm, 0,5 watt
 R 53 = rétegellenállás, 1,5 megohm, 0,5 watt
 R 54 = állítható huzalellenállás, 15 kilohm, 1 watt
 R 55 = rétegellenállás, 0,5 megohm, 0,5 watt
 R 56 = rétegellenállás, 60 kilohm, 3 watt
 R 57 = rétegellenállás, 45 kilohm, 2 watt
 R 58 = rétegellenállás, I. tábl. sz. 0,5 watt
 R 59 = rétegellenállás, 7,5 kilohm, 0,5 watt
 T 1, 2 = transzformátor, 220/2 × 300; 6:3; 4 volt
 V 1, 2 = kettős trióda, ECC40
 V 3 = kettős dióda, 6AL5
 V 4, 5 = pentagrid, 6BE6
 V 6 = kettős trióda ECC40
 V 7 = kettős dióda 6AL5
 V 8–10 = kettős trióda ECC40
 V 11, 12 = kétutas egyenirányító, AZ21
 y = az impulzusgenerátor kimenete

után egymást 0,01 mp-el követő jelsorozat jelenik meg. Ezek a jelek fázisfordító erősítőn és katódcsatolású erősítőn áthaladva jutnak az 1. ábra $V3$ jelű thyatroncsövének rácsához. A $V9$ és $V10$ multivibrátorok, továbbá a $V4$ és $V5$ keverőfokozat lehetővé teszik tetszőlegesen megválasztható periódusokban megismétlődő, tetszőleges hosszúra választható jelsorozatok előállítását.

Az impulzusgenerátor részletes működése az alábbi. Az első fokozat ($V1$ első fele) torzító erősítő (2. ábra), mely a rácsára juttatott 350 volt sinus-alakú feszültségből négyszögjelet csinál. Ez oly módon történik, hogy az $R1$ rácsköri védőellenállás a pozitív félperiódust a rácsáram miatt levágja, a negatív félperiódusban a cső anódköre zár le. A kialakuló hullámforma négyszögjel lesz, melyet a $C1, R3$ tagok differenciálnak. A $V1$ cső másik fele a differenciált jeleket egyenirányítja és a negatív jeleket nem engedi át. A 2. ill. 3. ábrák a, b, c, d , és e pontjaiban kialakuló jeleket a 4. ábra mutatja be. A $V1$ csövön átjutó pozitív feszültséggel megindítja a $V2$ egystabil állapotú multivibrátort, mely minden pozitív feszültséggel behatására négyszögjelet állít elő. Ennek eleje szinkron az indító feszültséggel, vége pedig a $C3, R11, R12$ elemek által folyamatosan változtatható időkézésű. Az első cső anódján a négyszög hullám eleje negatív, a késleltetett és szabályozható vége pozitív feszültségugrásnak felel meg. A második cső anódján ennek fordítottja az érvényes. Utóbbi négyszög hullámot $C5, R15$ tagokkal differenciálva és $R14$ -el és a $V4$ cső első rácsával, mint diódával vágva, a hálózati feszültséghez viszonyítva tetszőlegesen beállítható fáziskésésű negatív impulzusokat kapunk. A $V2$ multivibrátor tulajdonképpen fázistoló hidat helyettesít, amelynek segítségével a 2. ábra i pontjába érkező impulzusoknak a hálózati feszültséghez viszonyított fázishelyzete mintegy 90—270 villamos fok között változtatható. Erre a fázisbeállításra, amint azt később látni fogjuk, azért van szükség, hogy az iv nagyfrekvenciás gyűjtása megkívánt fázishelyzetben történjék. Az így előállított negatív impulzusok a $V4$ és $V5$ csövekből álló keverőfokozatba jutnak.

Mivel az impulzusgenerátor a hálózattal szinkron dolgozik, a keverőfokozat i pontjába érkező jelek egymást 0,02 mp időkéssel követik. A keverőfokozat segítségével ezekből az egymást 0,02 mp időkéssel követő jelekből tetszés szerinti számot ki tudunk kapcsolni és tetszőleges számot továbbíthatunk. Ily módon egymást tetszőleges szünettel követő tetszőleges hosszú impulzussorozatok állíthatók elő. Az i pontba érkező feszültségjelek vezérlik az ellenütemű keverőfokozat ($V4, V5$) első csövének ($V4$) első rácsát. A második cső ($V5$) első rácsa egyáltalában nem kap vezérlést. Az első cső a feszültségjeleket felerősíti és fázisban megfordítja, ha éppen erősít (és a másik le van zárva). Ha az első cső van lezárva, de a második ($V5$) működik, a csövek közös $R17$ anóellenállásán nem jelenik meg jel. Ily módon a $V4$ csőhöz i pontban érkező jelek továbbíthatók, illetve kikapcsolhatók. Ezt a kapcsolási folyamatot a $V10$ multivibrátor segítségével lehet végrehajtani. A



3. ábra
Az impulzusgenerátor tömbvázlata

$V4$, $V5$ keverőcsövek vezérlésének módját a $V10$ fokozat leírásánál fogjuk ismertetni.

A $4p$. ábra a 2. ábra p pontját elhagyó feszültségjeleket tünteti fel arra az esetre, ha a keverőfokozat által továbbított jelsorozat tagjainak száma három, a közöttük levő szünet pedig két jel kihagyásának felel meg. A jelsorozatok megismétlődésének időtávolságát a 4. ábrában T -vel jelöltük és a továbbiakban a jelsorozat periódusának fogjuk nevezni. Ha a vezérlő jelsorozat időtartama a 4. ábra jelölésével t , a jelek közötti szünet $T-t$.

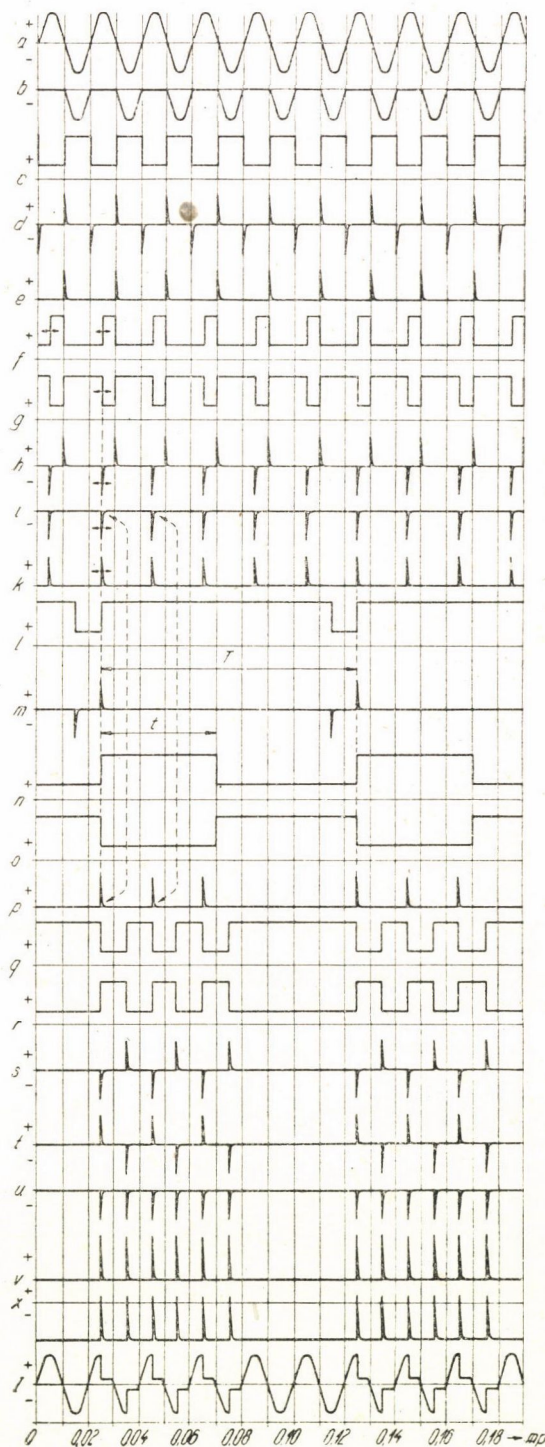
A keverőfokozat p pontjából jövő jeleket a $V6$ csövekből álló egystabil állapotú multivibrátorhoz vezetjük. Ennek visszabillenési ideje 0,01 mp-re van beállítva. A multivibrátor csöveinek anódjain, a q és r pontokban keletkező feszültségjeleket a $4q$ és $4r$ ábrák mutatják. Ezeknek a jeleknek a $C11$, $R27$ illetve $C12$, $R28$ tagokkal differenciált alakjai a $4s$ és $4t$ ábrákon láthatók. Az ily módon differenciált jeleket $V7$ csővel egyenirányítjuk, mely esetben a cső $R31$ munkaellenállásán a két negatív jel összege, vagyis egymást 0,01 mp időkésséssel követő jelsorozat jelenik meg. Ezek az impulzusok közül a $k1$ kapcsoló segítségével az egyik vagy másik kiiktatható, mely esetben az ismétlődések időtávolsága 0,02 mp lesz. A $k1$ kapcsoló működtetésével elérhető, hogy a jelsorozat tartama alatt az 50 periódusú hálózat minden félperiódusa, csak minden pozitív, vagy csak minden negatív félperiódusa alatt legyen ívünk. A $4u$. ábra a $k1$ kapcsoló közepső állásának megfelelően adja a jeleket.

A $V7$ csövet elhagyó jeleket fázisfordító erősítőhöz vezetjük ($V8$ első fele). Ennek a csőfokozatnak a rácsa az ideérkező jelek vágását (egységesítését) is végzi oly módon, hogy az $R29$, $R31$ osztólánc az u pont feszültségét pozitívrá állítja be és ezért az $R30$ ellenálláson rácsáram folyik akkor, ha a cső nem kap negatív jelvezérlést. Ezáltal a jelszünetekben keletkező jelhibák levágódnak. A keletkező impulzusok a $V8$ cső túlvezérlése folytán csak az $R32$ ellenállástól függően egyenlő nagyságúakká válnak. A cső anódján, a v pontban jelentkező jelek alakja a $4v$ ábrán látható.

A $V8$ jelű cső második fele katódcsatolású erősítő. A cső katódjáról kimenő jelek szolgálnak az 1. ábra $V3$ jelű thyatroncső rácsának a vezérlésére. A $4x$. ábra ennek a csőnek a katódján mutatja be a feszültségjeleket földpotenciálra vonatkoztatva. Az összes többi jelek katódpotenciálra vannak vonatkoztatva. Az x pontból elmenő jel az $F1$ szűrőtagon áthaladva, annak y pontjával csatlakozik az 1. ábra ugyanilyen jelölésű pontjához. Itt említjük meg, hogy az 1. ábra $V3$ jelű thyatroncsőve negatív rácselőfeszültségét az impulzusgenerátorból kapja, az $R35$, $R36$ ellenállásokkal való leosztás útján.

Végezetül rátérünk a $V4$ és $V5$ csövekből álló ellenütemű keverőfokozat vezérlésének tárgyalására.

A $V2$ cső első feléről az f pontról levehető jeleket felhasználjuk arra, hogy velük a $V9$ csőből képzett egystabil állapotú multivibrátort indítsuk. Evégből a $V2$ cső első anódján megjelenő és a $4f$ ábrán látható jeleket a



4. ábra

A feszültségjelek alakja a 2. és 3. ábrák azonos jelzésű pontjaiban. Az I görbe az 1. ábra I ívközén a feszültség lefolyását adja

$C2$, $R13$ elemekkel differenciáljuk és a $V3$ diódával a negatív jelrészt vágjuk. Ekkor a $V9$ cső első felének rácsa előtt a k pontban a $4k$ ábra szerinti jeleket kapjuk. A $V9$ multivibrátor visszabillenési ideje $C16$, $C17$, $R44$ kapcsolási elemekkel beállítható. A beállítás $0,04$ mp és mintegy 5 mp között több fokozatban a $k2$ és $k3$ kapcsolókkal történik. Ez a fokozat adja meg a készülék működésének periodicitását, így ezzel a fokozattal állítjuk be $4.$ ábrán T -vel jelzett jelsorozatperiódus időt. Ha a fokozat visszabillent, a következő pozitív jel (szinkronizáló jel) újra indítja és új periódus kezdődik. Az impulzusgenerátor felépítéséből következik természetesen, hogy a $V2$ csőtől a k ponthoz folyamatosan jönnek az indítójelek, de ezek mindaddig, amíg a $V9$ multivibrátor visszabillenése nem történt meg, hatástalanok. A fokozat második anódján az l pontban az indítójellel szinkron pozitív, a visszabillenéskor negatív feszültségugrás jelentkezik.

A feszültségviszonyokat a $2.$ ábra l pontjában a $4l.$ ábra adja. Ezeket a feszültségjeleket $C18$, $R47$, $R49$ elemekkel differenciálva, velük a $V10$ egy-stabil állapotú multivibrátort vezérelhetjük, mely pozitív indítójel hatására átbillen és $C19$, $R58$ elemekkel beállítható idő múlva visszabillen. Az m pontba érkező differenciált jeleket a $4m$, a $V10$ multivibrátor n pontjában jelentkező jelet a $4n$, az o pontban jelentkező jelet pedig a $4o.$ ábra mutatja be. Az $R58$ ellenállás értékének változtatása $k4$ kapcsoló segítségével történik. A $V10$ multivibrátor visszabillenési ideje $0,02$ és 1 mp között változtatható. Nyugalmi helyzetében a fokozat az $R50$, $R55$ csatolóelemek segítségével lezárja a keverőfokozat első csövét ($V4$) és a $C20$, $R50$, $R51$ elemeken át nyitja az ellenütemű csövet ($V5$). Amint korábban már volt róla szó, ilyen állapotában a keverőfokozat egyáltalában nem enged tovább jeleket. Ezzel szemben a $V10$ multivibrátor átbillent helyzetében a keverőfokozat, amint arról korábban már szintén volt szó, a jeleket erősíti és továbbítja. Az átbillenés időtartama ilyen formán a vezérlő jelsorozat hosszát, t -t határozza meg ($4.$ ábra t). Az impulzusgenerátor helyes működéséhez az kell, hogy T periódusidő nagyobb legyen, mint t , vagyis, hogy a $V9$ multivibrátor átbillenési ideje hosszabb legyen, mint $V10$ átbillenési ideje.

Tekintettel a hosszú működési időkre, a $V10$ fokozat egyenáramú csatlással csatlakozik $V4$ és $V5$ -höz. Ezért van szükség a $T1$, $V11$, $L1$, $C25$, $C26$ és $T2$, $V12$, $L2$, $C27$, $C28$ elemekből kiképzett anódtápfeszültségforrások kaskád-kiképzésére. Az $R50$, $R55$ ellenállások és $C20$ kapacitás a keverőfokozat ($V4$, $V5$) vezérléséhez szükséges négyszögalak pontos vágására szolgálnak. Ez a levágás úgy történik, hogy az $R51$, $R52$ ellenállásokon keresztül a $V4$ és $V5$ csövek harmadik rácasai pozitív feszültséget kapnak és ezáltal a $V10$ fokozat anódjeleinek exponenciális szakaszait levágják.

A $V4$, $V5$ fokozatnál mindig keletkező váltási hiba (az egyik oldal bekapcsolása késik) az $R17$ anódelLENÁLLÁSON megjelenő rövid zavaró jelc okozna. Ezt szűri ki a $C9$ kondenzátor.

A készülék működése

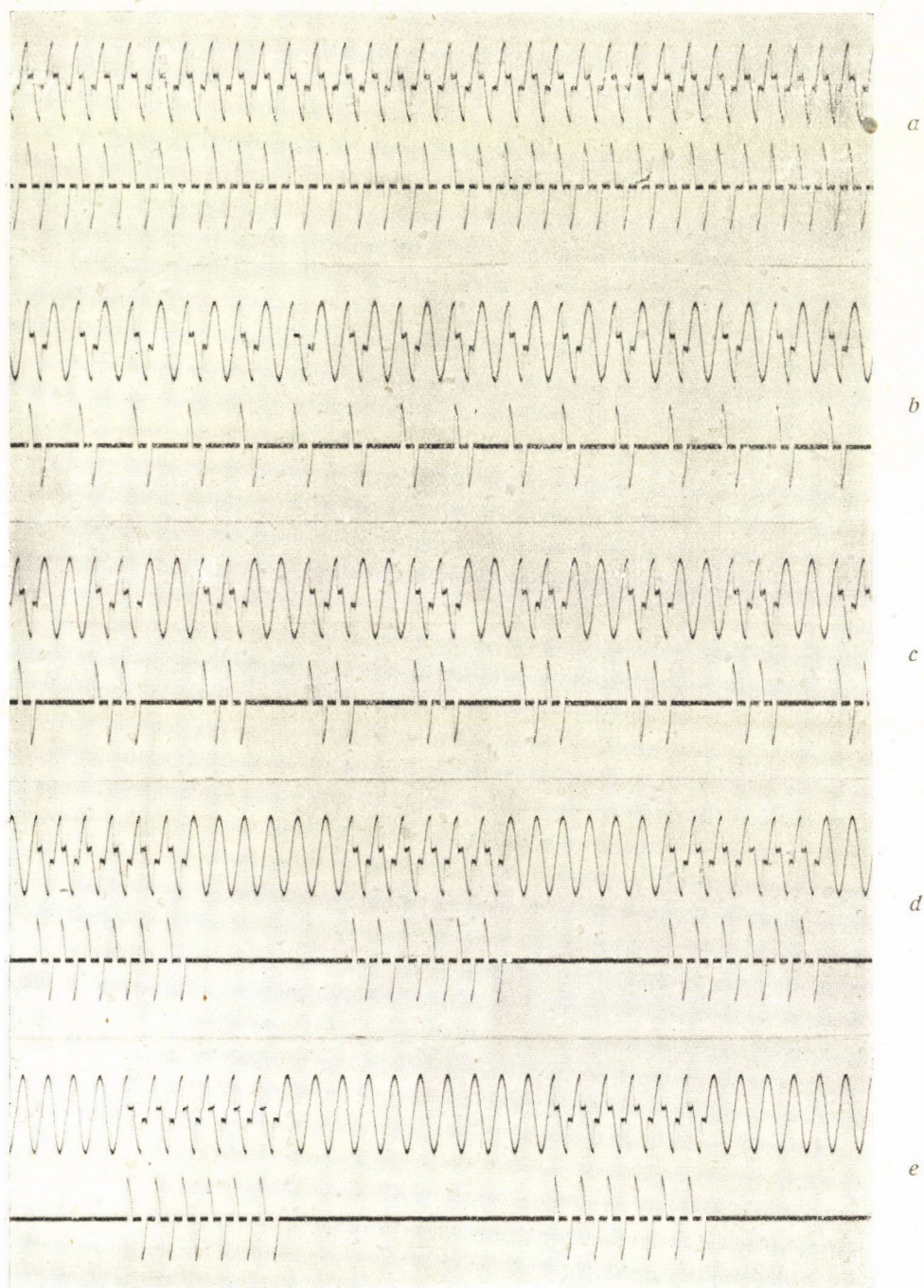
A készülék működésének áttekintése legcélszerűbben a 4I, 5, 6, 7 és 8 ábrák segítségével lehetséges. A görbék felvétele háromhurkos Siemens-görbeíróval történt. Az ábrák összes képeiben a felső görbék a feszültség lefolyását mutatják az 1. ábra I ívközén, az alsó görbék az áram lefolyását adják az iváramkörben. A legnagyobb feszültségérték 300 volt, a legnagyobb áramérték 5 amper.

A szaggatott ívgerjesztőnek a 4I, 5, 6, 7. és 8. ábráknak megfelelő üzemi viszonyokra való beállítása a 9. ábra táblázata alapján a 2. ábra $k1, k2, k3$ és $k4$ kapcsolóival történik. A $k2$ és $k3$ kapcsolók segítségével, amint arról korábban már szó volt, a T periódusidőt állítjuk be. A 2. ábra C17 kondenzátorának kikapcsolt állapota mellett a 9. ábra baloldali értékei állíthatók be. A C17 kondenzátor bekapcsolása esetén a T periódusidő, főként a hosszabb időknél, közelítően megötszöröződik, a C16 kondenzátor által beállított T időkhöz képest. A t vezérlőjelsorozat időt a 2. ábra $k4$ kapcsolójával lehet beállítani. A 9. ábra táblázatából megállapítható, hogy a V9 és V10 multivibrátorok működése nem egészen független egymástól, mert C17 kondenzátor bekapcsolása megváltoztatja a t jelsorozat időt is. Innen származik az eltérés a t jelsorozat időben a 9. ábra bal- és jobboldali részében. Például a 4I ábrában $T=5$ hálózati periódus ideje, $t=3$ hálózati periódus ideje. A 4I ábra vázlatosan a feszültségviszonyokat adja az 1. ábra I ívközén. A sinus alapgörbe a hálózati feszültséggörbe. Az ív begyújtásának pillanatában ez a feszültség az ívfeszültségre esik le. Amint korábban már szintén szó volt róla, a $k1$ kapcsoló segítségével csak pozitív, csak negatív, vagy mindkét polaritású ív beállítható.

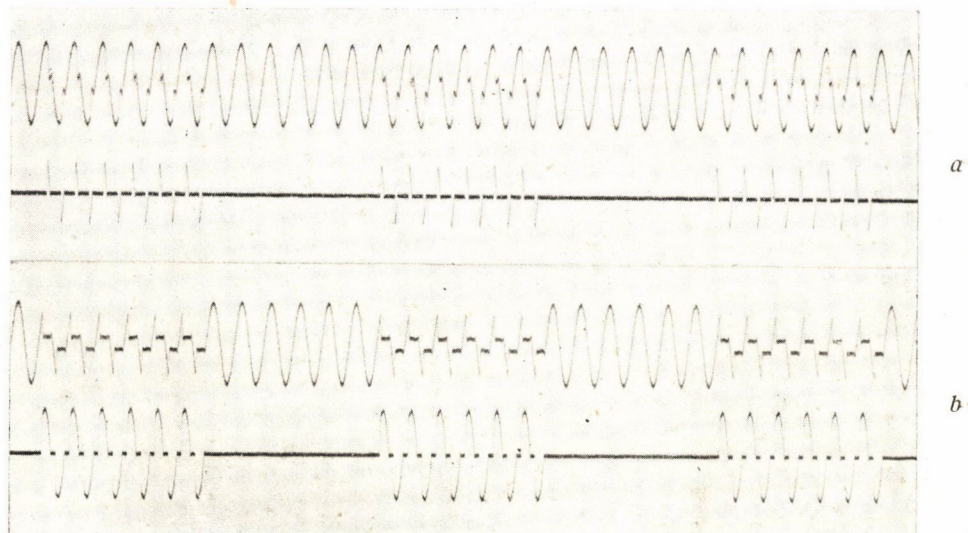
Az impulzusgenerátor elvileg akkor működik helyesen, ha a T periódusidő nagyobb mint a t jelsorozat-idő. Kivételt képez a $k4$ kapcsoló végtelen időre állított helyzete, amikor a V10 multivibrátor második csőrészének rácsa negatív ágra van kötve és így V4, V5 keverőfokozat a jeleket megszakítás nélkül továbbítja. Ebben az esetben a T periódusidő beállítása közömbös. Az 5a. ábra az impulzusgenerátor ilyen beállítása mellett adja a feszültség- és áramviszonyokat az 1. ábra I ívközén.

Az 5b. ábra $T=2$ periódusidő, $t=1$ jelsorozatidő, az 5c. ábra $T=4$, $t=2$, az 5d. ábra $T=12$, $t=6$, az 5e. ábra $T=16$ periódusidő, $t=6$ jelsorozatidő mellett vannak felvéve. T és t egysége egy hálózati periódus ideje.

Korábban már említettük, hogy a V2 multivibrátor fázisállítási céljait szolgálja. Ennek közelebbi értelme a 6. ábrán látható. A 6. ábra $T=12$ periódusidő, és $t=6$ jelsorozatidő mellett, tehát pontosan azonos viszonyok mellett van felvéve, mint az 5d. ábra. A különbség a két ábra között mégis az, hogy az 5d. ábra felvételénél az ív begyújtása a hálózati feszültség csúcsértékénél, a 6b. ábra felvételénél a hálózati feszültség csúcsértéke előtt, a



6a. ábra felvételénél pedig az után történik. Ily módon, meghatározott beállítás mellett, a hálózati feszültség egy félperiódusán belül rövidebbre vagy hosszabbra állítható be az ívelési idő.



6. ábra

A feszültség és áram lefolyása az 1. ábra I ívközén, ha a gyújtás különböző fázishelyzetben történik. Változó irányú ívek. Mindkét képen a felső görbék a feszültséggörbék, az alsó görbék az áramgörbék. A felső görbénél a sinus alapgörbe a váltóáramú hálózat feszültséggörbéje. Legnagyobb feszültségérték 300 volt, legnagyobb áramérték 5 amper. $T = 12$, $t = 6$.

A beállítás azonos mint 5d ábrában.

a kép: gyújtás minden félperiódusban a hálózati feszültség csúcsértéke után.

b kép: gyújtás minden félperiódusban a hálózati feszültség csúcsértéke előtt

Az 5. és 6. ábrák felvételénél a 2. ábra kI kapcsolója középpállásban volt, így a gyújtószikrák 0,01 mp időközökben követték egymást. Ilyen beállításnál a hálózati feszültség minden félperiódusa alatt lehet ívet előállítani. A 7a—g. ábrák olyan felvételeket mutatnak be, melyek felvételénél a 2. ábra

5. ábra

A szaggatott ívgerjesztő működése. A feszültség és áram lefolyása az 1. ábra I ívközén. Változó irányú ívek. Minden képen a felső görbék a feszültséggörbék, az alsó görbék az áramgörbék. A felső görbénél a sinus alapgörbe a váltóáramú hálózat feszültséggörbéje.

Legnagyobb feszültségérték 300 volt, legnagyobb áramérték 5 amper.

a kép: t (jelsorozat idő) $= \infty$

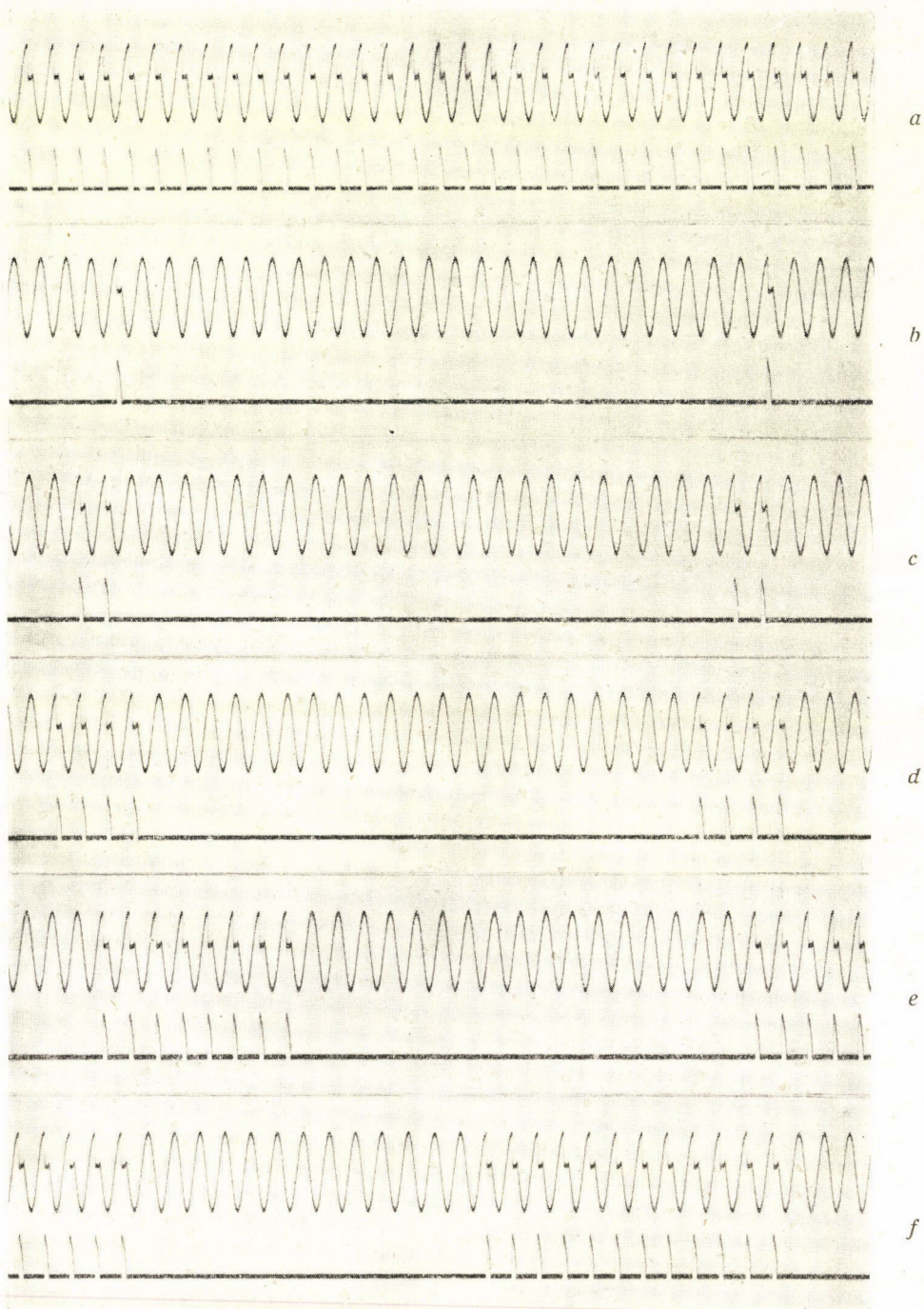
b " : T (periódus idő) $= 2$, $t = 1$

c " : $T = 4$, $t = 2$

d " : $T = 12$, $t = 6$

e " : $T = 16$, $t = 6$

Valamennyi idő hálózati periódus időegységben mérve.



$k1$ kapcsolója az ábrába berajzolt állásában volt, így $V6$ multivibrátorból jövő jelek közül csak az egyik ment tovább. Ennek eredményeképpen a gyújtások $0,02$ mp időkésséssel követték egymást. Ily módon a hálózati feszültség minden periódusában csak egy ívünk van. Attól függően, hogy a $k1$ kapcsoló bal- vagy jobboldali helyzetében van-e, pozitív vagy negatív félperiódusban lesz ívünk.

A $7a.$ ábra fenti beállítás és $t = \infty$, a $7b.$ ábra $T = 25$, $t = 1$, a $7c.$ ábra $T = 25$, $t = 2$, a $7d.$ ábra $T = 25$, $t = 4$, a $7e.$ ábra $T = 25$, $t = 8$, a $7f.$ ábra $T = 25$, és $t = 12$ mellett szemlélteti a készülék üzemviszonyait. A $7.$ ábrára vonatkozó üzemadatok ugyanazok mint $5.$ ábrában.

Az $5.$, $6.$ és $7.$ ábrákban aránylag rövid T periódusidők mellett mutattuk be a szaggatott ívgerjesztő üzemviszonyait. Hosszabb periódusidejű üzemviszonyokra jellemző oszcillogrammokat, az előbbieknél sokkal kisebb időléptékben a $8.$ ábra mutat be. A $8a.$ ábrán $T = 58$, $t = 8$, a $8b.$ ábrán $T = 58$, $t = 19$, a $8c.$ ábrán $T = 127$, $t = 19$, a $8d.$ ábrán $T = 183$, $t = 19$, a $8e.$ ábrán $T = 127$, $t = 34$, a $8f.$ ábrán $T = 183$, $t = 34$, a $8g.$ ábrán $T = 127$, $t = 60$, a $8h.$ ábrán $T = 183$, $t = 60$ és a $8i.$ ábrán $T = 247$, $t = 60$.

Ha az impulzusgenerátor beállítása olyan, hogy t nagyobb mint T , általában minden félperiódusban van jel, vagyis másodpercenként 100 gyújtásunk lesz. A $9.$ ábrán azokat a beállításokat, amelyeknél a másodpercenkénti jelek száma 100 , kereszttel jelöltük. Vannak azonban olyan beállítások is, amelyeknél t ugyan nagyobb mint T , de a gyújtások másodpercenkénti száma mégsem száz, hanem a beállítás adataitól eltérő T periódusban megismétlődő és ugyancsak a beállítás adataitól eltérő t sorozatidővel jelentkezik. Ezeknek a beállításoknak megfelelő helyeket a $9.$ ábrán üresen hagytuk.

Általános megjegyzések

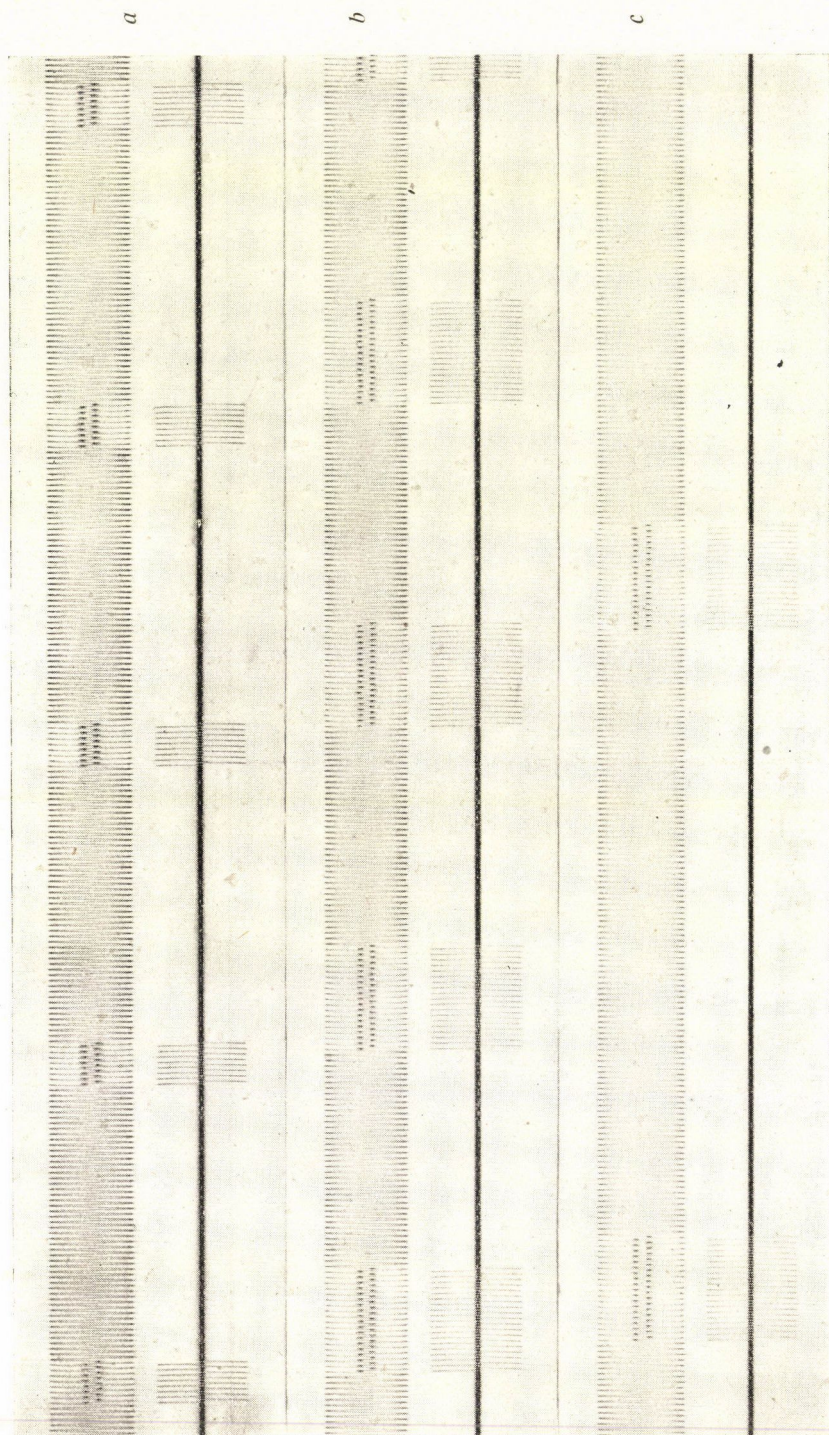
A szaggatott ívvel való színeképelemzésben a megkívánt nagy érzékenység csak aránylag nagy áramerősségek mellett érhető el. A nagy áramerősség következtében a vizsgált anyag elektródjai annyira felmelegsznek, hogy csak

←

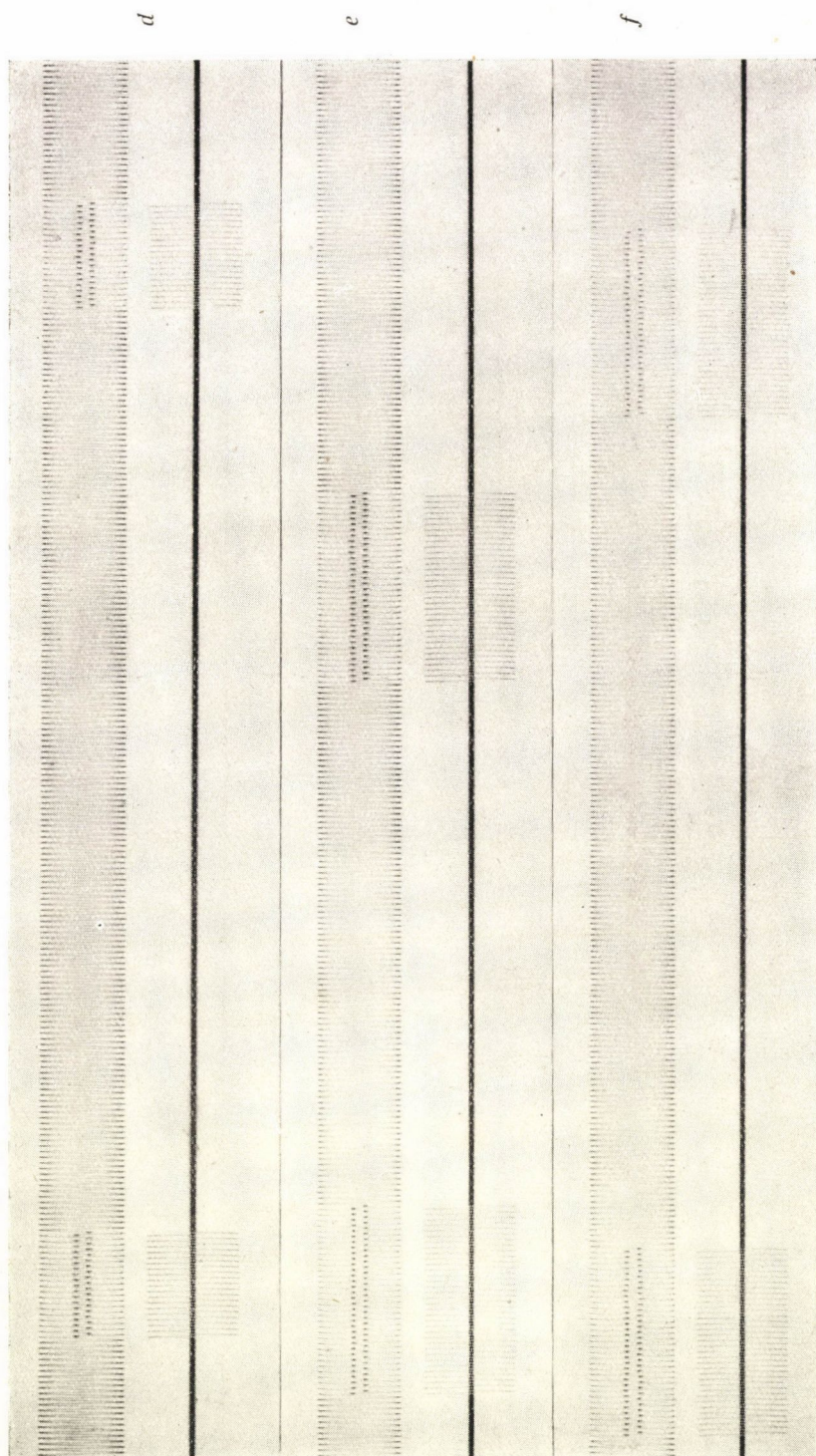
7. ábra

A szaggatott ívgerjesztő működése. A feszültség és áram lefolyása az $1.$ ábra I ívközén. Egyirányú ívek. Minden képen a felső görbék a feszültséggörbék, az alsó görbék az áramgörbék. A felső görbéknél a sinus alapgörbe a váltóáramú hálózat feszültséggörbéje. Legnagyobb feszültségérték 300 volt, legnagyobb áramérték 5 amper.

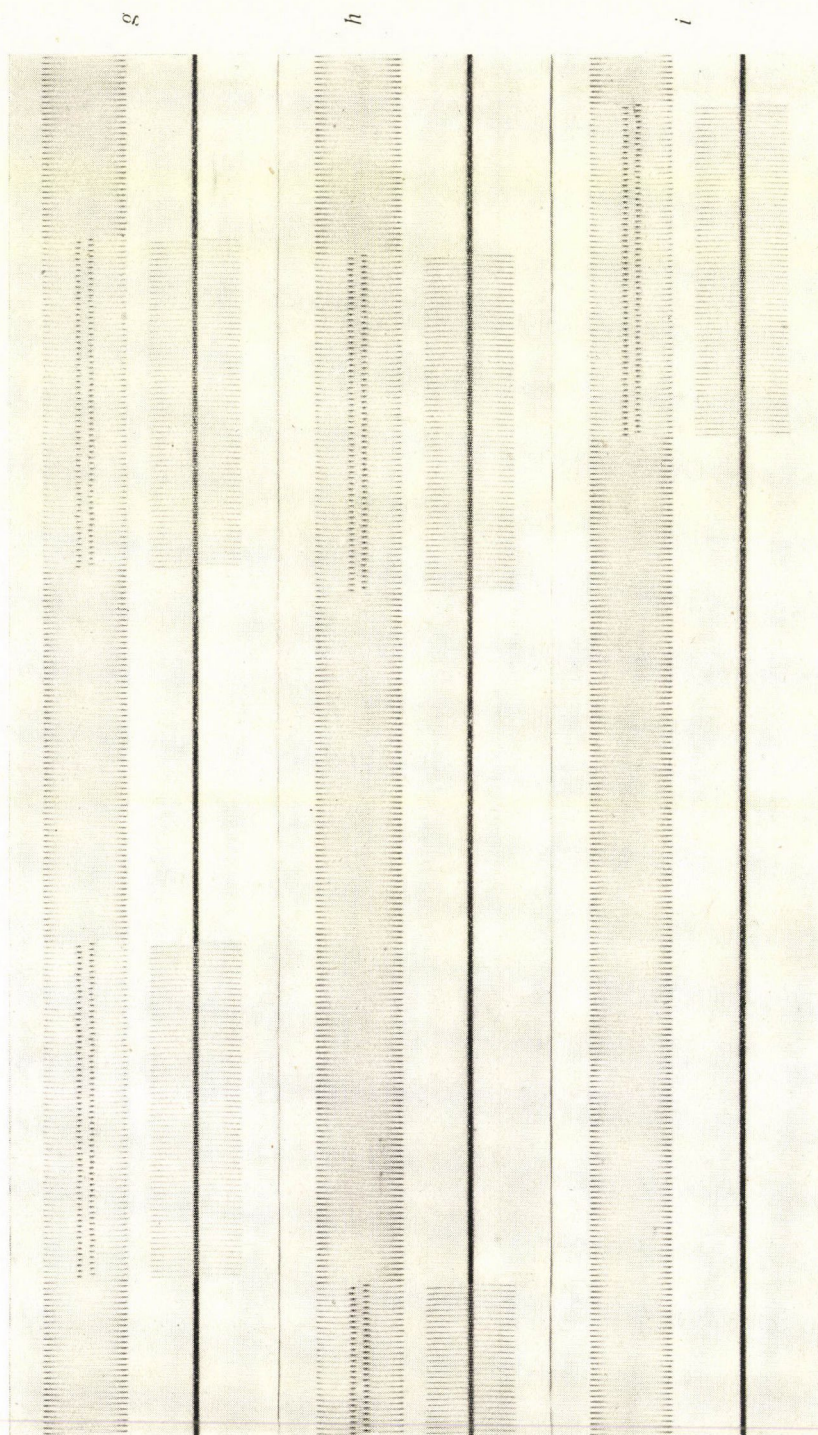
a kép: t (jelsorozat idő)	$= \infty$
b „ : T (periódus idő)	$= 25$, $t = 1$
c „ : T	$= 25$, $t = 2$
d „ : T	$= 25$, $t = 4$
e „ : T	$= 25$, $t = 8$
f „ : T	$= 25$, $t = 12$



8. ábra



8. ábra



8. ábra

kevésszámú anyag bírja el a szaggatott ívvel való folyamatos gerjesztést. Mindez fokozottan érvényes oldatok gerjesztésének esetében.

A szaggatott ívvel való gerjesztésnél a felmelegedés tűrhetővé tétele végett az ívelést hosszabb-rövidebb időre meg szokás szakítani, így a megszakítások közé iktatott szünetek alatt az elektródok lehülhetnek. Az eddigi megoldásoknál az ívelés megszakítása az íváramkörbe, a gyújtóáramkörbe, vagy mindkét helyre beiktatott kapcsolókkal rendszerint forgókapcsolókkal történik. A szaggatás megismételhetőségének biztosítása végett ezeket a kapcsolókat a hálózattal szinkron kell meghajtani [6]. Mechanikus meghajtású kapcsolók esetében a gerjesztési viszonyok beállíthatósága erősen korlátozott.

A 9. ábra alapján megállapítható, hogy az itt leírt elektronikus vezérlésű szaggatott ívgerjesztő beállíthatósága messze felülmúl minden eddigi megoldást. Ezek a beállítási lehetőségek, amennyiben annak szüksége mutatkozna, a 2. ábra *C 16*, *C 17*, *C 19*, *R 44* és *R 58* kapcsolási elemeinek további változtatásával korlátlan mértékben növelhetők. Természetesen ezzel a készülékkel elő lehet állítani mindazokat a gerjesztési viszonyokat, amelyek a korábban leírt készülékeken [1—5] beállíthatók voltak. Az eddig ismert szaggatott ívgerjesztők között a *Bückert* által leírt szaggatott ívgerjesztő-készüléknek [6] van a legnagyobb beállíthatósága. Összehasonlítás végett a 9. ábrába pontokkal berajzoltuk egy ilyen készüléknél lehetséges beállításokat. Tekintve, hogy a két készülék beállítási lehetőségei nem fedik teljesen egymást, *Bückert* készülékének beállítási lehetőségei megközelítően azok, ahol a pontok fekszenek.

Ami a szaggatott ívgerjesztő működési pontosságát és megismételhetőségét illeti, megállapítható, hogy a rendszer az aránylag kis kapcsolási időtávolságok tartományában abszolút pontosan, vagy időhiba nélkül működik. Ebben a fogalmazásban az időhiba egysége a hálózati félperiódus ideje. Ez a pontosság semmiféle mechanikus vezérlő rendszerrel nem érhető el. Jelen készüléknél ez a pontosság mintegy egy másodperc (50 hálózati periódusnak megfelelő idő) időtartományon belül érvényes. Ha a T periódus ill. a

8. ábra

A szaggatott ívgerjesztő működése. A feszültség lefolyása az 1. ábra I ívközén aránylag hosszú T periódus időknél. Változó irányú ívek. Minden képen a felső görbék a feszültség-görbék, az alsó görbék az áramgörbék. A felső görbéknél a sinus alapgörbe a váltóáramú hálózat feszültséggörbéje. Legnagyobb feszültségérték 300 volt, legnagyobb áramérték 5 amper.

a kép: T (periódus idő)	= 58,	t (jelsorozat idő)	= 8
b „ : T	= 58,	t	= 19
c „ : T	= 127,	t	= 19
d „ : T	= 183,	t	= 19
e „ : T	= 127,	t	= 34
f „ : T	= 183,	t	= 34
g „ : T	= 127,	t	= 60
h „ : T	= 183,	t	= 60
i „ : T	= 247,	t	= 60

t jelsorozat idő ennél nagyobb, a megismételhetőség pontossága az itt szereplő $T=5$ másodpercen belül \pm két hálózati perióduson belül van, középértékhez viszonyítva

Saját méréseink alapján megállapítottuk, hogy a *Bücker* által leírt [6] és az *Optica S. A., Milano* által gyártott mechanikus vezérlésű szaggatott ívgerjesztő \pm egy hálózati periódus legnagyobb megismételhetőségi tűréssel dolgozik. Ez a szórás azonban a teljes működési tartományban azonos, így az rövid idők kapcsolásának esetében jelentős hibát jelent. Tekintetbe véve az *Optica S. A.* készülékén $t=2,5$ hálózati periódusnak megfelelő rövid ívsorozatot, mint a legrövidebb ott szereplő adatot, itt a hiba közel 50%.

1. TÁBLÁZAT

A V9 és V10 multivibrátorok (2. és 3. ábra) beállítható rezgésszámai és az azokhoz tartozó ellenállásértékek

V9 multivibrátor			V10 multivibrátor		
T periódus időtartam hálózati periódusidő egységben mérve		$R\ 44$	t vezérlőjelsorozat időtartam hálózati periódusidő egységben mérve		$R\ 58$
$k\ 2$ kapcsoló			$k\ 2$ kapcsoló		
kikapcsolva	bekapcsolva		kikapcsolva	bekapcsolva	
2	7	200 kilohm	1	1	80 kilohm
3	11	380 kilohm	2	2	213 kilohm
4	19	695 kilohm	3	3	346 kilohm
5	23	895 kilohm	4	4	496 kilohm
6	27	1,1 megohm	6	6	796 kilohm
8	37	1,5 megohm	8	8	1,1 megohm
12	58	2,4 megohm	12	12	1,9 megohm
16	78	3,3 megohm	16	16	2,9 megohm
20	98	4,2 megohm	20	19	4,9 megohm
25	127	5,4 megohm	36	34	10,9 megohm
36	183	7,7 megohm	50	60	25,9 megohm
50	247	10,7 megohm	∞ (100)	∞ (100)	rács a földre kötve

Bücker dolgozatában megemlíti, hogy előzetesen kísérleteket végeztek arra vonatkozóan, hogy a szaggatott ívet kizárólag villamosan vezéreljék. Ezt a készüléket azonban, ha vele a beállíthatóság és teljesítmény összes követelményét ki akarták elégíteni, annyira bonyolultnak és ennek megfelelően drágának találták, hogy annak előállításáról végül is lemondtak. Ezenkívül *Bücker* még azért is előnyösnek tartja a mechanikus vezérlésű berendezést, mert az könnyebben javítható. Ezzel kapcsolatban legyen szabad a következőket megjegyeznünk.

Nem férhet kétség ahhoz, hogy ha egy bizonyos probléma megoldásánál található a mechanikus megoldással szemben olyan elektronikus megoldás, amely természetes olyan értelemben, hogy az egyes kapcsolási elemek, így

		"T" periódusidő tartam														"T" periódusidő tartam													
		k2 kapcsoló kikapcsolva														k2 kapcsoló bekapcsolva													
		2	3	4	5	6	8	12	16	20	25	36	50			7	11	19	23	27	37	58	78	98	127	183	247	300	
"t" vezérléjsorozatidő tartam	1	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	1	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○			
	2	✕	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	2	○	○	○	○	●	○	●	○	●	●	○	○			
	3			○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	3	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○			
	4	✕			○	○	○	○	○	○	○	○	○	4	○	○	○	●	○	○	●	○	●	○	●	○			
	6	✕			✕	✕	○	○	○	○	○	○	○	6	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○			
	8	✕				✕	✕	○	○	○	○	○	○	8		○	○	○	○	○	●	○	●	○	○	○			
	12	✕		✕	✕	✕	✕	✕	○	○	○	○	○	12			○	○	○	○	○	○	○	○	○	○			
	16	✕		✕	✕	✕		✕	✕	○	○	○	○	16			○	○	○	○	○	○	○	○	○	○			
	20	✕		✕	✕	✕	✕		✕	✕	○	○	○	19			○	○	○	●	●	○	●	○	○	○	●		
	36	✕		✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕		✕	○	34					○	○	○	○	○	○	○	○			
50	✕		✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	60							●	●	○	●	○	○	●			
∞ (100)	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	∞ (100)	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕				

9. ábra

Táblázat a 2. ábra szerinti impulzusgenerátor üzemviszonyainak beállítására. A *V10* multivibrátoron a *t* jelsorozat időt a *k4* kapcsoló állítja be. A *T* periódus idő beállítása a *V9* multivibrátoron a *k2* és *k3* kapcsolókkal történik. Az ábrába beírt számok egysége a hálózati periódus idő. A nagy körök a rendes üzemviszonyok beállításainak helyei. A kereszttel jelzett beállításoknál az impulzusgenerátor másodpercenként 100 jelet szolgáltat. Az üresen hagyott beállítási helyeken az impulzusgenerátor a beállítás adataitól eltérő *T* periódusban megismétlődő és a beállítás adataitól eltérő *t* sorozatidővel jelentkező jeleket szolgáltat. A pontok *Bücker* [6] készülékének megközelítő beállítási lehetőségeit jelképezik.

elsősorban a csövek, nincsenek a megengedettnél nagyobb mértékben igénybe véve, az elektronikus megoldás a korszerűbb és célszerűbb. Gondoljunk itt pl. egyes szerszámgépek vezérlésére, ahol ma már 100-at meghaladó csőszámmal dolgozó elektronikus megoldások is találhatók. Az itt ismertetett elektronikus gyújtóáramkör bevezetésével a korábbi kapcsolásokban [1—4] előforduló thyatroncső túlterhelés elmarad. Ezenfelül a gyújtóáramkör elektronikus volta ellenére az elképzelhető legegyszerűbb kapcsolások közé tartozik.

Az impulzusgenerátor bonyolultabb ugyan mint a gyújtóáramkör, de nem bonyolultabb egy közönséges rádiókészüleknél, vagy spektroszkópiai gerjesztőberendezésekben használt oszcilloszkópnál, vagy a spektroszkópiában használt más elektronikus készülékeknél. A közvetlen fénymérő spektroszkópiai eszközöknél pedig lényegesen egyszerűbb. Igaz ugyan, hogy ennek az impulzusgenerátornak az üzembehelyezéséhez, beállításához és esetleges hibameghatározásához elektronikus mérnökre van szükség. Ezzel szemben viszont nem tartalmaz mozgó alkatrészeket, s mivel közönséges rádióalkatrészekből épül fel, jól képzett rádiószerelő által bárhol elkészíthető. Vonatkozik mindez a gyújtóáramkörre is. A szokásos rádióalkatrészek felhasználásából kifolyólag lényegesen leegyszerűsödnek a karbantartási és tartalékalkatrész problémák. Az esetleges hibahely meghatározás oszcilloszkóp segítségével percekben belül megtörténhet.

Ami a költségeket illeti a mechanikus és elektronikus vezérlőrendszerek között az összehasonlítás azért nehéz, mert az elektronikus vezérlésű berendezés lényegesen nagyobb beállíthatóságot biztosít, és így teljesítménye lényegesen nagyobb, mint a mechanikus vezérlésű szaggatott ívgerjesztőé. Ha az összehasonlítást nagy vonalakban tesszük, megállapíthatjuk, hogy a kétféle rendszer megközelítően azonos költséggel állítható elő.

* * *

Klatsmányi Árpádnak az impulzusgenerátor megtervezését, továbbá a berendezés kialakításában és a kísérletekben való közreműködését e helyen is megköszönjük. *Berta Kornélnak* a berendezés kimérésében való részvételéért, továbbá az oszcillogrammok elkészítéséért, *Mancz Ferencnek* az elektronikus rész kivitelezéséért köszönetet mondunk.

IRODALOM

- [1] Bardócz Á., Acta Phys. Hung. 2, 265, 1953; Elektrotechnika 44, 273, 1951.
- [2] Bardócz Á., J. Opt. Soc. Am. 42, 357, 1952.
- [3] Bardócz Á. és Kemény Á., Magyar Híradástechnika 3, 128, 1952.
- [4] Bardócz Á., Spectrochim. Acta 5, 397, 1953.
- [5] Bardócz Á., Acta Phys. Hung. 4, 91, 1954; M. Tud. Akad. Műsz. Tud. Oszt. Közl. 12, 233, 1954; Spectrochim. Acta (sajtó alatt).
- [6] Bücker H., Spectrochim. Acta 4, 525, 1952.
- [7] Bardócz Á., M. Tud. Akad. Műsz. Tud. Oszt. Közl. 12, 261, 1954; Spectrochim. Acta (sajtó alatt); J. Opt. Soc. Am. (sajtó alatt).
- [8] Bardócz Á., Nature 171, 1156, 1953.

FOTONOK SZÁMLÁLÁSA ELEKTRONSOKSZOROZÓVAL*

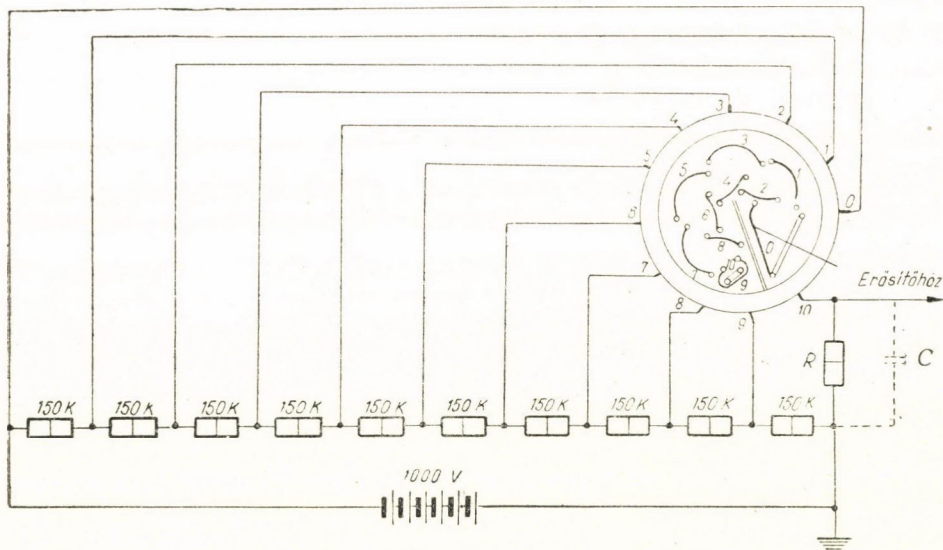
ÁDÁM ANDRÁS és VARGA PÉTER

Központi Fizikai Kutató Intézet, Kosmikus Sugárzási Osztálya

1. §. Az elektronsokszorozó

Az utóbbi években széles körben felhasználják az elektronsokszorozót (fotomultiplier) mind kutatási, mind ipari célokra. Sikerrel használják az elektronsokszorozót részecskeszámlálónak: elektronokat, gamma részecskéket és neutronokat számlálnak vele [1]. A fotomultiplier nagyon alkalmas igen kicsi fényintenzitások mérésére, ha a multiplier anódáramát nem egyenáramú módszerekkel mérjük, hanem a beeső fotonok által keltett impulzusokat külön-külön számoljuk. Ilyen méréseket végeztek *R. W. Engström* [2], *Sz. F. Rogyionov* és *A. L. Oserovics* [3] és mások [4], [5].

A fotonok számlálása multiplierrel és az egyes impulzusok vizsgálata feleletet ad az elektronsokszorozók viselkedésére vonatkozóan. Ugyanakkor a multiplier a mikrooptikai mérések alapját képezi. Méréseink közvetlen célja az volt, hogy az utóbbi kérdéshez megteremtjük a méréstechnikai alapokat.



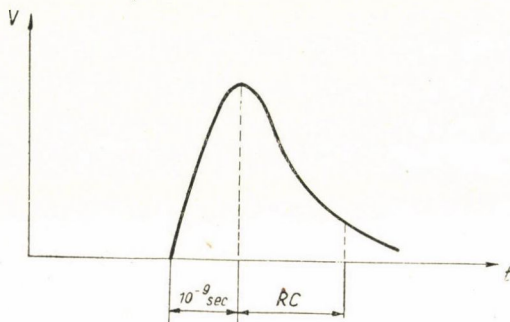
1. ábra

A multiplier kapcsolása

* Érkezett 1954. IX. 6.

A kidolgozott fotonszámlálási módszert felhasználtuk a koherens fénynyalábok közötti koincideneciák mérésénél [6]. Ezenkívül berendezésünket felhasználtuk arra is, hogy a multiplier viselkedését tanulmányozzuk.

Mérésünkönél RCA—931—A típusú elektrosztatikusan fókuszált fotomultipliert használtunk fel. A multiplierre 1000 V gyorsító feszültséget kapcsolunk hőkondicionált helyiségben elhelyezett száraztelepből, az egyes dinódákra tehát 100 V feszültség jutott. Ilyen feltételek mellett — katalógusadatok szerint — a cső erősítése $1-2 \cdot 10^5$ között van.



2. ábra

Az elektronsokszorozó impulzusának alakja

A multiplier anódjára érkező töltés a C anód-föld kapacitást $V = Q/C$ feszültségre tölti fel. Ez lesz a feszültséglökés nagysága a multiplier R munkaellenállásán, ha $RC \gg t_n$, ahol t_n a jel növekedési ideje. Ilyen típusú elektronsokszorozóknál $t_n \approx 10^{-9}$ sec [7]. C az elektródaközi kapacitások, a szórt kapacitások, valamint a következő fokozat bemenő kapacitásának eredője. Ha felteszünk, hogy $C = 40$ pF, akkor $V = 4-8 \cdot 10^{-4}$ V. A kondenzátor kisülésének idejét a munkaellenállás és a C kapacitás szabja meg. Így a multiplier anódján megjelenő jel alakja a 2. ábrán látható formát ölti.

2. §. Egyes fotonok számlálása

Egyes fotonok számlálásánál alapvetően más kérdések jelentkeznek mint integrális áramok mérésénél, illetve mint szcintillációs számlálásnál. Ezek a problémák a következők:

1. A multiplier anódján megvilágítás nélkül is jelennek meg lökések. Ezek az ún. sötétáramú impulzusok. Szobahőmérsékleten kb. 10^4-10^5 /sec a sötétáram-impulzusok száma. Ezek okozói a fotokatódból és a dinódákból termikus emisszió útján kilépő elektronok.

Szcintillációs számlálóknál az impulzust általában egy fotoncsoport indítja meg, vagyis a fotokatódról nem egy, hanem több elektron indul el és ezért a jel amplitudója nagyobb lesz, mint a sötétáram-impulzusoké. Az utób-

biak ebben az esetben amplitúdódiszkriminációval kiküszöbölhetők. A mi esetünkben az impulzusokat egyes fotoelektronok keltik, ezért a jel/zaj viszony növelésére nem célszerű amplitúdó diszkriminációt használni, mert ekkor igen sok a fotonok által keltett impulzus is elveszne [4]. Ezért a termikus elektronok számának csökkentésére az elektronsokszorozót lehűtöttük.

2. Mivel igen kis impulzusokat kell regisztrálni, a multiplier után egy viszonylag nagy erősítésű elektroncsöves erősítőt alkalmaztunk. Ezáltal a számlálóberendezés sokkal érzékenyebb külső elektromos zavarokra. A berendezés zavarmentessége fontos követelmény, mivel a stabil működés egyik lényeges feltétele.

3. Számos gyakorlati kérdést vetett fel a stabilitás (így a nagyfeszültség stabilitásának, valamint az elektroncsöves berendezés stabil működésének) biztosítása.

3. §. Sötétáram

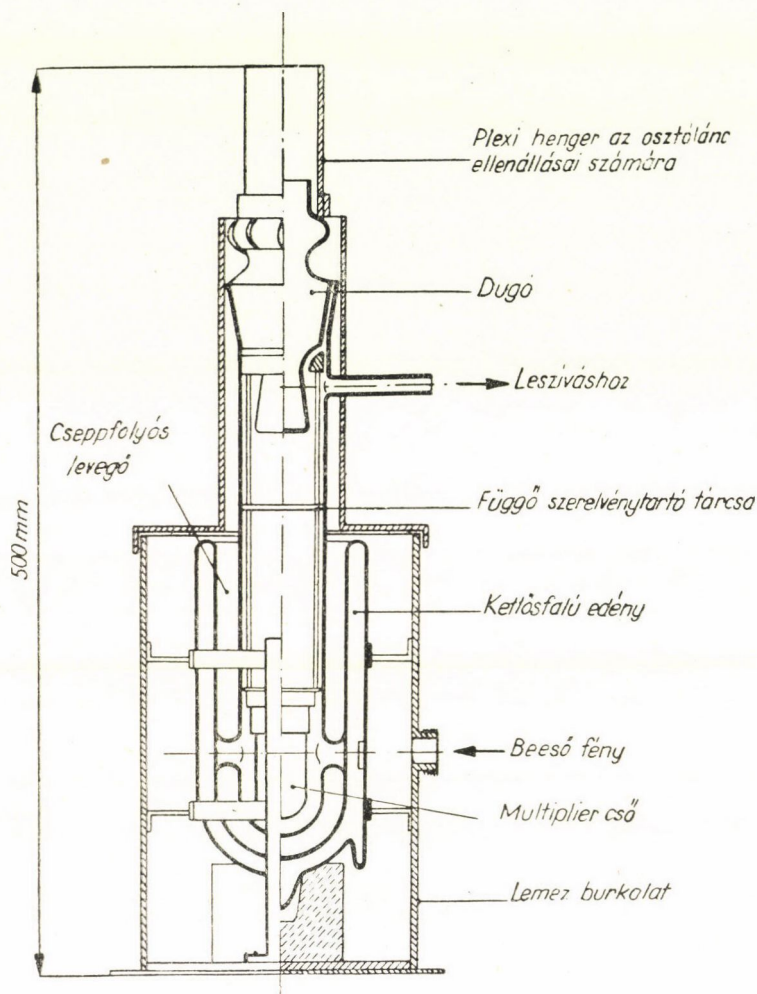
A sötétáram csökkentésére az elektronsokszorozót cseppfolyós levegő hőmérsékletére hűtöttük le. A hűtőegységünk egy kemény üvegből készült Dewar-edény volt, a közepébe forrasztott üvegcsővel. Az üvegcső belsejében helyezkedett el az elektronsokszorozó, a cső teteje csiszolt dugóval záródott. A multiplier egy fémszerelvény segítségével a dugóra volt felerősítve. Az üveg-dugóba beforrasztott bevezetésekön keresztül csatoltuk be a tápfeszültséget, valamint vezettük ki a jelet. Az üvegcső kétoldalt van a Dewar-edénybe beforrasztva. A beforrasztó nyúlvány egyúttal a mérendő fény bevezetésére szolgál.

A hűtő összeszerelése után a belső csőből el kell távolítani a vízgőzt, mert alacsony hőmérsékleten a kiváló csapadék az elektromos vezetékeket rövidre zárja. Ezért a Dewar-edényt elővakuum szivattyúval leszívtuk és azután kiszáritott levegővel töltöttük meg.

Hűtésre cseppfolyós levegőt használtunk. Az elektronsokszorozó lehűlését termoelemmel ellenőriztük, a multiplier kb. fél óra alatt lehűlt. A hőmérséklet mérésére üzemi körülmények között nem volt szükség, mivel a multiplier, amíg cseppfolyós levegő volt az edényben, jól tartotta a hőmérsékletét. (A hűtés által az elektronsokszorozó sötétárama 1—10 impulzus/sec-re csökkent és ez a mérések alatt ezen a szinten maradt.) A lehűtéshez kb. 1 liter cseppfolyós levegőt használtunk el, ezután 2 óránként töltöttünk utána kb. $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{4}$ liter cseppfolyós levegőt.

Ennek a hűtőedénynek előnye az irodalomban először közölt *R. W. Engström*-féle [8] hűtővel szemben az, hogy míg az utóbbi fémből, az előbbi üvegből készült, tehát kevesebb cseppfolyós levegőt kellett elhasználnunk. Továbbá a lecsapódás meggátlására *R. W. Engström* a belső teret állandó

vakuumon tartotta, míg mi száraz levegővel töltöttük meg. Így a vakuumtechnikai munka is kevesebb lett és a multiplier lehűlésének az ideje 6 órától 30 percre csökkent.



3. ábra

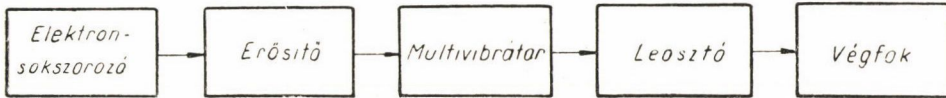
A multiplier hűtőberendezése

4. §. A számláló berendezés

A számláló berendezés a következő egységekből áll: erősítő, multivibrátor, impulzusleosztó (scaler) és számláló végfok (4. ábra).

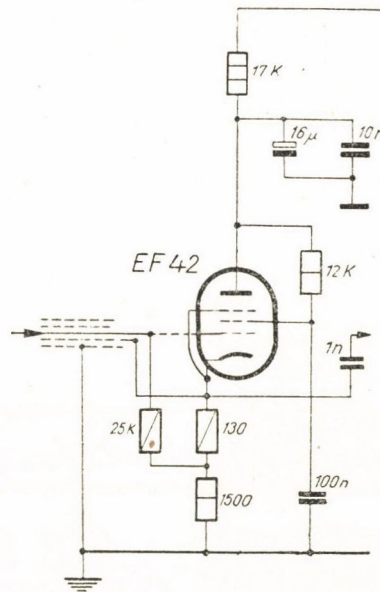
Az erősítő erősítése 1700-szoros 55 V-ig lineárisan kivezérelhető. Ügyelnünk kellett arra, hogy az erősítő bemenetén levő szórt kapacitások ne

terheljék a multipliert, mert a multiplier jeleinek nagysága fordítottan arányos a terhelő kapacitással. Ezért bemenő fokozatként egy katódcsatolású erősítőt használtunk. A hűtő konstrukciója miatt az elektronsokszorozót az erősítővel



4. ábra. A számlálóberendezés blokkismája

összekötő árnyékolt vezető hossza kb. 40 cm volt, ugyanilyen okokból még vastag árnyékolt vezetékét sem használhattunk. A parazita kapacitást dinamikusan csökkentettük úgy, hogy kettős árnyékolást használtunk, a külső árnyékoló köpenyt a földhöz, a belsőt a katódcsatolású erősítő katódjához kötöttük. (5. ábra.)



5. ábra

Az elektronsokszorozó vezetékének csatolása

A berendezés gondos árnyékolásával és szűrésével elértük azt, hogy ez külső zavarokra érzéketlen maradt. Ebben a munkánkban igen nagy segítségünkre volt *M. L. Volin* [9] könyve.

5. §. Ellenőrzés

A mérőberendezés elkészülése után a mérések megkezdése előtt és a mérések alatt is szükséges volt meggyőződni annak helyes működéséről. Az ellenőrzések a következő kérdésekre terjedtek ki:

1. Jelalak. Helyesen megy-e végig az impulzus az egymásután következő fokozatokon, jól működnek-e az egyes fokozatok, nem lépnek-e fel nemkívánatos késések, nem hagy-e ki valamelyik fokozat (bizonytalan beugrás), nem kettőződik-e meg valahol a jel, stb.

2. Nem lép-e fel külső zavar miatt téves számlálás.

Sikerült berendezésünket hazai anyagból, ennek előzetes gondos próbája után úgy megépíteni, hogy méréseink folyamán service hibák szinte nem léptek fel.

Annak a megállapítására, hogy nem tévednek-e az egyes fokozatok, nem vesznek-e el jelek, illetve nem kettőződnek-e meg, a következő módszert alkalmaztuk: Pl. vizsgáltuk, hogy megindul-e a multivibrátor egy előtte elhelyezett fokozatból érkező összes jelre. Ennek a fokozatnak a jelét az oszcillográf egyik eltérítő lemezpárjára vittük, a multivibrátor jelét a másik lemezpárra. Az ernyőn megjelenő ábrából megállapítható, hogy vannak-e olyan meghajtó jelek, amelyekhez nem tartozik multivibrátor jel. (Ezt a módszert javítani lehet azzal, hogy a Wehnelt-cilindert a vizsgált jelekkel szinkron pozitív impulzusokkal nyitjuk ki.) Így téves impulzusok előfordulása igen nagy pontossággal (másodpercenként 1—2 téves impulzus) megállapítható. (Lásd 6. és 7. ábrát.)



6. ábra

A multivibrátor minden jelre beugrik



7. ábra

A multivibrátor beugrása bizonytalan, a függőleges, meghajtó jelből több van

A scalert mind periodikus jelekkel, mind statisztikus jelekkel ellenőriztük. Az ellenőrzés eredménye kielégítő volt.

6. §. A multiplier megszólalási valószínűsége

Annak érdekében, hogy meg tudjuk állapítani, hogy bizonyos beütésszám mekkora abszolút fényintenzitásnak felel meg, meg kellett határozni a berendezés megszólalási valószínűségét. Az erre vonatkozó katalógusadatok nem felelnek meg. Egyrészt ezeket az adatokat egyenáramú mérések alapján adták meg, vagyis az összes impulzus figyelembevételével, míg mi csak egy bizonyos értéknél nagyobb impulzusokat számálhattunk meg. Másrészt *Rogyionov* és *Oserovics* [3] mérései szerint a multiplierek megszólalási valószínűsége a cseppfolyós levegővel való lehűtésnél csökken. A szerzők szerint ez a csökkenés 5–6-szoros. (*Colli, Facchini* és *A. Rossi* [4] azt találták, hogy a megszólalási valószínűség száraz jéggel való hűtésnél csak 10%-kal csökken.) Továbbá berendezésünk konstrukciója folytán a hűtő Dewar-edény ket-tős üvegfalán veszteségek léptek fel.

A mérést úgy végeztük el, hogy ismert fényintenzitást kalibrált szűrőkkel csökkentettünk, és az ezáltal csökkent fényt mértük. Megszólalási valószínűsége $p = (2 \pm 3) \cdot 10^{-3}$ értéket kaptunk. Az általunk kapott érték elég jól meg-egyezik *Rogyionov* és *Oserovics* [3] által kapott eredménnyel ($p = 3 \cdot 10^{-3}$), de lényegesen rosszabb mint pl. *Colli, Facchini* és *A. Rossi* [4] eredményei ($p = 3 - 6 \cdot 10^{-2}$). Meg kell jegyeznünk, hogy az idézett szerzők más és más típusú elektronsokszorozóval mértek és a spektrum különböző pontjain. Mi 5000 Å hullámhosszon mértünk, ami nem felel meg a multiplier maximális érzékenységeinek.

A megszólalási valószínűség mérését megismételjük, mihelyt pontosabb abszolút fényintenzitás-mérő műszerek rendelkezésünkre fognak állni.

Mivel a sötétáram másodpercenként, multiplierenként váltakozva, 1–10 impulzus/sec volt és figyelembe véve a megszólalási valószínűségekre kapott értéket, berendezésünkkel 200–2000 foton/sec intenzitás megméréséig tudunk lemenni. Ez $6 \cdot 10^{-14} - 6 \cdot 10^{-13}$ lumen intenzitásnak felel meg.

7. §. Összefoglalás

Elértük, hogy RCA 931—A típusú multiplierrel üzembiztosan igen kis fényintenzitásokat tudtunk megmérni. Ez a fényintenzitás megegyezik a szem érzékenységi küszöbének megfelelő intenzitással, amennyiben a szembe bejutó összes fényt tekintjük. [10]. Ugyanakkor a szem csak fotoncsoportokra érzékeny, míg az elektronsokszorozó egyes fotonokat számlál, tehát berendezésünk mikrooptikai kísérletekre a szemnél alkalmasabb. Felhasználható több multiplier közötti koincidencia mérésére.

Megjegyezzük még, hogy mérőberendezésünkkel tájékozódó méréseket végeztünk a fotomultiplier impulzusspektrumára vonatkozóan, ezeket a méréseket folytatjuk.

Méréseinkről részletes beszámoló a KFKI Közleményekben [11] található meg.

Köszönetet szeretnénk mondani *Jánossy Lajos* akadémikusnak az állandó irányításáért és segítségéért. Köszönet illeti továbbá méréseinkben nyújtott tanácsaiért és segítségéért *Szigeti Györgyöt*, az akadémia levelező tagját, valamint a mérésekben részvevő *Koncz Sándor* munkatársunkat.

IRODALOM

- [1] *Náray Zsolt*, Magyar Fizikai Folyóirat, 2, 325, 1955. (Összefoglaló cikk.)
- [2] *R. W. Engström* Journ. Opt. Society, 37, 420, 1947.
- [3] *Sz. F. Rogyionov és A. L. Oserovics*, DAN, 74, 461, 1950.
- [4] *L. Colli, U. Facchini és A. Rossi*, Il. Nuovo Cimento, 11, 255, 1954.
- [5] *F. Boeschoten, J. M. V. Milatz és C. Smit*, Physica, 20, 139, 1954.
- [6] *Ádám A., Jánossy L. és Varga P.* KFKI Közlemények, 2, 333, 1954.
- [7] *R. F. Post*, Nucleonics, 10, 46, 1952.
- [8] *R. W. Engström*, Rev. Sci. Instruments, 18, 547, 1947.
- [9] *M. L. Volin*, Uszilyeli Promezsutocnoj Csasztoti, Moszkva, 1950.
- [10] *Sz. I. Vavilov*, Mikrosztruktura Szveta, Moszkva, 1950. (24. old.)
- [11] *Ádám Á., Varga P.* KFKI Közlemények, 2, 313, 1954.

GM-CSÖVEK MEGSZÓLALÁSI VALÓSZÍNŰSÉGÉNEK MÉRÉSE*

JÁNOSSY LAJOS és KISS DEZSŐ

Központi Fizikai Kutató Intézet, Kozmikus Sugárzási Osztály

Geiger—Müller számlálócsövek megszólalási valószínűségének mérésére kidolgoztunk egy módszert, amely hasonló típusú mérések továbbfejlesztését jelenti. Különös gondot fordítottunk a kozmikus záporokból és a véletlen koincidenenciákból származó téves események redukálására. A fenti módszerrel az osztályunkon használt számlálócsövek megszólalási valószínűsége az esetek többségében 99,3% körülnek adódott.

Kozmikus sugárzási méréseknél a Geiger—Müller számlálócsövek csaknem kizárólag koincidencia, illetve antikoincidencia kapcsolásban kerülnek felhasználásra. Ilyenkor az egyes csövek tényleges beütésszáma alárendelt szerepet játszik; sokkal fontosabb a csövek *megszólalási valószínűségének*, azaz azon valószínűségnek az ismerete, amellyel valamely GM-cső a rajta keresztülhaladó ionizáló részt jelzi.

Mérési célokra csak akkor használhatunk fel biztonsággal egy GM-csövet, ha magas megszólalási valószínűséggel rendelkezik egy nem túl keskeny tápfeszültség intervallumban. Ezért a kozmikus sugárzási méréseknél alkalmazott számlálócsövek felhasználása előtt ellenőrzésképpen meg kell határozni a megszólalási valószínűséget, mint a rájuk kapcsolt feszültség függvényét.

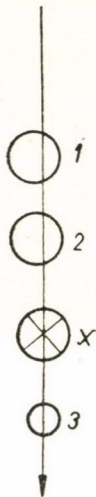
Ilyen ellenőrzés céljaira egy készüléket konstruáltunk, mely a Jánossy és Rochester által leírt¹ elven alapszik. Sikerült több vonatkozásban továbbfejleszteni a mérést és tökéletesíteni a régi technikát; nagyobb gondot fordítottunk a téves események redukálására, mint a fenti szerzők. Ennek következményeképpen az egy cső ellenőrzéséhez szükséges idő csökkent.

A mérési elv a következő:

3 GM-csőből álló koincidencia teleszkóppal (1. ábra) függőlegesen érkező kozmikus részeket regisztrálunk. A 2. és 3. cső közé helyezzük el az X-szel jelölt mérendő csövet. A csövek elrendezéséből következik, hogy egy egyenes vonal mentén mozgó részecske, mely keresztül halad az 1, 2, 3 csöveken,

* Érkezett 1954. IX. 15-én.

szükségképpen keresztül kell hogy haladjon az X mérendő csövön is. (A biztonság kedvéért az $1, 2, 3$ által meghatározott térszöget kisebbre vesszük az X csőnél.) Így általában minden $(1, 2, 3)$ hármas koincidenciát az X cső kisülése kíséri, azaz a hármas koincidenenciák egyben $(1, 2, 3, X)$ négyes koincidenciát is jelentenek, — feltéve, hogy a mérendő cső minden részecskét regisztrál, amely érzékeny térfogatán keresztülhalad.



1. ábra

A mérés elve

Az előzőekben leegyszerűsített képet nyújtottunk a tényleges viszonyokról. $(1, 2, 3)$ koincidenciát ti. nemcsak egyetlen, a három koincidenencia csövön keresztülhaladó ionizáló rész vált ki, hanem ilyen koincidenencia felléphet egyidejűleg érkező részecskék záporának hatására is. Továbbá ilyen koincidenenciákat okozhat három, egymástól függetlenül érkező, véletlenül a koincidenencia felbontási idején belül megjelenő részecske. Ha N'_3 jelenti az $(1, 2, 3)$ koincidenenciák számát időegységenként, N_3 az egyetlen részecske által kiváltott hármas koincidenenciák számát, n_3 pedig a más módon létrejött hármas koincidenenciák számát, akkor nyilván

$$N'_3 = N_3 + n_3. \quad (1)$$

Ideális esetben az X cső minden N_3 eseményt jelez és az n_3 közül is megszólal néhányra. Ha az X cső megszólalási valószínűségét

$$P = 1 - \alpha$$

-val jelöljük, akkor az N'_4 négyes koincidenenciák száma, amely az $1, 2, 3$ és X csövek egyidejű kisülésének felel meg, a következőképpen adódik:

$$N'_4 = (1 - \alpha) N_3 + n_4, \quad n_4 < n_3 \quad (2)$$

ahol n_4 az olyan n_3 típusú események száma, amelyeknél az $1, 2, 3$ csövön kívül az X cső is megszólal. (2) és (1) különbségeként kapjuk:

$$N'_3 - N'_4 = \alpha N_3 + n_3 - n_4.$$

Elhanyagolva egy pillanatra az n_3 -at és n_4 -et, amit első közelítésként megtehetünk, ($n_3 \sim n_4 \sim 0$; $N_3 = N'_3$)

$$\alpha \approx \frac{N'_3 - N'_4}{N'_3} = \beta.$$

Ezek szerint a β értéket a hármas és négyes koincidenenciák számából meghatározhatjuk. β valamivel nagyobb, mint α , ui.

$$\beta \approx \alpha + \frac{n_3 - n_4}{N'_3},$$

mégis β -át az X cső megnemszólalási valószínűségének első közelítéseként tekinthetjük. (A pontos megnemszólalási valószínűség nyilvánvalóan α -val egyenlő.)

Az $A'_{34} = N'_3 - N'_4$ különbséget meghatározhatjuk elvben úgy is, hogy időben egymás után megmérjük az $(I, 2, 3)$ és az $(I, 2, 3, X)$ koinciden-
ciákat. Ez az eljárás azonban nagyon pontatlan eredményre vezetne, mivel az N'_3 és N'_4 közötti különbség magukhoz az N'_3 és N'_4 értékekhez képest kicsi. E nehézség elkerülése végett célravezető közvetlenül azokat a hármas koinci-
denciákat mérni, amelyek egyidejűleg nem négyes koinciden-
ciák, s amelyek így közvetlenül magát az A'_{34} -t jelentik. Más szavakkal regisztrálnunk kell egyidőben az $(I, 2, 3)$ koinciden-
ciákat és az $(I, 2, 3, -X)$ antikoinciden-
ciákat; előbbieket adják az N'_3 -t, az utóbbiak az A'_{34} -t.

Változtatva az X cső feszültségét, felvehetjük a β -át, mint a csőre kap-
csolt feszültség függvényét, és amennyiben a β jó közelítése a megne-
szólalási valószínűségnek, úgy megkapjuk a kérdéses cső megszólalási való-
színűség-tápfeszültség karakterisztikáját. Túl alacsony és túl magas feszültség-
értékeknél az X cső nem működik kielégítően: mindkét esetben α és ennek
megfelelően β is számottevő értékkel rendelkezik. Egy jó csőnél létezik olyan
működési tartomány, ahol a β és feltehetőleg az α is független a tápfeszült-
ségtől. A csövek ellenőrzésének éppen az a célja, hogy meggyőződjünk egy
ilyen tartomány létezéséről és nagyságáról.

Ha egy csőre először V_1 , majd V_2 feszültséget kapcsolunk, akkor két
különböző β értékről beszélhetünk:

$$\left(\frac{A'_{34}}{N'_3}\right)_{V=V_1} = \beta_1; \quad \left(\frac{A'_{34}}{N'_3}\right)_{V=V_2} = \beta_2.$$

Ha $\beta_1 \sim \beta_2$, akkor nyilván a feszültségnek V_1 -ről V_2 -re való változtatása
nem érinti a cső működését s így ezt a feszültségtartományt úgy tekinthetjük,
mint a cső plátójának egy részét.

Mivel

$$\beta = \frac{A'_{34}}{N'_3},$$

a β statisztikus hibájára, amely az A'_{34} és N'_3 statisztikus fluktuációjának követ-
keztében lép fel, a következőt kapjuk:

$$\delta\beta = \beta \sqrt{\frac{1}{tA'_{34}} + \frac{1}{tN'_3}}.$$

Mivel $N'_3 \gg A'_{34}$, közelítőleg érvényes, hogy

$$\delta\beta \sim \frac{\beta}{\sqrt{tA'_{34}}} = \sqrt{\frac{\beta}{tN'_3}}.$$

Ennek megfelelően, ha meg akarjuk becsülni, hogy van-e szignifikáns külön-
ség a β_1 és β_2 értékek között, képeznünk kell a következő kifejezést:

$$\delta(\beta_1 - \beta_2) = \sqrt{(\delta\beta_1)^2 + (\delta\beta_2)^2} = \sqrt{\frac{\beta_1 + \beta_2}{tN'_3}}. \quad (3)$$

Még az esetben is, ha a mérés folyamán nyert β_1 és β_2 számszerű értékei csak kevésbé különböznek, nem tudjuk kizárni annak a lehetőségét, hogy a valóságban a (3) kifejezésnek megfelelő nagyságrendű különbség áll fenn közöttük, de ezt a különbséget a statisztikus fluktuáció elkendőzi. Ha meg akarunk bizonyosodni arról, hogy a tápfeszültségnek V_1 -ről V_2 -re való változása nem befolyásolja lényegesen az X cső megszólalási valószínűségét,

olyan hosszú ideig kell mérni, hogy a $\sqrt{\frac{\beta_1 + \beta_2}{tN'_3}}$ elegendően kicsi legyen. Ez meglehetősen hosszadalmas, mivel a $\delta(\beta_1 - \beta_2)$ hiba csak \sqrt{t} -vel csökken. Az eljárás meggyorsítása érdekében csökkenteni kell az n_3 háttérét és ennek megfelelően a β értéket. Ha pl. sikerül a β értékét az eredetinek felére csökkenteni, akkor fele annyi idő alatt érünk el ugyanakkora pontosságot.

A β értékét csökkenthetjük, ha csökkentjük az n_3 -at és ezzel az $(n_3 - n_4)$ -et; ez a redukció nemcsak azt eredményezi, hogy meggyorsul a mérés, hanem, hogy a fizikailag érdekes mennyiséghez, az α -hoz közelebb álló β értéket mérünk.

Az elmondottak illusztrálására bemutatjuk az alábbi numerikus példát:

300 SZ. GM-CSŐ

V volt	1000 + 50*	1000 + 100	1000 + 150	1000 + 200
A'_{34}	49	43	28	41
N'_3	1219	1283	1260	1311

} 20 perc alatt

A példaként bemutatott mérésnél az antikoincidenziák száma túl magas ahhoz, hogy érdemleges következtetést vonhassunk le a cső megszólalási valószínűségét illetőleg. Ezért szükségessé vált a mérési módszer javítása, annak érdekében, hogy csökkentsük az n_3 események számát. Az n_3 eseményeket részben véletlen koincidenziák, részben kozmikus légizapok okozzák. A következőkben e két hibaforrást külön tárgyaljuk.

Véletlen koincidenziák

Véletlen koincidenziák a következőképpen jöhetnek létre:

1. Egymástól függetlenül mind a három koincidenzia cső kívül, a koincidenzia berendezés felbontási idején belül. Az ilyen események száma:

$$n'_3 = 3M_1M_2M_3\tau^2,$$

* 1000 V az indulási feszültség.

ahol M_1 , M_2 és M_3 az egyes koincidencia-csővek saját beütésszáma; és

$$\tau = 2,10^{-6} \text{ sec},$$

a koincidencia-berendezés felbontóképessége.

$$M_1 \approx M_2 \approx M_3 = 10/\text{sec} \text{ esetén}$$

$$n'_3 = 1,2 \cdot 10^{-8}/\text{sec} = 1,4 \cdot 10^{-5}/20 \text{ perc},$$

így ez az effektus nem jöhet számításba. Jóval fontosabb, de még mindig elhanyagolható az a jelenség, melynél egy ionizáló részecske keresztülhalad az 1-es és 2-es csöveken, de elkerüli az X csövet, és ugyanakkor (az előbbtől függetlenül) kisülés jön létre a 3-as csőben is, s ez utóbbi eseményt sem kíséri az X kisülése. A megfelelő beütésszámok:

$$\bar{M}_1 = (1, 2, -X) = 1,22/\text{sec},$$

$$\bar{M}_2 = (3, -X) = 4,91/\text{sec};$$

és az ez okból fellépő véletlenek száma

$$2\tau \bar{M}_1 \bar{M}_2 = 2,9 \cdot 10^{-2}/20 \text{ perc}.$$

A fentiekből arra következtethetünk, hogy a véletlen koincidenciák berendezésünk működését lényegében nem befolyásolják.

Záporok

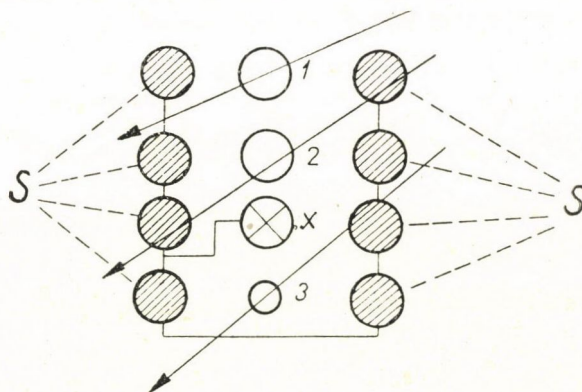
A záporok hatásának csökkentése érdekében a teleszkópot körülveltük párhuzamosan kapcsolt oldalcsövekkel, ún. árnyékoló csövekkel (lásd 2. ábra, S csövek). E csövek jeleit antikoincidencia csatornára juttatjuk el és számoljuk az

$$\bar{A}_{34} = (1, 2, 3, -X, -S),$$

továbbá az

$$\bar{N}_3 = (1, 2, 3, -S)$$

antikoincidenciákat.



2. ábra

Az árnyékolócsövek (S) szerepe az oldalzáporok kiszűrésénél

Tekintve, hogy az 1, 2 és 3 csöveken keresztül haladó részecske nem érinti az S csöveket, az \bar{N}_3 antikoincidenciák magukban foglalják az olyan eseményeket, amelyeket az 1, 2 és 3 csövön keresztülhaladó egyetlen részecske vált ki. Másrészt a 8 oldalárnyékolócső olyan nagy felületet jelent, hogy a kiterjedt légizapórok általában legalább egy csövet megszólaltatnak, így az (1, 2, 3—S) antikoincidenciák nem igen tartalmaznak zápor eseményeket. Jó közelítésben felvehetjük (összevetve az (1) egyenlettel), hogy

$$\bar{N}_3 \approx N_3$$

és

$$\bar{A}_{34} \approx \alpha N_3;$$

így

$$\alpha \approx \frac{\bar{A}_{34}}{N_3} = \bar{\beta},$$

ahol az ily módon nyert $\bar{\beta}$ sokkal jobb közelítése az α -nak mint a β .

Az árnyékolócsövekkel mért eredményeket az alábbi táblázatban közöljük. (Érdekes összevetni az ugyanarra a csőre vonatkozó, de árnyékolócsövek nélkül végzett eredményekkel, l. előző táblázat.)

V volt	1000 + 50	1000 + 100	1000 + 150	1000 + 200	} 20 perc alatt
\bar{A}_{34}	11	5	6	15	
\bar{N}_3	1262	1269	1267	1215	
$\bar{\beta}$	0,0087	0,0039	0,0047	0,0123	

A fenti táblázatból láthatjuk, hogy a vizsgált cső esetében az indulás feletti 50 V-os tápfeszültség kissé alacsony, ugyanakkor viszont a 200 V-os feszültség meglehetősen magas. A 100 és 150 V-nál mért megszólalási valószínűség-értékek közötti különbség:

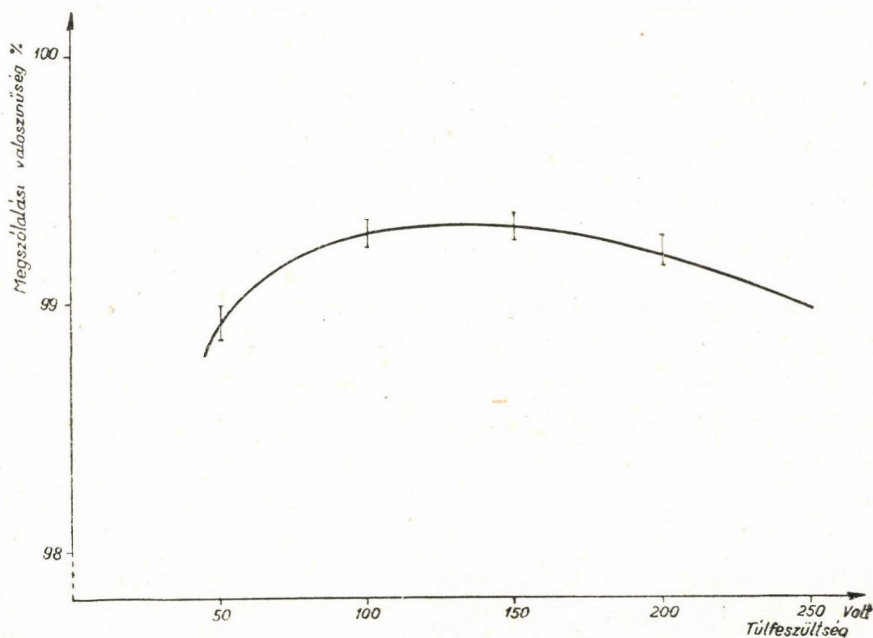
$$\beta_1 - \beta_2 = 0,0008 \pm 0,0026.$$

Még ha a fenti esetet úgy fogjuk is fel, hogy azért ilyen kicsi a megszólalási valószínűségek közötti különbség, mivel — a legrosszabb esetet feltételezve — a statisztikus hiba háromszorosa véletlenül úgy alakult, hogy elkendőzze a ténylegesen meglevő különbséget, akkor is a cső megszólalási valószínűségének változása 0,86% az 50 V-os feszültségváltozás hatására. A valóságban a változás ennél valószínűleg kisebb.

Mivel $\alpha \leq \bar{\beta}$, láthatjuk, hogy a szóbanforgó GM-cső megszólalási valószínűsége az indulása feletti 100—150 V-ig terjedő tartományban legalább 99,5%. Az a tény, hogy a megszólalási valószínűség kisebb mint 100%,

részben a kioltó univibrátor holtidejének tudható be. E helyen azonban nem kívánunk a holtidőt illetőleg részletekbe bocsátkozni.

A fent leírt berendezés több példányra üzemszerűen dolgozik osztályunkon; az általuk 99 %-nál kisebb megszólalási valószínűségűnek mért csöveket (100 és 200 V között) nem fogadjuk el használhatónak.

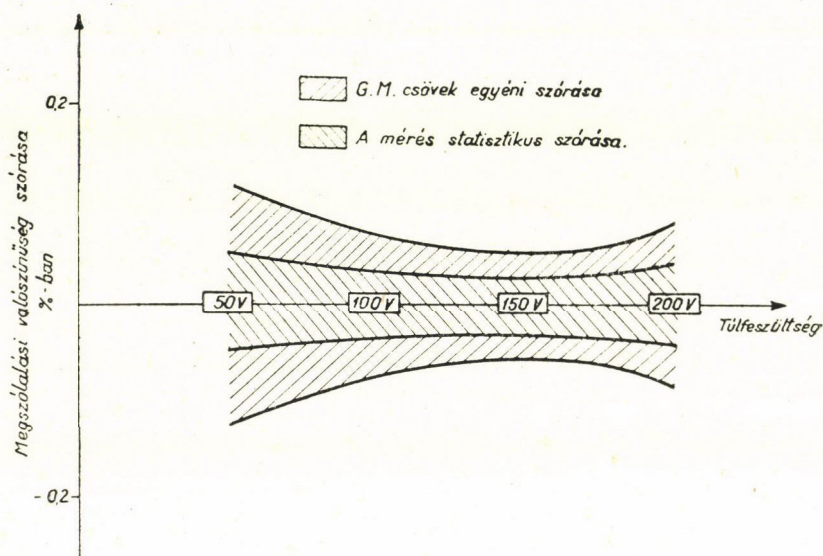


3. ábra

50 különböző GM-cső adatainak összesítéséből nyert átlagkarakterisztika

Meg akartunk győződni arról, hogy az egyes számlálócsöveknek az ismertett módszerrel mért megszólalási valószínűségei jobban eltérnek-e egymástól, mint az egyes adatok statisztikus fluktuációja. Ennek érdekében kiszámítottuk 50 különböző GM-cső megszólalási valószínűségének az átlagát és statisztikus szórását. A 3. ábrán feltüntettük az 50 cső adataiból kapott átlagos karakterisztikát; ebből a karakterisztikából látható, hogy a plátó közepe táján a megszólalási valószínűség 99,3% körül van. Ugyanakkor a 4. ábra mutatja, hogy a különböző csövek individuális szórása lényegében nem nagyobb, mint az a statisztikus szórás, amelyet akkor kapnánk, ha az 50 cső megszólalási valószínűségeit egy és ugyanazon cső 50 alkalommal mért megszólalási valószínűségének tekintenénk. Nagyobb és kisebb feszültségekre azonban az individuális szórás nagyobb, ami arra utal, hogy a plátó centrumán kívül az egyes csövek viselkedésében szisztematikus különbség áll fenn.

Mérőberendezésünk és mérési eredményeink részletes leírását illetően utalunk előzőleg megjelent közleményünkre².



4. ábra

50 GM-cső individuális szórásának és a megszólalási valószínűség statisztikus fluktuációjának összehasonlítása

IRODALOM

- ¹ Phys. Rev. 63, 52, 1943.
- ² KFKI Közlemények I, 36, 1953.

EGY ÚJ ELJÁRÁS A H_2 MOLEKULA KÖTÉSI ENERGIAJÁNAK MEGHATÁROZÁSÁRA*

BERENCZ FERENC

Elméleti Fizikai Intézet, Szeged

Az alapállapotban levő H_2 molekula kötési energiáját határoztam meg variációs eljárással a korrelációs molekulapályamódszer egy olyan módosításával, amelyben variálandó paraméterként bevezettem a sajátfüggvényben szereplő homeopoláris tagnak az ionos taghoz való arányát szabályozó faktort. A számítások alapjául szolgáló sajátfüggvény

$$\Psi = [a_1 b_2 + a_2 b_1 + \mu(a_1 a_2 + b_1 b_2)](1 + p r_{12})$$

alakú, ahol a_1, a_2, b_1, b_2 az a és b atommagnál levő 1. és 2. elektron 1s sajátfüggvénye, r_{12} az elektronok egymástól való távolsága. Ezzel a módszerrel a disszociációs energiára 4,14 ev adódott $z = 1,248$, $\mu = 0,356$ és $p = 0,073$ értékek mellett atomi egységekben. Ha ezt az értéket összehasonlítjuk a korrelációs molekulapálya-módszerrel nyert 4,11 ev-os eredménnyel, láthatjuk, hogy jelen eljárás 0,03 ev-tal jobb értéket szolgáltat. A kísérleti értékhez viszonyítva az eltérés $12 \cdot 10^{-3}$ -os.

Bevezetés

Anyagszerkezeti vizsgálatoknál egyik legfontosabb feladat a molekula kémiai-kötés problémájának tisztázása. A kvantummechanika egyik nagy sikere, hogy eredményes módszert szolgáltatott a molekulák elméleti vizsgálatára. Komplikáltabb molekulák esetén a fellépő matematikai nehézségek miatt a számítások elvégzése rendkívül bonyolult, ezért aránylag egyszerűbb, közelítő módszerek használatára vagyunk utalva. E módszerek teljesítőképességének elbírálására a legjobb eljárás a H_2 molekulára vonatkozó számítások végrehajtása, mert itt a probléma aránylag egyszerűbb volta miatt a számítások exaktul keresztülvihetők. A disszociációs energia elméleti úton való meghatározására a legelterjedtebb számítási eljárás a variációs módszer, amely különböző paraméterek variálásával az

$$E = \frac{\int \psi^* \mathbf{H} \psi d\tau}{\int \psi^* \psi d\tau}$$

kifejezés minimumának meghatározásából áll. Az egyes szerzők munkái a számítás alapjául szolgáló ψ sajátfüggvény megadásában és a variálandó paraméterekben térnek el egymástól. Az alábbi táblázat összefoglalja H_2 molekula alapállapotára vonatkozó eddigi számításokat, feltüntetve a szerző nevét és megadva a sajátfüggvényeket, valamint a variálandó paramétereket.

* Érkezett 1954. okt. 29-én.

I. TÁBLÁZAT

	Szerző	Sajátfüggvény	D	R	z	p	μ
			ev	atomi egység			
1.	H. Hellmann	$(a_1 + b_1)(a_2 + b_2)$	2,65	1,6	1,—		
2.	Y. Sugiura	$a_1 b_2 + a_2 b_1$	3,14	1,51	1,—		
3.	C. W. Scherr	$a_1 b_2 + a_2 b_1 + \mu(a_1 a_2 + b_1 b_2)$ *(elemi $z = 1$, ionos $z = 0,6875$)	3,44	1,49	*		-0,214
4.	C. A. Coulson	$a_1 b_2 + a_2 b_1$	3,47	1,38	1,193		
5.	C. A. Coulson	$e^{-\varrho\lambda}(1 + \alpha\mu^2 + b\lambda + c\lambda^2 + d\lambda\mu^2)$	3,60	1,38			
6.	S. C. Wang	$a_1 b_2 + a_2 b_1$	3,76	1,43	1,166		
7.	S. Weinbaum	$a_1 b_2 + a_2 b_1 + \mu(a_1 a_2 + b_1 b_2)$	4,—	1,46	1,193		0,256
8.	N. Rosen	$a_1 b_2(1 + \delta z_{a1})(1 + \delta z_{b2}) +$ $+ a_2 b_1(1 + \delta z_{a2})(1 + \delta z_{b1})$	4,02	1,46	1,190		
9.	S. Weinbaum	$a_1 b_2(1 + \delta z_{a1})(1 + \delta z_{b2}) +$ $+ a_2 b_1(1 + \delta z_{a2})(1 + \delta z_{b1}) +$ $+ \mu(a_1 a_2 + b_1 b_2)$	4,10	1,46	1,190		0,175
10.	A. Forst — J. Braunstein	$(a_1 + b_1)(a_2 + b_2)(1 + p r_{12})$	4,11	1,34	1,285	0,28	
11.	E. F. Gurnee — J. L. Magee	$(z^3/\pi)^{1/2}[\exp(-z r_{e1} - z r_{a2}) +$ $+ \exp(-z r_{e2} - z r_{a1})]$	4,15	1,46	1,172		
12.	C. R. Mueller — H. Eyring	$(a_1 + \lambda b_1)(\lambda a_2 + b_2) +$ $+ (a_2 + \lambda b_2)(\lambda a_1 + b_1)$	4,20				
13.	J. O. Hirschfelder J. W. Linnet	$a_1 b_2[1 + (\alpha z^2)(x_{a1} x_{b2} + y_{a1} y_{b2}) +$ $+ (\beta z^2)(z_{a1} z_{b2})] +$ $+ a_2 b_1[1 + (\alpha z^2)(x_{a2} x_{b1} +$ $+ y_{a2} y_{b1}) + (\beta z^2)(z_{a2} z_{b1})] +$ $\gamma(a_1 a_2 + b_1 b_2)$	4,25	1,43	1,195		
14.	H. M. James — A. S. Coolidge	$\exp[-\delta(\lambda_1 + \lambda_2)] \sum_{k l m n p} C_{klmnp}$ $\left[\lambda_1^k \lambda_2^l \mu_1^m \mu_2^n \left(\frac{2r_{12}}{R} \right)^p + \right.$ $\left. + \lambda_1^l \lambda_2^k \mu_1^m \mu_2^n \left(\frac{2r_{12}}{R} \right)^p \right]$	4,72	1,4			

A számítási eljárás

Az alapállapotban levő H_2 molekula kötési energiájának kvantumelméleti meghatározásánál először *Forst* és *Braunstein* [1, 9] alkalmazták a sajátfüggvényben az elektronok egymás közti távolságát. Ők a molekulapályát kibővítették a korrelációs faktorról és az ún. korrelációs molekulapályamódszerrel

számoltak. Náluk tehát a sajátfüggvény a következő alakú:

$$\psi = (a_1 + b_1)(a_2 + b_2)(1 + pr_{12}),$$

ahol a_1, a_2, b_1, b_2 az a és b atommagnál levő 1. és 2. elektron 1s sajátfüggvénye, r_{12} az elektronok egymástól való távolsága, p pedig az egyik variálandó paraméter a z effektív magtöltés mellett. A szerzők a disszociációs energiára a korrelációs — molekulapálya — módszerrel 4,11 ev-ot kaptak.

Ezt az eljárást igyekszem jelen dolgozat keretében finomítani a Weinbaum-féle [1. 7] gondolattal, amennyiben a korrelációs molekulapályában alkalmazok egy olyan variációs paramétert, amely megadja a sajátfüggvényben szereplő homeopoláris tagnak az ionos taghoz való arányát. Az új sajátfüggvény a következő:

$$\psi = (\varphi + \mu x)(1 + pr_{12}) \quad (1)$$

ahol φ jelenti a sajátfüggvénynek a homeopoláris részét, x pedig az ionosét:

$$\begin{aligned} \varphi &= a_1 b_2 + a_2 b_1 \\ x &= a_1 a_2 + b_1 b_2 \end{aligned} \quad (2)$$

μ -vel a variálandó paraméterek száma az előző módszerhez viszonyítva egy-gyel növekedett s a kötési energia meghatározásánál három paraméteres eljárással van dolgunk. A p , z és μ variálásával a következő kifejezés minimumát kell meghatározni:

$$E = \frac{\int (\varphi + \mu x)(1 + pr_{12}) \mathbf{H} (\varphi + \mu x)(1 + pr_{12}) d\tau}{\int (\varphi + \mu x)^2 (1 + pr_{12})^2 d\tau} \quad (3)$$

Figyelembe véve a Hamilton-operátor

$$\mathbf{H} = - \left[\frac{1}{2} (\nabla_1^2 + \nabla_2^2) + \frac{1}{r_{a1}} + \frac{1}{r_{a2}} + \frac{1}{r_{b1}} + \frac{1}{r_{b2}} - \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{R} \right]$$

alakját, a fenti kifejezés így írható:

$$E = \frac{A + 2pB + p^2C}{I_0 + 2pI_1 + p^2I_2} + \frac{1}{R} \quad (4)$$

ahol:

$$\begin{aligned} A &= K_0 - P_0 + I_{-1} \\ B &= K_1 - P_1 + I_0 \\ C &= K_2 - P_2 + I_1 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} K_0 &= -\frac{1}{2} \int (\varphi + \mu x) (\nabla_1^2 + \nabla_2^2) (\varphi + \mu x) d\tau \\ K_1 &= -\frac{1}{2} \int (\varphi + \mu x) r_{12} (\nabla_1^2 + \nabla_2^2) (\varphi + \mu x) d\tau \\ K_2 &= -\frac{1}{2} \int (\varphi + \mu x) r_{12} (\nabla_1^2 + \nabla_2^2) (\varphi + \mu x) d\tau \end{aligned} \quad (6)$$

$$P_0 = \int (\varphi + \mu x)^2 \left(\frac{1}{r_{a1}} + \frac{1}{r_{a2}} + \frac{1}{r_{b1}} + \frac{1}{r_{b2}} \right) d\tau$$

$$P_1 = \int (\varphi + \mu x)^2 r_{12} \left(\frac{1}{r_{a1}} + \frac{1}{r_{a2}} + \frac{1}{r_{b1}} + \frac{1}{r_{b2}} \right) d\tau \quad (7)$$

$$P_2 = \int (\varphi + \mu x)^2 r_{12}^2 \left(\frac{1}{r_{a1}} + \frac{1}{r_{a2}} + \frac{1}{r_{b1}} + \frac{1}{r_{b2}} \right) d\tau$$

$$I_{-1} = \int (\varphi + \mu x)^2 \frac{1}{r_{12}} d\tau \quad (8)$$

$$I_0 = \int (\varphi + \mu x)^2 d\tau$$

$$I_1 = \int (\varphi + \mu x)^2 r_{12} d\tau \quad (9)$$

$$I_2 = \int (\varphi + \mu x)^2 r_{12}^2 d\tau$$

E legkisebb értékének megkeresésénél úgy jártam el, hogy adott R és μ -hez meghatároztam p -nek azt az értékét, amelynél E -nek minimuma van. Ez azért lehetséges így, mert az E kifejezésében szereplő A, B, C, I_0, I_1 és I_2 értékek R -nek és μ -nek függvényei, tehát adott R és μ mellett p -nek azt az értékét, amelynél E -nek minimuma van, p -szerinti szélsőérték kereséssel határozható meg. Ez az eljárás azért könnyíti és gyorsítja meg a számításokat, mert a $\frac{\partial E}{\partial p} = 0$ kifejezésben a p -ben harmadfokú tagok kiesnek és adott R és μ mellett p -re a következő vegyes másodfokú egyenlet adódik:

$$(CI_1 - BI_2)p^2 + (CI_0 - AI_2)p + BI_0 - AI_1 = 0, \quad (10)$$

ahonnan

$$p = \frac{AI_2 - CI_0 \pm \sqrt{(CI_0 - AI_2)^2 - 4(CI_1 - BI_2)(BI_0 - AI_1)}}{2(CI_1 - BI_2)}. \quad (11)$$

E minimuma $R = 1,35$ körül volt várható. Ezért fenti eljárással a minimum környezetében három pontban, $R = 1,31, 1,34$ és $1,37$ -nél határoztam meg a minimális E -t, majd ezen a három ponton keresztül a

$$\Delta E = De^{-2a(R-R_m)} - 2De^{-a(R-R_m)}$$

alakú Morse-görbét [II] fektettem, amely pontosan megadta a D disszociációs energiát és a minimális R_m magtávolságot.

A számítás eredménye

A μ faktoriall módosított korrelációs molekulapálya-módszerrel való számolás eredményeképpen az alapállapotban levő H_2 molekula energiájára $-1,152$ értéket kaptam atomi egységekben. Ez $4,14$ ev kötési energiának felel meg. A számolás alapján az atommagoknak egymástól való távolságára

atomi egységekben 1,338 érték adódott, a másik két variációs paraméter pedig $\mu = 0,356$, ill. $p = 0,073$ -nak adódott. Tegyük összehasonlítást a jelen eljárással elért eredmény, valamint Weinbaum és Forst—Braunstein módszereivel kapott eredmény között. Jelen eljárás sajátfüggvénye Weinbaumétól a korrelációs faktorban, Forst—Braunsteinétől pedig μ variálásában tér el. Az egyes eljárások eredményei:

Szerző	D ev	R atomi	z	μ	p
Weinbaum	4,—	1,46	1,193	0,256	0
Forst—Braunstein	4,11	1,34	1,825	1,—	0,28
Jelen dolg.	4,14	1,338	1,248	0,356	0,073
Kísérleti érték [III.]	4,72	1,4			

A táblázatból látható, hogy jelen módszer eredménye Weinbauménál 0,14 ev-tal, Forst—Braunsteinénál pedig 0,03 ev-tal jobb a disszociációs energiát illetőleg. Tekintettel arra, hogy μ -nek variálása csak 0,03 ev-tal javította az eredményt, azt a következtetést kell levonni, hogy r_{12} -nek a sajátfüggvényébe való beépítése igen jó gondolat, mert egyedül ez a tény 0,11 ev-tal növelte a disszociációs energiát Weinbaum eredményéhez képest. Éppen ezért valószínűleg érdemes lenne a továbbiakban Weinbaum [I; 9]-ben megadott sajátfüggvényét a korrelációs faktorról kibővíteni. A jelen számítások eredménye a kísérleti értéktől 12%-os eltérést mutat. Érdekes megfigyelni, hogy a korrelációs faktornak bevezetése 39%-kal növeli a sajátfüggvényben az π tagot, hiszen μ értéke Weinbaumnál 0,256, jelen számításoknál pedig 0,356. μ variálásával viszont a korrelációs faktor körülbelül negyedére csökkent; Forst és Braunsteinnél ugyanis μ variálása nélkül $p = 0,28$ -nak adódott, jelen számításoknál pedig 0,073-nak.

Összinté köszönetemet fejezem ki Pauncz Rezső docensnek, aki e témára felhívta figyelmemet, valamint Álló Gézának, aki a numerikus számítások elvégzésében nagy segítségemre volt.

IRODALOM

- I. [1] *Hellmann*, Einführung in die Quantumchemie (Franz Deuticke, Leipzig, 1937), 138.
[2] *Y. Sugitue*, Z. Physik 45, 484, 1927.
[3] *C. W. Scherr*, J. Chem. Phys., 22, 149, 1954.
[4] *C. A. Coulson*, Trans. Faraday Soc. 33, 1479, 1937.
[5] *C. A. Coulson*, Proc. Cambridge Phil. Soc. 34, 204, 1938.
[6] *S. C. Wang*, Phys. Rev. 31, 579, 1928.
[7], [9] *S. Weinbaum*, J. Chem. Phys. 1, 317, 593, 1933.
[8] *N. Rosen*, Phys. Rev. 38, 255, 2099, 1931.
[10] *A. Forst—J. Braunstein*, J. Chem. Phys. 19, 1133, 1951.
[11] *E. F. Gurnee—J. L. Magee*, J. Chem. Phys. 18, 142, 1950.
[12] *C. R. Mueller—H. Eyring*, J. Chem. Phys. 19, 1495, 1951.
[13] *J. O. Hirschfeld—J. W. Linnet*, J. Chem. Phys. 18, 130, 1950.
[14] *H. M. James—A. S. Coolidge*, J. Chem. Phys. 1, 825, 1933.
- II. *Morse*, Phys. Rev. 34, 57, 1929.
- III. *G. Herzberg*, Spectra of Diatomic Molecules, (D. Van Nostrand company, Inc, New-York, 1950).

MEGJEGYZÉSEK AZ ABSZORPCIÓS GÖRBÉK ANALÍZISÉHEZ*

BERENCZ FERENC
Elméleti Fizikai Intézet, Szeged

Az abszorpciós görbék analizisére *Doetsch* és *Medgyessy* által megadott Fourier-soros közelítő eljárás teljesítőképességét vizsgálja a szerző Fe-ivről felvett spektrumon. Megállapította, hogy az eljárásnak már egyszeri alkalmazása jól választott szóráscsökkentő paraméter esetén alkalmas mind kvalitatív (sávok száma), mind kvantitatív megállapításokra (hullámhossz), de az intenzitás meghatározására az eljárást már ismételni kell.

A spektroszkópus által felvett abszorpciós görbék analizisének több módja van. Azt az eljárást, amely az analizálandó görbét Gauss-féle hiba-görbék szuperpozíciójaként fogja fel és ebből az alapfeltevésből kiindulva határozza meg az összes, (esetleg rejtett) komponenst, Gauss-féle analízisnek nevezzük. A következőkben a Gauss-féle analízis keretén belül *G. Doetsch*-nek az ún. szóráscsökkentő módszerével kívánunk foglalkozni [1], [2], amelynek nyomán *Medgyessy Pál* számolásra igen alkalmas közelítő eljárást dolgozott ki. [3], [4].

Álljon az analizálandó függvény az

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} e^{-\frac{(x-m_k)^2}{2\sigma_k^2}} \quad (1)$$

alakú Gauss-függvények szuperpozíciójából és legyen a következő alakú:

$$f(x) = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} e^{-\frac{(x-m_k)^2}{2\sigma_k^2}}, \quad (2)$$

ahol m_k a Gauss-görbék maximumainak helye, σ_k pedig a szórás. (σ_k szemléletesen a Gauss-görbe két inflexiós pontja féltávolságát jelenti.)

Tegyük fel, hogy $f(x)$ -ből kiindulva az

$$f^*(x) = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma_k^2 - \lambda^2}} e^{-\frac{(x-m_k)^2}{2(\sigma_k^2 - \lambda^2)}} \quad (3)$$

függvényt határoztuk meg, ahol λ egy alkalmasan választott valós érték, melyet szóráscsökkentő paraméternek nevezünk. λ -nak a függvénybe való beépítése folytán az $f^*(x)$ -et összetevő Gauss-görbék keskenyebbek és maga-

* Érkezett 1954. nov. 24.

sabbak, mint az $f(x)$ -beli komponensek, de a maximumhelyek azonosak maradnak. Ha λ -t úgy választjuk meg, hogy értéke kisebb legyen az $f(x)$ felépítésében részt vevő komponensek legkisebb szórásánál, akkor az $f^*(x)$ -beli komponensek annyira elkülönülnek, hogy spektroszkópai adatok meghatározására válnak alkalmassá.

Az a kérdés, hogyan juthatunk el az $f(x)$ függvényből az $f^*(x)$ -hez. Először Doetsch dolgozott ki erre egy módszert. Ez a módszer csak egyenlő szórások esetére vonatkozik, de általánosítható. Képezzük $f(x)$, ill. $f^*(x)$ Fourier-transzformáltját, $\varphi(t)$ — t , ill. $\varphi^*(t)$ — t :

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=1}^N \frac{A_k}{\sqrt{2\pi} \sigma_k} e^{-\frac{(x-m_k)^2}{2\sigma_k^2}} \right) e^{itx} dx \quad (4)$$

$$\varphi^*(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=1}^N \frac{A_k}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_k^2 - \lambda^2}} e^{-\frac{(x-m_k)^2}{2(\sigma_k^2 - \lambda^2)}} \right) e^{itx} dx. \quad (5)$$

Ezeknek értékét kiszámítva (lásd: B. V. Gnyegyenko—A. N. Kolmogorov: Független valószínűségi változók összegeinek határeloszlásai, 52. o.)

$$\varphi(t) = \sum_{k=1}^N A_k e^{im_k t - \frac{\sigma_k^2}{2} t^2} \quad (6)$$

$$\varphi^*(t) = \sum_{k=1}^N A_k e^{im_k t - \frac{(\sigma_k^2 - \lambda^2)}{2} t^2} = \varphi(t) e^{\frac{\lambda^2}{2} t^2} \quad (7)$$

(7)-ből az unicitási tétel érvényessége szerint $f^*(x)$ -et úgy kapjuk meg, hogy $\varphi^*(t)$ -re az inverz Fourier-transzformációt alkalmazzuk. Az $f(x)$ -ből az $f^*(x)$ meghatározására vezető eljárás tehát a következő: az $f(x)$ -nek $\varphi(t)$ Fourier-transzformáltját képezzük, ezt megszorozzuk $e^{\frac{\lambda^2}{2} t^2}$ -tel és az így kapott függvényt visszatranszformáljuk.

Ennek a módszernek gyakorlati alkalmazása rendkívüli nehézkes. Hazai lehetőségeink mellett számításra sokkal alkalmasabb az az eljárás, amelynek részletes kidolgozása és hibabecslése Medgyessytől származik. Medgyessy az előző módszerben szereplő Fourier-integrálok helyett Fourier-sorokkal operál. Az eljárás lényege az, hogy a $(0, l)$ intervallumban a következőképpen értelmezett:

$$f(x) = \begin{cases} \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{\sqrt{2\pi} \sigma_k} e^{-\frac{(x-m_k)^2}{2\sigma_k^2}}, & \text{ha } 0 \leq x \leq l \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \quad (8)$$

$$f^*(x) = \begin{cases} \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_k^2 - \lambda^2}} e^{-\frac{(x-m_k)^2}{2(\sigma_k^2 - \lambda^2)}}, & \text{ha } 0 \leq x \leq l \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \quad (9)$$

függvényeket a $(-l, 0)$ intervallumban párosan folytatjuk, majd a $(-l, l)$

intervallumban kapott $\overline{f(x)}$, ill. $\overline{f^*(x)}$ függvényeket — melyekről periodikus ismétlődést tételezünk fel — Fourier-féle cosinus sorba fejtjük:

$$\overline{f(x)} = \frac{Q_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \cos \frac{n\pi}{l} x, \quad (10)$$

ahol

$$Q_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l \overline{f(x)} dx = \frac{2}{l} \int_0^l \left(\sum_{k=1}^N \frac{A_k}{\sqrt{2\pi} \sigma_k} e^{-\frac{(x-m_k)^2}{2\sigma_k^2}} \right) dx \quad (11)$$

$$Q_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l \overline{f(x)} \cos \frac{n\pi}{l} x dx = \frac{2}{l} \int_0^l \left(\sum_{k=1}^N \frac{A_k}{\sqrt{2\pi} \sigma_k} e^{-\frac{(x-m_k)^2}{2\sigma_k^2}} \right) \cos \frac{n\pi}{l} x dx \quad (12)$$

$$\overline{f^*(x)} = \frac{R_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos \frac{n\pi}{l} x, \quad (13)$$

ahol:

$$R_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l \overline{f^*(x)} dx = \frac{2}{l} \int_0^l \left(\sum_{k=1}^N \frac{A_k}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_k^2 - \lambda^2}} e^{-\frac{(x-m_k)^2}{2(\sigma_k^2 - \lambda^2)}} \right) dx \quad (14)$$

$$R_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l \overline{f^*(x)} \cos \frac{n\pi}{l} x dx = \frac{2}{l} \int_0^l \left(\sum_{k=1}^N \frac{A_k}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_k^2 - \lambda^2}} e^{-\frac{(x-m_k)^2}{2(\sigma_k^2 - \lambda^2)}} \right) \cos \frac{n\pi}{l} x dx. \quad (15)$$

Hasonlítsuk össze Q_n -t, ill. R_n -nek (12), ill. (15)-ben megadott értékét a $\varphi(t)$, ill. $\varphi^*(t)$ (4), ill. (5) alatti értékével. Látható, hogy Q_n , ill. R_n konstanstól eltekintve közelítőleg felfogható $f(x)$, ill. $f^*(x)$ Fourier-transzformáltja valós részének $t = \frac{n\pi}{l}$ helyen, hiszen Q_n -t, ill. R_n -ben az integrációs határoknak

a végtelenbe való kiterjesztése nem módosítja lényegesen az integrált, mivel $f(x)$ értelmezés szerint és a gyakorlatban is az intervallum végpontjain kicsiny, az intervallumon kívül pedig praktikusán zérus. A (7) szerint közelítőleg:

$$R_n = Q_n e^{\frac{\lambda^2}{2} \frac{n^2 \pi^2}{l^2}}$$

azaz $\overline{f(x)}$ -ből úgy kapjuk meg $\overline{f^*(x)}$ -et, (s így $f(x)$ -ből $f^*(x)$ -et) ha $f(x)$

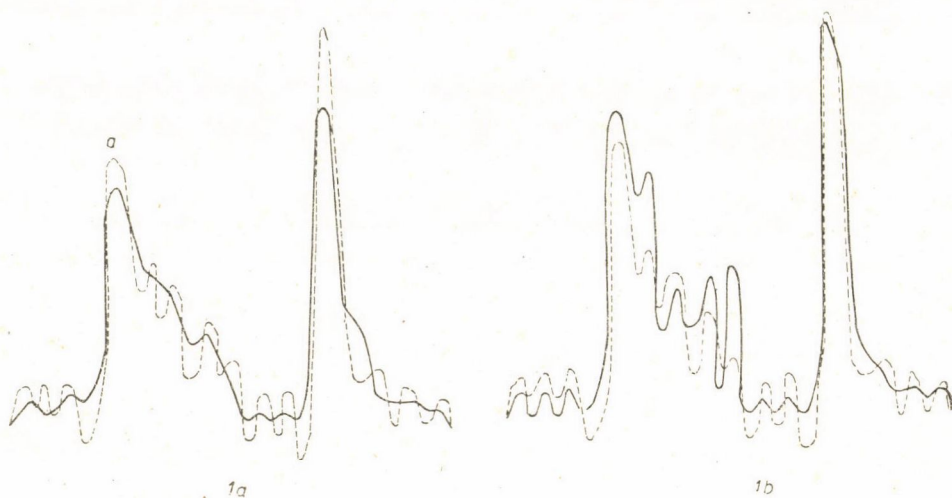
Fourier-sorának együtthatóit szorozzuk $e^{\frac{\lambda^2}{2} \frac{n^2 \pi^2}{l^2}}$ -tel és ezekkel képezzük (13)-at, csak bizonyos $n = M$ -ig. Mindez számítással is követhető, amit itt nem részletezünk, csak a közelítés hibabecslését közöljük majd később. Minthogy $f^*(x)$ -et (közelítőleg) az R_n -ekkel képezett trigonometrikus sor-szelet adja meg, meghatározásához ún. Fourier-szintézist kell végezni. Mivel a legkisebb szórás nem ismerjük, általában néhány, egyre növekvő λ értékkel ismételt el kell végeznünk az eljárást és esetről esetre megvizsgálni, mennyire váltak szét a komponensek.

A továbbiakban az a célunk, hogy az előzőekben ismertetett Medgyessy-féle Fourier-soros közelítő eljárás teljesítőképességét a gyakorlatban megvizsgáljuk. Ezért úgy jártunk el, hogy a KFKI spektroszkópai osztályán Fe-ívről 2 spektrumot készítettünk 20,000-res, ill. 200,000-res feloldóképességgel. A kis feloldóképességgel felvett spektrogrammon hajtottuk végre a fent vázolt analízist, majd összehasonlítottuk eredményeinket a nagy feloldóképességgel felvett spektrogrammal.

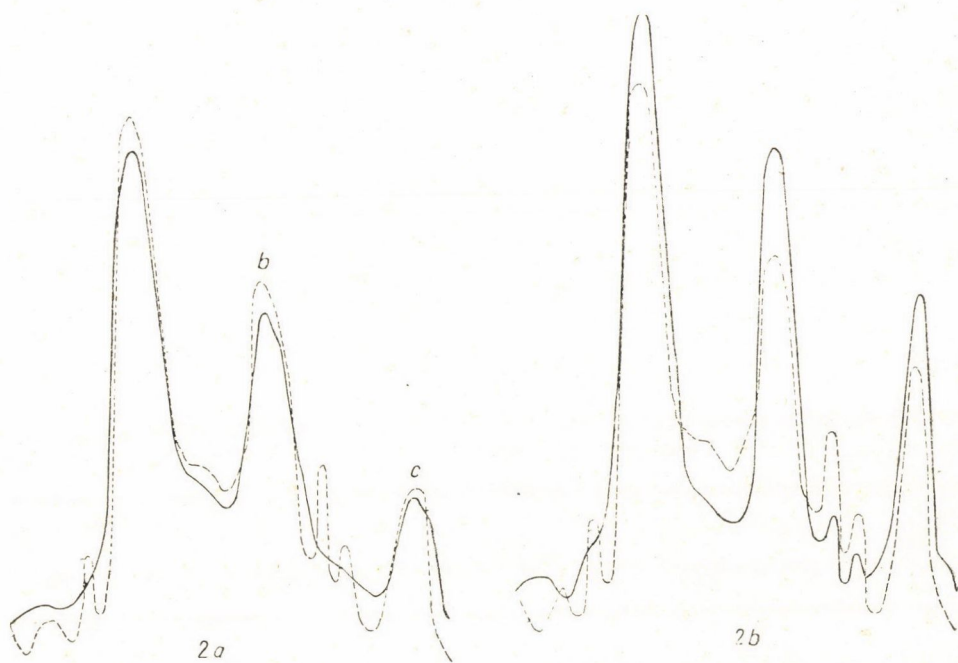
Rendelkezésünkre állt tehát az analizálandó függvénynek kísérleti úton meghatározott grafikonja. Ebből a görbéből analízis tárgyává azt a három szakaszt tettük, amelyeknek feldolgozása a legtanulságosabb volt. Ezeket a szakaszokat tartalmazzák az 1a, 2a és 3a ábrák folytonos vonalai.

Az első szakasznál arra voltunk kíváncsiak, hogy az „a”-val jelzett éles maximum után következő 4 maximumról számot tud-e adni az analízis, a második és harmadik szakasz feldolgozásánál pedig az érdekelt bennünket különösen, hogy a „b” és „c”-vel jelzett éles maximumok között levő két maximumot, ill. a „d” és „f”-fel jelzett maximumok között levő maximumot ki tudja-e mutatni az eljárás.

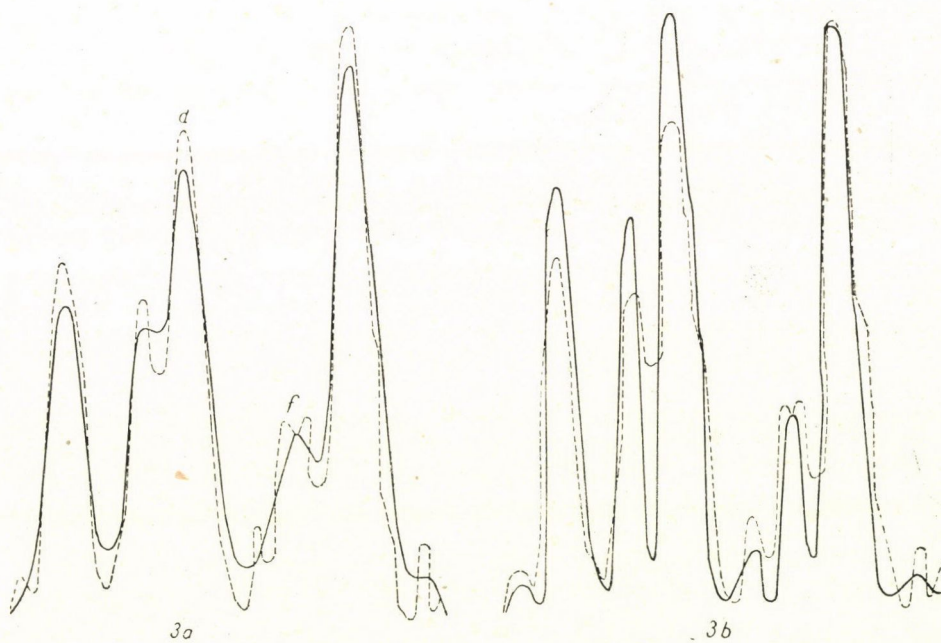
Első feladatunk az volt, hogy az egyes görbe szakaszokat előállító függvények analitikus alakját felírjuk, mégpedig a közelítő eljárásnak megfelelően Fourier-sorokban. A Fourier-együtthatókat Mader—Ott-féle harmonikus analízissel határoztuk meg. Mindhárom esetben a magasabb együtthatók a készülék hibahatára alá estek, ezért elégségesnek bizonyult 33 Fourier-komponensnek a kiszámítása.



1. ábrák



2. ábrák



3. ábrák

Q_n	I.	II.	III.
0	3,12	2,94	4,07
1	-0,34	-0,51	0,27
2	-1,19	-2,18	-0,99
3	0,68	1,35	0,36
4	-3,23	-0,82	-1,78
5	-1,04	0,78	-2,57
6	1,05	1,61	-1,01
7	0,42	-1,50	1,26
8	2,04	-0,32	-0,78
9	-0,08	0,46	0,90
10	-1,04	-0,45	0,68
11	-0,43	0,37	1,03
12	-1,08	-0,27	0,06
13	0,29	-0,64	-0,75
14	0,64	0,11	0,11
15	0,49	-0,08	-0,53
16	0,53	-0,13	-0,12
17	-0,61	0,04	0,19
18	-0,54	-0,13	0,25
19	0,—	0,08	-0,06
20	-0,15	-0,09	0,08
21	0,41	-0,08	-0,15
22	0,17	0,10	-0,18
23	0,11	-0,05	0,07
24	-0,17	0,02	-0,05
25	-0,24	0,01	0,01
26	-0,02	-0,07	-0,01
27	0,02	0,06	0,08
28	0,13	-0,02	-0,01
29	0,07	-0,01	-0,01
30	-0,09	0,—	0,—
31	-0,13	-0,04	0,01
32	-0,07	0,01	0,05
33	0,07	-0,01	0,06

Q_n -ekről az R_n -ekre való áttérésnél a szórástcsökkentő paramétert először $\lambda = 0,447$ -nek ($\lambda^2 = 0,2$) választottuk. Ez nem bizonyult jónak, mert $f^*(x)$ -ben túlságosan nagy negatív komponensek adódtak. Majd $\lambda = 0,316$ -tal ($\lambda^2 = 0,1$) számoltunk. A szintézis eredményét mutatja az *1a*, *2a* és *3a* ábrán feltüntetett pontozott vonal.

Az elméleti eredmények és kísérleti adatok összehasonlítása végett az *1b*, *2b* és *3b* ábrákon feltüntettük pontozott vonallal az analízis révén nyert görbét, valamint folytonos vonallal a nagy feloldóképességgel felvett spektrumot. Ennek a két görbének az összehasonlításánál láthatjuk, hogy az intervallum belsejében az analizált görbe tartalmazza mindazokat a komponenseket, melyek a nagy feloldóképességgel felvett spektrumon előfordulnak, tehát a Medgyessy-féle közelítő eljárással végrehajtott analízis számot tud adni azoknak a maximumoknak létezéséről, amelyekre kíváncsiak voltunk. Az analizált görbe maximum helyei ugyancsak az intervallum belsejében pontosan egyeznek a nagy feloldóképességgel felvett spektrum maximum helyeivel. Az intervallum határain az egyezés már nem olyan pontos; az eltérés onnan adódik, hogy az intervallum határain $f(x)$ -et a közelítő eljárás feltevéseinek

megfelelően praktikusan zérusra kerekítettünk le, holott $f(x)$ ezeken a helyeken bizonyos kis értékkel rendelkezik. A két görbe maximum-helyeinek ez a jó megegyezése igen komoly súlyt ad az eljárásnak, hiszen a gyakorlatban legtöbbször a maximum helyeknek biztos meghatározására van szükség (spektroszkópia). A Gauss-analízissel nyert görbe alakja (maximumhely-magasság) nem egyezik a felvétellel, mert mások a léptékek. Kimutatható azonban, hogy a komponensek alatti területek aránya (az egyes vonalak intenzitás-aránya) ugyanaz, mint amit a nagyobb felbontóképességű készülék felvétele alapján kaphattunk volna. Erre itt nem térünk ki.

Mivel a Fourier-sor fejtésben az együtthatók meghatározásánál csak véges számú és pedig M tagot vettünk figyelembe, $f^*(x)$ -et is csak bizonyos közelítéssel adtuk meg, mely közelítés Δ hibájára vonatkozólag Medgyessy a következő formulát adta meg:

$$|\Delta| < \frac{\left(\sum_{k=1}^M A_k\right)}{\left|\min(\sigma_k^2 - \lambda^2)\right|} 2 \left| \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[1 - \Phi\left(\frac{M \left|\min(\sigma_k^2 - \lambda^2)\right|}{l} \pi\right) \right] \right|,$$

ahol

$$\Phi(\xi) = \int_{-\infty}^{\xi} \frac{e^{-\frac{r^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dr.$$

A numerikus értékek a helytől függetlenül az egyes görbe szakaszok esetén a következők:

$$|\Delta_1| < 1,05 \quad |\Delta_2| < 1,31 \quad |\Delta_3| < 0,99$$

M növelésével a hiba tovább csökkenthető.

Eredményeink vizsgálatával tehát megállapíthatjuk, hogy a Medgyessy-féle közelítő eljárásnak már egyszeri alkalmazása jól választott szórás- és csökkenő paraméter esetén alkalmas mind kvalitatív (sávok száma), mind pedig kvantitatív megállapításokra (hullámhossz); az eljárás általános elmélete alapján itt csak azt jegyezzük meg, hogy az intenzitás meghatározására az eljárást ismételni kell oly módon, hogy a legjobban kiemelkedő komponens grafikusan levonjuk az analizált görbéből és a maradékon újból elvégezzük az analízist, míg valamennyi komponens torzítatlanul meg nem jelenik. A spektrum Gauss-analízisével tehát kisebb felbontóképességű készülék is megadja nagyjából azt az eredményt, mint a nagyobb felbontóképességű. Ezt a gondolatot először Medgyessy vetette fel.

Befejezésül szeretném még megemlíteni a következőket:

Atomspektrumnál az egyes vonalak intenzitáseloszlását a Cauchy-féle sűrűségfüggvény jobban megközelíti, mint a Gauss-féle. A „szórás- és csökkenő eljárása” azonban Medgyessy vizsgálatai alapján erre is alkalmazható.

Az eljárás alapja hangsúlyozottan az intenzitás-eloszlás matematikai kifejezésének ismerete. A módszer további javítása tehát csak úgy várható,

ha a fizikusok pontosabban megállapítják az említett intenzitás-eloszlás matematikai alakját.

Az eljárást gyorsan csak matematikai gépekkel lehetne elvégezni.

Öszinte köszönetet mondok *Horváth János* tanszékvezető docensnek, aki e munkára felhívta figyelmemet, szakmai tanácsokkal ellátott és a munka eredményes befejezése érdekében lehetővé tette az AMI-val és KFKI-val való együttműködést. Köszennel tartozom *Medgyessy Pálnak* többszöri tanulságos szakmai útbaigazításáért, valamint az AMI vezetőségének, hogy munkatársával a kooperációt elősegítette. Köszönöm továbbá *Mátrai Tibornak* a spektrogrammok felvételét, *Dombi Józsefnek* a spektrumokról a regisztrátumoknak elkészítését, a KFKI abszorpciós spektroszkópai osztályának a harmonikus analízátor kikölcsönzését és *Gyulai Józsefnek* a numerikus számítások terén nyújtott segítségét.

IRODALOM

- [1] *G. Doetsch* Z. Physik 49, 705, 1928.
- [2] *G. Doetsch* Mathematische Z. 41, 283, 1936.
- [3] *Medgyessy Pál* Kandidátusi disszertáció, 1954.
- [4] *Medgyessy Pál* AMI Közleményei II. kötet, 165.

VIZSGÁLATOK A KRYPTONNAK LEVEGŐBŐL ÜZEMI KINYERÉSE ALKALMÁVAL FELDÚSULÓ RÁDIOAKTÍV SZENNYEZŐDÉSÉRE VONATKOZÓLAG

HORVÁTH MÁRTON
Kryptongyár, Miskolc

és

DÉZSI ZOLTÁN és SZALAY SÁNDOR
Kísérleti Fizikai Intézet, Debrecen

A Kossuth Lajos Tudományegyetem Kísérleti Fizikai Intézetének
és a miskolci Kryptongyárnak közös közleménye

A szerzők Geiger—Müller számlálócsöves mérésekkel megállapították, hogy a kryptongyártás folyamán a levegő természetes radon szennyeződése a levegőből a kryptonnal együtt ugyanolyan arányban feldúsul, mint maga a krypton és attól a továbbiak folyamán sem válik szét. A frissen kinyert krypton kg-jában 0,04—0,08 mC Rn tartalmat találtak. A vizsgálatokat folytatni fogják egyrészt a légkör Rn tartalmának ingadozása szempontjából, másrészt atombomba robbantási kísérleteknél az atmoszférát megszenyező hasadási termékek esetleges feldúsulásának szempontjából.

A levegő cca 10^{-6} térfogatrész kryptont tartalmaz. Ezt a rendkívüli kis mennyiséget kell a gyártás folyamán az alapjaiban Ramsaytól származó, alant röviden leírt eljárással feldúsítani és kinyerni. A feldúsítás tehát térfogatban mintegy milliószoros. Általánosan ismeretes, hogy a levegő mindig tartalmaz több-kevesebb, a talajból kiáramló rádium emanációt. A rádium emanáció (radon) mennyisége 10^{-13} -tól 10^{-14} Curie/liter körül mozoghat [1]. Feltételezhető, hogy a krypton és xenon feldúsítási eljárása folyamán a radon is feldúsul, mert az a kryptonnak és xenonnak magasabb homológja.

Ismeretes, hogy a kísérleti atombomba robbantások nagy mennyiségű atomhasadásból eredő radioaktív terméket, köztük krypton és xenon izotópokat is szórnak szét a légkörbe. A légkör radioaktivitása egy bomba robbantása után gyakran az egész földgömb területén hosszabb időn át kimutatható. Szalay Sándor és Berényi Dénes munkájukban [2] vizsgálták 1952 április óta Debrecenben az esőben kimutatható hasadási termékeket. Ők is azt észlelték, hogy atombombák robbantása általában a robbantás után pár nappal kimutatható, sőt egyes esetekben a radioaktivitás számottevő értékeket érhet el. Ezek a szempontok szükségessé tették annak megvizsgálását, hogy a krypton gyártása folyamán a levegőből dúsulnak-e fel radioaktív anyagok és ha igen, melyek azok?

E munkában e vizsgálataink első részéről szeretnénk beszámolni. Mindenekelőtt a krypton gyártásánál felhasznált eljárásnak rövid vázlatát adjuk meg:

* Érkezett 1954, nov. 24.

A krypton-xenon nemesgázok előállítása 1898-ban történt első alkalommal (*Ramsay*) a folyékony levegő desztillációs maradékából. Az így nyert mennyiségi adatok a levegő krypton-xenon tartalmára engedtek következtetni, a pontos értéknél azonban nagyságrendileg kisebbet adtak. Az egyszerű desztilláció ugyanis közel a mindenkori folyadék-gőz fázis egyensúlyának megfelelő párlatot adja és így elkerülhetetlen, hogy a maradék a kevésbé illékony komponensből, különösen a desztilláció előrehaladtával, egyre többet ne veszítsen.

Az első, nagyságrendileg is megbízható méréseket az Egyesült Izzólámpa és Villamossági R. T. Kutató Laboratóriuma végezte el, ahol a levegőből az összes nem nemesgázokat vegyi úton kötötték meg és az így nyert nemesgáz keveréket, amelynek legnagyobb része argon volt, spektroszkópiai úton összehasonlították egy argon-kryptonból álló, pontos összetételében ismert eleggyel. Az eltérés a jelenlegi legpontosabb meghatározástól mintegy 18 % volt.

A vákuumtechnikai ipar rohamos fejlődése a laboratóriumi kereteken túl szükségsszerűvé tette ezen nemesgázoknak ipari méretű előállítását is. A kezdeti laboratóriumi módszerek azonban nem voltak a továbbiakban gazdaságossági szempontból követhetők, egyrészt a magas energiaszükséglet, másrészt a kinyerés rossz hatásfoka miatt.

A rektifikációs mélyhűtésű eljárás, amely jó eredménnyel működött az 1930-as években már a nagyteljesítményű levegőbontó berendezéseknél, lényegében a fenti két probléma megoldását szolgáltatta. A desztillációnál a teljes levegőmennyiség, rektifikálásánál pedig annak csak tört része kerül cseppfolyósításra, innen a két módszer között nagy különbségű energiaszükséglet adódik.

Így születtek az ipari megoldások, amelyek lényegükben a rektifikáció különböző módoszatait tartalmazták *Linde*, *Air Liquid* és *Fastovsky* tervei alapján. Részletkérdésekben alapvető kutatásokat végzett az Egyesült Izzólámpa és Villamossági R. T. is.

Lényegesebb eltérést azonban, amely e közlemény szempontjából jelentős, a desztillációs és rektifikációs módszer között az a körülmény okozza, hogy a rektifikáció, mint sorozatos közel egyensúlyi desztilláció, biztosítani tudja elvben két alkotós elegynél a végtermékre közel a teljes tisztaságot. Ha azonban az egyik alkotó a biner-elegyeknél igen kis koncentrációban fordul elő, akkor elvben is csak sorozatos rektifikáció útján érhető el azonos eredmény.

Ez természetesen egyenértékű azzal, hogy a rektifikációs párlatban a párlatnál illékonyabb, a maradékban pedig a maradéknál kevésbé illékony szennyeződések teljes egészükben megtalálhatók. Ez a megállapítás nem a kiindulási alapanyag szennyeződéseire vonatkozik, hanem a rektifikáló kolonnába jutó szennyezésekre, mivel ezek közül egyesek a kolonnába való beve-

zetés előtt akár kémiai, akár fizikai úton megkötődhetnek. Valamely gázelegy-
nek tehát gőzfolyadék fázisban rektifikációs úton való szétválasztásakor a
kevésbé illékony szennyeződések, ha a rektifikáció megfelelő hatásfokkal
megy végbe, a folyadék fázisban elvezetendő maradékban található.

A levegőnek mint alapanyagnak oxigén és nitrogén alkotókra való szét-
bontása esetén az oxigénnél kevésbé illékony komponensek az oxigénben
jelentkeznek.

Lényegében ez az alapja az oxigénnél kevésbé illékony nemesgázok,
tehát a krypton-xenon levegőből való előállítása jelenlegi nagyipari techno-
lógijának.

Teljesen hasonló elven működnek egyes, az egyéb ritka elemeket vagy
izotópokat (deuterium, tritium) kinyerő berendezések is az esetben, ha a ki-
választandó kisebb koncentrációjú alkotó forráspontja magasabb az őt tartal-
mazó többi alkotóénál és kémiai reakcióban az alkotók nem vesznek részt.

A levegő és annak normál szennyeződéseire vonatkozó fontosabb ada-
tokat tartalmazza az 1. sz. táblázat, ipari szennyező gázok nélkül.

A magyarországi kryptongyár Linde-eljárással működik. A krypton-
kinyerő berendezés vázlatos technológiája követhető az 1. sz. ábrán, ahol is
egy négyszeres rektifikáció útján juthatunk el, kb. egymilliószoros bedúsítás
esetén a tiszta végtermékhez.

Egy mechanikus olajsűrűn (*A*) szívja a levegőt egy nagyteljesítményű
turbókompresszor (*B*), majd a sűrítés után a kompressziós hőt a zárt körben
cirkuláló (*C*₁) visszahűtött víz vezeti el. Az így kiindulási hőfokra visszahűtött
komprimált levegőt a regenerátorpár (*D*) egyikén átvezetve és közel harmat-
pontjáig lehűtve a (*E*) rektifikáló oszlopba visszük, ahol folyékony krypton-
mentes levegőt használva refluxként, a fenéktermékben tízszeres dúsítást érhe-
tünk el (kryptonra vonatkoztatva). A kryptontól megfosztott levegő az oszlop
tetején távozva, a (*F*) turbóexpanderen expandálva tovább hűl, majd a másik
regenerátoron (*D*) át a szabadba távozik. A regenerátorok hőegyensúlyát az
expanziós turbina tartja fenn. A regeneratív hőcserélők egyben a magas for-
ráspontú szennyezések (víz, CO₂ stb.) kiszűrésére is szolgálnak, befelé áram-
láskor ugyanis a töltő anyagon részben kifagynak, kifelé áramláskor pedig a
nyomás-viszonyoktól függően elszublimálnak. A regenerátorban lejátszódó,
periodikusan váltakozó hő- és áramlásviszonyok az anyagcsere kérdésének
vizsgálatát azonban igen bonyolulttá teszik.

Az első kb. tízszeres dúsítást követi a szénsav- és acetilénsűrűn (*G*)
való átvezetés után a (*H*) oszlopban egy újabb rektifikáció. Eközben egyes
szennyezések, elsősorban szénhidrogének már ezerszeresre bedúsulhatnak, ezért
egy kontaktkályhán ezeket elégetve (*K*), a keletkezett égéstermégeket (*L*₁) és
(*L*₂) lúgos- és silicogelestornyak segítségével megkötik. Ezt követi egy újabb
százszoros dúsítás az (*M*) kolonnában, majd ismét egy kiégetés (*N*) és tisz-
títás (*O*, *P*).

Az utolsó munkafázis az (*R*) rektifikációs oszlopban történő végleges tisztítás, melyet követően már csak az oxigén nyomok eltávolítására van szükség, amelyet (*S*) redukciós kályha végez. Az így megtisztított krypton-xenon keverék magasnyomású palackba való töltése, újabb szennyezések elkerülése céljából ismételt bekondenzálás után, egy kis térben való felmelegítés következtében beálló saját nyomással történik.

A két nemesgázon kívül egyes szénhidrogén, oxid- és dioxid- féleségek jelentkeznek a közbenső munkafázisban az oxigénben és nem megfelelő kémiai tisztítás esetén a végtermékben.

A magas harmadpontú szennyezések között szerepelnek a különböző szénhidrogénféleségek, amelyek közül elsősorban az acetilénnek van különleges szerepe. A technikai folyamat egyik fázisában az első dúsítás után silicogel-adszorber van beiktatva. Mivel az adszorber a folyékony levegő hőmérsékletén dolgozik, várható lenne, hogy a nagy molekulásúlyú nemesgázokat is adszorbeálja [3]. Ez azonban csak közvetlenül egy deszorbeáltatott szűrő üzembehelyezése után lép fel, később úgyszólván kizárólag az acetilén adszorbeálódik, elfoglalván a nehéz nemesgázok helyét és ekkor a nemesgázok részére az adszorber már átereszt.

Ezen rövid és pusztán tájékoztató jellegű áttekintés után a dolgozatra vonatkozó szempontokat a következőkben foglalhatjuk össze:

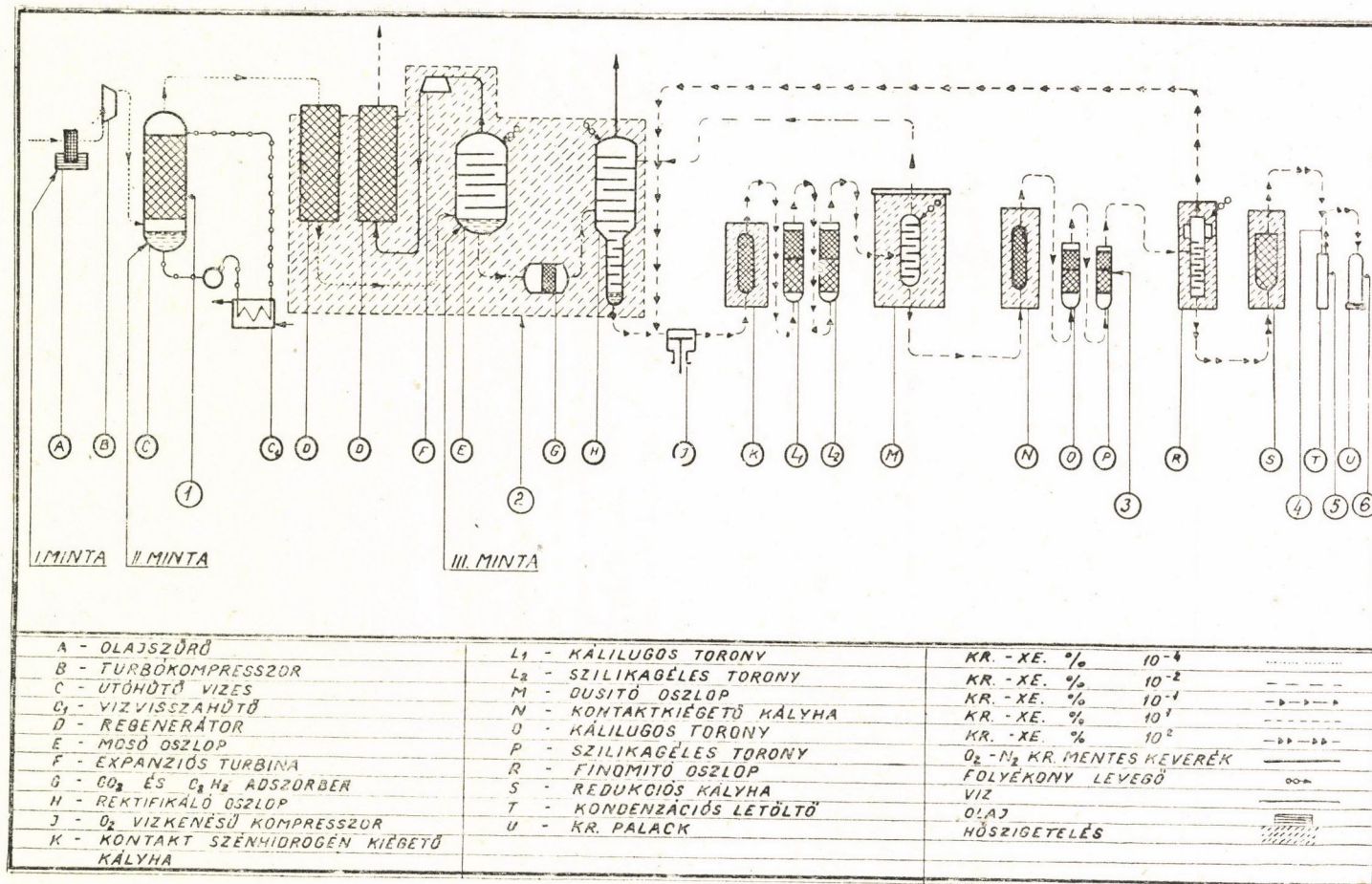
A levegő szétbontása esetén a rektifikációs maradékok ismételt rektifikálásakor a nehéz nemesgázok (krypton-xenon, radon) mindig a maradékban találhatók, tehát egy nyers kryptonkeverék e három alkotót mindig tartalmazza.

Ezek után a feladat kettős volt. Egyrészt megállapítani, jelentkezik-e sugárzás a folyamat közben, vagy a végterméknél, másrészt ha igen, a sugárzás milyen természetű és mitől ered.

A feladatok megoldása három lépésben történt:

1. Tájékoztató jellegű üzemi mérések.
2. Egyes szűrő (olaj) és mosó (víz, folyékony levegő) közegek mintáinak vizsgálata.
3. Kvalitatív és kvantitatív laboratóriumi mérések a végtermékből (krypton) vett mintával.

1953. november 18-án a kryptongyár területén Geiger—Müller számlálócsöves (a továbbiakban G. M.) helyszíni mérést végeztünk. A mérőberendezés a debreceni Kossuth Lajos Tudományegyetem Kísérleti Fizikai Intézetében készült, hordozható G. M.-csöves berendezés. Ezen készüléket még 1949-ben Szalay Sándor tervei szerint építették és azóta rendszeresen használjuk szénbányák, illetve más radioaktív terepmérések elvégzésére. A számlálócső sárgarézből készült, 20 mm belső átmérőjű és 10 cm aktív (érzékeny) hosszúságú volt. Gáztöltése Troszt szerint 90 mm argonnal és 10 mm vízmentes alkoholgőzzel történt. Egy ilyen számlálócső az itteni földrajzi szélesség alatt a



1. ábra

tapasztalatunk és az irodalom szerint is percenként mintegy 20 impulzust adott a kozmikus sugárzás következtében. Ami ezen felül mutatkozik, az a környezet rádioaktív gamma sugárzásának tulajdonítható. Minthogy a rádioaktív anyagok a mérőberendezés érzékenysége folytán a föld felületén többé-kevésbé mindenütt kimutathatók, általában a talajban és az épület konstrukciós anyagaiban szétszóró radioaktivitás miatt a kozmikus sugárzással együtt percenként 45—55 impulzust szoktunk észlelni. A berendezéssel gamma sugárzást indikálunk.

A mérési pontokkal követtük a krypton előállításának útját, a mérési pontokat a legmegfelelőbb, vagy a hozzáférhető helyeken választottuk meg. A mérési pontokat az egyes ábrán feltüntettük. A gyár területén a természetes effektust 57 imp/min. körüli értéknek találtuk.

A mérési eredmények alapján lényeges aktivitás mindaddig nem mutatkozik a gyártás folyamán, míg a krypton koncentrációja a dúsított levegőben el nem éri a 10 % dúsítási értéket. Ezen a helyen az aktivitás értéke kb. a természetes effektus 4-szeresére növekszik meg és a dúsítás további szakaszaiban tovább növekszik. Ez az aktivitás a végtermékben, a kryptonban is megtalálható, és a mérések alapján a krypton letöltéséig sehol sem különül el többé a kryptontól. A letöltőnél levő kryptonos palacknál, amely kb. 7000 gr kryptont tartalmazott, a mérést csak 2 m távolságban lehetett elvégezni az igen erős aktivitás miatt. A mérési eredményeket a 2. táblázat mutatja. A kapott impulzusszámot egybevetve a távolsággal, amelyből a mérés történt, a hozzávetőleges becslés alapján a gamma sugárzás intenzitását cca 0,26 milli/Curie rádium gamma ekvivalensre lehetett becsülni, ami kg-ként 0,036 mC Ra-gamma ekvivalensnek felel meg.

A helyszíni mérések alapján a következőkre lehet reálisan következtetni:

1. A krypton bedúsításával egyidőben valamilyen rádioaktív termék is bedúsul.

2. A bedúsult rádioaktív termék a gyártás folyamán nem különül el a kryptontól.

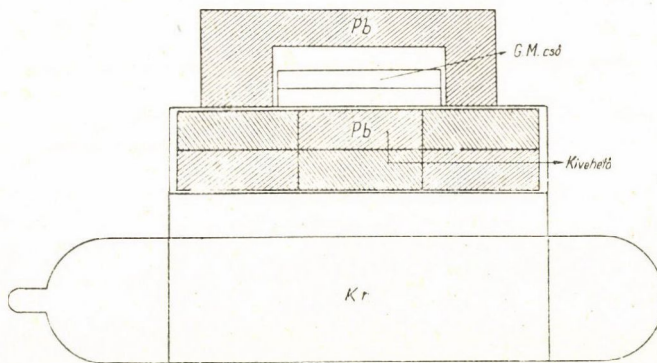
3. A feldúsult rádioaktív termék mennyisége 0,036 mg rádium gamma ekvivalens körül mozog a krypton 1 kg-jára számítva.

A következőkben megvizsgáltuk, hogy milyen rádioaktív anyag dúsul fel a gyártás folyamán. A gyártás folyamán előállított végső termék cca 92 % kryptont és 8 % xenont tartalmaz. Elképzelhető volt, hogy ezek valamelyik hosszabb felezési idejű rádioaktív izotópja is feldúsult. A kryptonnak és xenonnak a következő rádioaktív izotópjai ismeretesek: 4., illetve 5. táblázat.

A krypton izotópjai közül a Kr^{85}_{36} izotóp jöhet számításba, melynek felezési ideje cca 10 év. A többi krypton izotóp felezési ideje 1—2 óra, illetve sec. nagyságrendű s így ezek a gyártás folyamata előtt gyakorlatilag teljesen lebomlanak. A xenonnak 2 olyan izotópja van, amely feldúsulása várható a felezési idejénél fogva. (Xe^{127} és Xe^{133}).

A levegő 10^{-13} – 10^{-14} Curie/liter körüli értékben tartalmaz Rn-t is. Ez a radontartalom az időjárással ugyan igen nagy mértékben változik, de mivel nemesgáz, a kryptonnak és xenonnak magasabb homológja, így számolni kell azzal, hogy a gyártás folyamán a radon is bedúsul a kryptonnal együtt. A Rn a talaj rádium tartalmából ered, amelynek radioaktív bomlása folytán radon kerül a levegőbe. Ez a Rn tartalom a légnyomástól nagymértékben függ, a légnyomás csökkenésekor a talajlevegővel együtt a légkörbe diffundál és így a levegő Rn-tartalma elég nagy értéket vehet fel. Feltételezhetjük, hogy a krypton-gyártás folyamán a radon is feldúsul és a feldúsulásnak a mértéke megegyezik a krypton feldúsulásával, amely cca 1 milliószoros.

Egy radioaktív izotóp azonosítása, azaz rendszámának és kerek izotóp súlyának meghatározása legcélszerűbben a legjellemzőbb atommagfizikai adatainak meghatározása útján történhetik. A radioaktív bomlás felezési ideje az elsősorban jellegzetes és jól mérhető adata minden radioaktív izotópnak, és így elsősorban ennek a meghatározását végeztük az azonosítás érdekében. Azon radioaktív izotópok, amelyek feldúsulása a gyártás folyamán feltételezhető igen különböző felezési idejűek, így a felezési idő meghatározásából a kérdéses izotóp meghatározható. A felezési idő meghatározásához a gyár vezetősége rendelkezésünkre bocsájtott egy 85 atmoszféra nyomáson kryptonnal frissen töltött 50 cm hosszú és 10 cm külső átmérőjű palackot. A palack 88,55% krypton és 11,45% xenon keveréket tartalmazott, 35 pM szénhidrogén szennyezéssel (egyéb szennyezés O_2 , CO_2 nyomokban sem volt kimutatható), a gáz súlya 965 gr, ami normál állapotban és nyomáson (755 Hgmm 15 C°) 266,3 liternek felel meg. A kryptonkinyerés időtartama alatt egy

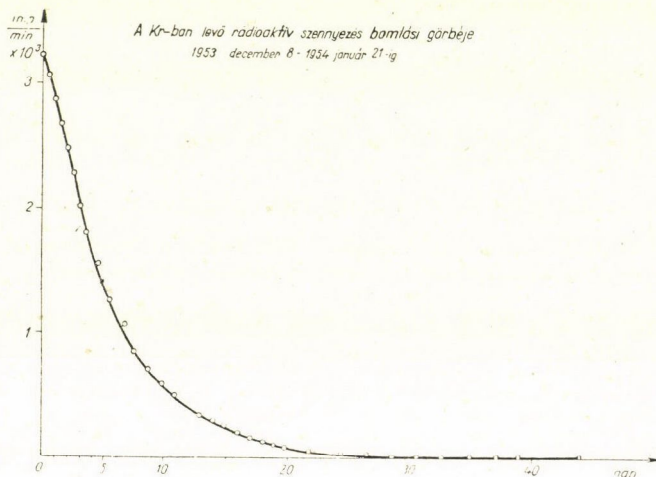


2. ábra

759,3 Hgmm-ről 762,2 Hgmm-re emelkedő barométer állás volt. Az izotóp elvben a sugárzás abszorpció koefficiensének meghatározásából is eldönthető, azonban ez a palack kiterjedése és egyéb ismert okok miatt nem oldható meg megfelelő pontossággal. Így a felezési idő meghatározásával azonosítottuk a feldúsult izotópokat.

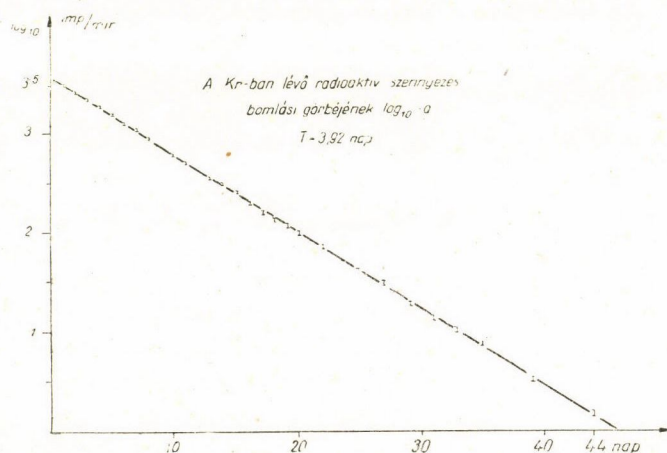
A felezési idő meghatározásánál használt mérőberendezés rajzát a 2. ábra tünteti fel.

A G. M. csőből jövő impulzusok leszámlálása egy négyes alaosztós számláló berendezéssel történt. A középen elhelyezett két ólomtéglá kivethető



3. ábra

volt és ezáltal durva abszorpció mérést is végeztünk. A felezési idő meghatározása a két közbülső ólomtéglá nélkül történt. A felezési idő mérését 1953.



3a. ábra

dec. 8-tól 1954. január 24-ig végeztük el, ezen idő alatt az aktivitás a mérhetőség határa alá esett le. A mérési eredményeket a 3. ábra tünteti fel, a kapott görbe a hibahatáron belül egy teljesen exponenciális görbe. (A görbe

elején a maximális intenzitású helyen jelentéktelen eltérés látható. Ez a nagy impulzus szám alatt fellépő véletlen koincidencia kiesés következménye.) A 3a ábra ezen görbe logaritmusát ábrázolja, mely a hibahatáron belül egy egyenessel jól megközelíthető. Az egyenes iránytangensének segítségével a felezési idő (T) meghatározható.

A mérések alapján $T = 3,92 \pm 3\%$ napnak adódott. Ez az eredmény igen jó megegyezésben van az Rn irodalomból ismert felezési idejével, amelynek értéke $T_{\text{irod}} = 3,825$ nap.

A mérések alapján tehát levonhatjuk a következtetést: a gyártás folyamán Rn dúsul fel. A radioaktív bomlás időbeli görbájéről más gamma sugárzó radioaktív izotóp jelenlétét nem sikerült ezen preparátumban megállapítani. Megjegyezni kívánjuk azonban, hogy ez nem is volt túlságosan valószínű, mert ezen krypton preparátum feldúsítása 1953. dec. 7-én történt. Az ezt megelőző hetekben tudomásunk szerint atombomba robbantási kísérletek nem voltak. 1953 októberében Woomeraban (Ausztrália) robbantott brit kísérleti atombombák hatását a novemberi és decemberi légköri csapadéokban Debrecenben nem lehetett kimutatni.

A Rn mennyiségi meghatározását összehasonlítással végeztük el. Meghatároztuk a kryptonban levő radon szennyezés gamma sugárzását milli Curiekben rádiummal való összehasonlítás útján. Ismert mennyiségű Rn preparátumot, mely már bomlási egyensúlyban van, helyeztünk el a kryptonos palack geometriai középvonala helyére. Mivel a preparátum a G.M.-csőhöz viszonyítva a palackkal szemben pontszerűnek tekinthető, a mérés nem oldható meg úgy, hogy egyetlen preparátumot helyezünk el a palack és a G.M.-cső geometriai középpontját összekötő egyenes mentén a palack középvonalának megfelelő távolságban. Ha a mérést így végezzük, kisebb aktivitást kapunk a valódinál, mert így nem vesszük figyelembe a palack széléről a G.M.-csőbe érkező részeket. Ezért a palackot képzeletben három egyenlő térfogatú részre osztottuk fel, ezen részek geometriai középpontjába helyeztük el külön-külön a preparátumot. Így már gyakorlatilag elég jó közelítést kaphatunk. Az így kapott impulzus számokat összeadva és a számításnál háromszoros radon mennyiséget figyelembe véve határoztuk meg a krypton radon tartalmát milli Curiekben. A mérési pontokat a 2. ábrán a , b , c -vel jelöltük meg.

Az ismert Ra preparátum $0,014 \pm 1\%$ mgr Ra volt.

A mérések alapján 1 kg krypton szennyezése, visszaszámítva a letöltés idejére, $0,083 \pm 5\%$ milli Curie volt. 1954. IX. 24-től egy újabb mérési sorozatot végeztünk egy 817 gr Kr és Xe gázkeveréket tartalmazó palackkal. A palack Xe tartalma $12,35\%$ volt. Ezen mérés eredményeként 1 kg krypton szennyezése visszaszámítva a letöltés idejére $0,0416 \pm 6\%$ milli Curie volt. A visszaszámítást az $I = I_0 e^{-\lambda t}$ segítségével végeztük el.

Ez az eredmény, mint látjuk, kb. 2,5-ször nagyobb az elméletileg várható Rn tartalom értékénél, melyre a levegő Rn tartalmából következtethetünk.

Ez azonban, mint említettük, igen változó értéket vehet fel. (*Stephan Mayer* könyvében pl. $3,10^{-13}$ Curie liter értéket ad meg.) Bár a mérések nagy érzékenysége ellenére sem tudtunk kimutatni mesterséges radioaktív terméket, azonban számolni kell azzal, hogy távoli világrészekben lefolytatott atomrobbantási kísérletek radioaktív termékeit a meteorológiai tényezők egyes alkalmakkor a gyár fölé hozhatják és jelentős fokú dúsulás léphet fel. Ilyen irányban vizsgálatainkat folytatni fogjuk olyan alkalomkor, amidőn külföldi atombomba robbantási kísérletek radioaktivitását már az atmoszférában is észlelni tudjuk.

1. TÁBLÁZAT

Gáz	Térfogatarány	Forrás	Harmatpont K° 760 Hgmm
He	5×10^{-6}	Ostwald—Drucker	4,2
H ₂	5×10^{-7}	Linde laboratórium	20,4
Ne	$1,5 \times 10^{-5}$	Ostwald—Drucker	27,1
N ₂	0,7803	Hempel	77,4
Ar	$9,32 \times 10^{-3}$	Ostwald—Drucker	87,5
O ₂	0,2093	Hempel	90,2
O ₃	$10^{-9} - 10^{-10}$	K. Stoll	
Kr	$1,1 \times 10^{-6}$	Damköhler	120,0
Xe	8×10^{-8}	Damköhler	165,2
CO ₂	3×10^{-5}	Linde laboratórium	194,7
C _n H _m		Metzger	
Rn	$10^{-13} - 10^{-14}$ Curie/liter		

2. TÁBLÁZAT

Helyszini mérések. (Az adatok imp/min-ban a term. effektus levonásával vannak feltüntetve)

Mérőhely száma	Imp/min	Megjegyzés
1	—	
2	38,8	
3	154,9	
4	277,1	
5	60,0	A mérés egy vékony vezeték mellett történt.
6	167,4	A palacktól 2 m-re (cca 7000 gr Kr).

4. TÁBLÁZAT

A Kr radioaktív izotópjai

Atomsúly	Felezési idő	Energia γ Mev.
77	1,1 ^h	1,7
79	55 sec	
83	1,88 ^h	
85	10 év	0,74
87	1,25 ^h	$\approx 4,00$
88	2,9 ^h	2,50

5. TÁBLÁZAT

A Xe radioaktív izotópjai

Atomsúly	Felezési idő	Energia γ Mev.
137	3,4 min	≈ 4
138	17 „	
135	9,5 óra	
133	5,92 nap	
127	34,0 „	

Fenti adatokat *Mattauch—Flammersfeld*: Isotopenbericht Isotopie Report, Verlag der Zeitschrift für Naturforschung, Tübingen, 1949. című könyvéből vettük.

IRODALOM

- [1] *Mme P. Curie*: Radioactivité, Tom. II, 492. o. Harman Editeurs, Páris, 1935.
- [2] *Szalay Sándor és Berényi Dénes*: Acta Physica Hungarica.
- [3] *O. Gübeli und K. Stambach*, Helvetica Chimica Acta, 5, 1257, 1951.

AZ ELEKTRON ÉS A NUKLEONOK SAJÁT MOMENTUMA A DIRAC-ELMÉLETBEN

MARX GYÖRGY

Eötvös Loránd Egyetem Fizikai Intézete, Budapest

Összefoglaló áttekintést adunk a Dirac-egyenlettel kapcsolatos matrixokról, megadva az azoknak megfelelő fizikai mennyiségeket. Megbeszéljük az elektron saját mágneses momentuma mellett fellépő elektromos momentum szemléletes jelentését. Megvizsgáljuk a nukleonok mezonterben mutatott (az előbbiekkal analóg) momentumának kérdését is.

Bevezetés

A kvantumelmélet elvont matematikai számításai gyakran nehezen tehetők fizikailag szemléletessé. A nemrelativisztikus Schrödinger-egyenlet által leírt jelenségkörben még használható az anyaghullám-fogalom, az „elkent elektron” képe. A relativisztikus kvantummechanikában és méginkább a kvantumelektrodinamikában a hullámmechanikai interpretáció csak nehezen volna alkalmazható. Itt a matematikai egyenletek fizikai értelmét akkor értjük meg, ha a kvantumelmélet *Heisenberg* és *Dirac* által felállított alapposztulátumát tartjuk szem előtt: *a szereplő operátorokat egyes fizikai mennyiségek matematikai reprezentánsainak tekintjük*. Érdekes azonban, hogy az egyik legfontosabb, de egyik legabsztraktabb területen, a feles spinű részecskéknek a Dirac-egyenlet által meghatározott kvantummechanikája területén a fizikai mennyiség-matematikai operátor egymáshozrendelés adta szemléltetési lehetőséget csak korlátozottan alkalmazzák. Ezáltal a centrális jelentőségű Dirac-egyenlet matrixaiban általában csak formális algebrai műveletek eredményét látjuk, nem pedig az elektron jellemző fizikai tulajdonságainak kifejezőit.

Jelen dolgozat célja: áttekintést adni a Dirac-egyenletben szereplő matrixokról, a lehetőségekhez képest kiemelve azok szemléletes fizikai jelentését. Részletesebben foglalkozunk az elektron saját mágneses momentumával és a nukleonoknál fellépő analóg mennyiséggel. A számítások végeredményei lényegében ismertek, de a fenti szempontokat követő, itt közölt tárgyalás talán tartalmaz néhány olyan motívumot, mely az előbbieknél egyszerűbb és elősegíti az eredmények jobb megértését. A közlemény összefoglaló jellegét az a körülmény indokolhatja, hogy még nem jelent meg a Dirac-egyenlettel foglalkozó magyar nyelvű könyv.**

* Érkezett 1955. I. 19.

** A cikkben foglalt eredmények rövid ismertetése elhangzott a III. Magyar Fizikus vándorgyűlésen, Budapest, 1954. szept. 22-én. (Fizikai Szemle IV. évf. 6. szám.)

A Dirac-egyenlet bevezetése

A Schrödinger-egyenlet által leírt szabad részecske állapotát annak impulzusa egyértelműen meghatározza. Ez abban jut kifejezésre, hogy a $\psi(r)$ állapotfüggvény kizárólag a koordinátáktól függ, ezekre hat az impulzus operátora:

$$p = \frac{\hbar}{i} \text{grad.} \quad (1)$$

Ez az állapotleírás az elektron esetében elégtelennek bizonyult. Először spektroszkópai megfigyelések, majd közvetlenebb kísérletek megmutatták, hogy az elektron egy további szabadsági fokkal rendelkezik, melyet *spin* néven ismerünk. Ez nem vezethető vissza a koordinátára és impulzusra. Az elektron teljes impulzusmomentuma különbözik a koordinátákkal és impulzussal kifejezhető pálya-momentumtól:

$$\mathfrak{M} = r \times p + \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}.$$

$\vec{\sigma}$ egy „egységvektor“ (abban az értelemben, hogy komponenseinek négyzete egy), mely a $\hbar/2$ nagyságú spinmomentum irányát fejezi ki. $\vec{\sigma}$ komponensei ismert módon kielégítik az alábbi csererelációkat:

$$\begin{aligned} \sigma_2 \sigma_3 &= -\sigma_3 \sigma_2 = i\sigma_1, & \sigma_3 \sigma_1 &= -\sigma_1 \sigma_3 = i\sigma_2, & \sigma_1 \sigma_2 &= -\sigma_2 \sigma_1 = i\sigma_3, \\ \sigma_1^2 &= \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Mivel $\vec{\sigma}$ komponensei nem felcserélhetők, egyszerre csak egyik, pl. σ_3 komponensük mérhető. σ_3 értékének jellemzésére fel kell tennünk, hogy a ψ állapotfüggvény r -en kívül egy kétértékű s változótól is függ: $\psi(r, s)$. ($s = +1$ vagy $s = -1$.) s értéke σ_3 értékét szabja meg, a σ_i operátorok erre az s -változóra hatnak.

$$\sigma_3 \psi(r, +1) = +\psi(r, +1), \quad \sigma_3 \psi(r, -1) = -\psi(r, -1).$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ és az egység teljes alarendszert képeznek, segítségükkel bármely s -változóra ható operátor kifejezhető.

Az elektron sebessége normális laboratóriumi viszonyok között is gyakran közelíti meg a c fénysebességet, ezért szükséges, hogy mozgását relativisztikusan tárgyaljuk. Egy p impulzusú, m nyugalmi tömegű szabad elektron energiája:

$$E = \pm \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}. \quad (3)$$

Az irracionális kifejezés kétféle lehetséges előjele miatt p ismerete az energiát pontosan nem határozza meg, meg kell adnunk még az energia előjelét is. Ezt egy újabb, r -től, p -től és s -től független változónak, az r -nek a bevezetésével érjük el. r csak a $+1$ és -1 értéket veheti fel, előjele megegyezik a nyugalmi energia előjelével. Az állapotfüggvény tehát $\psi = \psi(r, s, r)$ alakban

veendő fel. Bevezetjük az r -változóra ható operátorokat is. Legyen ϱ_3 az az operátor, melynek sajátértéke éppen r -nek a kérdéses állapotban felvett értékét szolgáltatja.

$$\varrho_3 \psi(r, s, +1) = +\psi(r, s, +1), \quad \varrho_3 \psi(r, s, -1) = -\psi(r, s, -1).$$

Ezt felhasználva például az elektron (pozitív vagy negatív) nyugalmi energiájának operátora így írható fel:

$$E_0 = \varrho_3 m c^2.$$

Bevezetjük még azt az operátort, mely az elektront negatív energiájú állapotból pozitív energiájú állapotba (vagy megfordítva) viszi át. (Ezeket használjuk a Dirac-féle lyukelmélet értelmében az elektron-pozitron-párkeltés, ill. szétsugárzás leírásánál.) Legyen ϱ_1 olyan operátor, hogy

$$\varrho_1 \psi(r, s, -1) = \psi(r, s, +1), \quad \varrho_1 \psi(r, s, +1) = \psi(r, s, -1).$$

Célszerű még bevezetni a következő operátort is:

$$\varrho_2 = i\varrho_1\varrho_3.$$

A $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3$ operátorok és az egység teljes alarendszert alkotnak olyan értelemben, hogy bármely r -változóra ható operátor ezek lineárkombinációjaként előállítható. A fenti definíciókból következik, hogy fennállnak az alábbi csere-relációk:

$$\begin{aligned} \varrho_2\varrho_3 &= -\varrho_3\varrho_2 = i\varrho_1, & \varrho_3\varrho_1 &= -\varrho_1\varrho_3 = i\varrho_2, & \varrho_1\varrho_2 &= -\varrho_2\varrho_1 = i\varrho_3, \\ \varrho_1^2 &= \varrho_2^2 = \varrho_3^2 = 1. \end{aligned} \quad (4)$$

A szükséges mennyiségek ismeretében képezhetjük az elektron energiaoperátorát. A (3) kifejezés nem tekinthető véglegesnek, mert differenciáloperátor négyzetgyökét tartalmazza, ami nincs értelmezve. A szabad részecske nyugalmi energián kívül csak kinetikus energiával rendelkezik:

$$E = E_0 + E_k = \varrho_3 m c^2 + E_k.$$

E -nek olyannak kell lenni, hogy kielégüljön a relativisztikus

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

összefüggés is. Ez egyszerűen elérhető, ha (4)-re való tekintettel

$$E_k = c\varrho_1|p|$$

írjuk. $p=0$ esetén $E_k=0$ lesz, ami a szemléletes követelménynek megfelel. E alakja egy gyökkifejezést $|p| = \sqrt{p^2}$ miatt mégis tartalmaz. Ez is eltávolítható, ha $|p|$ helyébe a $(\vec{\sigma}p)$ kifejezést írjuk. Ennek is p^2 a négyzete ((2) alapján). Így a teljes racionális Dirac-féle energiaoperátor:

$$E = c(\vec{\alpha}p) + \varrho_3 m c^2, \quad \vec{\alpha} = \varrho_1 \vec{\sigma}. \quad (5)$$

(1)-et, valamint $E = i\hbar \partial/\partial t$ operátort behelyettesítve kapjuk az elektron Dirac-

féle állapotegyenletét, ha (5)-öt ψ -re alkalmazzuk [1]:

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \left[\frac{\hbar c}{i} (\vec{\alpha} \text{ grad}) + q_3 m c^2 \right] \psi = 0. \quad (6)$$

Az $\vec{\alpha}$ operátoroknak szemléletes jelentés adható. Figyelembe véve a p impulzus és v sebesség

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

összefüggését a (3) relativisztikus energiakifejezés így írható:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = (vp) + mc^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Ezt (5)-tel összehasonlítva látjuk, hogy az elektron sebességoperátorának a következő kifejezés tekinthető:

$$v = c\vec{\alpha} = c q_1 \vec{\sigma}. \quad (7)$$

q_3 viszont a $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ Lorentz-kontrakciós faktor operátorának tekinthető. q_1 és q_3 is kifejezhető a sebesség és spin segítségével:

$$q_1 = \frac{1}{3c} (\vec{\sigma} v), \quad q_2 = \frac{-i}{3c} (\vec{\sigma} v) / \sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad q_3 = \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

A (7) értelmezését alátámasztja az is, hogy a töltéssűrűség és töltéssűrűség ismert módon a következő:

$$\eta = -e \psi^* \psi, \quad j = -e \psi^* (c\vec{\alpha}) \psi. \quad (8)$$

j úgy tekinthető, mint az η töltéssűrűség és az átlagsebesség szorzata, átlagsebesség alatt a $(\psi^* v \psi) / (\psi^* \psi)$ kifejezést értve. Ez is azt jelenti, hogy (7) átlaga valóban sebességátlagnak tekinthető.

$v/c \rightarrow 0$ esetén $\vec{\alpha}$, q_1 , q_2 átlaga tehát $\rightarrow 0$, q_3 átlaga $\rightarrow 1$.

Relativisztikus kovariancia-kérdések

A (6) alatt felírt Dirac-egyenlet Lorentz-transzformációval szemben invariáns. Ennek igazolására szorozzuk meg az egyenletet q_2/ic -vel és vezessük be a $p_4 = -icE = \frac{\hbar}{i} \partial/\partial x_4$ ($x_4 = ict$), valamint a

$$\gamma_1 = q_2 \sigma_1, \quad \gamma_2 = q_2 \sigma_2, \quad \gamma_3 = q_2 \sigma_3, \quad \gamma_4 = q_3 \quad (9)$$

jelöléseket. Kapjuk:

$$(\gamma_i p_i - imc) \psi = 0. \quad (10)$$

Egyszerűen verifikálható a következő relációk teljesülése:

$$\gamma_i \gamma_k + \gamma_k \gamma_i = 2\delta_{ik}. \quad (11)$$

A (10) egyenlet kovarianciája az

$$x_i = \alpha_{ik} x'_k \quad (\alpha_{ir} \alpha_{kr} = \delta_{ik}) \quad (12)$$

Lorentz-transzformáció során a következőképp látható be: E transzformáció végrehajtásakor (12)-höz hasonlóan transzformálódik a (10)-ben szereplő p_i négyesimpulzus is, tehát lesz:

$$(\gamma_i \alpha_{ik} p'_k - imc) \psi = 0. \quad (13)$$

Minden (α_{ik}) transzformációs együttható-rendszerhez található olyan uniter T matrix, melyre

$$\gamma_i \alpha_{ik} = T^{-1} \gamma_k T. \quad (14)$$

(Ez $\alpha_{ik} = \delta_{ik} + \varepsilon_{ik}$, $\varepsilon_{ik} = -\varepsilon_{ki} \ll 1$ infinitezimális transzformáció esetére egyszerűen igazolható, ekkor u. i. $T = 1 - \frac{1}{4} \varepsilon_{rs} \gamma_r \gamma_s$.) A (14) kifejezést (13)-ba helyettesítve és az egyenletet balról T -vel szorozva kapjuk:

$$(\gamma'_k p'_k - imc) \psi' = 0,$$

ahol $\psi' = T\psi$. Ez pedig a vesszős koordinátákban felírt Dirac-egyenlet, mely alakra teljesen azonos (10)-zel. Ezzel bebizonyítottuk az egyenlet Lorentz-kovariáns voltát.

Vezessük be a ψ^* transzponált-kanonikus konjugált függvény helyett az ún. adjungált függvényt a $\psi^+ = \psi^* \varrho_3$ definícióval. A (6) állapotegyenlet konjugált transzponáltját jelentő

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi^*}{\partial t} - \frac{\hbar c}{i} (\text{grad } \psi^* \cdot \vec{\alpha}) + \psi^* \varrho_3 mc^2 = 0$$

egyenletből kiindulva eljuthatunk a ψ^+ -ra érvényes

$$p_i \psi^+ \gamma_i + imc \psi^+ = 0$$

egyenlethez, (10) adjungáltjához. A fentihez hasonló gondolatmenettel bebizonyítható, hogy ez is kovariáns, a (12) Lorentz-transzformáció során ψ^+ a következőképpen transzformálódik:

$$\psi^{+'} = \psi^+ T^{-1}.$$

Az elmondottakat felhasználva bebizonyítjuk a következő fontos tételt: A

$$\psi^+ \gamma_i \gamma_k \dots \gamma_m \psi$$

menyiség úgy transzformálódik, mint egy $A_{ik\dots m}$ tenzor. Ugyanis

$$\begin{aligned} (\psi^+ \gamma_i \gamma_k \dots \gamma_m \psi)' &= \psi^{+'} \gamma_i \gamma_k \dots \gamma_m \psi' = (\psi^+ T^{-1}) \gamma_i \gamma_k \dots \gamma_m (T \psi) = \\ &= \psi^+ (T^{-1} \gamma_i T) (T^{-1} \gamma_k T) \dots (T^{-1} \gamma_m T) \psi = \\ &= (\psi^+ \gamma'_i \gamma'_k \dots \gamma'_m \psi) \alpha_{ri} \alpha_{sk} \dots \alpha_{vm}, \end{aligned}$$

ez pedig éppen egy (i, k, \dots, m) indexes tenzor transzformációs képlete.

Ezt felhasználva képletesen a $\gamma_i \gamma_k \dots \gamma_m$ szorzat egy (i, k, \dots, m) indexes tenzor operátorának tekinthető, olyan értelemben, hogy átlaga,

$$(\psi^+ \gamma_i \gamma_k \dots \gamma_m \psi) / (\psi^+ \psi)$$

valóban tenzorként transzformálódik. Például a (8)-ban szereplő $\hat{j}_x, \hat{j}_y, \hat{j}_z, ic\eta$ komponensekből megalkotott,

$$\hat{j}_i = -iec \psi^+ \gamma_i \psi \quad (15)$$

alakban írható négyes áramsűrűség a bizonyított tétel szerint kovariáns négyesvektor.

A γ_i matrixokat, melyek a fenti értelemben „négyesvektort” alkotnak, az ic -vel osztott dx_i/ds négyessebesség matematikai megfelelőjének tekinthetjük. Ugyanis

$$\gamma_1 = \frac{dx_1}{ds} = \frac{1}{ic} \frac{dx_1}{d\tau} = \frac{1}{ic} u_1 = \frac{1}{ic} v_x / \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

tehát

$$v_x = ic \sqrt{1 - v^2/c^2} \gamma_1, \text{ azaz } c\alpha_1 = ic\varrho_3\gamma_1,$$

amely összefüggés (9) szerint valóban teljesül. (15) így írható:

$$j_i = -e\psi^+ u_i \psi.$$

A γ_i matrixokkal az eddig szerepelt összes r -re és s -re ható operátor kifejezhető:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= -i\gamma_2\gamma_3, & \sigma_2 &= -i\gamma_3\gamma_1, & \sigma_3 &= -i\gamma_1\gamma_2, \\ \varrho_1 &= -\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4, & \varrho_2 &= -i\gamma_1\gamma_2\gamma_3, & \varrho_3 &= \gamma_4, \\ \alpha_1 &= -i\gamma_1\gamma_4, & \alpha_2 &= -i\gamma_2\gamma_4, & \alpha_3 &= -i\gamma_3\gamma_4. \end{aligned}$$

Mindegyik operátor hermitikus.

Mozgás külső térben

A (10) egyenlet szabad részecske esetén érvényes. Ha a részecske külső erőterben mozog, ennek hatása azáltal vehető figyelembe, hogy a részecske mc^2 nyugalmi energiája mellé egy másik V skaláris „potenciális energiát” írunk, mely a külső tér jellemző mennyiségét tartalmazza és e mellett az elektronnak azt a jellemző adatát, mely a térjellemzővel szorozva skalárist ad. Ha a V -ben szereplő mennyiség a potenciál, akkor a tér és részecske közt pólus-csatolásról beszélünk. Ha V -ben a külső tér potenciáljának gradiense, a térerősség szerepel, dipólus-csatolásról van szó. (Az elnevezések onnan származnak, hogy az elektromos töltés energiája elektrosztatikus térben $V = e\Phi$, az elektromos dipólusé $V = -\frac{1}{2}\mathfrak{E} = \frac{1}{2}\text{grad } \Phi$.) A Dirac-egyenlet általános alakja tehát:

$$\left[\gamma_i p_i - \frac{i}{c} (mc^2 + V) \right] \psi = 0. \quad (16)$$

Hogy az egyenletnek a Schrödinger- és Schrödinger—Gordon-egyenlettől eltérő alakja az általa leírt részecske mozgásában milyen változást okoz, azt legjobban akkor érthetjük meg, ha a (16) egyenletből egy másodrendű egyenletet származtatunk és azt a nemrelativisztikus Schrödinger-egyenlet alakjára hozzuk. Képezzük a következőt:

$$\left[\gamma_k p_k + \frac{i}{c} (mc^2 + V^*) \right] \left[\gamma_i p_i - \frac{i}{c} (mc^2 + V) \right] \psi = 0.$$

A beszorzás elvégzése és (11) figyelembevétel, majd $2m$ -mel való osztás után kapjuk:

$$\left[\frac{1}{2m} p_i p_i + \frac{1}{2} mc^2 + W \right] \psi = 0, \quad (17)$$

ahol

$$W = \frac{1}{2} (V + V^*) + \frac{V^* V}{2mc^2} + \frac{i}{2mc} (V^* \gamma_i p_i - \gamma_i p_i V). \quad (18)$$

Térjünk át a nemrelativisztikus jelölésre. p_1, p_2, p_3 -at p -vel jelöljük, az $E = -ic p_4$ energiából leválasztjuk az mc^2 nyugalmi energiát és a megmaradt kifejezést ε -nal jelöljük:

$$\varepsilon = -ic p_4 - mc^2.$$

Ekkor (17) egyenletünk a következő alakot ölti:

$$\varepsilon \left(1 + \frac{\varepsilon}{2mc^2} \right) \psi = \left[\frac{p^2}{2m} + W \right] \psi. \quad (19)$$

Nemrelativisztikus energiák esetén $\varepsilon \ll mc^2$. Ezért mondhatjuk, hogy a (16) Dirac-egyenlet olyan mozgást ír le, mely W potenciál által leírt erő hatására megy végbe.

A W „effektív potenciális energia“ (18) szerint három tagból adódik. Az első lényegében a V eleve feltételezett helyzeti energia. A második tag ennek négyzetét tartalmazza, határozottan pozitív, tehát általában taszító erő potenciálja, mely azonban csak a relativisztikus tartományban ($|V| \cong mc^2$) lesz jelentős. Ennek szerepével Werle lengyel kutató foglalkozott részletesen [2]. A harmadik tag W -ben γ_i -t tartalmazza, tehát már a részecske spinjétől és sebességétől is függ. A $p_i V$ tag miatt ebben a tagban fellép V deriváltja, azaz a V -ben szereplő potenciálnak a gradiense is. Ezért ez a tag arra vezet, hogy a Dirac-egyenlet által leírt részecske az eleve feltételezett töltés mellett mindig mutat dipólmomentumot is (illetve ha a részecskét V felírásakor dipólusnak tételezzük fel, a részecske kvadrupólmomentumot is mutat). Ez lényeges eltérés a Schrödinger—Gordon-egyenlet által leírt zérus spinű részecskével szemben.

A mondottakat három példán világítjuk meg.

Elektron mozgása elektromágneses térben

Egy $-e$ töltésű pontszerű részecske és az A_i vektorpotenciál által leírt elektromágneses tér kölcsönhatási energiája (a $V = e\Phi$ sztatikus képlet általánosításaként)

$$V = \frac{e}{c} u_i A_i = ie \gamma_i A_i. \quad (20)$$

Ezt W -nek (18) alatt felírt képletébe helyettesítve és a lehetséges átrendezéseket végrehajtva kapjuk

$$W = \frac{1}{2m} \left(p_r \frac{e}{c} A_r + \frac{e}{c} A_r p_r + \frac{e}{c} A_r \frac{e}{c} A_r \right) + \frac{e\hbar}{2mc} \mu_{ik} F_{ik}, \quad (21)$$

ahol

$$\mu_{ik} = \frac{1}{2i} (\gamma_i \gamma_k - \gamma_k \gamma_i), \quad F_{ik} = \partial_i A_k - \partial_k A_i.$$

Beírva ezt a (19) egyenletbe, elhagyva a baloldal második tagját, mindenütt háromdimenziós jelölést vezetve be, kapjuk a következő egyenletet:

$$\varepsilon \psi = \left[\frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathfrak{M} \right)^2 - e \Phi - \frac{e^2 \Phi^2}{2mc^2} + \frac{e\hbar}{2mc} (\vec{\sigma} \cdot \vec{\mathfrak{M}} - i \vec{\alpha} \cdot \vec{\mathfrak{C}}) \right] \psi. \quad (22)$$

A jobboldal első két tagja az elektromágneses térben mozgó ponttöltés közismert energia-kifejezése. A harmadik tag a Werle-féle relativisztikus energia-tag. A negyedik tag ad számot az elektron mágneses momentumáról: a spin-elektron $\vec{\mathfrak{M}}$ mágneses térben a ponttöltésre jellemző energiákon kívül

$$W_M = -\mathfrak{M} \cdot \vec{\mathfrak{H}}, \quad \mathfrak{M} = -\frac{e\hbar}{2mc} \vec{\sigma} \quad (23)$$

mágneses energiával is rendelkezik, ami azt mutatja, hogy a $-e$ töltésű elektronnak szükségképpen \mathfrak{M} mágneses momentummal is kell rendelkeznie a Dirac-egyenlet értelmében. Ennek létét a Stern—Gerlach- és Einstein—Haas-kísérlet igazolja. Érdekes a (22) egyenlet utolsó tagja is. Ez egy elektromos dipólus helyzeti energiájának felel meg:

$$W_E = -\mathfrak{P} \cdot \vec{\mathfrak{C}}, \quad \mathfrak{P} = \frac{e\hbar}{2mc} i \vec{\alpha}. \quad (24)$$

\mathfrak{P} sajátértékei tiszta imagináriusak, azonkívül \mathfrak{P} átlagértéke c^{-2} nagyságrendű, tehát általában egy kicsiny, sztatikus közelítésben zérus átlagértékű elektromos dipólmomentumról van szó. Az elektronnak erről az elektromos dipólmomentumáról általában kevés szó esik, pedig az energiakifejezés korántsem hanyagolható el: éppen ebből adódik az a spin-pálya-kölcsönhatás néven ismert energiakifejezés, mely a spektroszkópiában a finomszerkezet-vizsgálatoknál oly nagy szerepet játszik. A (24) elektromos dipól-energia létezését a spektroszkópiai megfigyelések tehát kétséget kizárva igazolják.

Az elméletben szereplő matrixoknak adott szemléletes fizikai jelentést figyelembe véve megérthetjük azt is, miként jön létre az elektron elektromos dipólmomentuma. Ismeretes az, hogy egy elektromos köráram mindig olyan mágneses teret kelt, mely megfelel egy áramintenzitással arányos mágneses momentum terének. Ugyanígy belátható, hogy egy mozgó mágnes is mindig kelt elektromos teret, a keltett tér megfelel egy

$$\mathfrak{P} = \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathfrak{M} = -\frac{1}{c} \mathfrak{M} \times \mathbf{v} \quad (25)$$

momentumú elektromos dipólus terének. Mozgó mágnesnek tehát mindig van (25) által leírt elektromos dipólmomentuma [3]. Ennek az általános összefüggésnek igaznak kell lennie a Dirac-elektron esetében is. Itt azonban nem mindegy, hogy a (25)-ben szereplő két kifejezés közül melyiket választjuk, u. i. \mathbf{v} és \mathfrak{M} komponensei nem felcserélhetők, hanem

$$\vec{\sigma} \times \vec{\alpha} = \vec{\alpha} \times \vec{\sigma} = 2i\vec{\alpha}.$$

Csak azt tudjuk mondani, hogy az elektromos momentum a következő alakú:

$$\mathfrak{P} = q \left[\frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathfrak{M} \right] + (1-q) \left[-\frac{1}{c} \mathfrak{M} \times \mathbf{v} \right].$$

q értéke klasszikus esetben közömbös, de operátorok esetén nem. Meghatározására egy támaszpontunk van: a relativisztikus kovariancia követelménye. Az elektromos és mágneses momentum komponenseinek együtt egy M_{ik} antiszimmetrikus tenzort kell alkotniuk [3]:

$$\mathfrak{M} = (M_{23}, M_{31}, M_{12}), \quad \mathfrak{P} = (iM_{41}, iM_{42}, iM_{43}).$$

A (23) alatt megadott \mathfrak{M} -mel együtt a (25) alatt szereplő \mathfrak{P} csak akkor alkot egy kétindexes tenzort, ha q -t $1/4$ -nek választjuk. Ekkor ui.

$$M_{ik} = -\frac{e\hbar}{2mc} \mu_{ik}. \quad (26)$$

Éppen ez a momentum adódott az elektronra (21) alatt a Dirac-egyenletből. Eredményünk alapján megértjük a spin-pálya-kölcsönhatás létrejöttét is: az elektron mágneses momentuma (mely a *spinnel* függ össze) a keringés (*pálya*-momentum) folytán elektromos momentumot eredményez, ez pedig a mag terében meghatározott energiával rendelkezik.

Azt, hogy az elektronnak mágneses térrel való kölcsönhatása valóban mágneses momentumra vezethető vissza, csak akkor állíthatjuk, ha még azt is kimutatjuk, hogy nemcsak az elektronra hat a mágneses tér, hanem az elektron maga is mágneses teret kelt, még nyugalmi állapotban is, és ez a tér éppen egy mágneses momentum terének felel meg [4].

Az elektromágneses potenciálokat meghatározó egyenlet:

$$\partial_k F_{ik} = -\square A_i = \frac{4\pi}{c} j_i = -4\pi ie \psi^+ \gamma_i \psi. \quad (27)$$

A Dirac-egyenlet elektromágneses térben (16) és (20) alapján:

$$\psi = -\frac{\hbar}{mc} \gamma_k \left(\partial_k + \frac{ie}{\hbar c} A_k \right) \psi, \quad \psi^+ = \frac{\hbar}{mc} \left(\partial_k - \frac{ie}{\hbar c} A_k \right) \psi^+ \gamma_k.$$

Ezen egyenletek alapján a (27)-ben szereplő ψ , ψ^+ -t kifejezzük azok deriváltjaival:

$$\begin{aligned} \partial_k F_{ik} &= -2\pi ie \psi^+ \gamma_i \psi - 2\pi ie \psi^+ \gamma_i \psi = \\ &= -\frac{2\pi ie \hbar}{mc} \left[\left(\partial_k - \frac{ie}{\hbar c} A_k \right) \psi^+ \gamma_k \gamma_i \psi + \psi^+ \gamma_i \gamma_k \left(\partial_k + \frac{ie}{\hbar c} A_k \right) \psi \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

(11) és (26) figyelembevételével a (28) Maxwell-egyenleteket a következő alakra hozhatjuk:

$$\partial_k (F_{ik} + \psi^+ M_{ik} \psi) = -\frac{4\pi}{c} j_i^0. \quad (29)$$

Itt j_i^0 a relativisztikus, de spint nem tartalmazó Schrödinger—Gordon-egyenlet áramvektora:

$$j_i^0 = \frac{1}{2} \left[-\frac{e}{m} \psi^+ \left(\frac{\hbar}{i} \partial_i + \frac{e}{c} A_i \right) \psi + \frac{e}{m} \left(\frac{\hbar}{i} \partial_i - \frac{e}{c} A_i \right) \psi^+ \cdot \psi \right].$$

Ez a részecske impulzussűrűségével párhuzamos, tehát kizárólag a translációs mozgásból származó áramsűrűséget írja le. A (29) egyenlet mutatja, hogy a Dirac-elektron mágneses tér kialakításában nemcsak translációs mozgásából eredő áram révén járul hozzá, hanem a $\psi^+ M_{ik} \psi$ mágneses momentum-sűrűséggel is. (A (8) áramvektorban szereplő (7) sebességoperátor a transláción kívül ezt a mágneses-momentum-keltő hatást is tartalmazza, ezért nem arányos a Dirac-elméletben a sebesség és impulzus operátora.)

Nukleon és skaláris mezontér kölcsönhatása

Mai tudásunk szerint minden $\hbar/2$ spinű részecske leírására a Dirac-egyenletet kell használnunk, így a nukleonok leírására is. Protonoknak elektromágneses térrel való kölcsönhatása teljesen az előző paragrafusban leírt módon történik, csak $-e$ helyére a $+e$ protontöltés, m helyére az M protontömeg helyettesítendő. (A nukleonok anomális mágneses momentumának eredete elméletileg még nincs tisztázva. Amennyiben az a nukleont körülvevő mezontértől származik, V -be külön nem írandó be a mágneses momentum-anomáliát figyelembe vevő mágneses kölcsönhatási energia.) A mezontérrel való kölcsönhatás azonban lényegesen új mozzanatot jelent az elektron esetéhez képest.

Foglalkozunk először a skaláris φ potenciál által leírt mezontérrel. Ha a nukleont a mezontér-potenciál egyszerű pólusának vesszük,

$$V = g\varphi \quad (30)$$

írandó. Ekkor az effektív helyzeti energia (18)-ból

$$W = g\varphi + \frac{g^2}{2Mc^2} \varphi^2 - \frac{g\hbar}{2Mc} \gamma_i \partial_i \varphi.$$

Az első tag magát a (30) alatt feltételezett egyszerű kölcsönhatási energiát adja. A második tag a $|g\varphi| \cong Mc^2$ tartományban fellépő taszítópotenciál [2]. Érdekes az utolsó tag: a mezontér egyszerű pólusának feltételezett nukleon a Dirac-egyenletre jellegzetes dipólmomentummal rendelkezik a mezontérben is. (Erre először *Plebanski* [5] mutatott rá.) A nukleon mezonikus dipólmomentumának nagysága

$$D_i = -\frac{g\hbar}{2Mc} \gamma_i.$$

A dipólmomentum a nukleon négyessebességével arányos. Sztatikus térben nyugvó nukleon esetén a dipólus-kölcsönhatás (az elektron mágneses momen-

tumával szemben) eltűnik. Mozgó nukleon esetén ez a dipólus kölcsönhatás ugyanolyan spin-pálya-kölcsönhatásra vezet, amilyen az elektron elektromos térben való mozgásánál tapasztalható. (Ennek az atommagok héjszerkezetének tanulmányozásánál lehet jelentősége [6].)

Nukleon és pszeudoskalár mezontér kölcsönhatása

A nukleonok és π -mezonok kölcsönhatásának tanulmányozása arra a következtetésre vezetett, hogy a mezontér φ potenciálja valószínűleg nem skaláris, hanem pszeudoskaláris mennyiség. (Olyan mennyiség, mely a koordináta-rendszer elforgatásakor, illetve translációt végző rendszerre való áttérésakor a skalárhoz hasonlóan nem változik meg, de jobbsodrású rendszerről balsodrásúra való áttéréskor jelet vált.) Ekkor a potenciális energia (30) alakban nem vehető fel, mert a Dirac-egyenletben szereplő V -nek invariancia-okokból valódi skalárnak kell lennie. A pszeudoskalár φ -ből invariáns V kétféle módon képezhető: egyszerű pólus-csatolásnál (30)-ba beírando még egy nukleonra jellemző pszeudoskaláris mennyiség. Ilyen $\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 = -\varphi_1$, tehát

$$V = ig \varphi_1 \varphi$$

írja le a pszeudoskalár mezontér és pólus-nukleon kölcsönhatását. Ha viszont a nukleont a mezontér dipólus jellegű forrásának tekintjük, φ gradiense irandó V -be, e mellé egy pszeudovektor (egy vektor és egy pszeudoskalár szorzata) teendő:

$$V = if \varphi_1 \gamma_i \partial_i \varphi.$$

Az első esetben a mozgást leíró effektív helyzeti energiára

$$W = \frac{g\hbar}{2Mc} i \varphi_1 \gamma_i \partial_i \varphi + \frac{g^2}{2Mc^2} \varphi^2 \quad (31)$$

adódik, a második esetben pedig

$$W = f i \varphi_1 \gamma_i \partial_i \varphi + \frac{f^2}{2Mc^2} \partial_r \varphi \partial_r \varphi - \frac{f}{2Mc} \varphi_1 (p_i \partial_i \varphi + \partial_i \varphi p_i).$$

A pólus-nukleon (31) effektív helyzeti energiája két tagból áll. A második tag a skaláris mezontérben is szereplő taszító potenciál [2]. Emellől azonban hiányzik a pólus-nukleon rendes, φ -vel arányos helyzeti energiája, ez V képzetes volta miatt kiesett. E helyett fellépett a dipólus-nukleonra jellemző helyzeti energia. A dipólus-nukleonnál is szerepel ez a dipólus-energia, ezután egy térerősség négyzetével arányos taszítópotenciál, végül a v/c rendű φ_1 -et tartalmazó, tehát sztatikus közelítésben eltűnő kvadrupólus jellegű kölcsönhatási energia. Eredményünkben az a lényeges, hogy az c^{-2} -et tartalmazó relativisztikus tagoktól eltekintve mind a pólus-, mind a dipólus-nukleon kölcsönhatási energiája tiszta dipólus-energia:

$$W_D = D_i \partial_i \varphi, \quad D_i = f i \varphi_1 \gamma_i = \frac{g\hbar}{2Mc} i \varphi_1 \gamma_i.$$

A nukleon mezonikus dipólmomentumának negyedik komponense,

$$D_4 = (g\hbar/2Mc) \varrho_2,$$

c^{-2} -rendű és sztatikus közelítésben eltűnik. Az első három komponens:

$$\mathcal{D} = (D_1, D_2, D_3) = -\frac{g\hbar}{2Mc} \varrho_3 \vec{\sigma},$$

a nemrelativisztikus közelítésben tehát

$$W_D = -\frac{g\hbar}{2Mc} (\vec{\sigma} \text{ grad } \varphi). \quad (32)$$

Relativisztikus effektusoktól eltekintve a pólus- és dipólus-nukleon helyzeti energiája ugyanaz a (32) alatt felírt kifejezés, mely egy mágnesűnek magnetosztatisztikus térben elfoglalt energiájához hasonló jellegű.

Az a körülmény, hogy a nukleonok közt ható kölcsönhatás (magerő) ugyanolyan kifejezésnek adódik, akár a pólus, akár a dipólus-feltevessel élünk, nagy jelentőségű, mert nagyon leegyszerűsíti a pszeudoskalár mezonter nyújtotta lehetőségek tárgyalását. A kétféle csatolás ekvivalenciáját először *Dyson* mutatta ki reprezentációelméleti gondolatmenettel [7]. Az itt adott tárgyalás rámutat a jelenség okára: a pólus-nukleonnak is van dipólmomentuma, mely az elektron mágneses momentumához hasonlóan a Dirac-egyenlet szerkezetéből adódik.

Egy pólus-nukleon csak akkor fejt ki ugyanakkora erőt a másik pólus-nukleonra, mint egy dipólus-nukleon a másikra (azaz akkor független a magerő a nukleonra vonatkozó feltevéstől), ha a kétfajta nukleon ugyanolyan mezonteret létesít és ebben a mezonterben a kétfajta nukleonra ugyanolyan erő hat (nemrelativisztikus közelítésben). Eddig az állításhoz szükséges feltételek közül a másodikat bebizonyítottuk. Hátra van még az első rész bizonyítása.*

A pólus-nukleon állapotegyenlete és annak terét meghatározó potenciálegyenlet

$$\left[\gamma_i \partial_i + \frac{1}{\hbar c} (Mc^2 + ig \varrho_1 \varphi) \right] \psi = 0, \quad (33)$$

$$\square \varphi - \mu^2 \varphi = -4\pi ig \psi^+ \varrho_1 \psi. \quad (34)$$

(34) jobboldalán szereplő ψ és ψ^+ állapotfüggvényeket fejezzük ki (33)-ból és az adjungált egyenletből ψ , ψ^+ deriváltjaival.

$$\begin{aligned} \square \varphi - \mu^2 \varphi = & -\frac{2\pi\hbar ig}{Mc} \left[\partial_i \psi^+ \gamma_i + \frac{ig}{\hbar c} \varrho_1 \varphi \right] \varrho_1 \psi - \\ & -\frac{2\pi\hbar ig}{Mc} \psi^+ \varrho_1 \left[\gamma_i \partial_i + \frac{ig}{\hbar c} \varrho_1 \varphi \right] \psi, \end{aligned}$$

* Annak megvizsgálásával, hogy a másodrendű (iterált) egyenletek megoldásai mennyire elégítik ki az elsőrendű Dirac-egyenletet is, most nem foglalkozunk.

azaz

$$\square \varphi - \mu^2 \varphi = 4\pi \left[\partial_i \left(i \frac{g\hbar}{2Mc} \psi^\dagger \varrho_1 \gamma_i \psi \right) - \frac{g^2}{2Mc^2} \varphi \psi^\dagger \psi \right].$$

Hasonlítsuk ezt össze egy dipólus-nukleon terét meghatározó egyenlettel:

$$\square \varphi - \mu^2 \varphi = 4\pi \partial_i (if \psi^\dagger \varrho_1 \gamma_i \psi).$$

Látjuk, hogy a pólus-nukleon terét meghatározó (35) potenciálegyenlet teljesen megegyezik a dipólus-nukleon terét meghatározó (36) egyenlettel, hacsak a csatolási állandók közt elvégezzük az $f = g\hbar/2Mc$ azonosítást és eltekintünk a relativisztikus c^{-2} -tel arányos tagtól. Ezzel gondolatmenetünket sikerült kiegészíteni. Annak felismerését, hogy a pólus—pólus-nukleon közt, ill. dipólus—dipólus-nukleon közt pszeudoskalár térben (nemrelativisztikus közelítésben) azonos alakú erő hat, Ivanenko az utolsó évtized legjelentősebb elméleti magfizikai eredményének mondotta. Ez teszi ugyanis lehetővé, hogy a nukleonok igazi jellegének (pólus- vagy dipólus-voltának) ismerete nélkül is elméletileg következtethessünk a magerő alakjára.

A nukleonok izotóp spinje

Mindeddig a nukleonokra ugyanolyan egyenletet alkalmaztunk, mint az elektronra, nem vettünk tudomást arról, hogy a nukleonnak az elektronnal szemben egy távolabbi szabadsági foka van: létezhetik proton- vagy neutron-állapotban. Hogy ez a lehetőség kifejezésre juttatható legyen, be kell vezetni egy újabb változót a nukleon állapotfüggvényébe. Ez az izotóp spin, vagy más néven töltéskoordináta: $\psi = \psi(r, s, r, t)$. A t változó értéke $+1$, ha a nukleon proton-állapotban, -1 , ha neutron-állapotban van. A töltésoperátor nukleon esetében tehát így írható:

$$Q = \frac{1}{2} (1 + \tau_3) e.$$

Ez teendő az elektron egyszerű e töltésadata helyébe. τ_3 olyan operátor, mely kizárólag a t töltéskoordinátára hat:

$$\tau_3 \psi(r, s, r, +1) = +1 \psi(r, s, r, +1), \quad \tau_3 \psi(r, s, r, -1) = -1 \psi(r, s, r, -1).$$

Értelmezzük még a τ_1 operátort, mely a részecskét proton-állapotból neutron-állapotba viszi át és viszont (lásd β -bomlás):

$$\tau_1 \psi(r, s, r, +1) = \psi(r, s, r, -1), \quad \tau_1 \psi(r, s, r, -1) = \psi(r, s, r, +1).$$

Képezzük továbbá a

$$\tau_2 = i\varrho_1\varrho_3$$

menntiséget. Az így értelmezett τ_1, τ_2, τ_3 operátorokból megalkotott formális vektort nevezük a nukleon „izotóp spinvektorának”. Ennek komponensei (2)-höz hasonló csererelációkat elégítenek ki, segítségükkel bármilyen t -től függő mennyiség felírható. (Transzformációkor ezen „vektor” komponensei természetesen nem változnak meg, lévén a töltés bármilyen koordinátaváltoztatással szemben invariáns.)

A mezonter és nukleon általános kölcsönhatását az egyszerű (30) kifejezés (vagy a pszeudoskalár mezonter megfelelő kifejezései) helyett egy olyan potenciális energiával kell leírunk, mely megengedi a magerőknek a nukleon töltésétől való függését:

$$V = g(t) \varphi.$$

A mondottak szerint $g(t)$ előállítható az izotóp spin-komponensek lineáris kombinációjaként, ezért írhatjuk:

$$V = \sum_{\mu=1}^4 g_{\mu} \tau_{\mu} q_{\mu}$$

($\tau_4 = 1$ értendő). A legáltalánosabb kölcsönhatási energiában tehát négy mezontér potenciálja szerepel. $\mu = 1, 2$ esetén a kölcsönhatás a nukleon töltésállapotának megváltoztatásával jár (pozitív, ill. negatív mezonok), $\mu = 3, 4$ esetén ilyen változás nem következik be (semleges mezonok). A mezon-elméletben leggyakrabban a „töltött mezontér“ ($g_1 = g_2 = g, g_3 = g_4 = 0$), „semleges mezontér“ ($g_1 = g_2 = g_3 = 0, g_4 = g$) és „szimmetrikus mezontér“ ($g_1 = g_2 = g_3 = g, g_4 = 0$) használatos. A tapasztalat az utóbbi lehetőséget támogatja. (A szimmetrikus mezontérnek megvan az a sajátja, hogy a $\vec{\tau}$ izotóp spin-„vektor“ a mozgás során állandó. Az „izotóp spin megmaradásának elve“, mely a magerők töltésfüggetlenségével van kapcsolatban, túlmegy a töltésmegmaradás tételén. Az utóbbihoz mindössze τ_3 állandósága volna szükséges.)

Az izotóp spinnel a fentiekben csak röviden, a teljesség kedvéért foglalkoztunk, a vele kapcsolatos problémákat illetően V. Votruba dolgozatára utalunk [8]. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy az izotóp spin ma még nem épül be olyan szervesen a részecskék relativisztikus állapotegyenletébe, mint a σ_i és q_i operátorok. Idevágó kutatások csak napjainkban indultak meg [9, 10].

Függelék

A Dirac-féle elméletben szereplő $\gamma_i, \sigma_i, q_i, a_i$ operátorokat matrixokkal célszerű reprezentálni. A ψ állapotfüggvénynek az s és r kétértékű változóktól való függését úgy vesszük figyelembe, hogy azt egy négykomponensű matrixnak tekintjük:

$$\psi(r, +1, +1) = \begin{pmatrix} \psi(r) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi(r, -1, +1) = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi(r) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\psi(r, +1, -1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi(r) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi(r, -1, -1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \psi(r) \end{pmatrix}.$$

A teljesség kedvéért közöljük ebben a reprezentációban használt operátorok matrixelőállításait:

$$\gamma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\varrho_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \varrho_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \varrho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

IRODALOM:

- [1] P. A. M. Dirac: Proc. Roy. Soc. A.
- [2] J. Werle: Bull. Acad. Sci. Polon. III. 1, 281, 1953.
Marx György, Szamosi Géza: Acta Phys. Hung., megjelenés alatt, Magyar Fizikai Folyóirat, megjelenés alatt.
- [3] R. Becker: Theorie der Elektrizität II. 278. 1949.
- [4] W. Gordon: Z. Phys. 50, 630, 1928.
- [5] J. Plebanski: szóbeli közlés.
- [6] Szamosi G.: Magyar Fizikai Folyóirat 1, 55, 1953.
- [7] F. I. Dyson: Phys. Rev. 73, 929, 1948.
- [8] V. Votruba: Magyar Fizikai Folyóirat, 2, 305, 1954.
- [9] A. Pais: Physica 19, 869, 1953, Proc. Int. Phys. Conf., Glasgow, 1954, július.
- [10] V. Votruba: Czechoslovak Journal of Physics, előkészületben.



A ROSSI-GÖRBE VIZSGÁLATA NAGY ÓLOMVASTAGSÁGNÁL*

NAGY LÁSZLÓ

Központi Fizikai Kutató Intézet Kozmikus Sugárzási Osztálya, Budapest

1. Rossi [1] 1932-ben háromszög csúcsaiban három Geiger—Müller számlálócsövet helyezett el. Készüléke feljegyezte a GM csövek közötti háromszoros koincidenциákat, vagyis azon esetek számát, amikor a számlálócsövek egyidejűleg megszólaltak. Egyetlen ionizáló részecske nem tudja mind a három számlálócsövet kisütni, vagyis koincidenциához legalább két részecske szükséges. Rossi a számlálócsövek fölé ólmot helyezett el és ekkor a beütésszám több mint háromszorosa volt annak, mint amelyet ólom nélkül kapott. Rossi ezt a tapasztalatot úgy értelmezte, hogy a kozmikus sugárzás részecskéi az abszorbensben másodlagos ionizáló részecskéket váltanak ki. Ezt az elképzelést *Blackett* és *Occhialini* [2] Wilson-kamra felvételei igazolták és a részecske csoportokat *záporoknak* nevezték el. A zápor részecskéi túlnyomórészt elektronok és fotonok. Rossi további vizsgálataiban [3] a számlálócsövek fölött elhelyezett abszorbens vastagságát változtatta és megfigyelte, hogyan változik a koincidenциák száma az ólom vastagságának függvényében. A tapasztalat a következő volt. A koincidenциák száma eleinte hirtelen nőtt, kb. 2 cm ólomnál maximumot ért el, majd közvetlen ezután gyorsan, később egyre lassabban csökkent és végül 10 cm ólom után gyakorlatilag állandó maradt. Az ólomvastagság függvényében felrajzolt koincidenциák számát ábrázoló görbét *Rossi-görbének* nevezik. A Rossi-görbe záporait a kozmikus sugárzás puha komponense és μ -mezon komponense hozza létre, mégpedig néhány cm ólomvastagságig főleg a puha komponens záporai dominálnak, míg nagy vastagságoknál a μ -mezon által létrehozott záporok okozzák a görbe vízszintes szakaszát.

Nem sokkal a Rossi-görbe felfedezése után cikkek jelentek meg arról, hogy a görbének második, lapos maximuma is van. Sőt később többen harmadik és negyedik maximumot is kimutattak. Ugyanekkor más szerzők nem találtak ilyen maximumokat. Jelenleg is számos cikk jelenik meg ezen a téren, mert ha igaznak bizonyulna az elsőn kívül további maximumok létezése, úgy eddig fel nem tételezett kölcsönhatási folyamatok léteével kellene számolni. Elöljáróban összefoglaljuk ezekkel a kérdésekkel foglalkozó méréseket, majd beszámolunk a KFKI Kozmikus Sugárzási Osztályán e téren végrehajtott kísérleteinkről.

* Érkezett 1955. I. 29.

2. A második maximumról először *Ackemann* [4], *Hummel* [5] és *Drigo* [6] közöltek cikkeket. Az előbbi kettő ólom alatt két számlálócsövet helyezett el vízszintes síkban, *Drigo* pedig háromszög csúcsaiban elhelyezett három számlálócsövet használt. *Schwegler* [7] *Ackemann* méréséhez hasonló geometriájú, de nagyobb pontosságú mérései azonban nem mutattak maximumot az elsőn kívül.

1938-ban *Schmeiser* és *Bothe* [8] négy számlálócsövet helyeztek el trapéz csúcsaiban úgy, hogy a trapéz nem párhuzamos oldalainak meghosszabbításai az abszorbens alján metszették egymást és az általuk bezárt szög 4° volt. Ilyen kis szög mellett a második maximum kifejezettebben jelentkezett, mint nagyobb szög esetén. A szerzők eredményeik alapján felteszik, hogy a második maximumot a kozmikus sugárzás mezon komponense által kiváltott, nagy áthatolóképességű, keskeny szögű, két részecskéjű záporok okozzák.

Clay és *Jonker* [9] ugyancsak kis szögű záporokra érzékeny berendezéssel végzett mérései jeleznek ugyan egy púpot 15 cm ólomnál, de ez kevésbé kifejezett, mint *Schmeiser* és *Bothe* mérésénél.

Ellentétben a két utóbbival, több kísérlet negatív eredményt adott a második maximumra vonatkozólag. Ilyen *Nielsen*, *Morgan* és *Morgan* [10] mérése kis és nagy szögű záporokra. *Altmann*, *Walker* és *Hess* [11] több, különböző geometriájú mérést hajtottak végre, melyek közül az egyik azonos volt *Schmeiser* és *Bothe* elrendezésével. Minden esetben negatív eredményt kaptak. *Rossi* és *Jánossy* [12] sem széles szögű, sem keskeny szögű záporokra érzékeny berendezéssel nem észleltek második maximumot. *George*, *Jánossy* és *McCaig* [13] többek között megismételték *Schmeiser* és *Bothe* mérését. Az eredmény negatív volt. A szerzők egyébként rámutatnak arra, hogy a második maximumot kimutató legtöbb mérés eredménye a statisztikus fluktuáció miatt maximum nélküli görbével is összefér. *Jánossy* [14] 1,5 cm ólomban kiváltott záporok részecskéinek abszorpciós görbét vizsgálva, jó megegyezést kapott a kozmikus sugárzási elektronokra számolt abszorpciós görbével. Vagyis minden, vagy majdnem minden zápor kaszkád típusú.

Priebsch [15] 1936-ban közölt cikkében a második maximum mellett harmadikról is beszámolt. *Clay*, *Venema* és *Jonker* [16] az ólom alatt két-két egymást keresztező számlálócsövet négyes koincidenciába kapcsoltak és ezzel a berendezéssel harmadik maximumot is találtak. A szerzők két másik mérésükben nem közvetlenül a *Rossi*-görbét vették fel. Az egyikben ionizációs kamra fölé ólmot helyeztek és változtatva ennek vastagságát, azt tapasztalták, hogy 1,5 cm ólom esetén 3,6%-os, 16 cm-nél 1%-os és 25 cm-nél 2%-os szabálytalanság (kidomborodás) mutatkozik az ionizációs görbe lefutásában. A másik berendezésük három egymás alatt elhelyezett, koincidenciába kapcsolt csősorozat — teleszkóp — volt, mellyel a kozmikus sugárzás vertikális komponensének csökkenését vizsgálták a teleszkóp fölé helyezett ólom vastagságának függvényében. Itt 15 cm-nél, valamint 25 és 30 cm között észleltek

szabálytalanságot. A szerzők véleménye szerint az utóbbi két berendezéssel nyert szabálytalanságok és a Rossi-görbe második és harmadik maximuma azonos eredetű.

Több más szerző is végzett teleszkópos mérést, egyesek pozitív, mások negatív eredménnyel. *Aiya Chandrashekar* [17] az abszorpciós görbén 21 cm ólomnál hirtelen esést tapasztalt. *George és Appapillai* [18] 10 és 17 cm között vízszintes szakaszt észleltek. *Swann és Morris* [19] által nyert görbén 22 cm-től gyors esés látható. *Fenyves és Haiman* [20] 18,2 cm-nél a statisztikus hibánál kisebb maximumot észleltek, míg 26,6 cm-nél a maximum két és félszerese a statisztikus hibának. 12 és 25 cm között vízszintes szakasz mutatkozik *Gill* [21] mérésében. *Mathov* [22] 13 cm-nél a statisztikus hibánál két és félszer nagyobb maximumot talált. Ezzel szemben *Heyland és Duncanson* [23] továbbá *Kennedy* [24] semmiféle anomáliát nem észleltek az abszorpciós görbe lefutásában. *Gill* [25] négy különböző tengerszint fölötti magasságban megismételt mérései ugyancsak negatívak voltak.

Schopper és munkatársai [26] ólomabszorbens különböző mélységeiben fotoemulziós lemezeket helyeztek el egymás alatt. Megszámlálták az egyes lemezekben létrejött csillagokat és a csillagok számát a lemezek fölötti ólomvastagság függvényében grafikusán ábrázolták. 1,2 cm ólomvastagság alatt 35 %-os, 20 cm-nél pedig 15 %-os maximumot kaptak, mely utóbbi kb. a statisztikus hiba háromszorosa. Szcintillációs számlálókkal végzett méréseik ezeket az eredményeket megerősítették.

Sen Chaudhury [27] hármas koincidencia-berendezéssel második és harmadik maximumot mutatott ki 18 cm, ill. 23 cm ólomnál. A szerző a RaC γ -sugárzásának abszorpcióját vizsgálva, ebben anomáliát észlelt kb. a második és harmadik maximumnak megfelelő ólomvastagságoknál. Feltételezi, hogy a két jelenség azonos eredetű és fotonok által létrehozott elektron-pozitron dipólus felelős a maximumokért, ill. az abszorpciós anomáliákért. Megemlítendő, hogy *Clay, Wansdronek és Dekker* [28] cáfolják a RaC γ -sugárzásának anomális abszorpcióját.

Clay és Scheen [29] ólmon kívül aranyat és higanyt is használtak abszorbensnek. Számlálóberendezésük olyan volt, hogy egyidejűleg mértek kis és nagy szögekre, továbbá minimálisan 2, 3 és 4 részecskéjű záporokra. Minden esetben indikációt kaptak a második maximumra. Ebben a cikkben és *Clay* későbbi cikkeiben [30] azt a véleményüket fejtik ki a szerzők, hogy a második maximumot mezonok ütközési („knock-on”) elektronjai idézik elő. Ezen értelmezést *Pfotzer* [31] nem fogadja el, mert számításai szerint az ütközési elektronok kb. 4 cm ólomnál adnának egy lapos maximumot. Ez a maximum a legtöbb kísérletnél nem mutatkozik, mert elfedi az első maximum.

Kameda és Miura [32] számlálócsöves berendezésükkel kis és nagy szögű záporokra egyaránt észlelték a második maximumot. A záporokat kiváltó sugárzás átlagos szabad úthosszának kiszámításából, valamint a záporok

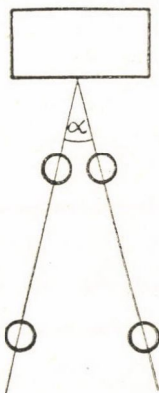
viszonylagos számából a szerzők és Hayakawa és Nishimura [33] arra következtetnek, hogy a második maximumot a kozmikus sugárzás nukleon komponense hozza létre.

Bothe és Thurn [34] Bothe korábbi méréseinek folytatásaképpen számlálócsöves berendezést építettek, melynél 12-12 számlálócsőből álló két csősorozat keresztezte egymást. A két sorozat két-két csőve közötti négyes koincidenenciákat mérték. Az ólomabszorbens és a felső csősorozat távolsága 90 cm volt. Különösen kis szögű záporokra a statisztikus hiba háromszorosát jóval meghaladó maximumokat kaptak — az elsőn kívül — 15 cm ólomnál, továbbá 25 és 30 cm ólom között. Egy újabb, harmadik számlálócső sorozatnak az ólom fölé tevésével megállapították, hogy a második maximumot töltött részecske — feltevésük szerint mezon —, a harmadik maximumot pedig nem ionizáló részecske, valószínűleg semleges mezon váltja ki. Thurn [35] ugyanezen berendezéssel végzett további vizsgálatában kimutatta, hogy 730 Hgmm légnyomás alatt a harmadik maximum két maximumra válik szét. A negyedik maximum helyzete és magassága erősen függ a légnyomástól. Bothe és Kraemer [36] a harmadik csősorozatot az ólom és a keresztezett csősorozatok közé helyezték és a keresztezett csövekkel koincidenenciába és antikoincidenenciába kapcsolták. Ha a harmadik csősorozat közvetlen az ólom alatt volt, akkor csak az antikoincidenencia adott második és harmadik maximumot, ha ellenben a harmadik csősorozatot közvetlen a keresztezett csősorozatok felett helyezték el, akkor csak a koincidenenciában mutatkoztak a maximumok. Közbülső helyen mind az antikoincidenenciában, mind a koincidenenciában jelentkeztek a maximumok. A szerzők ebből arra következtetnek, hogy az ólomból semleges részecskék lépnek ki, amelyeknek jelentős százaléka két ionizáló részecskére bomlik el, mielőtt eléri a keresztezett csősorozatot. A mérési eredményekből egyúttal az is következik, hogy a két részecske közötti szög sokkal nagyobb is lehet, mint ahogy Schmeiser és Bothe korábban feltételezte.

Maze és Tsai-Chü [37] megismételték Bothe és Thurn mérését, azonban sem 15 cm ólomnál, sem ennél nagyobb vastagságnál nem mutatkozott maximum. Egy kis maximum jelentkezett 7 cm ólomnál, azonban Maze [38] új méréssorozatában ez a maximum sem jelentkezett.

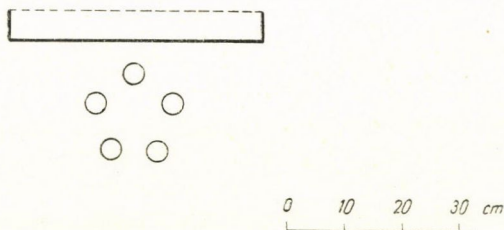
Amint a fenti felsorolásból látható, az eredmények igen ellentmondóak: egyesek kimutattak az első maximumon kívül további maximumokat, mások pedig méréseik alapján tagadják ezek létezését. A magasabb maximumokat találó mérések eredményeivel és az eredmények értelmezésével kapcsolatban a következő megjegyzések látszanak jogosultnak. Minden szerzőnél (Bothe és munkatársai méréseinek kivételével) a második és harmadik maximum a háttérből a háromszoros hibahatárnál kisebb értékkel emelkedik ki, ezért indokolatlan ezeket mint maximumokat kezelni. Nem helyénvalók továbbá azok a következtetések sem, amelyeket sok szerző az abszorbens és a számlálócsövek elhelyezése és a számlálócsövek száma alapján az abszorbensből kiváltott

záporrészekék számára és a közöttük levő szögre vonatkozóan levon. Jánossy [39] rámutatott arra, hogy pl. az 1. ábrán látható berendezésről nem lehet kijelenteni, hogy különösen érzékeny két részecskéjű záporokra, mely részecskék egymással α szöget zárnak be. Montgomery és Montgomery [40] kísérletileg bebizonyította, hogy háromszög csúcaiban elhelyezett számlálócsövek igen ritka esetben adnak két részecskére koincidenziát. Mindhárom cső egyidejű megszólalása akkor lesz nagyon valószínű, ha egy-két nagyságrenddel több részecske keletkezik a fölöttük levő abszorbensben. Helytelen tehát a berendezések geometriája alapján két részecskéjű, kis szögű záporokról beszélni, mint ahogy azt több szerző — köztük Bothe és munkatársai is — teszik. Hibás eredmények születhetnek a rossz elektronika vagy a rossz geometria miatt. Például Jánossy és munkatársai [13] Schmeiser és Bothe [8] mérését megismételve, találtak második maximumot, de egyértelműen megállapították, hogy ez az abszorbens hibás elhelyezéséből származott. Ugyanis Schmeiser és Bothe 12,5 cm-ig 40×40 cm²-es abszorbenst használtak, az abszorbens vastagságát ezután 50×50 cm²-es lemezekkel növelték. E nagyobb területű abszorbens alsó szélein az oldalról jövő részecskék által létrehozott záporok az első maximum záporai, melynek részecskéi elérhették a számláló-csőket anélkül, hogy az alsó abszorbensen áthaladtak volna, vagy legfeljebb kis szakaszán mentek át. Így ezen záporok által kiváltott koincidenziák ráakódtak a Rossi-görbe egyenes szakaszára és mint második maximum jelentek meg. Midőn Jánossy és munkatársai a felső abszorbens területét csökkenték, a maximum eltűnt.



1. ábra

3. A Rossi-görbe magasabb maximumainak ellentmondásos volta arra késztetett bennünket, hogy a Rossi-görbével kapcsolatos vizsgálatokra készült berendezéssel pontos méréseket végezzünk nagy ólomvastagságok mellett. A mérés színhelye egy kozmikus sugárzási vizsgálatokra készített faépület volt.

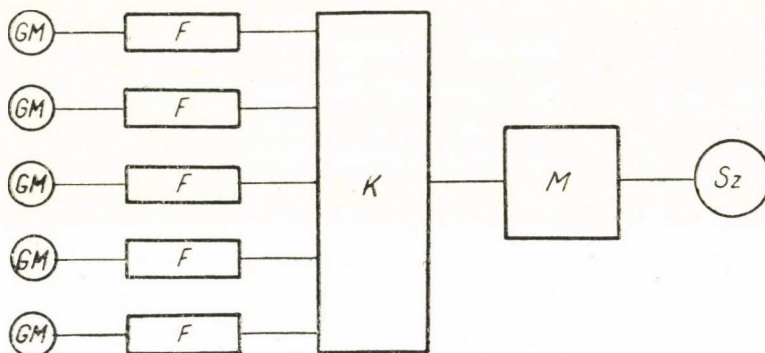


2. ábra

Öt Geiger—Müller csövet szabályos ötszög csúcaiban helyeztünk el úgy, hogy egy nem szóródó kozmikus részecske legfeljebb csak két számlálócsövön tud áthaladni. Tehát legalább három részecske szükséges ahhoz, hogy mind

az öt cső egyidejűleg megszólaljon és így ötös koincidenciát kapjunk. A 90 Hgmm argon és 10 Hgmm alkohol töltésű vörösréz hengerű csövek érzékeny hossza 80 cm, külső átmérőjük 4,2 cm, falvastagságuk 0,1 cm volt [41]. Megszólalási valószínűségük 99,8% fölé van [42].

A GM csövek felett, a legfelső csőtől 5 cm távolságban, helyeztük el a $120 \times 45 \text{ cm}^2$ területű ólomabszorbenst, melyet faállvány tart. A GM csövek és az ólom elrendezésének keresztmetszetét a 2. ábra mutatja.



3. ábra

A koincidencia-berendezés vázlatát a 3. ábra szemlélteti. A GM csövek jelei egy-egy formálókörre (F) jutnak, melyek a számlálócsövek jeleit rövidítik és négyszögjellel alakítják. A formálókörök a jeleket egy koincidencia keverő-

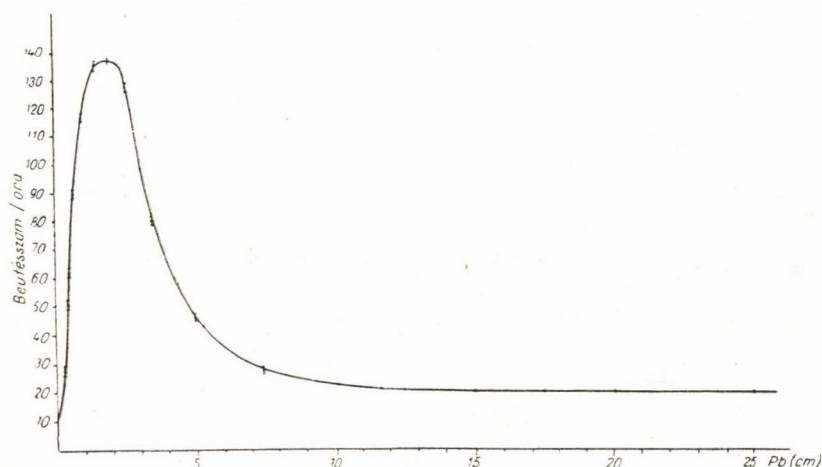
I. TÁBLÁZAT

Pb cm-ben	Beütésszám	Mérési időtartam	Óránkénti beütésszám
0	5184	453	$11,44 \pm 0,16$
0,2	1412	50	$28,2 \pm 0,8$
0,4	3594	71	$50,7 \pm 0,8$
0,5	4082	65	$62,8 \pm 1,0$
0,7	6187	69	$89,7 \pm 1,1$
1,0	3637	31	$117,3 \pm 1,9$
1,5	5696	42	$135,6 \pm 1,8$
2,0	15743	115	$136,9 \pm 1,1$
2,5	39266	305	$128,7 \pm 0,6$
3,5	1850	23	$80,4 \pm 1,8$
5,0	1227	26	$47,2 \pm 1,3$
7,5	587	21	$27,9 \pm 1,2$
10,0	5795	252	$23,00 \pm 0,30$
12,5	6542	304	$21,52 \pm 0,27$
15,0	8101	380	$21,32 \pm 0,24$
17,5	7213	346	$20,85 \pm 0,25$
20,0	6893	330	$20,89 \pm 0,25$
25,0	7914	388	$20,40 \pm 0,23$

Összesen: 3271

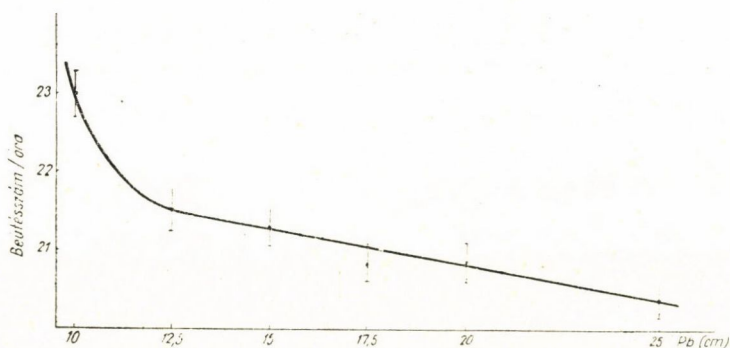
fokozatra (K) továbbítják, mely csak akkor ad tovább jelet a számlálómű meghajtó fokozatára (M) és ez a számlálóműre (Sz), ha mind az öt formálókörrel egyidejűleg jelet kapott. A berendezés felbontási ideje $2 \mu\text{sec}$, ezért a véletlen koincidenciák száma elhanyagolható.

A mérési pontokat 3271 óra alatt vettük fel. Ebből 2000 óra esett a kritikus 10–15 cm közötti hat mérési pontra, úgyhogy ezen pontok hibája $1,3\%$ vagy ennél kisebb. Az ólomvastagságot kb. 20 óránként változtattuk,



4. ábra

vagyis különösen a nagy ólomvastagságoknál számos esetben végimentünk a görbén. Ez a körülmény csökkentette a kozmikus sugárzás intenzitásváltozásából, a készülék esetleges bizonytalan működéséből eredő hibákat.



5. ábra

A mérések adatait az I. táblázat és a 4. ábra mutatja. Az ábrán az egy-szeres hiba fel van tüntetve. Az 5. ábra kinagyítva szemlélteti a 10 cm és 25 cm közötti eredményeket. Jól látható, hogy itt nem jelentkezik semmiféle

maximum. Ha a statisztikus hiba háromszorosának megfelelő kiemelkedést még megengedünk, akkor az ilyen maximum a háttérnek legfeljebb 4%-a lehetne. 12,5 cm ólomtól 25 cm ólomig a csökkenés $(5 \pm 0,9)\%$, ami jó megegyezést mutat *Rossi* és *Jánossy* adataival [12].

Méréseink tehát azok eredményeit támasztják alá, akik kimutatták, hogy a *Rossi*-görbén az első maximumon kívül nem jelentkezik további maximum. Mint már említettük, a második és harmadik maximumot indikáló méréseknél a maximumok a háromszoros hibahatárt nem érik el. *Bothe* és munkatársainak mérései azonban igen magas maximumokat adnak. Ezért tervbe vettük ennek a mérésnek azonos geometriával való megismétlését. Itt említjük meg, hogy tudomásunk szerint röviddel ezelőtt *Ehmert* megismételte *Bothe* mérését és nála a maximumok nem jelentkeztek. Ez a mérés még nincs publikálva.

Köszönettel tartozom *Jánossy Lajos* akadémikusnak munkám állandó irányításáért. Köszönetet mondok *Erbszt Herman* műszerésznek az elektronikus egységek felépítéséért és a mérések kivitelezésében nyújtott segítségéért, valamint a *Kurtha Géza* vezetése alatt álló műhelynek a mechanikai munkák elvégzéséért.

IRODALOM

- [1] *B. Rossi*, Phys. Zeits. 33, 304, 1932.
- [2] *P. M. S. Blackett* és *G. P. S. Occhialini*, Proc. Roy. Soc. A, 139, 699, 1933.
- [3] *B. Rossi*, Z. Phys. 82, 151, 1933.
- [4] *M. Ackemann*, Naturwiss. 22, 169, 1934.
- [5] *I. N. Hummel*, Naturwiss. 22, 170, 1934.
- [6] *A. Drigo*, Ric. Scient. 5, 88, 1934; Ric. Scient. 6, 529, 1935.
- [7] *A. Schwegler*, Z. Phys. 101, 93, 1936.
- [8] *K. Schmeiser* és *W. Bothe*, Ann. d. Physik 32, 161, 1938; *W. Bothe*, Rev. Mod. Phys. 11, 282, 1939.
- [9] *J. Clay*, Rev. Mod. Phys. 11, 287, 1939.
- [10] *W. M. Nielsen*, *J. E. Morgan*, és *K. Z. Morgan*, Phys. Rev. 55, 995, 1939; Rev. Mod. Phys. 11, 287, 1939.
- [11] *G. O. Altmann*, *H. N. Walker* és *V. F. Hess*, Phys. Rev. 58, 1011, 1940.
- [12] *B. Rossi* és *L. Jánossy*, Rev. Mod. Phys. 11, 281, 1939.
- [13] *E. P. George*, *L. Jánossy* és *M. McCaig*, Proc. Roy. Soc. A, 180, 219, 1942.
- [14] *L. Jánossy*, Proc. Cambrige Phil. Soc. 34, 614, 1938.
- [15] *J. A. Pribsch* S.-B. Akad. Wiss. Wien 145, 101, 1936.
- [16] *J. Clay*, *A. Venema* és *K. H. J. Jonker*, Physica 7, 673, 1940.
- [17] *S. V. Aiya Chandrasekhar*, Nature 153, 375, 1944.
- [18] *E. P. George* és *V. Appapillai*, Nature 155, 726, 1945.
- [19] *W. F. G. Swann* és *P. A. Morris*, Phys. Rev. 72, 1262, 1947.
- [20] *E. Fenyves* és *O. Haiman*, Nature 165, 244, 1950.
- [21] *P. S. Gill*, Nature 166, 318, 1950.
- [22] *E. Mazzolli de Mathov*, Nature 167, 192, 1951.
- [23] *G. R. Heyland* és *W. E. Duncanson*, Nature 167, 895, 1951.
- [24] *W. L. Kennedy*, Austral. J. Phys. 6, 500, 1953.

- [25] P. S. Gill, Ind. J. Phys. 37, 335, 1954.
- [26] E. Schopper, K. H. Höcker és G. Kuhn, Phys. Rev. 82, 444, 1951; E. Schopper, K. H. Höcker és E. Rössle, Z. Naturforschg. 6a, 603, 1951; E. Rössle és E. Schopper, Z. Naturforschg. 9a, 836, 1954; G. Kuhn és E. Schopper, Z. Naturforschg. 9a, 851, 1954.
- [27] P. K. Sen Chaudhury, Phys. Rev. 81, 274, 1951; Ind. J. Phys. 25, 539, 1951; Z. Naturforschg. 9a, 175, 1954.
- [28] J. Clay, C. Wansdronk és Th. J. Dekker, Physica 18, 582, 1952.
- [29] J. Clay és W. L. Scheen, Physica 14, 489, 1948.
- [30] J. Clay, Rev. Mod. Phys. 21, 82, 1949; Proc. Koninkl. Ned. Akad. Wetensch. B, 57, 29, 1954.
- [31] G. Pfozter, Z. Naturforschg. 8a, 335, 1953.
- [32] T. Kameda és J. Miura, Prog. Theor. Phys. 5, 323, 1950; J. Miura és T. Kameda, Prog. Theor. Phys. 5, 325, 1950.
- [33] S. Hayakawa és J. Nishimura, Prog. Theor. Phys. 5, 326, 1950.
- [34] W. Bothe és H. Thurn, Phys. Rev. 79, 544, 1950; H. Thurn és W. Bothe, Z. Naturforschg. 6a, 576, 1951; W. Bothe, Z. Naturforschg. 8a, 393, 1953.
- [35] H. Thurn, Z. Naturforschg. 7a, 497, 1952; Z. Naturforsch. 8a, 134, 1953.
- [36] W. Bothe és H. Kraemer, Phys. Rev. 94, 1402, 1954.
- [37] R. Maze és Tsai-Chü, Compt. rend. 232, 224, 1951; Tsai-Chü, Phys. Rev. 83, 867, 1951.
- [38] R. Maze, Phys. Rev. 85, 697, 1952.
- [39] L. Jánossy, Cosmic rays, Oxford, 1950, 228. oldal.
- [40] C. G. Montgomery és D. D. Montgomery, Phys. Rev. 48, 786, 1935.
- [41] Somogyi A., KFKI Közleményei 2, 38, 1954.
- [42] Jánossy L. és Kiss D., KFKI Közleményei, 1, 36, 1954; Hung. Acta Phys. 4, 173, 1954; Fenyves E., Hung. Acta Phys., sajtó alatt.

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

A KLASSZIKUS ELEKTRODINAMIKA LEGÚJABB FEJLŐDÉSE

LEOPOLD INFELD

A XIX. század fizikájának legnagyobb eredménye az erőter fogalmának bevezetése volt. Az elektromágneses tér törvényeit Faraday gondolatai alapján Maxwell öntötte matematikai formába. Az elektrodinamika Maxwell-féle egyenletrendszere ma is a fizika egyik legalapvetőbb törvénye. A régi fizika a részecskéket vagy a folytonos eloszlásúnak képzelt szilárd, folyékony vagy gáznemű formákba tömörült anyagot tekintette egyedüli realitásnak. Faraday és Maxwell munkássága nyomán azonban felismerték, hogy az előbbi anyagformák mellé odasorakozik az erőter, mint az előbbivel egyenrangú fizikai realitás. Ettől fogva a fizikai világba bizonyos kettősség vonult be: a részecske és az erőter az a két fogalom, melyek folytonos kölcsönhatásban vannak, melyek együtt hordozzák a fizikai jelenségeket. A legkiválóbb fizikusokban azonban a XX. század eleje óta felmerült a kívánság, hogy a jelenlegi dualisztikus felfogás helyett a természeti jelenségeknek egységes értelmezését adják olyan módon, hogy minden jelenséget a térre vezetnek vissza, a részecskéket is a tér megnyilvánulásaiént fogva fel. Ennek a problémakörnek adja érdekes összefoglalását Leopold Infeld cikke. A téma a magyar fizikusok előtt nem ismeretlen, mert a cikkben foglalt gondolatokat Infeld professzor először a magyar fizikusok II. Vándorgyűlésén, 1952-ben tartott előadásában hozta nyilvánosságra. Az itt közölt dolgozat a Debrecenben tartott (és közben Berlinben megismételt) előadás részletesebb kifejtésének tekinthető.

Marx György

I. A. Maxwell—Lorentz-elmélet bírálata

Előadásomat a Maxwell-féle elmélet bírálatával szeretném kezdeni.

Tudjuk, hogy ennek az elméletnek nagy szerepe van a tudomány fejlődéstörténetében. Azt is tudjuk, milyen sok jelenséget képes megmagyarázni ez az elmélet. Javasolom azonban, hogy ma ne az elmélet kétségtelenül nagy sikereire, hanem hibáira fordítsuk figyelmünket.

Négydimenziós jelöléseket fogok használni. Az elektromágneses teret az \mathcal{E} elektromos és a \mathcal{H} mágneses térerősségvektor jellemzi. Az elektromágneses tér e hat komponensét a relativisztikus írásmódban egy — ugyancsak hat komponensű — $f_{\alpha\beta}$ antiszimmetrikus tenzorral foglaljuk össze. A görög indexek összegezéskor a 0, 1, 2, 3 értékeket futják be. Megemlítem még, hogy a tér-

* Megjelent Fortschritte der Physik, I, 88, 1953.

idő-metrika kvadratikussá alakját úgy választottuk meg, hogy a 0 index felhúzása az illető komponens értékét nem változtatja meg, az 1, 2, 3 indexé viszont előjelváltozást okoz. Kétszer előforduló indexek szokás szerint összegezést jelentenek; a fénysebességet egységnyiinek vesszük.

Még megállapodunk abban, hogy vessző mögötti index differenciálást jelent: $f_{\alpha\beta,\gamma} = \partial f_{\alpha\beta} / \partial x^\gamma$.

E jelölésmódban a négy első Maxwell-egyenlet igen egyszerűen felírható a négyespotenciálok bevezetésével. Az elektromágneses tér tenzora és a négyespotenciál között a következő összefüggés áll fenn:

$$f_{\alpha\beta} = A_{\beta,\alpha} - A_{\alpha,\beta}. \quad (1)$$

Ezekkel az egyenletekkel egyenértékű az $f_{\alpha\beta}$ függvényekre érvényes következő négy egyenlet:

$$f_{[\alpha\beta,\gamma]} = f_{\alpha\beta,\gamma} + f_{\beta\gamma,\alpha} + f_{\gamma\alpha,\beta} = 0. \quad (1')$$

A második Maxwell-féle egyenletcsoport árammentes elektromágneses térben:

$$f^{\alpha\beta}_{;\beta} = 0. \quad (2)$$

Ezt a négy egyenletet — egy Lagrange- vagy Hamilton-függvény felhasználásával — variációs elvből szokás levezetni. Ez a megmaradási tételek teljesülését is biztosítja. A Maxwell-elméletben a következő variációs elvből indulunk ki:

$$\delta \int F d_{(4)}x = 0, \quad (3)$$

ahol

$$F = -\frac{1}{4} f_{\alpha\beta} f^{\alpha\beta}. \quad (3a)$$

Úgy járunk el, hogy (1)-et, azaz az első négy Maxwell-féle alapegyenletet posztuláljuk, majd (3) szerint az elektromágneses potenciálokat variáljuk s így a második Maxwell-féle egyenletcsoportot kapjuk. Így módon az (1) egyenletekből és a (3) variációs elvből levezethetők a tiszta elektromágneses tér Maxwell-egyenletei.

Most megkíséreljük megbírálni ezt az eljárást. Tekintetbe kell vennünk, hogy az elektromágneses potenciáloknak általában nincs fizikai értelmük, mint-hogy az elektromágneses potenciálokhoz hozzá lehet adni egy skalár gradienst anélkül, hogy ezzel az elektromágneses térerősségeket, — amelyeknek fizikai értelmük van — megváltoztatnánk.

Most meg fogjuk mutatni, hogy kissé másként is eljárhatunk. Mégpedig: ahelyett, hogy (1)-et feltételeznénk és (2)-t abból vezetnénk le, azt is megtehetjük, hogy (2)-t feltételezzük és (1)-et vezetjük le belőle. Ez esetben nem az elektromágneses potenciálokat, hanem a fizikai jelentéssel bíró térerősségeket variáljuk. Térjünk vissza tehát variációs elvünkhöz és variáljuk a térerősségeket. Minthogy az $f_{\alpha\beta}$ -k nem tetszőlegesek, hanem — feltevésünk sze-

rint — kielégítik a (2) egyenleteket, nem variálhatók egymástól függetlenül. Variációs elvünk ezért ilyen alakú:

$$\delta \int (F + A_\alpha f^{\alpha\beta}_{,\beta}) d_{(4)}x = 0, \quad (4)$$

az A_α -k Lagrange-féle multiplikátorok. Ha az $f_{\alpha\beta}$ -kat variáljuk, azt kapjuk, hogy

$$f_{\alpha\beta} = A_{\beta,\alpha} - A_{\alpha,\beta}, \quad (5)$$

vagyis az első négy Maxwell-féle alapegyenletre jutunk.

Eszerint azt a nehézséget, amelyre felhívtuk a figyelmet, bizonyos mértékben ki lehet küszöbölni, ti. úgy, hogy nem vezetünk be elektromágneses potenciálokat, hanem csak megállapítjuk, hogy a (3) variációs elv a (2) mellékfeltétellel együtt egyenértékű (1)-gyel. A (2) és (3) egyenlet viszont nem tartalmaz elektromágneses potenciálokat.

A többi kifogás, amely a Maxwell-elmélettel szemben felhozható, komolyabb természetű, és fizikai jelentőségük is nagyobb. Tudjuk, hogy a Maxwell-egyenletek gömbszimmetrikus sztatikus megoldásai végtelen térenergiára vezetnek, ezért az elektront nem lehet az elektromágneses tér szingularitásának tekinteni.

A Lorentz-féle elmélet, amely bevezeti a töltéssűrűséget és ennek sebességeloszlását, nem küszöböli ki ezt a nehézséget. A Lorentz-elméletben a (2) egyenletek helyére az

$$f^{\alpha\beta}_{,\beta} = \rho_{(0)} v^\alpha \quad (6)$$

egyenletek lépnek; itt

$$v^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds}, \quad v^\alpha v_\alpha = 1, \quad (7)$$

és $\rho_{(0)}$ a töltéssűrűség eloszlását írja le. Ezeket a Lorentz-féle egyenleteket — mint tudjuk — a következőképpen szokás interpretálni: a töltéssűrűség és annak sebessége: térfüggvények. Ezek ismeretében a térerősségek meghatározhatók. Ez az értelmezés tipikusan dualisztikus. Az áramok adottak, az elektronok meghatározott sebességgel mozognak. De milyen az elektron töltéssűrűségének eloszlása? Milyen az elektron szerkezete? Hogyan lehetséges az, hogy az elektron, amelynek negatív töltésű részei taszítják egymást, nem robban szét? Fel kell tennünk, hogy valamilyen mechanikai kohéziós erők akadályozzák meg a szétrobbanást. Az említett nehézség jól ismert és sok szó esett már róla. A relativitáselméletből tudjuk, hogy az elektron energiája $m_0 c^2$ (m_0 az elektron tömege, c a fénysebesség). Másrészről, ha az elektront r_0 sugarú, e töltésű gömbnek gondoljuk, energiája, e^2/r_0 , valamilyen egységnyi nagyságrendű numerikus tényezőtől eltekintve, amely a töltéseloszlástól függ. Megegyezhetünk abban, hogy az

$$m_0 c^2 = \frac{e^2}{r_0} \quad (8)$$

egyenlettel definiált r_0 -t az elektron sugarának tekintjük. Tudjuk, hogy az elektron energiája véges, struktúráját azonban sem a Maxwell-elmélet — amelyben az elektront szingularitásnak tekintjük — nem adja meg, sem a Lorentz-elmélet, amely a töltéseloszlásról nem mond semmit.

Egyre erősödik az a meggyőződés, hogy már a klasszikus elektrodinamikában fel kell lépnie egy paraméternek, amely az elektron struktúrájával függ össze. Ez vagy az elektron sugara, vagy az e/m_0 viszony. Sajnos, sok próbálkozás történt már ebben az irányban: ez mutatja, hogy a Maxwell- és Lorentz-elmélet nehézségeiből kivezető út nincs egyértelműen és világosan megjelölve.

Végül még egy kifogást szeretnék megemlíteni, amely mind a Maxwell-mind a Lorentz-féle elmélettel szemben felhozható. Ezt a kifogást igen lényegesnek tartom, bár eddig nem szenteltek neki annyi figyelmet, mint az előbb említett nehézségeknek.

Tekintsük a Maxwell-egyenleteknek azt a megoldását, amely két nyugvó töltésnek, azaz két nyugvó szingularitásnak felel meg. Jól tudjuk, hogy ilyen elektrosztatikai megoldás van. Tudjuk azonban, hogy a természetben két töltés együtt nem lehet nyugvó állapotban. A Lorentz-elméletben ezt a nehézséget úgy küszöbölik ki, hogy megadják külön az

$$ef_{\alpha\beta}v^\alpha = m_0 \frac{dv_\beta}{ds}; \quad ds^2 = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2 \quad (9)$$

mozgásegyenleteket.

Ez a megoldás azonban nem kielégítő. A Lorentz-elméletben az elektron tömege nem a téregyenletekben, hanem a mozgásegyenletekben szerepel. Emellett a mozgásegyenletekbe az elektronra ható teret mint külső teret írjuk be. Ezáltal a teret mesterségesen külső térre és az elektron saját terére osztjuk fel. Most figyelmen kívül hagyom azt, hogy a téregyenletek és mozgásegyenletek rendszere csak igen nagy nehézségekkel oldható meg. A fizikusok között egyre inkább elterjed az a meggyőződés, hogy a mozgásegyenleteknek a téregyenletekből kell adódniuk, éppúgy, mint az általános relativitáselmélettel leírt gravitációs térben mozgó elemi részecskék esetében.

Ezek tehát a *Maxwell* és *Lorentz* elméleteivel szemben támasztható kifogások. Még egyszer szeretném azonban hangsúlyozni, hogy ez a bírálat semmiképpen sem kisebbíti ezeknek az elméleteknek kiemelkedő szerepét a tudomány fejlődésének történetében.

II. Kísérlet a Maxwell- és Lorentz-féle elmélet határainak átlépésére

A *Maxwell* és *Lorentz* elméletének továbbfejlesztésére irányuló próbálkozások közül meg szeretném röviden említeni azt, amelyet *Born*-nal együtt dolgoztam ki, majd kissé részletesebben *Dirac* legújabb elméletét fogom ismertetni.

Born és én megkíséreltük egy nemlineáris elektrodinamika megfogalmazását. Igyekszem ezt a próbálkozást lehetőleg egyszerűen bemutatni. Tegyük fel, hogy Lagrange-függvényünk nem $F = -\frac{1}{4}f_{\alpha\beta}f^{\alpha\beta}$, mint a Maxwell-elméletben, hanem F valamilyen függvénye:

$$L = L(F). \quad (10)$$

Tudjuk, hogy F dimenziója energia/cm². Osszuk el F -et a

$$b = \frac{e}{r_0^2} \quad (11)$$

állandó négyzetével. E természetes egységrendszerben F dimenzió nélküli, puszta szám. A Born-tól megadott legegyszerűbb példa:

$$L = \sqrt{1 + 2F} - 1. \quad (12)$$

Látható, hogy ha F (természetes egységekben) kicsiny, a Maxwell-féle Lagrange-függvényt kapjuk. Azok a téregyenletek, amelyek (1) feltételezésével és az A_α potenciálok variálásával adódnak, nemlineáris egyenletek.

Már régóta az a véleményem és most is azt vallom, hogy a tudomány a nemlineáris elméletek irányába fog fejlődni. Egy nemlineáris elméletben azonban igen nagy matematikai nehézségekkel kell szembenéznünk. Ennek mindenekelőtt az az oka, hogy ebben az esetben a szuperpozíció-elv nem érvényes, tehát a nemlineáris egyenletek két megoldásának összege nem megoldás.

Az előbb említett nehézségek közül melyeket küszöböli ki a nemlineáris elektrodinamika? Ez az elmélet, éppúgy, mint a Maxwell-féle potenciálokkal dolgozik, de a második kifogást tárgytalanná teszi. Sztatikus és gömbszimmetrikus megoldása meghatározott struktúrájú elektromodellt ad, s ennek energiája véges. Kétségtelen, hogy ez a nemlineáris elektrodinamika nagy sikere. Az elektron struktúrája függ attól, hogy milyen Lagrange-függvényt választunk. Sajnos, a Lagrange-függvény nem választható meg egyértelműen. Plebanski megmutatta, hogy bármilyen előre megadott elemi törvényhez lehet olyan Lagrange-függvényt találni, amely éppen ezt a törvényt szolgáltatja. Például ha Coulomb-törvényhez tartozó Lagrange-függvényt keressük, a Maxwell-féle Lagrange-függvény adja a helyes választ.

E rövid, a nemlineáris elméletekre vonatkozó megjegyzések után Dirac elektrodinamikájára térek át.

A Dirac-féle elektrodinamikában, éppúgy, mint a Maxwell-elméletben, bevezetjük az A_α elektromágneses potenciálokat:

$$f_{\alpha\beta} = A_{\beta, \alpha} - A_{\alpha, \beta}. \quad (13)$$

Dirac Lagrange-függvénye a következő:

$$L = F - \lambda(u^2 - k^2); \quad (14)$$

itt

$$\mu^2 = A_\alpha A^\alpha; \quad k = \frac{m}{c} \quad (c=1). \quad (15)$$

Ha az A_α -kat és λ -t variáljuk, és (13)-at felhasználjuk, a következő egyenleteket kapjuk:

$$f^{\alpha\beta}_{,\beta} = -\lambda A^\alpha, \quad (16)$$

$$A_\alpha A^\alpha = \mu^2 = k^2. \quad (17)$$

Öt egyenletet kaptunk tehát az öt keresett mennyiség, az A_α -k és λ meghatározására. A λ multiplikátor könnyen kiküszöbölhető egyenleteinkből. Ha ugyanis a (16) egyenlet mindkét oldalát megszorozzuk A_α -val, azt kapjuk, hogy

$$\lambda = -f^{\alpha\beta}_{,\beta} A_\alpha k^{-2} \quad (18)$$

Ha λ most kapott kifejezését (16)-ba helyettesítjük, az

$$f^{\alpha\beta}_{,\beta} (\delta^\alpha_\alpha - A_\alpha A^\alpha k^{-2}) = 0 \quad (19)$$

egyenleteket kapjuk. Ezek az egyenletek „általában” a Dirac-féle egyenletekkel egyenértékűek. Az „általában” szó arra utal, hogy (19) vizsgálatánál két esetet kell megkülönböztetnünk.

Az első esetben

$$\det |\delta^\alpha_\alpha - A_\alpha A^\alpha k^{-2}| \neq 0. \quad (20 a)$$

A (19) egyenletekből ekkor

$$f^{\alpha\beta}_{,\beta} = 0 \quad (21)$$

következik, vagyis a Maxwell-féle egyenletek. A második esetben

$$\det |\delta^\alpha_\alpha - A_\alpha A^\alpha k^{-2}| = 0. \quad (20 b)$$

Ez azonban éppen azt jelenti, hogy

$$A^\alpha A_\alpha = k^2, \quad (21)$$

az $f^{\alpha\beta}_{,\beta} = 0$ egyenleteknek ekkor nem kell teljesülniök. A (19) egyenletek a Dirac-féle egyenletektől abban különböznek, hogy — ha (19)-et vesszük alapul — anyagmentes térben nem kell teljesülnie a normalási feltételnek.

Térjünk vissza a (16) képlethez. Ez a képlet tisztán térelméleti módon interpretálható: (16) jobboldalát az áram térmennyiségekkel kifejezett alakjának tekintjük:

$$-\lambda A^\alpha = e_{(0)} v^\alpha = e_{(0)} \frac{dx^\alpha}{ds}. \quad (22)$$

Most azt kérdezzük, következnek-e innen a mozgásegyenletek? Dirac igennel válaszol e kérdésre; válaszát térelméleti és az elemi részecskék elméletéből vett fogalmakra támaszkodó általános megfontolásokkal indokolja.

Én részletesebben megvizsgáltam, hogy valóban következnek-e a mozgásegyenletek a téregyenletekből? *Dirac* egyenleteinek megoldására ugyanazt a közelítő módszert használtam, amelyet *Einstein*nel és *Hoffmann*nal együtt nagy sikerrel alkalmaztunk a relativitáselméletben; a Szovjetunióban *Fok* ugyancsak a relativitáselméletben ért el jelentős eredményeket ezzel a módszerrel, *J. Werle* pedig a magerőket vizsgálta vele.

Az erre vonatkozó munkák eredménye a következő: Egy kis töltésfelhő homogén elektromos térben — első közelítésben — *Lorentz* mozgásegyenletei szerint mozog. A következő közelítésben fellépnek a Coulomb-féle erők és a töltésfelhő szétszalad.

Igen érdekes a mágneses térben mozgó töltésfelhő esete. Képzeljük el, hogy a töltésfelhő a mágneses tér irányára merőlegesen mozog. A felhő — mint egész — ismét a *Lorentz*-féle mozgásegyenlettel összhangban, körpályán mozog. Emellett azonban bizonyos belső mozgásokat is végez. Ezek abban az esetben mutatkoznak a legtisztábban, ha a felhő mozgásiránya a mágneses tér irányával megegyezik. A felhő egészében egyenletesen mozog ugyan, azonban hengerszimmetrikus esetben forog is szimmetriatengelye körül, a tengelyre merőleges irányban pedig ritmikusán sűrűsödik és ritkul.

A szimmetriatengely körüli forgás frekvenciája a Larmor-frekvencia, a sűrűsödéseké és ritkulásoké pedig a Larmor-frekvencia fele.

Létezik-e ez a jelenség? *Dirac* tisztában van azzal, hogy a töltésfelhő mágneses térben nem a *Lorentz*-féle mozgásegyenlet szerint viselkedik. Elemzésem megmutatta ennek az eltérésnek a természetét. E nehézség kiküszöbölésére *Dirac* elméletének új változatát dolgozta ki. Én azonban ezt igen bonyolultnak és nehézkesnek találom.

Összefoglalásul ezt mondhatjuk: a nemlineáris elektrodinamika megadja ugyan az elektron struktúráját, de mozgásegyenletét nem. *Dirac* elektrodinamikája viszont nem adja meg az elektron struktúráját, ellenben megadja a mozgásegyenletét. Az utóbbi elmélet alapján azonban már első közelítésben bizonyos eltérések adódnak a *Dirac* elméletéből következő mozgás és *Lorentz* mozgásegyenletei között. Ezek az eltérések mágneses térben mozgó töltésfelhő esetében mutatkoznak és abban állnak, hogy a felhő belső mozgásokat végez. *Dirac* egyenleteiből ez a jelenség még előbb kiadódik, mint a töltésfelhő szétszaladása, vagyis a Coulomb-féle taszítás.

III. Elektrodinamika potenciálok nélkül

Röviden szeretnék megemlékezni néhány gondolatról, amelyeket *Plebán-skíval* közösen írt elektrodinamikai tárgyú dolgozatunkban vetettünk fel.

Elektrodinamikai megfontolásaink tisztán térelméleti természetűek és csak olyan fogalmakra épülnek, amelyeknek fizikai értelmük van. Megfontolásaink gyengéje az, hogy nagyon általánosak, ezt további vizsgálatoknak kell korlá-

tozniuk. Az ez irányú kutatások már folyamatban vannak, részletesebb ismeretük azonban már túlmenne e referátum keretein. Szeretném ismét hangsúlyozni, hogy a most következő rész elektrodinamikai vizsgálatainknak csupán rövid vázlata.

Potenciálokat nem vezetünk be, minthogy ezeknek nincs fizikai értelmük. Az az alapvető fogalom, amelyre támaszkodni fogunk, az elektromágneses tér fogalma. Ennek antiszimmetrikus tenzorát az eddigi $f_{\alpha\beta}$ jelölés helyett $p_{\alpha\beta}$ -vel fogjuk jelölni. A következő fogalom, amelyet — térelméleti felfogás alapján állva — bevezetünk, az áram négyesvektora. Áramvektornak a tér antiszimmetrikus tenzorából képezett legegyszerűbb vektort fogjuk tekinteni:

$$p^{\alpha\beta},_{\beta} = j^{\alpha}. \quad (23)$$

Fontos, hogy megértsük: ez az áram nem *adott* mennyiség, mint a Maxwell-elméletben, hanem olyan valami, amit a térfogalom alapján *definiáltunk*. A (23) egyenletek tehát nem téregyenletek, hanem az áram definícióját adják meg. A térmennyiségek és az áram birtokában két alapvető skaláris mennyiség képezhető:

$$P = -\frac{1}{4} p_{\alpha\beta} p^{\alpha\beta}; \quad \text{és a } \varrho_{(e)} = (j^{\alpha} j_{\alpha})^{1/2}$$

elektromos töltéssűrűség. E két mennyiségen kívül még más skalárok is képezhetők, a térfüggvényekből, most azonban csak erre a két skalárra szorítkozunk; a többi tekintetbevétele nem jár nehézséggel. A P és $\varrho_{(e)}$ skalárok a térmennyiségeknek és azok deriváltjainak függvényei. Figyelembe kell vennünk, hogy e skalárok különböző dimenziójúak. A P skalár dimenziója energia/cm³, $\varrho_{(e)}$ dimenziója viszont töltés/cm³. Szorozzuk meg *ezt* a Dirac-elméletben szereplő $k = mc^2/e$ -vel. Az így kapott

$$\varrho = k\varrho_{(e)} \quad (25)$$

mennyiség dimenziója már energia/cm³. Osszuk el még a két — most már azonos dimenziójú — skalárt b^2 -el [$b = e/r_0^2$]. Így P -t és ϱ -t természetes egységekben kapjuk. A tér differenciálegyenleteit — mint eddig is — variációs elvből származtatjuk. A variációs elv felírásánál feltesszük, hogy a Lagrange-függvény csak P és ϱ függvénye, és, hogy csak az elektromágneses térerőségek $p_{\alpha\beta}$ komponenseit variáljuk.

Legyen

$$L_P = \frac{\partial L}{\partial P}, \quad L_{\varrho} = \frac{\partial L}{\partial \varrho}. \quad (26)$$

E jelölések használatával

$$\delta \int L d_{(4)}x = \int \left\{ -\frac{1}{2} L_P p_{\alpha\beta} - \left(L_{\varrho} \frac{k^2}{\varrho} j_{\alpha} \right)_{,\beta} \right\} \delta p^{\alpha\beta} d_{(4)}x + \int \dots; \quad (27)$$

(felületre)

a kapott téregyenletek:

$$L_P p_{\alpha\beta} = \left(L_Q \frac{k^2}{Q} j_\beta \right)_\alpha - \left(L_Q \frac{k^2}{Q} j_\alpha \right)_\beta. \quad (28)$$

Előttünk áll az elmélet általános váza, amely a hat $p_{\alpha\beta}$ komponensre érvényes hat téregyenletet adja. Ezek az alapvető téregyenletek. Elméletünk jellegzetessége, hogy ezek az egyenletek más, az előbbivel egyenértékű alakra hozhatók. Vezessük be az

$$A_\alpha = L_Q \frac{k^2}{Q} j_\alpha \quad (29)$$

képlettel definiált A_α vektort. Legyen továbbá

$$L_P p_{\alpha\beta} = f_{\alpha\beta}, \quad (30)$$

s végül

$$\lambda = \frac{Q}{k^2 L_Q}. \quad (31)$$

Ezek alapján a következő, a (28) egyenletekkel teljesen egyenértékű egyenletrendszer írható fel:

$$\begin{aligned} f_{\alpha\beta} &= A_{\beta, \alpha} - A_{\alpha, \beta}, \\ p^{\beta\sigma}_{, \sigma} &= -\lambda A^\beta, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\lambda = \frac{Q}{k^2 L_Q}.$$

Ezek az A^β -ra vonatkozó másodrendű egyenletek. Szerkezetük emlékeztet a Dirac-féle egyenletekre. Hogy ezt világosan lássuk, egy speciális Lagrange-függvényt választunk; legyen

$$L = P + Q. \quad (33)$$

Ebből

$$L_P = 1, \quad L_Q = 1, \quad p_{\alpha\beta} = f_{\alpha\beta} \quad (34)$$

következik; ezek beírása után a (31), (32) egyenletek a következő alakot öltik:

$$f_{\alpha\beta} = A_{\beta, \alpha} - A_{\alpha, \beta} \quad (35)$$

$$\begin{cases} f^{\beta\sigma}_{, \sigma} = -\lambda A^\beta, \\ \lambda = Q k^{-2}. \end{cases} \quad (36)$$

(36)-ból következik, hogy

$$Q_{(e)}^2 = \lambda^2 A^\sigma A_\sigma = Q^2 k^{-2} = Q^2 k^{-4} A^\sigma A_\sigma, \quad (37)$$

vagy

$$A^\sigma A_\sigma = k^2. \quad (38)$$

Dirac elmélete eszerint általános elméletünk speciális eseteként adódik.

Következő speciális esetként tekintsük az

$$L = F + S Q^2 \quad (39)$$

Lagrange-függvényt; itt S egy állandó. Ekkor

$$L_\varrho = 2S\varrho, \quad (40)$$

a (32) egyenletek pedig ilyen alakúak lesznek:

$$f_{\alpha\beta} = A_{\beta, \alpha} - A_{\alpha, \beta}, \quad (41)$$

$$f^{\beta\sigma},_{\sigma} = \frac{1}{Sk^2} A^\beta. \quad (41)$$

Ezek a Proca-egyenletek.

Ha végül feltesszük, hogy L nem függ ϱ -tól, akkor

$$L = L(P).$$

Ez a feltevés az előadás második részében említett nemlineáris elektrodinamikára vezet. A Maxwell-egyenletek újabb specializálás eredményeként adódnak, ha ti. $L = P$; s ezek az egyenletek, mint az első részben láttuk, az $f_{\alpha\beta}$ -k variálásával kaphatók.

Most hasonlítsuk össze a téregyenletek (28) és (32) alakját. Látható, hogy a (28) egyenletek a $p_{\alpha\beta}$ tér és a térmennyiségek deriváltjai felhasználásával definiált áram fogalmán alapszanak. Ezért röviden azt fogjuk mondani, hogy a (28) egyenleteket a „térelmélet nyelvén“ fejeztük ki; P és ϱ a Lagrange-függvényben szereplő alpmennyiségek.

Másként áll a dolog a (32) egyenletekkel. Tekintsük a

$$p^{\beta\sigma},_{\sigma} = -\lambda A^\beta \quad (43)$$

egyenleteket. Emeljük négyzetre ezek mindkét oldalát és összegezzünk β szerint. Az eredmény:

$$\frac{\varrho^2}{k^2} = \varrho_{(e)}^2 = \lambda^2 A^\alpha A_\alpha = \frac{\varrho^2 A^\alpha A_\alpha}{k^4 L_\varrho^2}, \quad (44)$$

vagy

$$A^\alpha A_\alpha = \mu^2 = k^2 L_\varrho^2. \quad (45)$$

A (32) egyenletekben A_α és deriváltjai az alpmennyiségek. Valóban, az $f_{\alpha\beta}$ -k az A_α -k függvényei; tudjuk, hogy

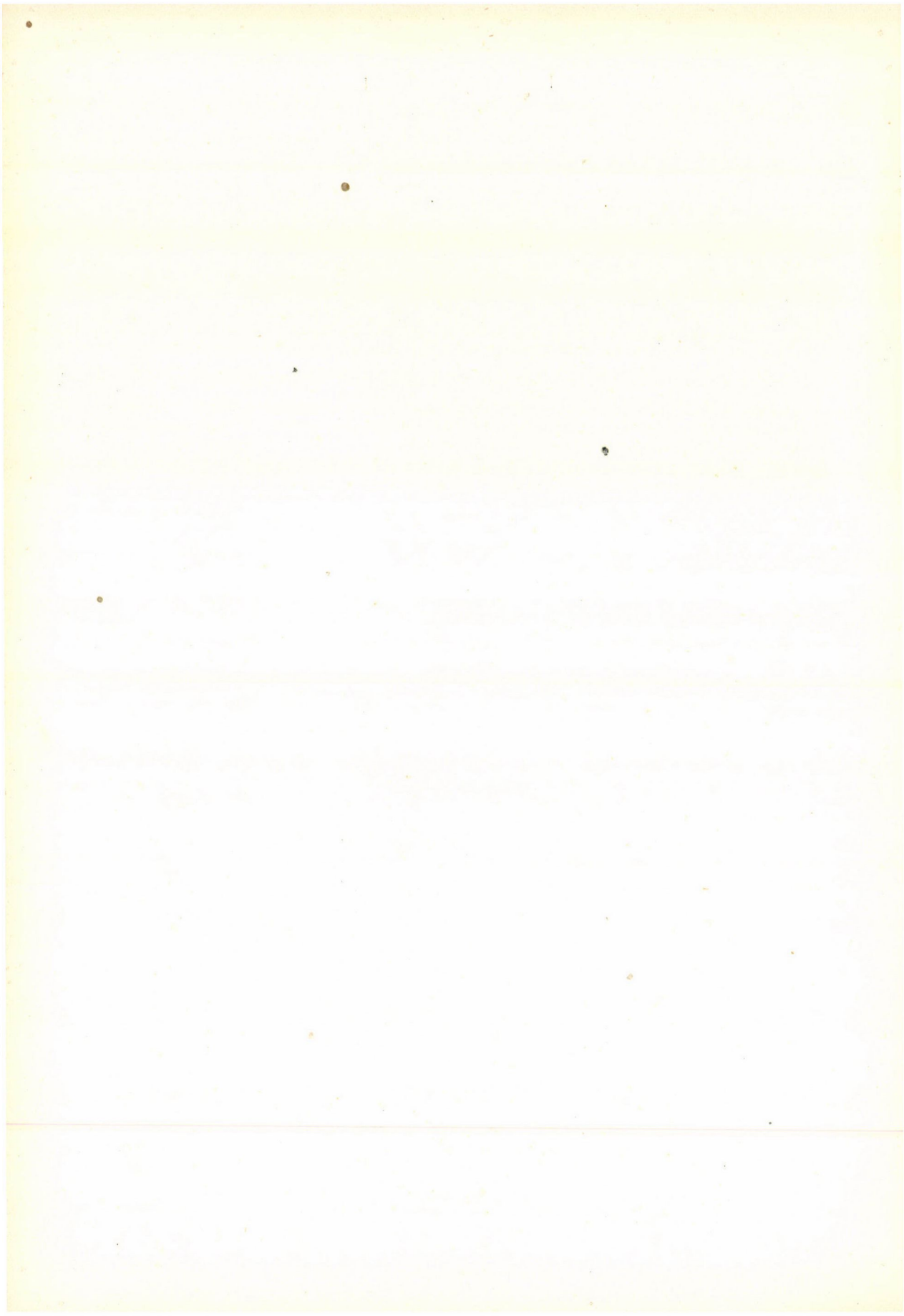
$$L_P p_{\alpha\beta} = f_{\alpha\beta}, \quad L_P P = F, \quad (46)$$

tehát a $p_{\alpha\beta}$ -k ugyancsak az A_α -k függvényei. A (32) egyenletek ugyancsak az A_α -kra vonatkoznak. A_α azonban a töltésekkel és azok sebességével van kapcsolatban! Általánosan azt mondhatjuk, hogy egyenleteink (28) alakja a térelméleti nézőpontnak felel meg, a (32) alak pedig az elemi részecske-felfogást domborítja ki. A térelméleti felfogásban a $p_{\alpha\beta}$ -ktől függő P és ϱ szerepe az alapvető. Az elemi részecske-felfogásban az A_α -ktől függő μ -nek és F -nek jut a főszerep. (45)-ből és (46)-ból következik, hogy — általában — μ és F kifejezhető P és ϱ függvényeként. Már itt, a klasszikus elmélet keretei között, mutatkozik bizonyos dualizmus a tér és az elemi részecskék között.

Fordította: Györgyi Géza

IRODALOM

- Born, M.*: Proc. Roy. Soc. A 143, 1410, 1934.
Born, M., Infeld, L.: Proc. Roy. Soc. A 144, 425, 1934.
Dirac, P. A. M.: Nature 168, 906, 1951; Proc. Roy. Soc. A 209, 291, 1951; 212, 330, 1952.
Einstein, A., Infeld, L.: Can. J. of Math. 1, 269, 1949.
Fok, V.: J. Phys. USSR 1, 81, 1939.
Infeld, L.: Nature 169, 702, 1952.
Infeld, L.: Bull. Ac. Pol. 1, 18, 1953; 1, 95, 1953.
Infeld, L., Plebánski J.: Ac. Phys. Pol. 12, 123, 1953.
Plebánski J.: Bull. Ac. Pol. 1, 35, 1953.
Werle J.: Phys. Rev. 87, 159, 1952.



A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

A FÖLD ÉS AZ ÉTHER RELATÍV MOZGÁSÁRÓL

ALBERT A. MICHELSON és EDWARD W. MORLEY¹

Az aberráció felfedezését nyomon követte egy, a fény korpuszkularis (emissziós) elméletén alapuló magyarázat. A fénysebesség és a Föld pályamenti sebessége egyszerű összetételének tulajdonították ezt a hatást. Ebben az első tekintetre kielégítő magyarázatban a nehézségeket mindaddig nem vették észre, míg utóbb fel nem merült egy másik, a fény hullámelméletén alapuló magyarázat. Ez az új magyarázat kezdetben éppen olyan egyszerű volt, mint a megelőző. De nem tudott számot adni arról a kísérletileg igazolt tényről, hogy az aberráció nem változott, ha a megfigyeléseket vízzel töltött távcsővel végezték. Mert, ha az aberráció szögének tangense a Föld sebességének és a fénysebességnek a hányadosa, akkor, mivel a vízbeli fénysebesség a vákuumbelinek háromnegyede, a vízzel töltött távcsővel megfigyelt eltérésnek a valóságos érték négyharmadoszorosának kellene lennie.²

A hullámelmélet alapján *Fresnel* szerint, először az éthert átlátszó közegen kívül nyugvónak tételezzük fel. Másodszor feltesszük, hogy a közegben a közeg sebességénél $n^2 - 1/n^2$ arányban kisebb sebességgel mozog. Itt n a törésmutatót jelenti. Ez a két hipotézis az aberrációnak teljes és kielégítő magyarázatát adja. A második hipotézist, látszólagos valószínűtlensége ellenére, teljesen igazottnak kell tekintenünk, először *Fizeau* [1] híres kísérlete, másodszor saját munkánk megerősítése által [2]. Az első hipotézis kísérleti vizsgálatára képezi a tárgyát jelen munkának.

Ha a Föld átlátszó test lenne, talán megengedhető lenne a most idézett kísérletekre való tekintettel, hogy a molekulák közötti éthert a térben nyugvónak tekintjük, a Földnek pályáján való mozgása ellenére; de nincs jogunk ezekből a kísérletekből vont következtetést kiterjeszteni átlátszatlan testekre. Kérdés, hogy az éther a fémeken áthaladhat-e? Ezzel kapcsolatban a következőt említi meg *Lorentz*: Ha a fémbarométer csövet megdöntjük, a higany

* Megjelent Am. Jour. Sci — Third series, vol. XXXIV. N° 203. — Nov., 1887.

¹ Ezt a vizsgálatot a Bache-alapítvány segítségével végeztük el.

² Megjegyzendő, hogy a legtöbb szerző az emisszióelméleten (korpuszkularis elméleten) alapuló magyarázatot fogadja el: pedig valójában a nehézség itt nagyobb, mint a hullámelmélet alapján. Ugyanis az emisszióelmélet megköveteli, hogy a fénysebesség a vízzel telt távcsőben nagyobb legyen, így az eltérés szögének kisebbnek kellene lenni; ezért, a valóságos érték megkapása céljából azt az abszurd feltevést kell tenni, hogy a víz mozgása a fénysugarakat ellenkező irányba viszi!

fölötti térben levő éthernek el kell távoznia, mivel összenyomhatatlan.³ Viszont azt nem állíthatjuk, hogy teljesen szabadon távozik el. Ha valamilyen ellenállás fennáll, bármilyen csekély is, biztosan nem tételezhető fel, hogy olyan átlátszatlan test, mint az egész Föld, szabad utat engedjen az éthernek egész tömegén keresztül. Lorentz találóan azt mondja: „bárhogyan is legyen, az ember ne vezettesse magát ilyen fontos kérdésben az egyik, vagy másik hipotézis valószínűsége, vagy egyszerűsége fontolgatásaitól, hanem kísérletekhez kell folyamodnunk, hogy a Föld felszínén levő éther nyugalmi, vagy mozgási állapotáról meggyőződünk.“ [3]

1881 áprilisában a kérdés kísérleti igazolására egy új módszert dolgoztak ki és hajtottak végre. [4].

A mérendő mennyiség formulájának levezetésénél figyelmen kívül hagyták a Föld mozgásának a mozgásra merőleges fénysugár útjára való hatását.⁴ Ennek a tévedésnek és az egész kísérletnek a megvitatása képezi tárgyát H. A. Lorentz egy mélyen szántó vizsgálatának, [5] aminek alapján arra a következtetésre jut, hogy ezt a hatást semmiképpen nem lehet figyelmen kívül hagyni. A mérendő mennyiség valóságban a feltételezett értéknek csak fele volt. Mivel a kísérlet hibahatárain alig volt túl, következésképpen a kísérlet eredményéből vont következtetést kétségbe lehetne vonni; mégis, minthogy az elmélet főrésze nem kérdéses, elhatároztuk a kísérlet megismétlését olyan változtatásokkal, hogy az elméleti eredmény sokkal jobban kidomborodjék, hogysen kísérleti hibák elfedhessék. A módszer elméletét röviden az alábbiakban vázolhatjuk.

Legyen sa az 1. ábrán egy fénysugár, mely részben visszaverődik ab irányba, részben áthalad az ac irányba, melyeket b és c tükrök ba és ca mentén visszafordítanak. ba részben áthalad ad irányba és ca részben visszaverődik ugyancsak az ad irányba. Ha ab és ac szakaszok egyenlők, a két sugár ad mentén interferál.

Tételezzük most fel — lévén az éther nyugalomban, — hogy az egész készülék sc irányban mozog a Föld pályamenti sebességével. A sugarak által megtett szakaszok és irányok tehát megváltoznak: A 2. ábrabeli sa sugár ab irányba visszaverődik, mivel a bab_1 szög az aberráció α szögével egyenlő, a sugár ba_1 irányba fordul vissza, ($aba_1 = 2\alpha$) és a távcső gyújtópontjába megy, melynek iránya nem változott. Az áteresztett sugár ac mentén halad, c tükrön ca_1 irányba visszafordul és a_1 -n visszaverődik, s mivel ca_1e egyenlő $90 - \alpha$, ezért az első sugárral (állandóan) egybeesik. Megemlíthető, hogy a ba_1 és ca_1 sugarak a_1 -nek nem pontosan ugyanabban a pontjában találkoznak, de ez az eltérés csak másodrendű, ez nem befolyásolja a következtetés

³ Azt az ellenvetést lehet tenni, hogy a higany és a falak közti hézagon keresztül eltávozzhat, de ez elkerülhető, ha a falat amalgámozzuk.

⁴ Megemlíthető, hogy a M. A. Potier (Paris) 1881 telén erre a tévedésre felhívta az előző cikk szerzőjének a figyelmét.

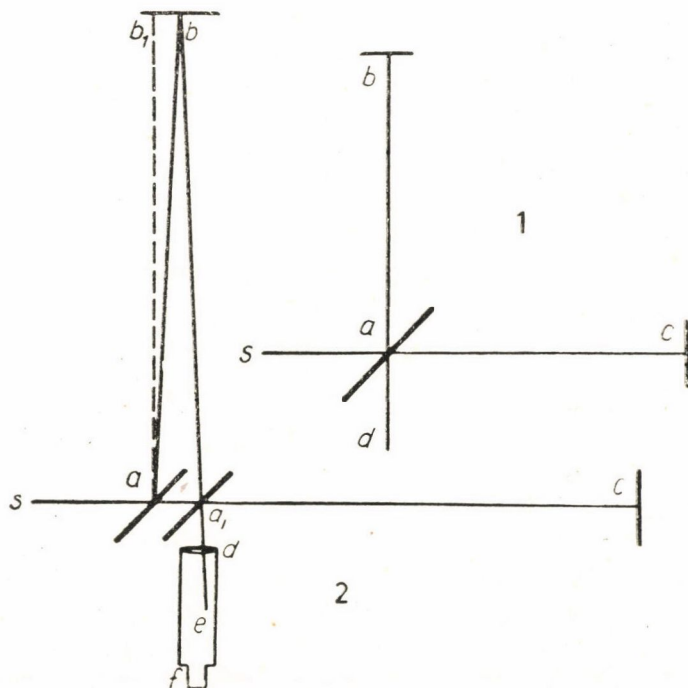
érvényességét. Határozzuk most meg az aba_1 és aca_1 utak különbségét. Legyen V = a fénysebesség.

v = a Föld pályamenti sebessége.

D = az 1. ábrabeli ab , vagy ac távolság.

T = az az idő, mely alatt a fény a -ból c -be jut.

T_1 = az az idő, mely alatt a fény c -ből a_1 -be jut (2. ábra).

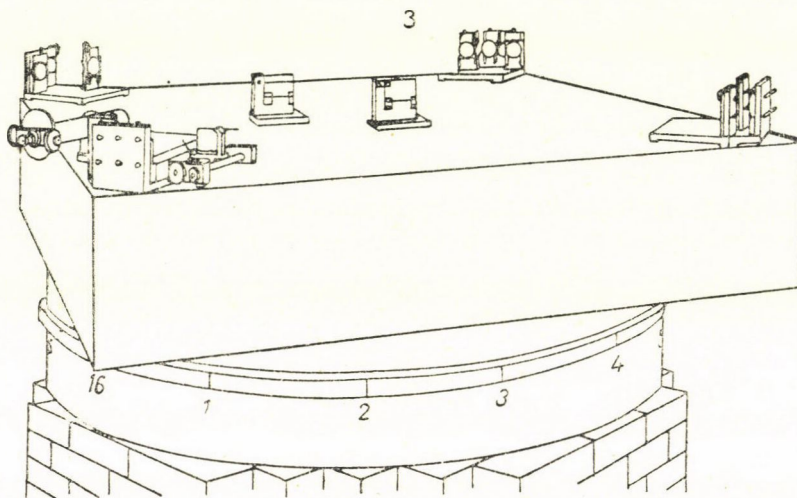


1., 2. ábra

Ennek megfelelően $T = D/V - v$, $T_1 = D/V + v$. Az egész idő oda, vissza $T + T_1 = 2D \cdot V/V^2 - v^2$, és az ezen idő alatt megtett út $2D \cdot V^2/V^2 - v^2 = 2D(1 + v^2/V^2)$, elhanyagolva a magasabbrendű tagokat. A másik út hossza nyilvánvalóan $2D \sqrt{1 + v^2/V^2}$, vagy ugyanazon pontossággal $2D(1 + v^2/2V^2)$. A különbség tehát $D \cdot v^2/V^2$. Ha most az egész készüléket 90° -kal elforgatjuk, a különbség az ellenkező irányban lesz, ezért az interferenciacsíkok eltolódásának $2D \cdot v^2/V^2$ -nek kellene lenni. Ha a földnek csak a pályamenti sebességét tekintjük, ez $2D \cdot 10^{-8}$ lenne. Ha úgy, mint az első kísérlet esetén, D a sárga fény hullámhosszának $2 \cdot 10^6$ szorosa, akkor az interferenciacsíkok közti távolság 0,04-szerese lenne a várható eltolódás.

Az első kísérletben a legnagyobb nehézségek egyike, mellyel találkozunk, az volt, hogy a készüléket torzítás nélkül forgassuk el; a másik pedig a rezgésekkel kapcsolatos igen nagyfokú érzékenység. Ez olyan nagy volt,

hogy az interferenciacsíkokat rövid időközöktől eltekintve, lehetetlen volt megfigyelni, ha a városban folyt a munka, még reggeli két óraker is. Végül, mint előbb megjegyeztük, a megfigyelendő mennyiség, nevezetesen az interferenciacsíkok közti távolság huszadrésznél kisebb eltolódás, túlságosan kicsi lehetett a felfedezéshez, ha kísérleti hibák elfedték.



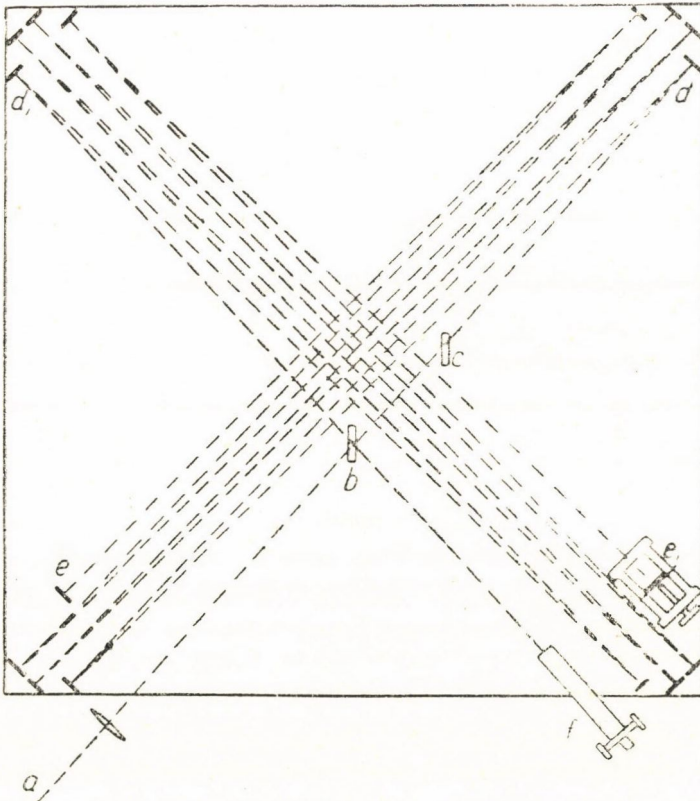
3. ábra

Az első nehézséget sikerült teljesen legyőzni azért, hogy az egész készüléket egy higanyon úszó tömör kölapra helyeztük; a második nehézséget pedig azért, hogy a sugár útját ismételt visszaverődésekkel körülbelül előbbi értékének tízszeresére növeltük.

A készülék a 3. ábrán perspektivikusan, a 4. ábrán felülnézetben az 5. ábrán keresztmetszetben látható. Az *a* kő felülete (5. ábra) körülbelül 1,5 négyzetméter és 0,3 méter vastag. Ez egy gyűrű alakú falapon: *bb* nyugszik, melynek külső átmérője 1,5 m, belső átmérője 0,7 m és vastagsága 0,25 m. A falap *cc* öntöttvas teknőben levő higanyon helyezkedik el, mely 1,5 cm vastagságú és úgy van méretezve, hogy körülbelül egy centiméternyi szabad teret hagyjon a falap körül. Egy *d* tű *gggg* karokon a fához rögzítette foglalatba illeszkedik. A tűt egy, *f*-nél csuklóval ellátott emelővel a foglalatba lehet tolni, vagy visszahúzni. Ez a tű a falapot a teknővel koncentrikusan tartja, de a kő súlyának semmi részét sem viseli. A gyűrű alakú vasteknő cement alapzaton, alacsony téglapilléren nyugszik, melyet belül üres nyolcszögű hasáb formájában építettünk.

A kőnek minden sarkába négy tükröt: *ddee* (4. ábra), a kő közepéhez közel pedig egy plan-parallel üveglemezt *b*, tettünk. Ezeket úgy helyeztük el, hogy a fény az *a* égből, egy lencsén keresztül *b*-re essék úgy, hogy egy

része d -re verődjön vissza. A két fénysugár az ábrán jelzett $bde dbf$, illetve $bd_1e_1d_1bf$ utak megtétele után az f távcsőbe jut. f és a a kö elforgatásakor a kövel együtt forog. A tükrök tükör-fémből (spekulum fémből) gondosan, optikailag sík felületekké voltak kidolgozva. Átmérőjük öt centiméter. A b és c plan-parallel üveglemezek ugyanolyan vastagságúak: 1,25 cm, oldalélük 5,0



4. ábra

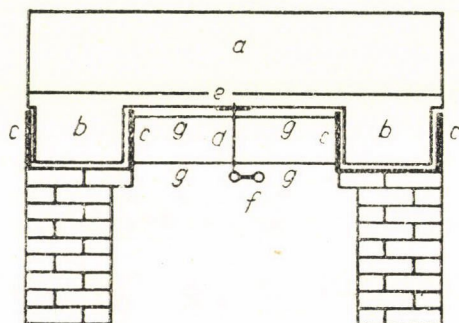
és 7,5 centiméter. A másik plan-parallel lemezt úgy helyeztük el az egyik fénysugár útjába, hogy a másik sugárnak az első lemezen való kétszeri áthaladását kompenzálja. A készülék optikai részét egy fatakaróval befedve tartottuk, hogy ezáltal a légáramlásokat és a hőmérséklet gyors változását elkerüljük.

A beállítás a következőképpen történt: Miután a tükröket foglalatukba tettük, addig igazítottuk, amíg a távcsőben mindkét sugárból jövő fény látható lett.

A két út hosszát tükrőtől tükrőig érő könnyű faléccel mértük, a távolságot keskeny acélskáláról olvasták le tizedmilliméterekig. A két út hossza közötti különbséget az e_1 tükör elmozdításával küszöböltük ki. Ezt a tükröt

háromféle irányban lehetett beállítani: a többi tükörhöz hasonlóan függőlegesen és vízszintesen, de finomabban, ezenkívül a beeső sugár irányában is igazítható, előre vagy hátra csúsztatással. Ennek a tükörnek a háromféle beállítását végre lehetett hajtani akkor is, ha a berendezés az előbb említett fafedő alatt volt.

Mivel az utak közelítőleg egyenlők, a fényforrás, vagy más, a gyűjtőlencsével szemben elhelyezett, jól meghatározott tárgy két képe egymást fedte. A távcső alkalmas volt a várt interferencia-csíkok megkülönböztetésére. Amikor interferenciacsíkok megjelentek, nátrium fénnel helyettesítettük a fehér fényt. A képet az e_1 tükörrel a lehető legélesebbre állítottuk be, majd ismét



5. ábra

visszaállítottuk a fehér fényt. Az úthosszat szabályozó csavart lassan addig forgattuk (egy hüvelykre eső száz menetű csavar egy fordulata az utat közel 1000 hullámhossznyival változtatja meg), míg a színes interferenciacsíkok újra meg nem jelentek fehér fényben. Ezek most megfelelő szélességűek és helyzetűek voltak. Így a készülék a megfigyelésre készen állt.

A megfigyeléseket a következőképpen végeztük: Az öntöttvas teknőn tizenhat egyenlő távolságban levő jelzés volt. A készüléket igen lassan forgattuk (hat perc alatt egy fordulat) és néhány perc múlva a mikrométer drótkeresztjét a legélesebb interferenciacsíkra állítottuk be az egyik jelzésen való áthaladás pillanatában. A mozgás annyira lassú volt, hogy ezt helyesen és pontosan meg lehetett tenni. A mikrométer csavarfejének az állását feljegyeztük. Igen gyenge és fokozatos lökéssel tartottuk fenn a kö mozgását. A második jelzésen való áthaladáskor megismételtük ezt az eljárást és ezt mindaddig folytattuk, míg a készülék hat fordulatot végzett. Azt tapasztaltuk, hogy a készüléket lassú, egyenletes mozgásban tartva az eredmények sokkal egyenletesebbek és állandóbbak, mint amikor a követ minden megfigyelés számára nyugalomba hoztuk; ugyanis legalább fél percig a kö nyugalomba jutása után kilengések hatását lehetett észlelni és ez alatt az idő alatti hőmérsékletváltozások hatása is befolyásolta az eredményt.

Déli megfigyelések

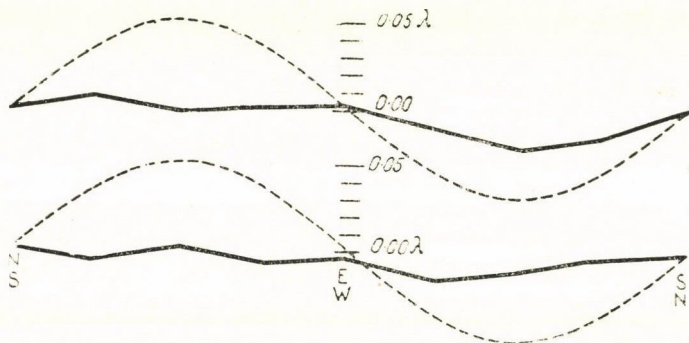
	16.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
Július 8	44,7	44,0	43,5	39,7	35,2	34,7	34,3	32,5	28,2	26,2	23,8	23,2	20,3	18,7	17,5	16,8	13,7
Július 9	57,4	57,3	58,2	59,2	58,7	60,2	60,8	62,0	61,5	63,3	65,8	67,3	69,7	70,7	73,0	70,2	72,2
Július 11	27,3	23,5	22,0	19,3	19,2	19,3	18,7	18,8	16,2	14,3	13,3	12,8	13,3	12,3	10,2	7,3	6,5
Középérték	43,1	41,6	41,2	39,4	37,7	38,1	37,9	37,8	35,3	34,6	34,3	34,4	34,4	33,9	33,6	31,4	30,8
Középérték hullámhosszban kifejezve	0,862	0,832	0,824	0,788	0,754	0,762	0,758	0,756	0,706	0,692	0,686	0,688	0,688	0,678	0,672	0,628	0,616
	0,706	0,692	0,686	0,688	0,688	0,678	0,672	0,628	0,616								
Végző középérték	0,784	0,762	0,755	0,738	0,721	0,720	0,715	0,692	0,661								

Délutáni megfigyelések

Július 8	61,2	63,3	63,3	68,2	67,7	69,3	70,3	69,8	69,0	71,3	71,3	70,5	71,2	71,2	70,5	72,5	75,7
Július 9	26,0	26,0	28,2	29,2	31,5	32,0	31,3	31,7	33,0	35,8	36,5	37,3	38,8	41,0	42,7	43,7	44,0
Július 12	66,8	66,5	66,0	64,3	62,2	61,0	61,3	59,7	58,2	55,7	53,7	54,7	55,0	58,2	58,5	57,0	56,0
Középérték	51,3	51,9	52,5	53,9	53,8	54,1	54,3	53,7	53,4	54,3	53,8	54,2	55,0	56,8	57,2	57,7	58,6
Középérték hullámhosszban kifejezve	1,026	1,038	1,050	1,078	1,076	1,082	1,086	1,074	1,068	1,086	1,076	1,084	1,100	1,136	1,144	1,154	1,172
	1,068	1,086	1,076	1,084	1,100	1,136	1,144	1,154	1,172								
Végző középérték	1,047	1,062	1,063	1,081	1,088	1,109	1,115	1,114	1,120								

Az alábbi táblázatok a hat leolvasás középértékét adják. Az első táblázat dél körül végzett megfigyelésekre, a második este hat óra körül végzettekhez vonatkozik. A táblázatbeli számok a csavarfej beosztásai. A csíkok szélessége 40-től 60 beosztásig változik, mivel a középérték 50 körül van, így egy beosztás 0,02 hullámhosszat jelent. A déli megfigyeléseknél a forgás az óramutató járásával ellenkező, az esti megfigyeléseknél vele egyirányú volt.

A megfigyelések eredményét grafikusan a 6. ábra tünteti fel. A felső görbe a déli megfigyelésekre, az alsó görbe az esti megfigyelésekre vonatkozik. A pontozott görbe jelenti az elméleti eltolódás egy nyolcadát. Az ábra alapján helyesnek látszik az a következtetés, hogy ha létezik valami eltolódás, mely a Föld és a fényközvetítő éther relatív mozgásából ered, ez nem lehet sokkal nagyobb, mint a csíktávolság 0,01 szerese.



6. ábra

Ha a Földnek csupán a pályáján végzett mozgását vesszük figyelembe, ez az eltolódás $2D \cdot v^2/V^2 = 2D \cdot 10^{-8}$ lenne. A D távolság körülbelül tizenegy méter, vagy $2,10^7$ -szerese a sárga fény hullámhosszának. Ebből a várt eltolódás a csík 0,4-szeresének adódik. A tényleges eltolódás biztosan kisebb volt ennek huszadrésznél és talán még a negyvenedrésznél is. Minthogy azonban az eltolódás a sebesség négyzetével arányos, a Föld és az éther relatív sebessége valószínűleg kisebb, mint a Föld pályamenti sebességének hatoda és biztosan kisebb, mint egy negyede.

Az eddigiekben a Földnek csak a pályamenti mozgását vettük tekintetbe. Ha a Naprendszer mozgását is tekintetbe vennénk, melyre vonatkozólag csak kevés biztosat tudunk, akkor az eredményt módosítanunk kellene. Így elképzelhető lenne, hogy az eredő sebesség a megfigyelés idején kicsi volt, bár nagyon valószínűtlen. Ezért a kísérleteket három hónaponként megismételjük és így minden bizonytalanság kiküszöbölhető.

Az előzőkből elég bizonyosnak látszik, hogy ha létezik is valamely relatív mozgás a Föld és a fényközvetítő éther közt, kicsinek kell lennie. Éppen elég kicsi ahhoz, hogy az aberráció Fresnel-féle magyarázatát meg-

cáfolja. *Stokes* felállított egy aberráció-elméletet, mely szerint a Föld felszínénél az éther a Földhöz képest nyugalomban van, és megköveteli, hogy relatív sebességnek potenciálja legyen. *Lorentz* kimutatja, hogy ezek a feltételek összeegyeztethetetlenek, azután egy módosítást ajánl, mely *Stokes* és *Fresnel* egyes elgondolásait egyesíti és felteszi egy potenciál létezését a *Fresnel*-féle együtthatóval.

Ha jogos lenne a jelen munka alapján arra következtetni, hogy az éther a Föld felületéhez viszonyítva nyugalomban van, akkor *Lorentz* szerint nem lehetne itt sebességpotenciál és az ő elmélete is megdőlné.

Függelék

Nyilvánvaló az előzőkből, hogy reménytelen volna megkísérelni a Naprendszer mozgásának a kérdését megoldani a Föld felületén lezajló optikai jelenségek megfigyelése alapján. De nem lehetetlen, hogy bizonyos távolságban a tengerszint felett, például egy elszigetelt hegycsúcs tetején, a relatív mozgás észlelhető lenne egy olyan készülékben, amilyent ezekben a kísérletekben alkalmaztunk. Ha ilyen körülmények között valamikor megkísérelnék a kísérletet, a fedőnek üvegből kellene lenni, vagy el kellene távolítani.

Érdemes megemlíteni egy másik módszert az aberráció hatásának elelendő megsokszorozására, miáltal a megfigyelhetőség tartományán belül esik. Ez a jelen cikk készítésekor vetődött fel. Azon a tényen alapszik, hogy mozgó felületekről való visszaverődés eltér a visszaverődés közönséges törvényeitől.

Legyen ab egy síkhullám (1. ábra), mely az mn tükörrre 45° alatt esik. Ha a tükör nyugalomban van, a visszaverődés után a hullámfront ac lesz.

Tételezzük most fel, hogy a tükör ω sebességgel mozog olyan irányban, mely normálisával α szöget zár be. Legyen V a fény sebessége a nyugvónak feltételezett étherben, és cd az az út növekedése, melyet a fénynek meg kell tennie, hogy d -t elérje. Ez alatt az idő alatt a tükör $cd/\sqrt{2} \cos \alpha$ távolsággal mozdult el. $cd/ad = \omega \sqrt{2} \cos \alpha / V$, melyet r -rel jelölünk és $ac/ad = 1 - r$. Hogy az új hullámfrontot megkapjuk, rajzoljuk meg az fg ívet b -ből, mint centrumból ad sugárral, d -ből ezen ívhez húzott érintő lesz az új hullámfront és b -ből az érintőre merőleges egyenes lesz az új irány. Ez ba iránytól θ szöggel tér el, melyet meg kell határoznunk. Az adb és edb háromszögek egybevágóságából következik, hogy $\theta = 2\varphi$, $ab = ac$,

$$\tan g \, adb = \tan g \left(45^\circ - \frac{\theta}{2} \right) = \frac{1 - \tan g \frac{\theta}{2}}{1 + \tan g \frac{\theta}{2}} = \frac{ac}{ad} = 1 - r,$$

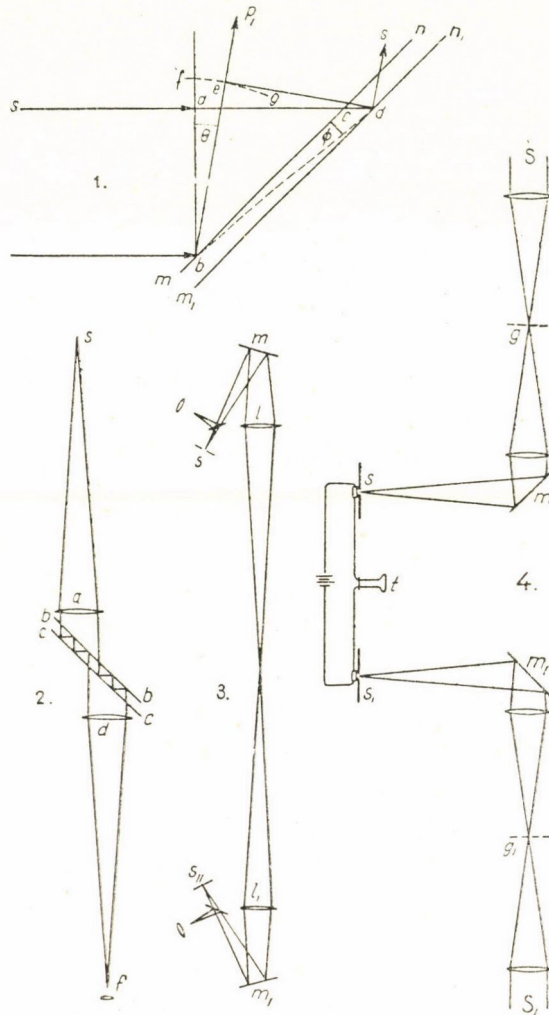
vagy elhanyagolva az r^3 -rendű tagokat,

$$\theta = r + \frac{r^2}{2} = \frac{\sqrt{2} \omega \cdot \cos \alpha}{V} + \frac{\omega^2}{V^2} \cos^2 \alpha.$$

Ejtsük most a fényt az elsővel párhuzamos tükörre, akkor

$$\theta' = \frac{-\sqrt{2} \omega \cdot \cos \alpha}{V} + \frac{\omega^2}{V^2} \cos^2 \alpha$$

lenne és a teljes eltérés lenne $\theta + \theta' = 2\varrho^2 \cos^2 \alpha$, ahol ϱ az aberráció szöge, ha a Földnek csak a pályamenti mozgását vesszük tekintetbe. A készülék 90° -kal való elforgatásával nyert legnagyobb eltolódás $\Delta = 2\varrho^2 = 0,004''$ lenne. Ötven ilyen elforgatással az eltolódás $0,2''$ lenne. Viszont asztronómiai meg-



figyeléseket végeztek a másodperc századrészeire sokkal kedvezőtlenebb körülmények között, mint amelyek közt ezeket végezni lehet, úgyhogy ez az új módszer legalább is olyan érzékenynek ígérkezik, mint a megelőző.

A készülék berendezése lehetne olyan, mint a 2. ábrán látható: s az α lencse gyújtópontjában elhelyezett rés, $bbcc$ két optikailag sík üvegtükör és úgy vannak ezüstözve, hogy a fénynek mintegy huszadát engedik át és mintegy kilencven százalékát visszaverik. A megfigyelő távcsőre: df eső fény erőssége az eredetinek körülbelül egy milliomodrésze, úgy, hogyha napfényt vagy elektromos ívfényt használunk, akkor is jól látható. A bb és cc tükrök annyira térnek el a párhuzamosságtól, amennyi szükséges az egymást követő képek elválasztásához. Végül a készüléket nem kell sem magas helyre vinni, sem forgatni, mivel a Föld forgása elegendő.

Ha lehetséges volna a fény sebességét kellő pontossággal megmérni, anélkül, hogy a fényt vissza kellene fordítani kiinduló pontjába, a Földnek az étherre vonatkozó relatív sebessége első hatványának mérési problémája meg lenne oldva. Ez nem olyan reménytelen, mint első tekintetre látszik, mivel a nehézségek kizárólag mechanikaiak és idővel talán legyőzhetők.

Például tételezzük fel (3. ábra), hogy m és m_1 két egyenlő sebességgel, ellenkező irányban forgó tükör. Nyilvánvaló, hogy az s -ről jövő fény s_1 -ben egy állandó képet alkot és hasonlóan az s_1 -ről jövő fény s -ben. Ha most a tükrök sebességét eléggé megnöveljük, mivel fázisuk még pontosan azonos, a két kép s -től és s_1 -től a két iránybeli fénysebességgel fordított arányban tér el. Vagy, ha a két eltérítést egyenlővé tesszük és egyidejűleg mérjük a két tükör fáziskülönbségét, ez nyilvánvalóan arányos lesz a két iránybeli sebesség különbségével. Az egyetlen nehézség a mérésben rejlik. A következő, talán lehetséges megoldás: (4. ábra) gg_1 két rács, melyre a napfényt fókuszáljuk. Ezeket úgy helyeztük el, hogy a fény, miután az m és m' forgó tükrökre esett, a rácsok képét két igen érzékeny, elemmel és telefontal összekapcsolt s és s_1 szelén cellára képezi le. Ha most az egyik rést, s -t a rács-csíkozások képe közötti távolság felével eltoljuk, a telefon elhallgat. Tételezzük fel, hogy a két eltérítést pontosan egyenlővé tettük és a rés hallgatásra van beállítva. Azután, ha a kísérletet megismételjük, mikor a Föld forgása az egész készüléket 180° -kal elforgatta, az eltérítéseket ismét egyenlővé tesszük, de nem észlelünk többé csendet. Az a szögbeli eltérés méri a keresett fáziskülönbséget, mellyel s -t el kell mozdítani, hogy ismét csend legyen.

Három másik módszer van hátra a Naprendszer térbeli mozgása problémájának vizsgálatához.

1. A csillagok saját mozgásának távcsövi megfigyelése. Ez a mozgás irányának egy elég valószínű meghatározását adja, de a nagyságára csak becslésszerű értéket.

2. A csillagok látóhatáron való mozgásának spektroszkópiai megfigyelése. Ez csupán a relatív mozgásokra tudott adatokat szolgáltatni, mégis úgy látszik, hogy a csillagspektrumok fényképezésének hatalmas fejlődésével az így nyert értesüléseink sokkal pontosabbak lesznek, mint bármely más.

3. Végül hátra van a fénysebességnek a Jupiter-holdak fogyatkozásainak megfigyelése útján történő meghatározása. Ha a Harvard obszervatórium-ban alkalmazott tökéletesített fotometrikus eljárások lehetővé teszik, hogy ezeket elegendő pontossággal megfigyeljük, a Jupiterhez legközelebbi és legtávolabbi helyzetben mért fénysebesség-értékek különbsége a Naprendszer mozgását nemcsak a csillagokhoz viszonyítva, hanem a fényt közvetítő éter-hez viszonyítva is megadja.

Fordította: Bakács Istvánné

IRODALOM

- [1] Comptes Rendus, xxxiii 349, 1851. Pogg. Ann. Ergänzungsband, iii, 457, 1853. Ann. Chim. Phys. III, lvii, 385, 1859.
- [2] Michelson—Morley: Influence of Motion of the Medium on the Velocity of Light. American Journal of Science, III, xxxi, 377, 1886.
- [3] Archives Néerlandaises, xxi, 2^{me} livr.
- [4] *Albert A. Michelson*: The relative motion of the earth and the luminiferous ether. American Journal of Science. III, xxii, 120.
- [5] *H. A. Lorentz*: De l'Influence du Mouvement de la Terre sur les Phen. Lum. Archives Néerlandaises, xxi, 2^{me} livr., 1886.

MICHELSON INTERFERENCIAKÍSÉRLETE*

H. A. LORENTZ

1. §. Először *Maxwell* jegyezte meg és egy igen egyszerű számításból következik, hogy az az idő, mely alatt egy fénysugár az *A* és *B* pontok közötti utat oda és vissza megteszi, szükségképpen megváltozik, mihelyt ezek a pontok közös eltolódást szenvednek, anélkül, hogy az éther magukkal vinnék. A megváltozás másodrendű mennyiség ugyan, mégis elég nagy ahhoz, hogy egy érzékeny interferenciamódszerrel ki lehessen mutatni.

A kísérletet 1881-ben *Michelson* elvégezte [1]. Készülékének, mely egy interferenciarefraktorhoz hasonlított, két egyenlő hosszú, egymásra merőleges *P* és *Q* karja volt és a két egymással interferáló fénynyaláb egyike a *P*, másika a *Q* kar mentén haladt oda és vissza. Az egész készülék, beleértve a fényforrást és megfigyelő-berendezést, függőleges tengely körül foroghatott. Tekintsük azt a két helyzetet, melyekben a *P*, vagy *Q* kar, amennyire lehetséges, a földmozgás irányában feküdt. Ekkor a Fresnel-féle elmélet értelmében ezen „főhelyzetek” egyikéből a másikba való forgáskor az interferencia-csíkoknak el kellene tolódnia.

Azonban ennek, a terjedési idők megváltozásán alapuló eltolódásnak, — rövidség kedvéért *Maxwell*-féle eltolódásnak fogjuk nevezni — nyomát sem észlelték és így *Michelson* arra a következtetésre gondolt, hogy az éther a Föld mozgásánál nincs nyugalomban. Ennek a következtetésnek a helyességét nemsokára kétségbevonták. Tévedésből ugyanis *Michelson* az elmélet alapján várható fáziskülönbségváltozást a helyes érték kétszeresének vette. Ha ezt a hibát kijavítjuk, akkor olyan eltolódásokhoz jutunk, melyeket a megfigyelés hibái még éppen elfedhetnek.

Később *Michelson* és *Morley* együtt megismételték a kísérletet [2]. Ekkor az érzékenység fokozása céljából a fénynyalábok útját néhány tükrön való többszöri visszaverődés segítségével megnövelték. Ez a műfogás azt az előnyt biztosította, mintha az előző készülék karjait tetemesen meghosszabbítottuk volna. A tükrök egy nehéz, higanyon úszó, tehát könnyen forogható kölapon voltak elhelyezve. Minden fénynyalábnak most összesen 22 méter hosszú út kellett befutnia. A Fresnel-féle elmélet alapján egyik főhelyzetből a másikba való átmenetkor az interferencia-csík 0,4-szeres eltolódása várható. Ennek ellenére a forgatásnál a csíktávolságok 0,02-nyi eltolódása adódott, melyek viszont megfigyelési hibákból is származhattak.

* Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. 1895. Leiden. 89—92. lap.

Feltételezhető-e ennek az eredménynek alapján, hogy az éther résztvesz a Föld mozgásában és így a Stokes-féle aberrációelmélet érvényes-e? Azok a nehézségek, melyekbe ez az elmélet az aberráció magyarázatánál ütközik, igen nagyoknak tűnnek nekem ahhoz, hogy az elmélettel egy véleményen lehetnék és ne inkább arra törekedjem, hogy a Fresnel-féle elmélet és Michelson eredménye közötti ellentmondást áthidaljam. Ez az áthidalás valóban sikerül egy hipotézis segítségével, melyet már egy kis idővel ezelőtt kimondtam [3], és melyre, mint később értesültem *Fitzgerald*¹ is rájött. A következő paragrafus ismerteti ezt a hipotézist.

2. §. Egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy olyan berendezéssel dolgozunk, amilyent az első kísérleteknél használtak és, hogy az egyik főhelyzetben a P kar pontosan a földmozgás irányába esik. Legyen p ennek a mozgásnak a sebessége és L a két kar hossza. Ennélfogva a fénysugarak útja $2L$. Az elmélet [4] szerint a transláció hatása abban nyilvánul meg, hogy az az idő, mely alatt egyik fénynyaláb P mentén oda és visszamegy

$$L \frac{p^2}{V^3}$$

-vel hosszabb, mint az az idő, mely alatt a másik fénynyaláb megteszi útját. Éppen ez a különbség állana fenn akkor is, ha a P kar — anélkül, hogy a translációnak valami befolyása lenne, —

$$L \frac{p^2}{2V^2}$$

értékkel hosszabb lenne a Q karnál. Hasonló érvényes a második főhelyzetben is.

Látjuk tehát, hogy az elmélet alapján várt fáziskülönbségek onnan is eredhetnek, hogy a készülék forgásakor majd az egyik, majd a másik kar volt hosszabb. Ebből következik, hogy ezeket a különbségeket a méretek ellenkező értelmű változtatásaival ki lehet egyenlíteni.

Ha feltesszük, hogy a földmozgás irányában fekvő kar

$$L \cdot \frac{p^2}{2V^2}$$

értékkel rövidebb a másiknál és egyidejűleg a transláció a Fresnel-féle elméletből adódó hatást fejt ki, akkor Michelson kísérletének eredménye teljesen meg van magyarázva.

Eszerint úgy képzeljük el, hogy egy szilárd testnek, például mérőrudnak, vagy a későbbi kísérletekben használt kölapnak a nyugvó étheren keresztül történő mozgása befolyással van a test méreteire. Ez a hatás a testeknek a

¹ Amint *Fitzgerald* a legbarátságosabban közölte velem, hipotézisével már hosszabb idő óta foglalkozott előadásában. Az irodalomban ezt csak *Lodge*-nél találtam az „*Aber-ration problems*” (London Phil. Trans. 184 A (1893) 727) c. értekezésben megemlítve.

mozgás irányára vonatkozó helyzete szerint különböző. Ha pl. a mozgás-iránnyal párhuzamos méretek 1 az $1 + \delta$ -hoz arányban, az erre merőlegesek 1 az $1 + \varepsilon$ arányban változnak meg, akkor kellene, hogy

$$\varepsilon - \delta = \frac{v^2}{2V^2} \quad (1)$$

legyen.

Itt a δ és ε mennyiségek egyikének az értéke határozatlan maradna.

Lehetne $\varepsilon = 0$, $\delta = -\frac{v^2}{2V^2}$, de lehetne $\varepsilon = \frac{v^2}{2V^2}$, $\delta = 0$, vagy $\varepsilon = \frac{v^2}{4V^2}$

és $\delta = -\frac{v^2}{4V^2}$.

3. §. Bármennyire idegenszerűnek tűnik az első pillanatra a hipotézis, el kell ismerni, hogy elég közelfekvő, mihelyt feltesszük, hogy az elektromos és mágneses erőkhez hasonlóan a molekuláris erőket is az éther közvetíti. Ha ez fennáll, akkor a transláció igen valószínűleg hasonló módon változtatja meg két molekula, vagy atom közötti hatást, mint a töltött részecskék közötti vonzást, vagy taszítást. Minthogy egy szilárd test alakját és méreteit végső fokon a molekuláris hatások intenzitása szabja meg, így a méretek megváltozása sem maradhat el.

Elméleti szempontból tehát semmi kifogást sem emelhetünk a hipotézissel szemben. Ami kísérleti igazolását illeti, először is meg kell jegyezni, hogy a szóban forgó hosszabbodások és rövidülések rendkívül kicsinyek. $v^2/V^2 = 10^{-8}$, és így ha $\varepsilon = 0$, a föld egyik átmérőjének megrövidülése körülbelül 6,5 cm volna. Egy méterrúd hossza azonban egyik főhelyzetből a másikba való átmenetkor 1/200 mikronnal változna meg. Ilyen kicsi mennyiségek észrevételét csak egy interferenciamódszertől várhatjuk. Tehát két egymásra merőleges rudat kellene alkalmaznunk és két egymással interferáló fénysugarat, egyiket az egyik rúd, másikat a másik rúd mentén oda és vissza haladni hagynunk. Ezzel azonban ismét Michelson kísérletéhez jutnánk és a forgatáskor nem észlelnénk az interferenciacsíkok semminemű eltolódását. Megfordítva, mint ahogy előbb kifejeztük, most azt mondhatnánk, hogy a hosszmegváltozásokból eredő eltolódást a Maxwell-féle eltolódás kompenzálja.

4. §. Figyelemre méltó, hogy éppen az előbb feltételezett méretmegváltozásokhoz jutunk, ha először, a molekuláris mozgásokat figyelmen kívül hagyva feltételezzük, hogy egy magára hagyott szilárd testben egy tetszőleges molekulára ható erők, vonzások, vagy taszítások, egyensúlyban vannak egymással és másodszor, — amire természetesen semmi ok nincs — ha ezekre a molekuláris erőkre azt a törvényt alkalmazzuk, amelyet korábban¹ az elektrosztatikus hatásokra levezettünk. Ugyanis, ha most S_1 és S_2 -n nem töltött

¹ Nevezetesen a Versuch einer Theorie elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern c. könyv 23. §-ában.

részecskék két rendszerét értjük, miként azt az említett helyen értettük, hanem molekulák két rendszerét — a másodikat nyugalomban, az elsőt x tengely irányában p sebességgel mozgónak, amelyeknek a méretei között az előbb megadott kapcsolat fennáll és ha még feltesszük, hogy mindkét rendszerben az erők x komponensei azonosak, az y és z komponensek viszont a $\sqrt{1 - \frac{p^2}{V^2}}$ tényezőben különböznek egymástól, akkor világos, hogy S_1 -ben meg fognak szűnni az erők, mielőtt ezek S_2 -ben megszűnnek. Eszerint, ha S_2 egy nyugvó szilárd test egyensúlyi állapota, akkor S_1 -ben a molekulák éppen azokban a helyzetekben vannak, melyekben a transzláció hatása alatt megmaradhatnak. Az eltolódás természetesen magától előállítaná ezeket a helyzeteket és az idézett helyen megadott formulák szerint a mozgás iránybeli $\sqrt{1 - \frac{p^2}{V^2}}$ irányú megrövidülést eredményezne. Innen

$$\delta = -\frac{p^2}{2V^2}, \quad \varepsilon = 0$$

értékeket nyerjük, ami (1)-gyel megegyezik.

A valóságban egy test molekulái nincsenek nyugalomban, hanem minden „egyensúlyi állapotban“ fennáll egy állandó jellegű mozgás. Nem foglalkozunk azzal, hogy ez a körülmény a vizsgált jelenségre milyen befolyással van; mindenesetre *Michelson* és *Morley* kísérletei az elkerülhetetlen megfigyelési hibák következtében elég tág teret engednek δ és ε értékei számára.

Fordította: Bakács Istvánné

IRODALOM

- [1] *Michelson*: American Journal of Science (3) 22 (1881) S. 120.
- [2] *Michelson* és *Morley*: American Journal of Science (3) 34 (1887) S. 333; Phil. Mag. (5) 24 (1887) S. 449.
- [3] *Lorentz*: Zittingsverlagen der Akad. v. Wet. te Amsterdam, 1892—93, S. 74.
- [4] *Lorentz*: Arch. néerl. 21. (1887) S. 168—176.

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel: az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki felelős: Szöllősy Károly

A kézirat beérkezett: 1955. III. 10. — Terjedelem: 10^{1/2} (A/5) iv, 45 ábra

Szegedi Nyomda Vállalat 55-1175

Felelős vezető: Vincze György

Ára: 10,— Ft.

Előfizetés kötetenként 42,— Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

	Oldal
<i>Bardócz Árpád</i> : Egyetemes beállíthatóságú szaggatott ívgerjesztő spektroszkópai célokra elektronikus vezérléssel	227
<i>Ádám András és Varga Péter</i> : Fotonok számlálása elektronsokszorozóval	249
<i>Jánossy Lajos és Kiss Dezső</i> : GM-csővek megszólalási valószínűségének mérése	257
<i>Berencz Ferenc</i> : Egy új eljárás a H_2 molekula kötési energiájának meghatározására	265
<i>Berencz Ferenc</i> : Megjegyzések az abszorpciós görbék analiziséhez	271
<i>Horváth Márton, Dézsi Zoltán és Szalay Sándor</i> : Vizsgálatok a kryptonnak levegőből üzemi kinyerése alkalmával feldúsuló radioaktív szennyeződésére vonatkozólag	279
<i>Marx György</i> : Az elektron és a nukleonok saját momentuma a Dirac-elméletben	291
<i>Nagy László</i> : A Rossi-görbe vizsgálata nagy ólomvastagságnál	307

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

<i>Leopold Infeld</i> : A klasszikus elektrodinamika legújabb fejlődése	317
---	-----

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

<i>Albert A. Michelson és Edward W. Morley</i> : A Föld és az éther relatív mozgásáról	329
<i>H. A. Lorentz</i> : Michelson interferenciakísérlete	341

307.226
2/65/

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

FARAGÓ PÉTER, GÁSPÁR REZSŐ, NAGY ELEMÉR,
SIMONYI KÁROLY ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI:
JÁNOSSY LAJOS

III. KÖTET

4. FÜZET



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1955

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

2

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg és az Akadémia III. Osztályának előadói ülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat ív terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII. Konkoly Thege-út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 különlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémia Kiadó, Budapest, V. Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 04-878-111-48), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI. Sztálin út 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 45-790-057-50-032) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsek ki és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegek közti formulákban ferde törtvonalat, pl. $1/2$, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írják **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

AZ ELEKTRONSOKSZOROZÓ STATISZTIKÁJÁRÓL*

JÁNOSSY LAJOS, akadémikus

Központi Fizikai Kutató Intézet Kozmikus Sugárzási Osztály, Budapest

I. rész

1. §. E dolgozatban a következő két problémával foglalkozunk:

1. Legyen adva a $P(v)$ eloszlás, ahol $P(0)$, $P(1)$, $P(2)$, ... annak valószínűsége, hogy az elektronsokszorozó egyik elektródájára eső egyetlen elektron 0, 1, 2, ... másodlagos elektront vált ki. Meghatározzuk annak valószínűségét, hogy az N -edik elektródából ν elektron lépjen ki, ha az első elektródára egy elsődleges elektron esett. Ezt a valószínűséget jelöljük $P_N(\nu)$ -vel.¹ Közben foglalkozunk a $P_N^{(k)}(\nu)$ kifejezéssel; ez annak valószínűsége, hogy egy N fokozatú elektronsokszorozóban a folyamatot megindító k számú elsődleges elektron ν elektront kelt.

2. Ha az elektronsokszorozó N -edik lemezéből kilépő elektronok $P_N(\nu)$ eloszlása ismeretes, meghatározzuk az egy elektródából kibocsátott elektronok $P(\nu)$ eloszlását, amely N lépésben éppen az adott $P_N(\nu)$ eloszláshoz vezet.

2. §. Induljunk ki a $P(\nu)$ elsődleges eloszlásból nyert $P_2(\nu)$, $P_3(\nu)$, ... valószínűség-eloszlások vizsgálatából. A fenti definíciót terjesszük ki $N=0$ -ra és 1-re:

$$P_0(\nu) = \begin{cases} 1 & \nu = 0 \\ 0 & \nu \neq 0 \end{cases}, \quad P_1(\nu) = P(\nu). \quad (1)$$

Vezessük be továbbá a $P_N(\nu)$ eloszlás

$$G_N(u) = \sum_{\nu=0}^{\infty} u^{\nu} P_N(\nu) \quad (2)$$

generátorfüggvényét. Az $N=0$ ill. $N=1$ különleges esetben

$$\begin{aligned} G_0(u) &= u \\ G_1(u) &= \sum u^{\nu} P(\nu) = G(u), \end{aligned} \quad (3)$$

ahol $G(u)$ az eredeti $P(\nu)$ eloszlás generátorfüggvénye.

$G(u)$ -ra a rekurziós formulát az alábbi kikötésekkel adjuk meg:

Azt az esetet vizsgáljuk, amikor nem egy, hanem $k > 1$ részecske esik az első elektródára. Annak valószínűségét, hogy k elsődleges elektron az

* Érkezett 1954. VI. 11.

¹ Lásd még: Acta Mathematica 2, 165, 1951.

N -edik elektródából pontosan ν elektron kilépését eredményezi, jelöljük $P_N^{(k)}(\nu)$ -vel; eszerint

$$P_N^{(k+l)}(\nu) = \sum_{\nu_1+\nu_2=\nu} P_N^{(k)}(\nu_1) P_N^{(l)}(\nu_2).$$

A fenti egyenletet u^ν -vel szorozva és ν -re összegezve a generátorfüggvényre a szokott módon a

$$G_N^{(k+l)}(u) = G_N^{(k)}(u) G_N^{(l)}(u)$$

egyenlőséget kapjuk. Minthogy definíció alapján $G_N^{(1)}(u) = G_N(u)$, az $l=1$, $k=0, 1, 2, 3, \dots$ helyettesítéssel arra az eredményre jutunk, hogy általában

$$G_N^{(k)}(u) = (G_N(u))^k, \quad k=0, 1, 2, \dots, \quad (4)$$

ahol $G^{(0)}(u)=1$ az eloszlás generátorfüggvénye, ha egyetlen elektron sem esett a sokszorozóra, tehát a $P_N^{(0)}(\nu)=0$ (ha $\nu \neq 0$) eloszlás generátorfüggvénye.

Hogy $G_N(u)$ -ra rekurziós összefüggést kaphassunk, megjegyezzük, hogy az N -edik fokozatból akkor lép ki éppen ν részecske, ha valamelyik közbeeső fokozatban, mondjuk a k -adikban μ részecske van és ezek a fennmaradó $N-k$ fokozatokban pontosan $\nu-\mu$ részecskét keltenek. Annak valószínűsége, hogy éppen ez történjék, rögzített μ -érték esetén

$$P_k(u) P_{N-k}^{(\mu)}(\nu),$$

és ha minden lehetséges közbeeső μ értékre összegezzük, akkor a teljes valószínűsége

$$P_N(\nu) = \sum_{\mu=0}^{\infty} P_k(u) P_{N-k}^{(\mu)}(\nu)$$

adódik. A fenti egyenletet u^ν -vel szorozva és $\nu=0, 1, 2, \dots$ -re összegezve (4) segítségével azt kapjuk, hogy

$$G_N(u) = \sum_{\nu=0}^{\infty} u^\nu \sum_{\mu=0}^{\infty} P_k(u) P_{N-k}^{(\mu)}(\nu) = \sum_{\mu=0}^{\infty} P_k(u) (G_{N-k}(u))^\mu.$$

Továbbá a (2) egyenletet figyelembevéve

$$G_N(u) = G_k G_{N-k}(u), \quad (5)$$

ahol a rövidség kedvéért $G_k[G_{N-k}(u)]$ helyett $G_k G_{N-k}(u)$ -t írtunk. (5)-be $k=1$ -et helyettesítve, speciálisan

$$G_N(u) = G G_{N-1}(u),$$

így tehát

$$G_0(u) = u, \quad G_1(u) = G(u), \quad G_2(u) = G G(u), \\ G_N(u) = \underbrace{G G \dots G(u)}_N.$$

Ily módon az egymásután következő $G_1(u)$, $G_2(u)$, ... generátorfüggvényeket az eredeti függvény iterációjával kapjuk meg.

3. §. Adott $G(u)$ -ra tehát kiszámíthatjuk $G_N(u)$ -t, a hozzátartozó $P_N(\nu)$ eloszlást pedig komplex integrálással kapjuk, nevezetesen:

$$P_N(\nu) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{u=0} u^{-\nu-1} G_N(u) du. \quad (6)$$

Ennek az integrálnak a kiszámításához célszerű az

$$u = e^v, \quad G_N(u) = \exp H_N(v). \quad (7)$$

új változókat bevezetni. (5)-öt (7) segítségével átalakítva

$$H_N(v) = H_k H_{N-k}(v), \quad H_0(v) = v$$

adódik. Vagyis a H_N függvények, tehát a logaritmikus generátorfüggvények éppúgy iterálhatók, mint a közönséges G_N -ek. Továbbá (6) a következőképpen írható át:

$$P_N(\nu) = \frac{1}{2\pi i} \int_{(v_0)} \exp \{-\nu v + H_N(v)\} dv, \quad (8)$$

ahol az integrálást alkalmas komplex úton kell elvégezni, mely a valós tengelyt $v = v_0$ -nál metszi. Ez utóbbi integrál nyeregponthoz módszerrel jó közelítéssel kiszámítható. Ily módon — a $P_N(\nu)$ ismert aszimptotikus kifejtésének első tagját $P_N^*(\nu)$ -vel jelölve —

$$\nu = H_N'(v),$$

$$P_N(\nu) \sim P_N^*(\nu) = \exp \{-\nu v + H_N(v)\} / (2\pi H_N''(v))^{1/2}, \quad (9)$$

ahol v_0 helyett v -t írtunk. A (') vessző v szerinti differenciálást jelez; eszerint a (9) egyenlet $P_N(\nu)$ közelítő pontosságú paraméteres előállítása, ahol v a független paraméter.

Problémánk így a $H_N(v)$, $H_N'(v)$ és $H_N''(v)$ függvények táblázatba foglalására csökkent.

$H_N(v)$ -t iteráció útján numerikusan kiszámítva, $H_N'(v)$ -t és $H_N''(v)$ -t numerikus differenciálással kaphatjuk meg és így (9) segítségével mind (ν) -t, mind $P_N(\nu)$ -t kiszámíthatjuk a v független paraméter függvényeként. Minthogy ν a gyakorlatilag fontos tartományban igen nagy értékű, nincs jelentősége annak, hogy a tetszőlegesen választott v értékek általában nem ν egész értékeinek felelnek meg.

4. §. Mielőtt a tényleges számítás céljára gyakorlati módszert adnánk, néhány egyszerű képletet vezetünk le a $P_N(\nu)$ eloszlás bizonyos momentumaira. A

$$\left(\frac{d^k H_N(v)}{dv^k} \right)_{v=0} = K_k^{(N)}$$

kifejezések az eloszlás ún. szemi-invariánsai. Speciálisan

$$K_1^{(N)} = \bar{\nu}_N \quad \nu \text{ átlagértéke,}$$

$$K_2^{(N)} = (\overline{\nu - \bar{\nu}_N})^2 \text{ a szórása,}$$

$$K_3^{(N)} = (\overline{\nu - \bar{\nu}_N})^3 \text{ a harmadik centrális momentuma.}$$

Ha (5)-be $K = N - 1$ -et helyettesítjük, ν szerint egymásután differenciálunk, majd pedig ν helyett nullát írunk, a $K_k^{(N)}$ momentumokra rekurziós formulát kapunk. Ebből egyszerű számítással

$$\left. \begin{aligned} K_1^{(N)} &= p^N, \\ K_2^{(N)} &= Q \frac{p^{2N} - p^N}{p^2 - p}, \\ K_3^{(N)} &= \frac{p^N}{p(p^2 - 1)} \left\{ R(p^{2N} - 1) + \frac{3Q^2}{p - 1} (p^{2N-1} - p^N - p^{N-1} + 1) \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ahol

$$p = K_1^{(1)}, \quad Q = K_2^{(1)}, \quad R = K_3^{(1)}.$$

Az első momentum azt mutatja, hogy az N -edik fokozatban az elektronok átlagszáma egyenlő az egyes fokozatokra vonatkozó p átlagos sokszorozási tényező szorzatával. A második képlet szerint

$$K_2^{(N)} / (K_1^{(N)})^2 \sim \frac{Q}{p^2 - p} \text{ független } N\text{-től, ha } N \gg 1, p > 1.$$

Ez azt mutatja, hogy a $P_N(\nu)$ eloszlások szórása átlagértékükhöz viszonyítva növekvő N -nel nem nagyon változik. Ez azt jelenti, hogy ha $P_N(\nu)$ -t $\nu = 1, 2, 3, \dots$ értékeire ábrázoljuk és a léptékeket úgy változtatjuk, hogy az átlagértékek mindig ugyanazon a helyen maradjanak, majdnem ugyanolyan szélességű eloszlásokat kapunk. Másszóval, a

$$p^N P_N(\nu/p^N) \quad (12)$$

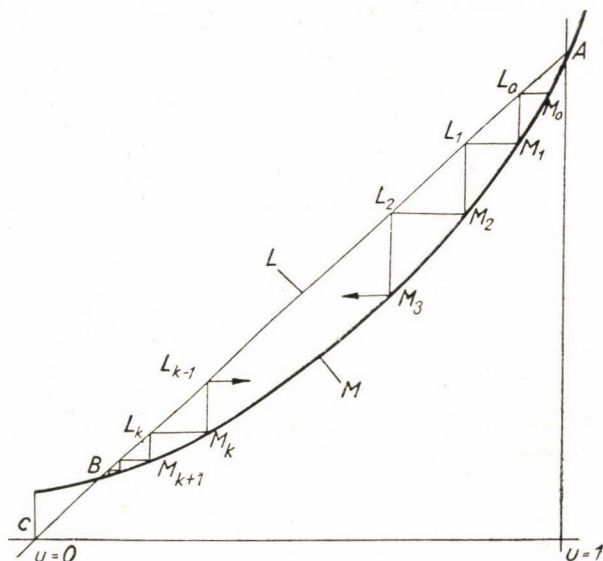
eloszlások átlagértékeiknél pontosan egybeesnek és ezenfelül majdnem ugyanolyan szélességűek. Az eloszlások megegyezése nem terjed ki magasabb momentumokra, harmadik momentumuk már erősen különbözik.

5. §. Az iteráció számítása. Az iterációs eljárás geometriailag egyszerűen ábrázolható (lásd 1. ábra). Az u, U -sikban megrajzoltuk az $U = G(u)$ által meghatározott M görbét és az $U = u$ által meghatározott L egyenest; két metszéspontot találunk, az egyiket az A pontban, ahol $u = U = 1$, a másikat a B pontban, ahol $u = U = u_1$. Két és csak két ilyen metszéspontnak kell lennie, feltéve, hogy

$$(1) \quad G'(1) = p > 1,$$

$$(2) \quad G(0) = p(0) > 0.$$

Valóban, az A metszéspontnál M meredekebb, mint L , a C pontban viszont, ahol $u=0$, $U=P(0)$, M az L fölött van. Tehát legalább egy metszéspontnak kell lennie mondjuk $u=u_1$ -nél a $0 \leq u_1 \leq 1$ intervallumban; továbbá, mivel $G(u)$, amelynek csak pozitív deriváltjai vannak, az u -tengely felé konvex, csak egy ilyen metszéspont lehet.



1. ábra

Mármost egy u -értékből, mondjuk az $u=1-\varepsilon$ -ből kiindulva, ha $u_1 < u < 1$, az M görbén találunk egy megfelelő M_0 pontot $u=1-\varepsilon$, $U=G(1-\varepsilon)$ koordinátákkal. M_0 -on át vízszintes vonalat húzva, balra az L vonalon egy L_0 metszéspontot kapunk. L_0 koordinátái $u=U=G(1-\varepsilon)$. Ha most L_0 -on át függőleges vonalat húzunk lefelé, M görbével az M_1 pontban kapunk metszéspontot $u=G(1-\varepsilon)$, $U=GG(1-\varepsilon)$ koordinátákkal. Ha ezt az eljárást ismételjük, iterációs törtvonalat kapunk. Az M_0, M_1, M_2, \dots pontok abszcisszája az L vonalon

$$1-\varepsilon, G(1-\varepsilon), GG(1-\varepsilon), \dots$$

az $1-\varepsilon$ iteráltjai.

A B ponthoz közeledve az iterációs lépések mind kisebbek és kisebbek. Látható, hogy a $G_N(1-\varepsilon)$, $n=1, 2, \dots$ sorozat monoton konvergál az u_1 érték felé.

Ugyanilyen módon belátható, hogy $0 < 1-\varepsilon < u_1$ értékből kiindulva, ugyancsak az u_1 határérték felé tartó, emelkedő pontsorozatot kapnók. Ha az $u=1+\varepsilon$ pontból indulunk ki, u gyorsan növekvő értékeinek sorozatát kapjuk.

A pontosság kedvéért bizonyítjuk, hogy

$$\lim_{N \rightarrow \infty} G_N(u) = G^*(u) = u_1 \quad 0 \leq u \leq 1.$$

Valóban, az $u_1 < u < 1$ intervallumban

$$u_1 < G(u) < u.$$

Ezt N -szer iterálva, (mivel $G(u)$ monoton) megállapíthatjuk, hogy

$$u_1 < G_{N+1}(u) < G_N(u).$$

Látjuk tehát, hogy a

$$G_1(u), G_2(u), \dots \quad (13)$$

sorozat monoton csökkenő és korlátos, s így van határértéke. Ez a határérték pedig csak u_1 lehet. Tehát

$$G^*(u) = u_1, \quad u_1 \leq u < 1.$$

Továbbá, abból kiindulva, hogy

$$u_1 > G(u) > u, \quad \text{ha } u_1 > u \geq 0,$$

látjuk, hogy a (13) sorozat monoton növekvő és az utóbbi tartományban korlátos, így u_1 -hez konvergál. Eszerint

$$G^*(u) = u_1, \quad \text{ha } 0 \leq u < 1.$$

Fenti eredményt kiterjesztjük u komplex értékeire is; a komplex u -értékek a (9) integrál kiszámítása szempontjából érdekelnek bennünket.

Mivel

$$G_N(u) - G_N(0) = P_N(1)u + P_N(2)u^2 + \dots,$$

az együtthatók valószínűségek, tehát nem negatívak. Ezért

$$|G_N(u) - G_N(0)| \leq |G_N(|u|) - G_N(0)|.$$

Minthogy $|u| < 1$ -re a jobboldali kifejezés határértéke 0, ennek érvényesnek kell lennie a baloldali kifejezésre is. Így módon

$$G^*(u) = u, \quad \text{ha } |u| < 1. \quad (14)$$

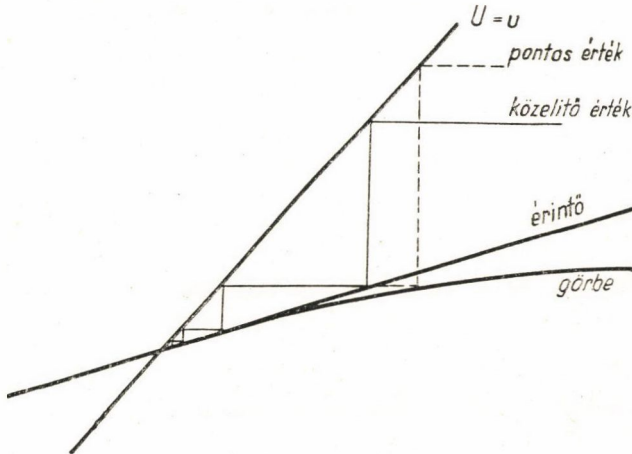
6. §. Érdekes megvizsgálni az iterációs törtvonalak hosszát az A és B metszéspontok közvetlen közelében. Nézzük meg az A metszéspontot; A közvetlen közelében az M görbét jó közelítéssel p hajlásszögű M' egyenessel helyettesíthetjük. Ha a két egyenes között elvégezzük az iterációt, látjuk, hogy az egyes szakaszok abszcisszája jó közelítéssel

$$1 - \varepsilon, \quad 1 - p\varepsilon, \quad 1 - p^2\varepsilon, \dots$$

Így első közelítésben az $u = 1$ -től számított távolságokat növekvő mértani sor adja meg (lásd 2. ábra). Az iterációnak ez az egyszerű viselkedése módosul olyan rendű iterációknál, ahol az M görbe és az M' érintő között jelentős az eltérés. Az A és B közötti tartomány legnagyobb részében a görbe erősen

eltér érintőjétől és a törtvonalak hossza az index bonyolult függvénye. B közelében a szakaszok ismét mértani sorhoz közelednek; elegendő nagy k számú lépésre az abszcisszákat jó közelítéssel egy $u_1 + p_1^k \varepsilon$ alakú kifejezés adja, ahol $p_1 = G'(u_1)$, ezért $0 < p_1 < 1$.

A fenti kép alapján egyszerű, gyakorlati módszert vezethetünk le $G_N(u)$ tabellálására N rögzített értéke mellett. Rajzoljunk az előzőhöz hasonlóan az



2. ábra

A pont közvetlen közeléből kiindulva egy $M_1, L_1; M_2, L_2; \dots$ lépcsős görbét. Így az első (M_1) pont abszcisszája

$$u(0) = 1 - \varepsilon, \varepsilon \text{ pozitív, azonban igen kicsi.}$$

Az egymás után következő abszcisszákat $u(1), u(2), \dots$ -vel jelölve azt kapjuk, hogy

$$u(k) = G_k(1 - \varepsilon).$$

Ha a k -adik és az $N + k$ -adik szakaszt összehasonlítjuk, akkor

$$u(N + k) = G_{k+N}(1 - \varepsilon) = G_N(u(k)).$$

Így ha k -t független paraméternek tekintjük, a $G_N(u)$ függvény paraméteres előállítását kapjuk; valóban,

$$u = u(k), G_N(u) = u(N + k).$$

Ezáltal a $G_N(u)$ táblázatba foglalásával kapcsolatos feladat leegyszerűsödik: a k -adik abszcisszát független, a $k + N$ -ediket függő változónak tekintjük és a $k = 1, 2, \dots$ értékekre kiszámítjuk.

A fenti eljárás azonban még mindig azzal a hátránnyal jár, hogy az A és B közötti középső tartományban az egyes szakaszok viszonylag nagyok. Pontosabb táblázatot kapunk, ha több lépcsős görbét szerkesztünk egymásba kapcsolódó szakaszokkal. Igen célszerű az az eljárás, hogy az első és a

I. TÁBLÁZAT

$$\varepsilon = 2,35785 \cdot 10^{-7}$$

$k+x$	$G_{k+1}^*(1-\varepsilon)$	$\frac{\partial G_{k+x}^*(1-\varepsilon)}{\partial x}$	$G_{k+x}^*(1+\varepsilon)$	$\frac{\partial G_{k+x}^*(1+\varepsilon)}{\partial x}$
> 5	$\sim 1 - \varepsilon p^{k+x}$	$\sim 1 - \varepsilon \ln p p^{k+x}$	$\sim 1 + \varepsilon p^{k+x}$	$\sim 1 + \varepsilon \ln p p^{k+x}$
5,0	0,9993	0,0012	1,0007	0,0012
5,2	0,9990	0,0016	1,0010	0,0016
5,4	0,9986	0,0023	1,0014	0,0023
5,6	0,9981	0,0031	1,0019	0,0031
5,8	0,9973	0,0043	1,0027	0,0043
6,0	0,9963	0,0059	1,0037	0,0060
6,2	0,9949	0,0081	1,0051	0,0082
6,4	0,9930	0,0112	1,0070	0,0114
6,6	0,9904	0,0154	1,0097	0,0157
6,8	0,9868	0,0211	1,0135	0,0219
7,0	0,9818	0,0290	1,0186	0,0303
7,2	0,9750	0,0396	1,0258	0,0422
7,4	0,9657	0,0540	1,0358	0,0589
7,6	0,9531	0,0733	1,0499	0,0826
7,8	0,9359	0,0989	1,0696	0,1168
8,0	0,9130	0,1323	1,0976	0,1663
8,2	0,8824	0,1749	1,1378	0,2398
8,4	0,8424	0,2276	1,1963	0,3517
8,6	0,7908	0,2900	1,2831	0,5285
8,8	0,7259	0,3591	1,4173	0,8227
9,0	0,6472	0,4281	1,6294	1,3410
9,2	0,5555	0,4856	1,9917	2,3361
9,4	0,4547	0,5170	2,6681	4,4319
9,6	0,3513	0,5086	4,1195	8,9592
9,8	0,2540	0,4555	8,0150	
10,0	0,1713	0,3666	23,2646	
10,2	0,1083	0,2634	142,3725	
10,4	0,0654	0,1697	4190,2500	
10,6	0,0390	0,0996		
10,8	0,0240	0,0547		
11,0	0,0159	0,0290		
11,2	0,0116	0,0152		
11,4	0,0093	0,0079		
11,6	0,0082	0,0040		
11,8	0,0076	0,0021		
12,0	0,0073	0,0011		
12,2	0,0071	0,0006		
12,4	0,0071	0,0003		
12,6	0,0070	0,0001		
12,8	0,0070			
13,0	0,0070			

II. TÁBLÁZAT

$$u = G_{k+x}^* (1 - \varepsilon), \quad v = G_{k+x}^* (1 + \varepsilon)$$

$k+x-10$	$G_{10}(u)$	$\frac{\partial G_{10}(u)}{\partial u} \cdot 5^{-10}$	$\frac{\partial^2 G_{10}(u)}{\partial u^2} \cdot 5^{-20}$	$G_{10}(v)$	$\frac{\partial G_{10}(v)}{\partial v} \cdot 5^{-10}$	$\frac{\partial^2 G_{10}(v)}{\partial v^2} \cdot 5^{-20}$
5,0	0,9993			1,0007		
5,2	0,9990	0,9992		1,0010		
5,4	0,9986	0,9996		1,0014		
5,6	0,9981	0,9980		1,0019	1,0010	
5,8	0,9973	0,9966		1,0027	1,0030	
6,0	0,9963	0,9971		1,0037	1,0042	
6,2	0,9949	0,9936		1,0051	1,0056	
6,4	0,9930	0,9914		1,0070	1,0079	
6,6	0,9904	0,9876		1,0097	1,0109	
6,8	0,9868	0,9837		1,0135	1,0167	
7,0	0,9818	0,9770		1,0186	1,0229	
7,2	0,9750	0,9688		1,0258	1,0316	
7,4	0,9657	0,9571	0,5491	1,0358	1,0438	
7,6	0,9531	0,9415	0,5340	1,0499	1,0610	
7,8	0,9359	0,9205	0,5195	1,0696	1,0870	
8,0	0,9130	0,8924	0,5031	1,0976	1,1219	0,6455
8,2	0,8824	0,8551	0,4785	1,1378	1,1725	0,6811
8,4	0,8424	0,8067	0,4469	1,1963	1,2465	0,7270
8,6	0,7908	0,7449	0,4062	1,2831	1,3573	0,8101
8,8	0,7259	0,6685	0,3596	1,4173	1,5315	0,9209
9,0	0,6472	0,5776	0,3031	1,6294	1,8093	1,0975
9,2	0,5555	0,4749	0,2406	1,9917	2,2844	1,4230
9,4	0,4547	0,3664	0,1769	2,6681	2,1411	
9,6	0,3513	0,2613	0,1182	4,1195	4,6022	
9,8	0,2540	0,1696	0,0704	8,0150		
10,0	0,1713	0,0989	0,0366	23,2646		
10,2	0,1083	0,0515	0,0165	142,3725		
10,4	0,0654	0,0241	0,0064	4190,2500		
10,6	0,0390	0,0102	0,0022			
10,8	0,0240	0,0041	0,0007			
11,0	0,0159	0,0016				
11,2	0,0116	0,0010				
11,4	0,0093	0,0002				
11,6	0,0082	0,0001				
11,8	0,0076					
12,0	0,0073					
12,2	0,0071					
12,4	0,0071					
12,6	0,0070					
12,8						

második szakasz között geometriai haladvány segítségével interpolálunk; ezen a módon

$$u(x) = 1 - p^x \varepsilon$$

helyettesítéssel $u(0)$ és $u(1)$ között meghatározhatunk egyes u értékeket. Iterációval, mondjuk

$$u(x+k) = G_k(u(x)), \text{ ahol } x=0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$$

$$k=1, 2, \dots,$$

definiálunk egy

$$G_{x+k}^*(1-\varepsilon) = G_k(u(x))$$

függvényt 0.2 lépésekkel; ennek alapján a $G_N(u)$ paraméter

$$u = G_{k+x}^*(1-\varepsilon), \quad G_N(u) = G_{k+x+N}^*(1-\varepsilon) \quad (15)$$

alakban írható. Ily módon $G_{10}(u)$ -t számszerű táblázatba foglaltuk, feltételezve, hogy $P(r)$ Poisson-eloszlás, vagyis

$$P(r) = e^{-p} \frac{p^r}{r!}$$

és így

$$G(u) = \exp p(u-1);$$

$p=5$ értékkel a fenti eloszlásra kapott érték

$$u_1 = 0,006997.$$

Ha $\varepsilon = 2,358 \times 10^{-7}$ -ből indulunk ki és az $u(0)$, $u(1)$ kezdeti intervallumot öt részintervallumra osztjuk, az I. és II. táblázatokat kapjuk. Az I. táblázat a (15) egyenletnek megfelelően $G_{k+x}^*(1-\varepsilon)$ értékeit tartalmazza. A $G_{10}(u)$ függvénynek a II. táblázatban található értékeit az I. táblázat alapján számoltuk ki.

7. §. Meg kell határozni, $G_N(u)$ deriváltjait. Az u szerinti differenciálás a (15) paraméteres előállításnak megfelelően a következőképpen történhetik:

$$\frac{dG_N(u)}{du} = \frac{dG_{k+x+N}^*(1-\varepsilon)}{dx} \cdot \frac{dx}{du};$$

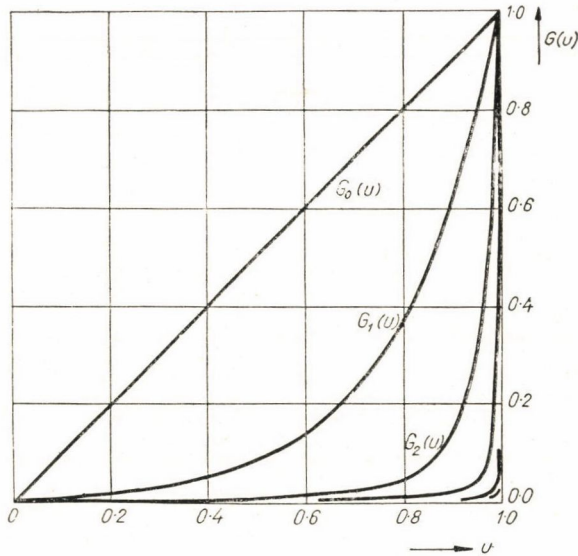
így $G_N(u)$ deriváltját a következő paraméteres előállításban kapjuk meg:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dG_N(u)}{du} &= \frac{dG_{k+x+N}^*(1-\varepsilon)}{dx} \left/ \frac{dG_{k+x}^*(1-\varepsilon)}{dx} \right., \\ u &= G_{k+x}(1-\varepsilon). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

A $dG_{k+x}^*(1-\varepsilon)/dx$ deriváltakat $G_{k+x}^*(1-\varepsilon)$ numerikus differenciálásával kaphatjuk meg. Ha újból differenciálunk, azt találjuk, hogy

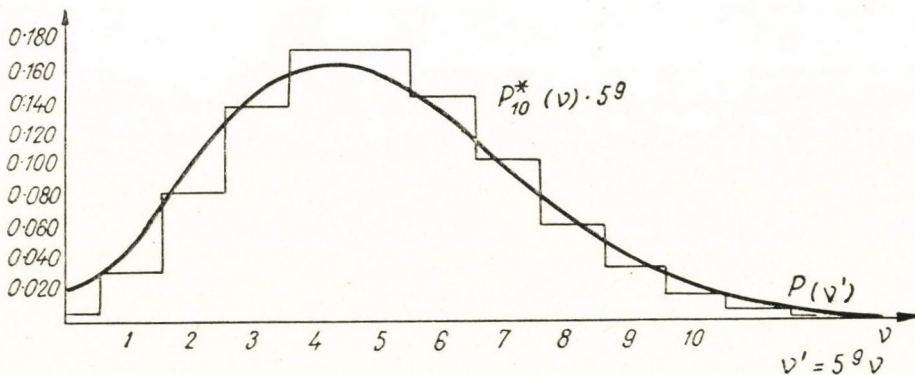
$$\frac{d^2 G_N(u)}{du^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dG_N(u)}{du} \right) \left/ \frac{dG_{k+x}^*(1-\varepsilon)}{dx} \right. \quad (17)$$

$dG_N(u)/du$ -nak x szerinti $\frac{d}{dx}$ differenciálása úgy értendő, hogy maga u is x -nek függvénye. A (17) egyenletet a számolás céljára legalkalmasabb módon adtuk meg. Ezek a függvények szintén megtalálhatók a táblázatokban.



3. ábra

A $G_N(u)$ függvény $N=0, 1, 2, \dots$ értékekre a 3. ábrán látható. Látjuk, hogy növekvő N -nel a függvények gyorsan közelednek a határértékekhez. A fenti táblázatok segítségével kiszámítottuk $P_{10}^*(v)$ -t; a 4. ábrán $P_{10}^*(v)$ -t és $P(v)$ -t a (12) egyenlet által meghatározott léptékben rajzoltuk fel, megmutatva, hogy a két eloszlás valóban hasonló.



4. ábra

II. rész

1. §. A következőkben pontosabban vizsgáljuk a $G_k(u)$ iterációk sajátosságait és kimutatjuk, hogy a $G_k(u)$ -nak az I. részben alkalmazott számítási módszere az iterációs eljárás általánosításához vezet. Ennek az általánosított iterációs eljárásnak a segítségével az elektronsokszorozó kezdetben említett inverz problémájának megoldását adjuk.

2. §. *Negatív indexű iteráció.* A $G_{-k}(u)$ -t mint a $G_k(u)$ inverz függvényét vezetjük be. Emlékeztetve arra, hogy a $G_k(u)$ kifejezések az u argumentum monoton növekvő függvényei, látjuk, hogy ily módon az inverz legalább is az $u_1 \leq u \leq 1$ intervallumban egyértelműen van definiálva, habár egyes esetekben a $G_{-k}(u)$ nagyobb intervallumban is definiálható. A fenti definícióból következik, hogy bármilyen k, l egész számra

$$G_k G_l(u) = G_{k+l}(u). \quad (18)$$

Nem egészrendű iterációk. $G_k(u)$ definícióját úgy általánosítjuk, hogy k nem egész értékeire is értelmezve legyen; e célból $G_k(u)$ -t úgy kell interpolálnunk, hogy a (18) egyenlet a k interpolált értékeire is érvényben maradjon. Az interpolálást az I. részben alkalmazott módszerhez hasonlóan hajtjuk végre. Kimutatjuk továbbá, hogy ez a módszer matematikailag szigorúan végezhető.

Ezeket a nem-egészrendű iterációkat az elektronsokszorozó statisztikai problémájának vizsgálatánál állítottam fel. Később felfigyeltem arra a tényre, hogy *Lémeray* már 1889-ben ismertette ezeknek az iterációknak az elméletét.* Az eljárásnak az elektronsokszorozó problémájával kapcsolatos érdekessége miatt az ilyen iterációk elméletét itt megismételjük. E fejtegetés valamivel részletesebb, mint *Lémeray* eredeti fejtegetései.

Az I. rész (15) egyenletével szoros analógiában definiáljuk a következő függvényt:

$$\tilde{G}_{xn}(1-\varepsilon) = G_n(1-\varepsilon p^*). \quad (19)$$

Alkalmasság ($n \rightarrow \infty$ $\varepsilon \rightarrow 0$) határátmenetet kell végeznünk, remélve hogy ezáltal megkapjuk az általánosított iterációt. Ezt a határátmenetet úgy végezhetjük el, hogy (19)-be $\varepsilon = 1 - G_{-n}(u)$, $n \rightarrow \infty$ -t helyettesítjük, ahol u rögzített.

Először definiáljuk n véges értékeire a $G_{xn}(u)$ függvényt:

$$G_{xn}(u) = G_n(1 - p^n(1 - G_{-n}(u))). \quad (20)$$

Az így definiált $G_{xn}(u)$ függvény geometriai jelentése az 1. ábra alapján a következő. Ha egy u pontból indulunk ki, $U = G(u)$, az M görbén nagy n számú lépést jobbra haladva végül egy olyan ponthoz jutunk, amelynek abszcisszája az A közvetlen környezetében $G_{-n}(u) \approx 1$. Az utolsó pont abszcisszája az

$$\varepsilon = 1 - G_{-n}(u)$$

* *M. Lémeray*, C. R. Ac. Sc. Paris, 128, 278, 1889.

kis mennyiséggel tér el 1-től. Ha ez utóbbi távolságot p^x -szel szorozzuk, akkor közelítőleg egy x lépéssel hátrábbfekvő ponthoz jutunk, feltéve, hogy x egész szám. Tehát x egész értékeire

$$p^x(1 - G_{-n}(u)) \approx 1 - G_{x-n}(u).$$

Így x egész értékeire elvárhatjuk, hogy

$$G_{xn}(u) \approx G_n G_{x-n}(u) = G_x(u).$$

Mennél nagyobb n , annál jobbnak kell lennie a közelítésnek, tehát azt várhatjuk, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} G_{xn}(u) = G_x^*(u) \quad (21a)$$

létezik és

$$G_x^*(u) = G_x(u), \quad (21b)$$

ha x egész szám. A következőkben bebizonyítjuk, hogy (21a) és (21b) helyesek, valamint azt, hogy bármilyen valós x -re

$$G_x^* G_y^*(u) = G_{x+y}^*(u). \quad (22)$$

3. §. (21a), (21b) és (22) bizonyítására először a (20) által n véges értékeire definiált $G_{xn}(u)$ -t vizsgáljuk.

Mivel $p > 1$, $x \leq 0$ esetén a (20) egyenlet jobboldalán lévő G_n argumentuma 0 és 1 között van, ha $G_{-n}(u)$ ebben az intervallumban van. Tehát $G_{xn}(u)$ -t $u_1 \leq u \leq 1$ és $x < 0$ esetben definiáltuk. Ha $x > 0$, akkor a (20) jobboldalán lévő G_n argumentuma negatívvá válhat, tehát olyan u -értékekre kell szorítkoznunk, amelyek nem tulságosan kicsik.

Továbbá (20)-ból a

$$G_{xn} G_{yn}(u) = G_{x+yn}(u), \quad (23)$$

valamint

$$G_{0n}(u) = u \quad (24)$$

egyenleteket kapjuk. $x = -y$ helyettesítésével a

$$G_{xn} G_{-xn}(u) = u$$

egyenlet adódik. Így G_{-xn} a G_{xn} inverz függvénye. (20)-ból x szerinti differenciálással megállapítjuk, hogy

$$\frac{\partial G_{xn}(u)}{\partial x} = \ln p \cdot p^x (1 - G_{-n}(u)) G'_n(1 - p^x (1 - G_{-n}(u))) > 0.$$

Tehát $G_{xn}(u)$ az x monoton növekvő függvénye, ennél fogva egyértékű inverz függvénye van.

A (23) és (24) egyenletek bizonyítják, hogy rögzített n és $x = 0, 1, 2, \dots$ értékekre $G_{xn}(u)$ iterációs sorozat, ahol az iterált függvény $G_{1n}(u)$. Még azt kell bebizonyítanunk, hogy az $n \rightarrow \infty$ -re vonatkozó határértékek léteznek.

Határátmenet. A $G_x^*(u)$ határérték létezésének bizonyításához fel kell tételeznünk, hogy $G(u)$ első és második deriváltja $u=1$ -nél létezik. Mint előbb, a

$$G'(1) = p, \quad G''(1) = Q + p^2 = q$$

jelöléseket használjuk. Abból a tényből, hogy az egész $0 \leq u \leq 1$ intervallumban $G'(u)$ és $G''(u)$ nem-negatívak, könnyen megállapíthatjuk, hogy

$$1 - p(1-u) \leq G(u) \leq 1 - p(1-u) + \frac{1}{2} q(1-u)^2. \quad (25)$$

Hasonlóképpen kimutathatjuk a $G_n(u)$ -ra vonatkozóan, hogy ha $0 \leq u \leq 1$, $n = 1, 2, \dots$, akkor

$$1 - p^n(1-u) \leq G_n(u) \leq 1 - p^n(1-u) + \frac{1}{2} \alpha p^{2n}(1-u)^2, \quad (26)$$

ahol

$$\alpha p^{2n} = G_n''(1).$$

tehát (v. ö. (11))

$$\alpha = \alpha_0(1 - p^{-n}), \quad \alpha_0 = q/p(p-1).$$

Vizsgáljuk $1 - G_{-n}(1-\varepsilon)$ viselkedését ε kis és n nagy pozitív értékeire. Az I. részben kvalitatíve arra a következtetésre jutottunk, hogy $1 - G_{-n}(1-\varepsilon)$ geometriai sorhoz nagyon hasonlóan a 0 határérték felé tart. Ezeknek a kvalitatív megfontolásoknak pontosabbá tételére kimutatjuk, hogy van olyan $A(u)$ véges határérték, hogy — ha $n > 0$ —

$$p^n(1 - G_{-n}(u)) < A(u), \quad u_1 \leq u \leq 1.$$

Ennek bizonyítására legyen

$$G_n(1-\varepsilon) = u, \quad (27)$$

vagy

$$\varepsilon = 1 - G_{-n}(u).$$

A (26) egyenlet szerint $G_n(1-\varepsilon)$ -t polinomokkal közelítve, (27)-ből a következőt kapjuk:

$$1 - p^n \varepsilon \leq u \leq 1 - p^n \varepsilon + \frac{1}{2} \alpha_0 p^{2n} \varepsilon^2.$$

Az egyenlőtlenség baloldala ε monoton csökkenő függvénye, tehát van olyan $\varepsilon' \leq \varepsilon$, hogy — amennyiben ε helyett ε' -t írunk — az első egyenlőtlenség egyenlőséggé válik. Hasonlóképpen nem túlságosan nagy ε esetében van egy olyan $\varepsilon'' \geq \varepsilon$, hogy a második egyenlőtlenség egyenlőséggé válik, ha ε -t ε'' -vel helyettesítjük. Tehát felírhatjuk, hogy

$$\varepsilon' \leq \varepsilon \leq \varepsilon'',$$

és

$$1 - p^n \varepsilon' = u = 1 - p^n \varepsilon'' + \frac{1}{2} \alpha_0 p^{2n} \varepsilon''^2.$$

Ha a fenti egyenletet ε' -re és ε'' -re megoldjuk, akkor

$$\varepsilon' = \frac{1-u}{p^n} \quad \varepsilon'' = \frac{\alpha_0}{p^n} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2(1-u)}{\alpha_0}} \right).$$

Emlékeztetve arra, hogy

$$1 - \sqrt{1-2h} \leq h + 2h^2 \quad \text{ha } h \leq \frac{1}{2},$$

ε -ra vonatkozó egyenlőtlenségünket a következőképpen írhatjuk:

$$1-u \leq p^n \varepsilon \leq 1-u + \frac{2(1-u)^2}{\alpha_0} = A(u),$$

feltéve, hogy

$$1 \geq u \geq 1 - \frac{\alpha_0}{2} \quad (28)$$

és

$$1 \geq u \geq u_1; \quad (29)$$

a fenti feltételek közül a szigorúbbiknak kell eleget tennünk.

ε -t u segítségével kifejezve

$$p^n(1 - G_n(u)) \leq A(u), \quad (30)$$

adódik, ahol az $A(u)$ korlát véges és független n -től, feltéve, hogy u mind a (28), mind a (29) intervallumokon belül van. A (29) feltételtől azonban megszabadulhatunk. Ha

$$1 > 1 - \frac{\alpha_0}{2} > u_1$$

és u az

$$1 - \frac{\alpha_0}{2} \geq u \geq u_1$$

intervallumban van, tehát u a (29) intervallumon kívül van, akkor kell olyan $u > u_1$ -től függő véges k -nak lennie, hogy $1 \geq G_{-k}(u) \geq 1 - \frac{\alpha_0}{2}$, és hogy $v = G_{-k}(u)$ a (29) intervallumba essék, noha u nincs benne. Ha a (30) egyenletbe u helyett $v = G_{-k}(u)$ -t helyettesítünk és p^k -val szorzunk, akkor

$$p^{n+k}(1 - G_{-n-k}(u)) \leq p^k A(G_{-k}(u));$$

érvényes; így

$$p^k A(G_{-k}(u)) = B(u)$$

helyettesítéssel

$$p^n(1 - G_n(u)) \leq B(u), \quad \text{ha } u_1 < u \leq 1, \quad n > k. \quad (31)$$

Tehát van felső határ, még akkor is, ha u (28)-on kívül, de még (29)-en belül van. $u = u_1$ -re nincs felső határ, mivel

$$p^n(1 - G_n(u)) = p^n(1 - u_1) \rightarrow \infty, \quad \text{ha } n \rightarrow \infty.$$

A fenti eredmény segítségével bizonyíthatjuk a $G_x^*(u)$ határérték létezését. E célból megbecsüljük a

$h_n = G_{xn}(u) - G_{xn+1}(u) = G_n(1 - p^x(1 - G_{-n}(u))) - G_{n+1}(1 - p^x(1 - G_{-n-1}(u)))$ különbséget. Ha

$$1 - G_{-n-1}(u) = \varepsilon,$$

vagyis

$$u = G_{n+1}(1 - \varepsilon),$$

akkor

$$h_n = G_n(u') - G_n(u''), \quad (32)$$

ahol

$$\begin{cases} u' = 1 - p^x(1 - G(1 - \varepsilon)), \\ u'' = G(1 - p^x\varepsilon). \end{cases} \quad (33)$$

(32)-ből következik, hogy

$$|h_n| \leq |u' - u''| p^n, \quad (34)$$

(25) segítségével a (33) egyenletből pedig

$$\begin{aligned} 1 - p^{x+1}\varepsilon &\leq u' \leq 1 - p^{x+1}\varepsilon + \frac{1}{2}qp^x\varepsilon^2, \\ 1 - p^{x+1}\varepsilon &\leq u'' \leq 1 - p^{x+1}\varepsilon + \frac{1}{2}qp^{2x}\varepsilon^2. \end{aligned}$$

Tehát

$$|u' - u''| \leq \frac{1}{2}q\varepsilon^2(p^x + p^{2x}). \quad (35)$$

Fent kimutattuk azt, hogy $\varepsilon < B(u)/p^n$, így (34)- és (35)-ből

$$|h_n| \leq \frac{1}{2}(B(u))^2 q(p^x + p^{2x})/p^n = \frac{C(u)}{p^n},$$

tehát, ha n értékei elég nagyok, akkor a $G_{xn}(u)$, $n = 1, 2, \dots$ sorozat legalább úgy konvergál, mint egy geometriai sor, s így a $G_x^*(u)$ határérték szükségképpen létezik.

Ha x egész szám, akkor a $G_x^*(u)$ értékét könnyen kiszámíthatjuk. Csak az $x = 1$ esettel foglalkozunk. Bevezetjük az

$$1 - \varepsilon' = G(1 - \varepsilon) \text{ és } 1 - \varepsilon'' = 1 - p\varepsilon \quad (36)$$

összefüggéseket kielégítő ε' és ε'' mennyiségeket. Ezekre a (35) egyenlőtlenség levezetésénél alkalmazott eljárással analóg módon a következő becslést állapítjuk meg:

$$|\varepsilon' - \varepsilon''| < q\varepsilon^2.$$

Tehát

$$|G_n(1 - \varepsilon') - G_n(1 - \varepsilon'')| \leq p^n q \varepsilon^2.$$

Az

$$\varepsilon = 1 - G_{-n}(u)$$

helyettesítéssel, (36)-ot figyelembevéve, azt írhatjuk, hogy

$$|G(u) - G_{1n}(u)| \leq p^n q \varepsilon^2.$$

Mivel $\varepsilon^2 p^{-2n}$ nagyságrendű, mint már előbb láttuk ((31) egyenlet), a jobb-oldali kifejezés 0-hoz tart és így

$$\lim_{n \rightarrow \infty} G_{1n}(u) = G(u).$$

4. §. A (20) egyenlet helyett

$$\tilde{G}_{xn}(u) = G_{-n}\{u_1 - p_1^x(u_1 - G_n(u))\} \quad (37)$$

bevezetésével is kezdhettük volna megfontolásainkat, ahol

$$p_1 = G'(u_1).$$

(20) és (37) analóg kifejezések, de

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{G}_{xn}(u) = \tilde{G}_x^*(u) \quad \text{és} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} G_{nx}(u) = G_x^*(u)$$

két teljesen különböző határátmenetet képviselnek. Éppen ezért semmiesetre sem triviális, hogy ez a két átmenet ugyanahhoz a határfüggvényhez vezet. A pontosabb vizsgálat azonban azt mutatja, hogy

$$G_x^*(u) = \tilde{G}_x(u),$$

tehát nem egészrendű iterációk előállítására (20) helyett (37)-et is használhatjuk. Megjegyezzük, hogy $\tilde{G}_1^*(u) = G(u)$ -t éppen úgy bizonyíthatjuk, mint ahogy be tudtuk bizonyítani azt, hogy $G_1^*(u) = G(u)$; mivel továbbá

$$\tilde{G}_y^* \tilde{G}_x^*(u) = \tilde{G}_{x+y}^*(u),$$

következik, hogy k bármilyen egész értékére

$$\tilde{G}_k^*(u) = G_k^*(u) = G_k(u).$$

A bizonyítást az index nem egész számú értékeire is kiterjeszthetjük. Valóban,

$$g_1(u) = G_x(u), g_2(u) = G_{2x}(u), \dots, g_k(u) = G_{kx}(u)-t$$

írva, a $g_1(u)$, $g_2(u)$, ... szintén iterációs sorozat, amely — feltéve, hogy $x > 1$ — ugyancsak alapul vehető; továbbá definiálhatjuk a

$$g_x^*(u) = \lim_{n \rightarrow \infty} g_n \{1 - p'^y(1 - g_{-n}(u))\}, \quad p' = p^x,$$

$$\tilde{g}_y^*(u) = \lim_{n \rightarrow \infty} g_n \{u_1 - p_1'^y(u_1 - g_{+n}(u))\}, \quad p_1' = p_1^x$$

menntiségeket. Mint előzőleg,

$$g_1^*(u) = \tilde{g}_1^*(u) = g_1(u).$$

Így

$$\tilde{G}_x^*(u) = G_x^*(u).$$

Látjuk, hogy $x > 1$ esetére (20) és (37) azonos eredményre vezet. A fenti eredmény (22) segítségével kiterjeszthető x tetszőleges valós értékeire.

III. rész

Az elektronsokszorozó inverz problémáját tehát a következőképpen fogalmazhatjuk meg. Legyen adva $P_N(\nu) = \Pi(\nu)$, vagyis egy elektronsokszorozó N -edik elektródjáról származó eloszlás; keressük a $P(\nu) = P_1(\nu)$ eloszlást. Generátorfüggvényekkel kifejezve

$$\Gamma(u) = \sum_{\nu=0}^{\infty} u^{\nu} \Pi(\nu) = G_N(u)$$

írható. Az általánosított iterációs eljárást használva a következőt kapjuk:

$$G(u) = \Gamma_{1/N}(u).$$

Valóban

$$G_N(u) = \underbrace{G \dots G}_N(u) = \underbrace{\Gamma_{1/N} \dots \Gamma_{1/N}}_N(u) = \Gamma(u).$$

Explicit alakban

$$G(u) = \lim_{n \rightarrow \infty} \Gamma_n \left\{ 1 - \frac{1}{N} (1 - \Gamma_{-n}(u)) \right\},$$

ahol $\Pi = \Gamma'(1)$ az utolsó fokozatból kilépő elektronok átlagos száma.

Ha a $\Pi(\nu)$ eloszlást elég pontosan ismerjük, a tényleges numerikus számítás nem okoz nehézséget. Természetesen $\Pi(\nu)$ -t ν minden egyes egész értékére nem ismerhetjük. Ésszerűen csak annyit várhatunk, hogy $\Pi(\nu)$ a ν -értékek nem túlságosan széles intervallumában ismeretes. De ha ilyen módon ismerjük az eloszlást, akkor $\Gamma(u)$ -t numerikus integrálással számíthatjuk ki:

$$\Gamma(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} u^{\nu} \Pi(\nu) d\nu.$$

Csak az $u = 1$ közvetlen környezetében lévő u -értékek jönnek számításba.

Valóban, ha $|1 - u| \gg \frac{1}{p^N}$, akkor az integrál értéke gyakorlatilag vagy 0, vagy végtelen, így kiszámítása érdektelen. Viszont éppen az $u = 1$ körüli kis intervallum, ahol a számítás elvégezhető, adja a $\Gamma(u)$ fontos szakaszát és e szakasz segítségével számítható ki a $\Gamma_{1/N}(u)$ iteráció.

Az itt ismertetett eljárás matematikailag mindig elvégezhető és ily módon kiszámítható egy $P_1(\nu)$ eloszlás. Ha azonban egy tetszőleges $\Pi(\nu)$ eloszlásból indulunk ki, a számítás eredményeként általában elfogadhatatlan $P_1(\nu)$ eloszlást kapunk, mégpedig olyat, ahol negatív valószínűségek fordulnának elő. Tehát, ha valamilyen $\Pi(\nu)$ eloszlásból kiindulva elfogadható $P(\nu)$ eloszláshoz jutunk, akkor egyszersmind ellenőriztük az eljárást.

ANTRACÉN EGYKRISTÁLYOK ELŐÁLLÍTÁSA*

TARJÁN IMRE és UJHELYI SÁNDOR

Orvosi Fizikai Intézet, Budapest

Körülbelül 2,3 cm átmérőjű, 5 cm hosszú antracén kristályok készültek tégelysüllyesztős eljárással szcintillációs számlálók részére. Az ismertetett eljárás tökéletesíti az eddig közölt tisztítási, valamint növesztési és hűtési módszereket.

P. R. Bell [1] állapította meg először az antracénkristályok kiváló alkalmasságát a γ -sugaraknak jelzésére. Az antracénkristályt a következő tulajdonságai teszik erre a célra alkalmassá. A levegőn az átlátszó felület sem párologás miatt, mint a naftalin esetében, sem nedvszívás miatt, mint a nátriumjodidnál, nem változik. Kialvási ideje igen rövid, kb. fele a naftalin és egyenylcada a nátriumjodid kialvási idejének. A lumineszkáláskor kibocsátott fény hullámhossza jól megfelel annak a hullámhossztartománynak, amelyre a használatos fotocellák érzékenyek. A fenti tulajdonságok miatt az antracén egykristályát kiterjedten alkalmazzák a γ -sugarak jelzésére és számolására.

A hazánkban folyó atomfizikai kutatásokhoz a fenti célra szintén szükség van antracén egykristályokra, s mivel megfelelő külföldi kristályok nem állnak rendelkezésre, szükségessé vált azok hazai előállítása. A különböző kutató intézeteink részéről felmerült kívánság vezetett minket akkor, amikor célul tűztük ki megfelelő tisztaságú és nagyságú egykristályok előállítását.

Bár az irodalomban több közlemény [2., 3., 4.] foglalkozik antracén egykristályok előállításával, a megfelelő minőségű egykristályok készítése még mindig sok nehézséggel jár és a módszereket tökéletesíteni kellett ahhoz, hogy a fenti közleményekben megadott méreteknél nagyobb és a célnak jobban megfelelő kristályokat kapjunk. Az előállítás nehézségei kétirányúak. Az egyik nehézséget az okozza, hogy jól fluoreszkáló kristály csak teljesen tiszta antracénből nyerhető, kellő tisztaságú antracén pedig sehol nem kerül forgalomba. A fenti szerzők által használt tisztítási eljárások alkalmasak ugyan az antracén tisztítására, de tapasztalataink szerint nem nyújtanak kifogástalan tisztaságú anyagot. A kapott egykristályok ugyanis vastagabb rétegen gyengén sárgás színűek, a sárgás szín pedig rontja a fluoreszkáló képességet.

A másik nehézséget a már kellő tisztaságú antracén egykristályban való kikristályosítása jelenti. Az irodalomban közölt módszerek mindig két-három egykristály képződéséhez vezetnek, ez a körülmény csökkenti az egyes kris-

* Érkezett 1954. XI. 3.

tályok nagyságát. A növesztési körülményeket tehát úgy kellett megváltoztatnunk, hogy biztosítsuk az egyetlen kristály növekedését. Feladatunk tehát kettős volt, megfelelő eljárást kellett kidolgoznunk az antracén tisztítására és tökéletesíteni kellett a növesztési eljárást, hogy az egykristályok nagyságát növelhessük.

Az antracén tisztítása

Az irodalom szerint az antracén tisztítására a legtökéletesebb eljárás A. Winterstein, K. Schöne és H. Vetter (5) módszere, akik a forgalomba kerülő egyik legtisztább készítményt, a Kahlbaum-féle antracént benzin-benzol 5:1 arányú keverékében oldva kromatográfiás módszerrel tisztították. Az eljárás eredeti alakjában igen tiszta antracént nyújt ugyan, de igen költséges és laboratóriumi méretekben többszáz gramm antracén tisztítására csak sok részletben, nagy időáldozattal alkalmazható. A Feazel és Smith (2) által használt módszer, az antracénnek etilenglikollal végzett együttes desztillációja, valamint Mette és Pick (4) módszere az antracén frakcionált vákuumszublimációja, tisztítják ugyan az antracént, de a kísérleteinkben még Kahlbaum-féle antracén használatakor is a nyert termék megolvadása után sárga színű lesz és kristályosodáskor egy barna kátrányos anyagot hagy vissza, amely a növekvő kristály tisztaságát rontja. A kátrányosodó szennyeződés eltávolítására a következő módszert dolgoztuk ki. A Kahlbaum-féle porrá tört antracént egyik végén kihúzott, a másik vége előtt pedig a leforrasztás megkönnyítése végett leszűkített 3 cm átmérőjű és 15 cm hosszú hengeres tekébe töltöttük. A tekén gyakori rázogatós közben 3—4 órán át hidrogéngázt vezettünk keresztül, amelyet izzó rézszöveten átvezetve az oxigén nyomaitól megtisztítottunk, lúgos káliumpermanganátoldaton mostuk és szilárd káliumhidroxid felett megszáritottuk. A levegő tökéletes kiűzése után a teke kihúzott végét leforrasztottuk, majd a tekében levő hidrogéngáz nyomását 400 Hgmm-re csökkentettük, és a teke másik végét is leforrasztottuk. Az így elkészített tekét függőleges helyzetben felállított elektromos csőkemencébe függesztettük. A kemencét a levegő áramlásának megakadályozása céljából felső végén azbeszt- és fémlappal zártuk el, amelynek közepén a felfüggesztésre szolgáló 0,1 mm átmérőjű acél-drót bevezetésére 1 mm átmérőjű lyukat fúrtunk. A kemence csővébe a cső keresztmetszeténél 2 mm-rel kisebb, kb. 50 mm átmérőjű üvegcsövet helyeztünk, amely felül a kemence fedőjéhez illeszkedett, alul pedig 11 cm-re kiállt a kemencéből. Az antracént tartalmazó teke felfüggesztése és a kemence belsőjébe való felhúzása után az üvegcső alsó végét gumidugóval légmentesen elzártuk, hogy a csőben a levegő áramlását lehetőleg csökkentjük és így a hőmérséklet állandóságát biztosítsuk. A tekét tartó acél-drót a kemence felett óraműre volt felerősítve, amely a tekét a kemencéből 50 mm/nap sebességgel engedte le. A kemence hőmérsékletét 240—250 C°-ra fűtöttük. A tekét a

kemencéből leengedve az olvadt antracén először a teke kihúzott alsó végén kristályosodik ki, a 2–3 mm átmérőjű és 30–40 mm hosszú vékony csőből csak néhány kristály nő tovább a teke kiszélesedő részébe. A kristályosodás közben a szennyezések a kristály felső, utoljára kikristályosodó részében gyűlnek össze. A kristályok szennyezéseket tartalmazó részét késsel választottuk le a többi tiszta résztől. Egy tekében kb. 50 g antracént tisztítottunk egyszerre, amelyből 40 g tisztított terméket kaptunk. Az így nyert termék külsején és az egyes kristályok között lévő repedésekben kátrányos szennyezést tartalmaz, belsejében pedig elszenesedésből eredő apró szénzárványok vannak.

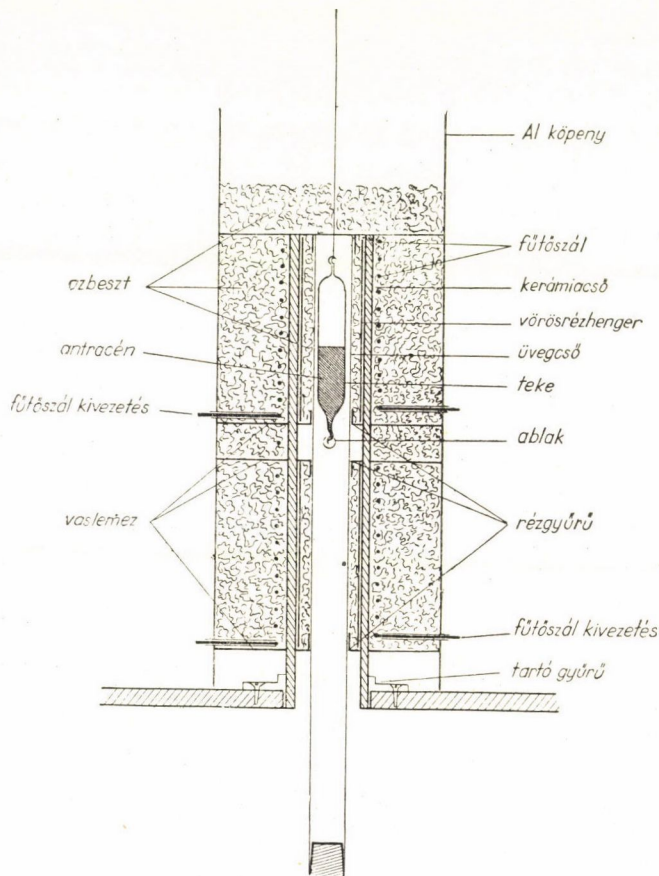
A fenti módon nyert antracént további tisztítás céljából etilénlikollal együtt hidrogéngázáramban desztilláltuk. A glikolról leszűrt antracént desztillált vízzel alaposan kimostuk és 110 C°-on megszáritottuk. A továbbiakban a száraz antracént csökkentett nyomású hidrogénlégtérben szublimáltuk. 10 g antracént helyeztünk 28–30 cm hosszú és 3 cm átmérőjű üvegcsőbe, amelynek alja kémcsőalakban le volt forrasztva, szája előtt pedig 6–8 mm átmérőjű oldalcsővel rendelkezett. A cső szájába jól záró átfúrt gumidugót illesztettünk, az oldalcsövet pedig egy olajos légszivattyúhoz kapcsoltuk. A csőből 2–3 Hgmm-re kiszivattyúztuk a levegőt, majd a gumidugón keresztül oxigénmentes hidrogénnel töltöttük meg a csövet. A kiszívást és a töltést 5–6-szor megismételtük, hogy a levegőt a csőből teljesen eltávolítsuk. Végül a csövet 400 Hgmm nyomású hidrogénnel zártuk le és függőleges helyzetű elektromos kályhába helyeztük. A kályha hőmérsékletét 200–220 C° között tartottuk. A szublimálás megindulása után a csövet 6–8 óra alatt fokozatosan kiemeltük a kemencéből. Ez alatt az idő alatt az antracén nagy táblás kristályokban a kémcső felső hideg részére szublimált. A kémcső alsó részén az utolsó szublimációs termék gyengén sárgás színű, ezt elkülönítettük a felső, legnagyobb részt kitevő szintelen terméktől és kristálynövesztésre csak a szintelen részt használtuk fel.¹

Kristálynövesztési eljárás

A növesztés olvadékból történt tégelysüllyesztés eljárással [6]. Az antracént kb. 15 cm hosszú, 3 cm átmérőjű, a végeken 2–4 mm átmérőre kihúzott üveg tekébe szórtuk. A teke egyik végén a vékony csövet az egykristály biztosítása céljából „S” alakban meghajlítottuk [7], a másik végén a kihúzott cső eredeti vastagságú kehelyben végződött, amelybe jól záró egyfúratú gumidugót tettünk. A dugó fúratába elágazó üvegcsövet helyeztünk, amelynek

¹ Érdekesnek tartjuk megemlíteni, hogy megfelelő szublimálási sebesség mellett az antracén néhány tizedmilliméter vastag, 2–3 cm széles, 5–6 cm hosszú táblákban kristályosodik, amelyek esetleg sikerrel alkalmazhatók α -részecskék számlálásánál.

egyik ága a hidrogénfejlesztővel, a másik légszivattyúval közlekedett. A tekét lazán megtöltöttük porított antracénnal, azután 4—5 órai hidrogénátvezetés által a tekéből a levegőt kiűztük. A hidrogént egyébként ugyanúgy tisztítottuk és szárítottuk, mint a tisztításhoz használt töltéskor. A levegő kiűzése után előbb a teke „S” alakú végét forrasztottuk le, majd a hidrogén bevezetésére szolgáló ág lezárása után a tekében a hidrogént 2—3 Hgmm



1. ábra. A növesztésnél használt kályha

nyomásig ritkítottuk és a teke másik végét is leforrasztottuk. A megmaradó vékony üvegrészt felfüggesztés céljából kampó alakban meghajlítottuk. Az így töltött tekében az antracén színe olvadt állapotban 3 hét alatt sem mutatott sötétedést.

A tekét függőleges helyzetű elektromos kemencében függesztettük fel (1. ábra). A kemence két részből állott, mindkét rész fűtőszála közös kb. 60 cm hosszú és 9 cm átmérőjű kerámiacsőre volt feltekercselve. A részek hossza kb. 25—25 cm. A két rész között kb. 5 cm távolságú köz volt. Mindkét rész végeit a kerámiacsőhöz erősített kb. 30 cm átmérőjű kerek vaslemez zárta

le. A részek közötti teret azbeszttel töltöttük ki. A kályhát egész hosszában kb. 30 cm átmérőjű alumíniumköpeny vette körül, a kerámiacső és az alumíniumköpeny közötti teret ugyancsak azbeszttel töltöttük ki. A kályha fűtését úgy szabályoztuk, hogy a felső rész hőmérséklete az antracén olvadáspontja (218°C) felett, az alsóé pedig kevéssel alatta legyen. Elinduláskor a teke a felső kályhában volt, és a kristályosodás a teke süllyesztésekor a két kályha közötti térrészben ment végbe. Az alsó kályharésznek a kristály egyenletes lehűtésében van szerepe. Az antracénkristály ugyanis igen érzékeny a hőmérsékletkülönbségekre és már néhány fokos hőmérsékletkülönbségek 1–2 cm hosszon repedésekre vezetnek. Az alsó kályharésszel elértük, hogy növesztés közben a kristály hosszában nem léptek fel nagyobb hőmérsékletkülönbségek. Amikor azután a kristályosodás befejeződött, az alsó kályharész hőmérsékletének csökkentésével a kristályt teljes egészében hűtöttük le 8–10 nap alatt szobahőmérsékletre.¹ A két kályharész közötti szakaszon a fűtőszáلتartó kerámiacsőre kb. 1 cm átmérőjű, egymással szemben elhelyezkedő két köralakú lyukat fűrtünk, amelyeket üveglemezzel ragasztottunk be. Az üveglablakokhoz az ugyancsak átfűrt alumíniumköpenyen és azbesztrétegen keresztül üvegcsöveket vezettünk, amelyek lehetővé tették a növekedés ellenőrzését. A kerámiacsövet kb. 1 mm vastagságú vörösrézcsővel béleltük ki a hőmérséklet egyenletesebbé tétele céljából. Hogy a két kályharész között a hőmérsékletesés éles maradjon, a közbeeső szakaszon a vörösrézcsövet kihagytuk. A kerámiacső közepébe kb. 4 cm átmérőjű üvegcsövet helyeztünk a teke vezetésére. Azért, hogy a kályha hőtehetetlenségét növeljük és ezzel a fűtőáram erősségének kisebb megváltozása által okozott hőmérsékletváltozásokat csökkentjük, az üvegcső és a vörösrézcső közötti teret is — kivéve a két kályharész közötti teret — azbesztgyapottal töltöttük ki. Az üvegcső alul 20 cm hosszúságban kiállt a kályhából, alsó végét a légáramlás csökkentése céljából gumidugóval elzártuk.

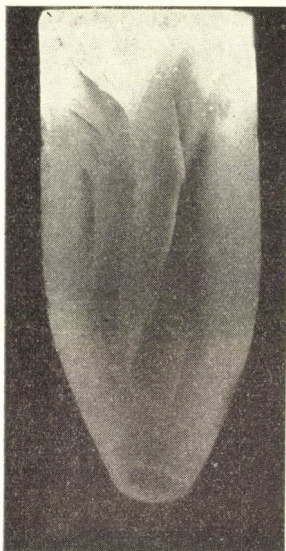
Ilyen körülmények között elérhettük, hogy a felsőkályha alsó szélén a hőmérséklet kb. 220°C , a felső 1/3-ában pedig kb. 240°C , az alsó kályha felső végén kb. 200°C , az alsó végén pedig 190°C volt. A két kályha között a hőmérsékletesés $2^{\circ}\text{C}/\text{cm}$ volt és a kristályosodó felület az ablak közepe fölé esett.

A kályha hőmérsékletének állandóságát a fűtőfeszültség szabályozásával biztosítottuk. Erre a célra *Voszka Rudolf* munkatársunk által készített feszültségszabályozót [8] használtuk föl. A berendezést olyan helyiségben állítottuk föl, amelynek hőmérséklete naponként legfeljebb 2°C -ot változott és ez a változás is lassan, 8–10 óra alatt következett be. Végeredményben sikerült elérnünk, hogy a kályhán belüli üvegcsőben a hőmérsékletváltozás $0,2^{\circ}\text{C}/\text{óra}$

¹ Repedések még így is előfordultak, mert a kristály meglehetősen erősen tapad az üvegfalhoz és lehűléskor a faltól való elválás helyett esetleg a hasadási irányban 1–2 darabra reped.

érték alatt maradt. A kályhában az üvegtekét 0,6 mm/óra sebességgel enged-tük le az alsó kályharészbe.

Az eljárással teljesen színtelen és már szórt fényben erős kék színben fluoreszkáló, kb. 5 cm hosszú, 2,5 cm átmérőjű kristályokat kaptunk. (2. ábra).



2. ábra. Félhenger alakú, egyik végén keskenyedő antracénkristály.

A kép úgy készült, hogy a henger alakú végén keskenyedő kristályt hosszában kettéhasítottuk és a metszett lapot fényképező lemezre helyeztük. A kristály lapos végéhez 2 drb 1—1 mcurie erősségű rádiumtűt helyeztünk, amelyből a kilépő sugarak a lemezzel párhuzamosan haladva érték a kristályt. A lemezen a kép a kristályban fellépett lumineszcenciafény hatására jött létre. Forte dia-lemez, félórás expozíció.

Köszönetet mondunk Góliánné Barta Klára és Takács Éva munkatársainknak a fárasztó és hosszadalmas munkákban való részvételükért.

IRODALOM

- [1] Bell, P. R.: Physical Review 73, 1405, 1948.
- [2] Feazel, C. E. and Smith, C. D.: Rev. Sci. Instrum. 19, 817, 1948.
- [3] Huber, O., Humbel, F., Schneider, H., und Stefflem, R.: Helvetica Physica Acta, 22, 418, 1949.
- [4] Mette, H. und Pick, H.: Zeitschrift für Physik, 134, 567, 1953.
- [5] Winterstein, A., Schöne, K. und Vetter, H.: Hoppe Seyler's Zeitschrift f. Physiol. Ch., 230, 158, 1934.
- [6] Bridgmann: Proc. Amer. Acad. Sci. 60, 305, 1925. és Tarján I., Turchányi Gy., Voszka R.: Magyar Fizikai Folyóirat II, 1, 1954.
- [7] Újhelyi S.: Magyar Fizikai Folyóirat, 1, 33, 1953.
- [8] Voszka R.: Magyar Fizikai Folyóirat, 3, 1955 (megjelenés alatt).

FÉNYKVANTUMOK DIELEKTRIKUMBAN*

GYÖRGYI GÉZA

Központi Fizikai Kutató Intézet, Koszmikus Sugárzási Osztály, Budapest

Az elektromágneses sugárzással kapcsolatos dinamikai problémák a legutóbbi időben is számos kutató figyelmét vonták magukra. A vizsgálatok egy részről az elektromágneses tér és a dielektrikumok kölcsönhatásának klaszikus elektrodinamikai leírásával foglalkoztak,¹ más részről a fotonok tulajdonságait kívánták tisztázni szigetelő anyagok jelenlétében.

Az első gondolatkörben az egyik legfontosabb eredmény *Marx György*-nek köszönhető: a sugárzás és a dielektrikum dinamikai kölcsönhatásának minden dielektrikumbeli folyamatnál lényeges szerepe van, átlátszó közegben haladó fény feszültségeket kelt abban, s ha a közeg mozog, impulzust és energiát ad át [3]. E szempontok figyelembevételével *Nagy Károly* dolgozta ki a sugárzás kvantumelméletét átlátszó közegben [4]. Számításainak eredményeként többek között kiadódott a fotonok energiájának és impulzusának dielektrikumban érvényes kifejezése.

A jelen közlemény célja az, hogy — e munkákhoz kapcsolódva — a fotonok szemléletes elemi elmélete alapján a Cserenkov-sugárzás és a fénytörés dinamikai magyarázatához néhány kiegészítést tegyen.

A Cserenkov-sugárzás olyankor lép fel, ha dielektromos közegben elektromos töltést viselő részecske gyorsabban halad, mint a fény: $v/c > \frac{1}{n}$, (n = a közeg törésmutatója). A sugárzás iránya a részecske mozgásirányával, a sebesség által egyértelműen meghatározott ϑ szöget zár be. E jelenség értelmezését az elemi fotonelmélet alapján *Ginsburg* [5] adta, a következő gondolatmenettel: A v sebességű részecske energiájának

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

és impulzusának

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

* Érkezett 1955. II. 15.

¹ E problémák közül a legtöbbet vitatott kérdés a tér energiaimpulzus-tenzorával kapcsolatos. Erről e folyóirat hasábjain korábban összefoglaló közleményben számoltunk be [1], azonban azóta is születtek eredmények e téren [2].

relativisztikus kifejezéséből következik, hogy

$$\frac{\Delta E}{\Delta p} \approx \frac{dE}{dp} = v.$$

Ha a részecske egy fotont sugároz ki, $\Delta E = \varepsilon$ és $\Delta p = \pi' \cos \vartheta$, ahol ε a foton energiáját jelenti, π' pedig annak az impulzusát; ϑ a részecske sebessége és a foton impulzusa által bezárt szög. Ginsburg $\varepsilon = h\nu$ és $\pi' = nh\nu/c$ behelyettesítésével a

$$\frac{c}{n} : v = \cos \vartheta \quad (1)$$

eredményre jutott, ami mind Tamm és Frank klasszikus elektrodinamikai eredményével [6], mind a tapasztalattal [7] összhangban adja meg a részecske sebessége és az emittált sugárzás iránya közötti kapcsolatot.

A Ginsburg által használt

$$\pi' = \frac{nh\nu}{c} \quad (2)$$

impulzuskifejezés nem egyezik azzal, amely Nagy Károly kvantumelméleti vizsgálatai eredményeként adódott. Ennek oka, hogy a (2) impulzus-képlet a Minkowski-féle energia-impulzus-tenzor alapulvételével adódott, Nagy Károly viszont Abraham tenzorából kiindulva kapta a

$$\pi = \frac{h\nu}{cn} \quad (3)$$

impulzuskifejezést. A (3) képlet szerint a foton impulzusa a $h\nu/c^2$ tömeg és a c/n sebesség szorzatával egyenlő, míg (2)-nek nem tulajdonítható ilyen értelem,² minthogy a Minkowski-féle tenzor nem tükrözi az energia és a tehetetlen tömeg egyenértékűségét.

Azonban a (3) impulzusképlet (1) helyett a helytelen

$$cn : v = \cos \vartheta$$

eredményre vezet.

A dilemmából kiutat a következő megfontolás ad: A fotonemisszió folyamán a részecske impulzusváltozásának nemcsak a foton impulzusát kell fedeznie, hanem a sugárzás által rezgésbe hozott, polarizált töltésekre ható erő által a dielektrikumnak átadott impulzust is. Ezt az elektrodinamika ponderomotoros erősűrűségének [9], [3]

$$\mathfrak{F} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\varepsilon\mu - 1}{c^2} \mathfrak{E} \right] \quad (4)$$

tagja felhasználásával számíthatjuk ki (itt ε és μ a törésmutatóval — nemdiszpergáló közegben — $\varepsilon\mu = n^2$ szerint összefüggő anyagi állandók, \mathfrak{E} a Poynting-

² Ismeretes, hogy (2) alapján a foton nyugalmi tömege imagináriusnak adódik [8], [4], [1].

vektor). Minthogy (4) elektromágneses hullámban helyről helyre (periodikusan) változó előjelű erősűrűséget ad, egyenlőszámú hullámhegyet és völgyet tartalmazó hullámvonulat eredő erőt nem fejt ki a közegre, s így — szilárd anyagban — nem ad át impulzust, csak feszültségeket kelt. Azonban az emisszió folyamata közben zérustól különbözőnek adódik az átadott impulzus. Elektromágneses hullámban $\Xi = e \cdot c u / n$ ahol e a terjedési irányba mutató egységvektor, u pedig az energiasűrűség s így

$$|\mathfrak{F}| = \frac{n^2 - 1}{nc} \frac{\partial u}{\partial t}.$$

Ebből az eredő erő:

$$F = \frac{d}{dt} \int \frac{n^2 - 1}{nc} u dV \quad (5)$$

(integrálni a dielektrikum térfogatára kell). Ha ezt a még sugárzás kibocsátásának időtartamára integráljuk, a dielektrikumnak átadott impulzusra a következőt kapjuk:

$$\pi_D = \int \frac{n^2 - 1}{nc} u dV = \frac{n^2 - 1}{nc} \varepsilon; \quad (6)$$

itt ε a hullám teljes energiája; egy foton esetén $\varepsilon = h\nu$.

A mondottak szerint a részecske impulzusváltozását a foton és a dielektrikum impulzusa összegének megfelelő összetevőjével kell egyenlővé tenni:

$$\Delta p = (\pi + \pi_D) \cos \vartheta.$$

A foton impulzusának (3) kifejezését felhasználva

$$\Delta p = \left(\frac{h\nu}{cn} + (n^2 - 1) \frac{h\nu}{cn} \right) \cos \vartheta = \frac{nh\nu}{c} \cos \vartheta,$$

ami a helyes (1) eredményre vezet.³

A Cserenkov-effektussal kapcsolatban *Watson* és *Jauch* [10] a következő problémát vetették fel. Ha az elektromágneses tér energiáját Abraham energia-impulzus-tenzorából számítjuk, minden vonatkoztatási rendszerben pozitív értéket kapunk. Ebből következik az, hogy a sugárzást kibocsátó elektronnak a közeghez képest v sebességgel haladó nyugalmi rendszerében is pozitív az emittált fényhullám energiája. Ebben a koordinátarendszerben az elektron kinetikus energiája az emisszió előtt zérus volt, így az emisszió során csak növekedhetett. E megfontolásból azt a paradox eredményt kapjuk, hogy míg a sugárzási folyamat előtt az elektron és a tér energiája zérus volt, utána pozitívnak adódik.

³ Ha a foton impulzusára a (2) képletet használjuk, a helytelen

$$\frac{c}{2n - \frac{1}{n}} : v = \cos \vartheta$$

eredményre jutunk.

A látszólagos ellentmondás azonnal megszűnik, ha tekintetbe vesszük azt, hogy az elektron nyugalmi rendszerében $-v$ sebességgel haladó dielektromos közegen a fényhullám tere által kifejtett ponderomotoros erő munkát végez. A (4) erősűrűségtől származó effektussűrűség e koordinátarendszerben Lorentz-transzformációval határozható meg. Értéke:

$$w = - \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{n^2 - 1}{nc} \frac{\partial u}{\partial t} \cos \vartheta.$$

Ezt a dielektrikum térfogatára és az emisszió idejére integrálva kapjuk a közegen végzett munkát:

$$A = - \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{n^2 - 1}{nc} \varepsilon \cos \vartheta.$$

Az emittált sugárzás energiája (amely a térenergia mellett a tér és dielektrikum között periodikusan kicserélődő energiát is magában foglalja [4]) az elektron nyugalmi rendszerében ugyancsak Lorentz-transzformációval határozható meg:

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(1 - \frac{v}{c} \frac{\cos \vartheta}{n} \right).$$

A már egyszer felhasznált $\Delta E = v \Delta p$ közelítő összefüggés értelemszerű alkalmazásával belátható, hogy a használt közelítésben az elektron nem tesz szert kinetikus energiára, minthogy az emisszió előtt sebessége zérus volt és impulzusa véges értékkel változott meg. (Ez a közelítés — amint az könnyen belátható — a kvantumos effektusok elhanyagolását jelenti. Cserenkov kísérleti körülményeinek figyelembevételével ez a közelítés jogosult.)

Az energiatétel azt kívánja, hogy a sugárzás ε' energiaváltozásának és a ponderomotoros erők A munkájának összege zérus legyen. ε' és A konkrét alakjának felhasználásával belátható, hogy ez így is van:

$$\varepsilon' + A = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(1 - n \frac{v}{c} \cos \vartheta \right).$$

(1) figyelembevételével látszik, hogy ez zérus.

Még megjegyezzük, hogy abból, hogy az energia- és impulzustétel a dielektrikum nyugalmi rendszerében teljesül, természetesen következik az, hogy azok minden koordinátarendszerben teljesülnek. A problémát elvi jelentősége miatt és a fizikai lényeg kidomborítására részleteztük. Meggondolásainkból azt a következtetést lehet levonni, hogy a Watson és Jauch által felvetett paradoxon feloldható a tér és anyag dinamikai kölcsönhatásának

figyelembevételével, és nem kell azt a nem természetes feltevést tennünk, hogy a tér energiája indefinit. (Ha az volna, a Cserenkov-elektron fény-„emissziója” tulajdonképpen energia-abszorpció volna.)

Hasonló problémák a fénytörés dinamikai magyarázatánál is felmerülnek. Ismeretes, hogy *Newton* a fény részecskeelmélete alapján értelmezni tudta a beesési és törési szögek szinuszainak hányadosára érvényes Snellius—Descartes-féle törvényt, mégpedig úgy, hogy feltette: két közeg határfelületén az optikailag sűrűbb közeg belseje felé mutató, a felület normálisával párhuzamos erő hat a fényrészecskére. Az erőnek érintőirányú összetevője nem lévén, a fényrészecske impulzusának a felület érintősíkjába eső komponense mindkét közegben ugyanakkora:

$$\pi_1 \sin \alpha = \pi_2 \sin \beta. \quad (7)$$

Innen következik, hogy a törésmutató a 2. és 1. közegbeli fénysebességek viszonyával egyenlő:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n'_{21}, \quad n'_{21} = \frac{v_2}{v_1} \quad (8)$$

($v_1 = \frac{\pi_1}{m}$, $v_2 = \frac{\pi_2}{m}$ — feltettük azt is, hogy a fényrészecske m tömege az áthaladáskor nem változik.)

Jól tudjuk, hogy e reláció — amely szerint a fény az optikailag sűrűbb közegben gyorsabban halad — Foucaultnak vízben végzett fénysebességmérései szerint helytelennek bizonyult, helyette a tapasztalat a

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}, \quad n_{21} = \frac{v_1}{v_2} \quad (9)$$

képletet erősítette meg, amelyet azután mind Huyghens hullámelmélete, mind az elektromágneses fényelmélet alapján le lehetett vezetni.

A fény Einstein-féle fotonelmélete ismét bizonyos fizikai tartalommal töltötte meg a fényrészecskére vonatkozó megfontolásokat. Felmerül a kérdés, megindokolható-e a (9) fénytörési törvény dinamikailag, a foton-elképzelés alapján?

Minthogy a Newton elméletéből — amely szerint a fényrészecske impulzusa éppúgy, mint anyagi részecskéknél, a sebességgel arányos — a helytelen (8) eredmény következik, nem várhatunk mást a

$$\pi = \frac{h\nu}{c^2} v \quad \left(v = \frac{c}{n} \right)$$

(3) alatti impulzuskifejezéssel végzett számítástól sem, ha fenntartjuk Newton hipotézisét a normális irányú erőkről.

A fény elektromágneses természetének ismeretében azonban nem szorulunk e hipotézisre: az elektrodinamika ponderomotoros erősűrűsége felhasználható.

nálásával kiszámítható a fotonhoz tartozó elektromágneses tér által a dielektrikumra kifejtett erő; a foton impulzusváltozását ennek reakcióereje okozza.

A ponderomotoros erősűrűség áram- és töltésmentes közegben [9]:

$$\vec{\mathcal{F}} = -\frac{1}{8\pi} (\nabla^2 \text{grad } \varepsilon + \nabla^2 \text{grad } \mu) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon \mu - 1}{c^2} \vec{\mathcal{E}} \right). \quad (10)$$

Az első két tag — Newton hipotézisével összhangban — a felületre merőleges erőket ad. Az utolsó azonban a fényhullám haladási irányába mutat. Ennek révén az ε energiájú fényhullám — a közegbe behatolva —

$$\pi_D = \frac{n^2 - 1}{nc} \varepsilon$$

impulzust ad át a dielektrikumnak.⁴ Ez az impulzus párhuzamos a fény impulzusával. Az impulzusmegmaradás törvényéből (7) helyett

$$(\pi_1 + \pi_{1D}) \sin \alpha = (\pi_2 + \pi_{2D}) \sin \beta$$

következik; minthogy

$$\frac{\pi_2 + \pi_{2D}}{\pi_1 + \pi_{1D}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21},$$

eredményül a helyes fénytörési törvényt kapjuk:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21} \quad \left(n_{21} = \frac{c}{n_1} : \frac{c}{n_2} = v_1 : v_2 \right).$$

Természetesen a (2) impulzusképlettel számolva — amely szerint a foton impulzusa sebességével fordítva arányos — is a helyes eredményt kaphatjuk, ha fenntartjuk Newton feltevését az erők normális irányú voltáról, azaz elhanyagoljuk a polarizációs áramra ható erőt [11].

*

Számításaink célja az volt, hogy megmutassuk két fontos példán: a foton impulzusának az energia és tömeg egyenértékűségének sokszorosán igazolt törvényén alapuló (3) képlete alapján a tapasztalati eredmények helyesen értelmezhetők, ha tekintetbe vesszük a fényhullám és dielektrikum dinamikai kölcsönhatását. Az irodalomban különösen a Cserenkov-effektus értelmezésénél gyakran használt (2) impulzusképlet csak e kölcsönhatás elhanyagolása esetén vezet helyes eredményre.⁵ Ezért ezt nem reális fizikai mennyiségnek kell

⁴ A számítás és azzal kapcsolatos gondolatmenet teljes hasonmása a Cserenkov-sugárzásnál végzett számításnak, illetve gondolatmenetnek. Most a fény nem emisszió folytan hatol be a közegbe, hanem kívülről.

⁵ *Tamm*, aki a Cserenkov-effektust elsőként értelmezte, vizsgálatai alapján másfél évtizeden át a (2) foton-impulzusra vezető Minkowski-féle tenzort tekintette helyesnek [12]. Felfogása a szovjet szakirodalomban általánosan elterjedt, s a nyugati monográfia-irodalomban *Laue* mellett elsősorban rá hivatkoznak a Minkowski-féle energia-impulzus-tenzor mellett

tekintenünk, csak alkalmas számítási segédeszköznek, amely mintegy egyszerre veszi tekintetbe a foton impulzusát és a fény s a közeg kölcsönhatását. Elvi szempontból e számítások azonban nem tekinthetők helyesnek; a helyes végeredmény két, egymás hatását közömbösítő hiba árán adódik ki. Ezek: 1. az energia és tömeg egyenértékűségének ellentmondó (2) kifejezés elfogadása, 2. a fény és anyag dinamikai kölcsönhatásának figyelmen kívül hagyása.

E közlemény új eredményeket nem tartalmaz, csupán egy előbbi dolgozatban [3] felvetett szempontokat alkalmazza és megerősíti azt, hogy a foton (3) impulzusképletét és a (10) erősítésképletet szolgáltató Abraham-féle tenzort „a fizikai jelenségeket legjobban leíró energia-impulzus-tenzornak” kell tekintenünk.

Befejezésül őszinte köszönetet mondok Marx Györgynek egyes problémák felvetéséért és azért, hogy e munka megírására ösztönzött.

IRODALOM

- [1] Györgyi G., Magy. Fiz. Foly. 2. 255. 1954.
- [2] G. Marx—K. Nagy, Acta Phys. Hung. 4. 297. 1955.
- [3] G. Marx—G. Györgyi, Acta Phys. Hung. 3. 213. 1954.
- [4] Nagy Károly, Acta Phys. Hung. (megjelenés alatt).
- [5] V. A. Ginsburg, ZsETF. 10. 589. 1940.
- [6] I. E. Tamm, I. M. Frank, DAN, SzSzSzR. 14. 107. 1937.
- [7] P. Cserenkov, DAN, SzSzSzR. 2. 1934.
- [8] K. F. Novobátzky, Acta Phys. Hung. No. 5. 1949.
- [9] Novobátzky K.—Neugebauer T.: Elektrodinamika. Tankönyvkiadó. 1950.
- [10] J. M. Jauch—K. M. Watson, Phys. Rev. 74. (1949). 950., 1485.
- [11] Békéssy—Freud—Marx—Nagy: Elméleti fizikai feladatok. 305 old. Tankönyvkiadó, Budapest, 1951.
- [12] I. E. Tamm, Journal of Phys. USSR. 1. 439. 1939.
- [13] C. Moller, The Theory of Relativity. Oxford. Clarendon Press. 1952.
- [14] I. E. Tamm, Osznovi tyeorii elektricsesztva. Moszkva. Gosztehizdat. 1954.

szóló érvekkel kapcsolatban [13]. Figyelemre méltó ezzel kapcsolatban, hogy Tamm könyve [14] legújabb kiadásának előszavában hibásnak mondja könyvének a Minkowski-féle tenzor mellett érvelő fejezeteit, amelyeket e kiadásból ki is hagyott, a ponderomotoros erővel foglalkozó szakaszban pedig az Abraham-féle tenzor következményeit ismerteti. — Tamm ez újabb állásfoglalása Abraham tenzora mellett időszerűvé tette, hogy a Cserenkov-effektust a foton-impulzus (3) kifejezésének alapulvételével tárgyaljuk.

MEGJEGYZÉS AZ ATOMMAGOK HÉJSZERKEZETE ÉS SŰRŰSÉGELOSZLÁSA KÖZÖTTI ÖSSZEFÜGGÉSRŐL

ROZSNYAI BALÁZS

Központi Fizikai Kutató Intézet, Kozmikus Sugárzási Osztály, Budapest

Ha feltételezzük, hogy az atommag nem teljesen konstans sűrűséggel rendelkezik, hanem a mag határán a sűrűség egy kb. $1,2 \times 10^{-13}$ cm félértékszélességgel Gauss-eloszlást követ, akkor az e modell alapján számított termrendszer a tapasztalati adatok egy jobb közelítését adja, mint a teljesen konstans sűrűség-feltevés alapján számított termrendszer. Ez egyezik W. Theis [6] említett és L. M. Yang [7] korábbi, más módszerrel kapott eredményeivel, akik hasonló sűrűségfeltevéssel a statisztikus modell alapján számolták ki a nívók betöltési sorrendjét.

Az atommagokra vonatkozó tapasztalati adatok jelentős része arra utal, hogy bennük a nukleonok jól definiált kvantumállapotokban mozognak. Ezen túlmenően a magban lévő kvantumpályák eloszlása a tapasztalat szerint héjszerkezetet is mutat. A nukleonok rendelkezésére álló kvantumállapotok sorrendje és relatív távolsága elméletileg *M. G. Mayer* és *Haxel—Jensen—Suess* modelljéből állapítható meg [1]. A tapasztalati nívósorrend [2] csak igen kevésbé különbözik az elméletitől.

Az utóbbi időben számításokat végeztek a héjszerkezet modelljére vonatkozóan oly módon, hogy a nukleonok között tényleges elemi kölcsönhatást tételtek fel. A magot reprezentáló potenciálvölgy alakja és az energianívók relatív távolsága ekkor a nukleonok sűrűségeloszlásától függ. Mivel nem rendelkezünk az atommagnak egy minden jelenséget jól leíró modelljével, ezért a sűrűségeloszlásra vonatkozóan feltevésekkel kell élnünk. A számítások eredménye az volt, hogy míg az ún. állandó sűrűségeloszlás a tényekkel jól egyező modellre vezet [3], egy Gauss-típusú eloszlás már egyáltalán nem fedi a tapasztalatot [4]. Nem változtat a tényeken az sem, ha a nukleonok közötti kölcsönhatást intenzívebbnek válasszuk [5].

Az első helyen említett sűrűségfeltevéssel — mint említettük — a tapasztalattal elég jó egyezés adódik, a 2, 8, 20, 50, 82, 126 nukleonszámok zárt héjaknak adódnak ki. Azonban annak adódnak ki még a 40-es igen erősen, továbbá a 70-es és 90-es nukleonszámok is. A tapasztalati adatok alapján a 40-es nukleonszámmal feltételezhető valamivel nagyobb stabilitás a környező nukleonszámokhoz képest, de a 70-es és 90-es nukleonszámokhoz tartozó stabil héjak létezését a tapasztalat nem támasztja alá. Ez az eredmény nyilván annak

* Érkezett 1955. II. 15.

tulajdonítható, hogy a feltételezett teljesen konstans magsűrűség nem felel meg pontosan a valóságnak.

Nemrégiben *Theis* a statisztikus modell alapján végzett számításaiban [6] rámutatott arra, hogy egy „intermediär“-nek nevezhető sűrűségeloszlás, amelyet belül konstans, kívül pedig Gauss-függvény ír le, a tapasztalati adatok egy pontosabb közelítését adja. Ezek alapján alkalmaztuk a következő sűrűségfeltevést:

$$\varrho = \begin{cases} \varrho_0 & r \leq R_k \\ \varrho_0 e^{-\alpha(r-R_k)^2} & r > R_k \end{cases}$$

ahol R_k egy a magsugárnál kisebb, változtatható paraméter. A magsugarat most úgy definiáljuk, hogy ott a sűrűség értéke a ϱ_0 érték felét veszi fel:

$$\varrho(R) = \frac{1}{2} \varrho_0 = \varrho_0 e^{-\alpha(R-R_k)^2},$$

ahol R a magsugár, az $R = 1,42 \cdot A^{1/3} 10^{-13}$ cm tapasztalati képlet által van meghatározva.

Ebből

$$\alpha = \frac{\ln 2}{(R-R_k)^2}$$

azaz

$$\varrho = \begin{cases} \varrho_0 & r \leq R_k \\ \varrho_0 e^{-\frac{\ln 2}{(R-R_k)^2}(r-R_k)^2} & r > R_k \end{cases}$$

Az ezen sűrűségeloszlásból származó potenciál a következő egyenletek megoldásából adódik:

$$\begin{aligned} \Delta V_b - u^2 V_b &= 4\pi \varrho_0 g & r \leq R_k \\ \Delta V_k - u^2 V_k &= 4\pi \varrho_0 g e^{-\alpha(r-R_k)^2} & r > R_k, \end{aligned}$$

ahol g a nukleontöltés és u a π mezon Compton hullámhosszának reciproka. Határértékfeltételek:

$$\begin{aligned} V_b(0) &\text{ véges} \\ V_b(R_k) &= V_k(R_k) \\ \frac{dV_b}{dr_{r=R_k}} &= \frac{dV_k}{dr_{r=R_k}} \\ V_k(r) &\rightarrow 0 \text{ ha } r \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

A megoldás elemi, de hosszadalmas úton keresztülvihető. A végeredmény:

$$\begin{aligned} V_b &= -\frac{\kappa}{u^2} + \left(\frac{\kappa R_k}{u^2} + \frac{\kappa}{u^3} - 2c - \frac{\kappa}{2\alpha u} \right) e^{-uR_k} \frac{\text{sh } ur}{r} & r \leq R_k \\ V_k &= -\frac{\kappa \sqrt{\pi}}{4u \sqrt{\alpha}} e^{\frac{u^2}{4\alpha}} \left\{ \frac{e^{u(r-R_k)}}{r} \left(\frac{u}{2\alpha} - R_k \right) \left[\Phi \left(\sqrt{\alpha} r - \sqrt{\alpha} R_k + \frac{u}{2\sqrt{\alpha}} \right) - 1 \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{e^{-u(r-R_k)}}{r} \left(\frac{u}{2\alpha} + R_k \right) \left[\Phi \left(\sqrt{\alpha} r - \sqrt{\alpha} R_k - \frac{u}{2\sqrt{\alpha}} \right) + \Phi \left(\frac{u}{2\sqrt{\alpha}} \right) \right] \right\} + \\ &\quad + \left\{ \left(c - \frac{\kappa}{u^2} R_k \right) e^{uR_k} + \left(\frac{\kappa}{u^2} R_k + \frac{\kappa}{u^3} - 2c - \frac{\kappa}{2\alpha u} \right) \text{sh } uR_k \right\} \frac{e^{-ur}}{r} & r > R_k \end{aligned}$$

ahol $\kappa = 4\pi\rho_0 g$

$$c = \frac{\kappa\sqrt{\pi}}{4u\sqrt{\alpha}} e^{\frac{u^2}{4\alpha}} \left\{ \left(\frac{u}{2\alpha} - R_k \right) \left[\Phi\left(\frac{u}{2\sqrt{\alpha}} \right) - 1 \right] \right\}$$

$$\text{és } \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Az ezen potenciállal megoldandó Schrödinger egyenletek [5]:

$$\Delta\psi_b + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - V_b + \beta \frac{1}{r} \frac{dV_b}{dr} \right) \psi_b = 0 \quad r \leq R_k$$

$$\Delta\psi_k + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - V_k + \beta \frac{1}{r} \frac{dV_k}{dr} \right) \psi_k = 0 \quad r > R_k$$

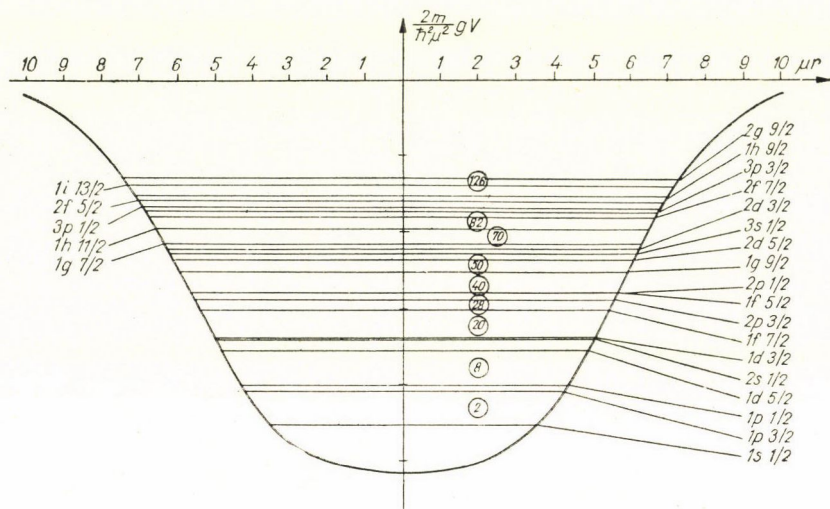
A határfeltételek megegyeznek a V -re kirótt határfeltételekkel. A negyedik tagok jelentik a spin-pálya kölcsönhatást leíró kifejezést, ahol $\beta = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2$ és λ egy a csatolás erősségének megfelelő paraméter, melyet itt a korábbi számításokkal egyezően 20-nak választottunk. Az $R - R_k = b$ értéket nevezzük félértékszélességnek.

A b -t, mint paramétert felfogva, azt vizsgáljuk, hogy melyik az a b érték, amelynél az atommagok termrendszere a tapasztalatokkal a legjobb egyezést mutatja. Ezzel a problémával kapcsolatban a számítások tapasztalatai alapján a következőket jegyezhetjük meg. A 2, 8, 20 nukleonszámokhoz tartozó nívók lezárt héjaknak adódnak a b változtatásának eléggé tág határai között. Ugyanaz a magasabb kitüntetett számok esetén nem áll fenn. Ennek oka az, hogy a mélyenfekvő energianívók sokkal kevésbé „érzékenyek” a potenciálvölgy alakjának változására, mint a magas energiákhoz tartozó nívók. Ez egyébként a hullámmechanikai tárgyalás alapján is belátható. Tehát a b értéke annál pontosabban határozható meg, minél magasabb energianívókra való kikötések ismeretese a tapasztalat alapján. A vizsgálatokat tehát nehéz magokra célszerű elvégezni.

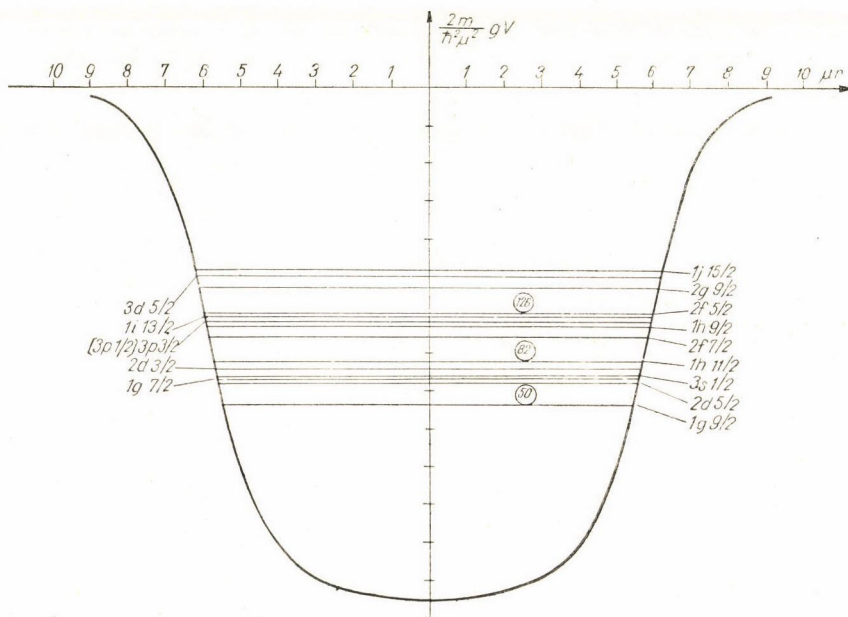
Számításainkat a 212-es atomsúlyú elemre végeztük el, $b = 4,24 \cdot 10^{-13}$ cm és $b = 1,2 \cdot 10^{-13}$ cm félértékszélességgel. Az első esetben, mint az ábrából látható, a 2, 8 és 20-as nukleonszámok mint lezárt héjak szerepelnek, a felső energianívók azonban összezavarodnak a konstans sűrűséggel számított nívó-sorrendhez képest, s az 50-es és 126-os nukleonszámok egyáltalán nem, a 70-es és 82-es nukleonszámok pedig csak egészen gyengén adódnak ki lezárt héjak gyanánt.

A második esetben a számításokat a fentebb említett okok alapján csak a felső energianívókra végeztük el. Itt az 50-es, 82-es és 126-os nukleonszámok nagyon élesen adódnak ki, mint lezárt héjak, nyoma sincs azonban annak, hogy a 70-es és 90-es nukleonszámok mint lezárt héjak adódnának ki, ami a tapasztalat alapján nem is várható, de a konstans sűrűségfeltevéssel kiadódott.

E helyen szeretnék köszönetet mondani Szamosi Gézának a problémával kapcsolatos hasznos útmutatásokért és Sebestyén Klárának a numerikus számítások elvégzésével kapcsolatos segítségéért.



1. ábra. 212-es elem belül konstans, kívül Gauss nukleonsűrűséggel $b = 4.24 \cdot 10^{-13}$ cm félértékszélességgel



2. ábra. 212-es elem belül konstans, kívül Gauss nukleonsűrűséggel $b = 1.2 \cdot 10^{-13}$ cm félértékszélességgel

IRODALOM:

- [1] *M. G. Mayer*, Phys. Rev. **78**. 16. 1950.
Haxel—Jensen—Suess, Zsf. f. Phys. **128**. 295. 1950.
- [2] *P. F. A. Klinkenberg*, Rev. Mod. Phys. **24**. 63. 1952.
- [3] *Szamosi G.* Naturwiss. **40** 105. 1953.
- [4] *Szamosi G.* Naturwiss. **40**. 433. 1953.
- [5] *Szamosi G.* Acta Phys. Hung. **3**. 243. 1954.
- [6] *W. Theis*, Naturwiss. **41**. 184. 1954.
- [7] *L. M. Yang*, Proc. Phys. Soc. **64**. 632. 1951.

EGYES LEFUTÁSÚ POLÁR OSZCILLOSZKÓP MILLIMIKROSZEKUNDUM IDŐTARTAMOK MÉRÉSÉRE*

DÉSI SÁNDOR és NÁRAY ZSOLT

Központi Fizikai Kutató Intézet, Kozmikus Sugárzási Osztály, Budapest.

A dolgozatban $m\mu$ sec (10^{-9} sec)-os tartományba eső — nem szükség-szerűen periodikusan ismétlődő — jelek időtartamának mérésére kidolgozott oszcilloszkópos eljárást ismertetünk. A módszer alkalmazható két vagy több jel egymáshoz képesti késésének meghatározására is. A mérendő jel amplitúdója (kb. $10 m\mu$ sec jelhosszúság esetén) legalább 20 V kell legyen. Az általunk konstruált készülék segítségével olyan jelek vizsgálhatók, melyek másodpercenként minimálisan 500-szor ismétlődnek.

1. §.

A fényelektromos sokszorozó [photomultiplier] által szolgáltatott anódáramimpulzusok különböző szerzők [1]—[5] mérései szerint $m\mu$ sec (10^{-9} sec) nagyságrendű időtartammal rendelkeznek. A sokszorozót ez a tulajdonsága alkalmassá teszi az említett időtartam nagyságrendjébe eső, illetve azt meghaladó fényimpulzusok időtartamának, illetve fényimpulzusok egymáshoz képesti késésének stb. mérésében történő felhasználására.

A következőkben fényelektromos sokszorozóról származó $m\mu$ sec időtartamú impulzusok vizsgálatára kidolgozott mérőberendezést ismertetünk, megjegyezve azt, hogy az természetesen más módon előállított, hasonló időtartamú feszültséglökést létrehozó jelenségek vizsgálata esetén is alkalmazható.

A berendezés az alábbi mérési feladatok elvégzésére készült:

a) 3—60 $m\mu$ sec tartományba eső impulzusok időtartamának mérése, legfeljebb 10%-os hibával,

b) két, esetleg több, egymáshoz képest eltolt impulzus késésének mérése, 3—60 $m\mu$ sec tartományban.

A vizsgálandó jelenségek mindkét mérési feladatnál mind periodikus, mind statisztikus időbeli eloszlásúak lehetnek; megjegyezve természetesen azt, hogy az egy jelenséghez tartozó jelek egymáshoz képesti késése [b) típusú mérés] időben állandó kell legyen.

A berendezés elsősorban negatív feszültségimpulzusokkal kapcsolatban kerül alkalmazásra.

A b) típusú mérés 60 $m\mu$ sec időtartamot meghaladó jelekkel is elvégezhető, ha azok jelhomloka megfelelően meredek.

* Érkezett 1955 III. 1.

A fenti mérési feladatok elvégzésére oszcilloszkópos módszert alkalmazunk. A vizsgálandó jelenségnek a katódsugárcső ernyőjén való ábrázolása közismert módon történik, nevezetesen a katódsugárcső elektronnyalábját egy tetszőlegesen választott időtengely-irányban, egy ún. eltérítő-(sweep)generátor által szolgáltatott — időben ismert lefutású — feszültséggel, az időtengely irányára merőlegesen pedig a vizsgálandó jellel térítjük el.

A katódsugárcső ernyőjén az időtengely irányában mozgó fényfolt eltérítési sebességének, vagy más szóval az időtengely léptékének meghatározásánál figyelembe kell venni, hogy a jel, ill. késés időtartamát csak abban az esetben tudjuk elegendő pontossággal meghatározni, ha a jelnek ill. késésnek az időtengely irányában vett mérete az oszcillográf katódsugárcsővének vonalvastagságát lényegesen meghaladja. Miután normális körülmények között a sugár minimálisan 0,5 mm átmérőjű, a fenti nagyságrendű időtartamok 10⁰%-os pontossággal való meghatározására 3·10⁸ cm/sec nagyságrendű eltérítési sebesség szükséges.

Miután berendezésünkkel nemcsak periodikus, hanem időben statisztikus eloszlású jeleket is vizsgálni akarunk, ezért az időtengelyt adó eltérítő-generátort az általánosan alkalmazott vezérelt eltérítő generátor-(singles-sweep) elvnek megfelelően a vizsgálandó jelenséggel indítjuk meg (triggereljük), ily módon biztosítva, hogy a jel a katódsugárcső ernyőjén mindig ugyanarra a helyre essen és így jól megfigyelhető éles képet kapjunk. Ez annyit jelent, hogy az eltérítő-generátor indítása a mérés természete szerint vagy a vizsgálandó jellel, vagy egy a vizsgálandó jelenséggel merev időkapcsolatban levő jellel történhet. Ha az eltérítő generátort a vizsgálandó jellel indítjuk, figyelembe kell venni, hogy az eltérítő generátor beindulásához véges (néhány tized μ sec) idő szükséges és a vizsgálandó jelet az időtengelyre merőleges eltérítést adó mérőelektródára a beindulási időnek megfelelő kábel-késleltetéssel kell továbbítani. Ez utóbbi késleltetés elsősorban akkor szükséges, ha a vizsgálandó jelet valamilyen statisztikus időbeli eloszlást mutató fizikai folyamat (pl. fotonabszorpció, radioaktív bomlás stb.) hozza létre. Ha ezzel szemben a vizsgálandó jelet tetszés szerinti időpillanatban áll módunkban kiváltani, célszerűbb az eltérítő generátort először beindítani és a vizsgálandó jelet az eltérítő-generátor beindulási idejével késleltetve kiváltani. Ilyen módon elkerülhető, hogy a vizsgálandó jel a késleltetéskor eltorzuljon.

2. §.

Az eddigiekben millimikroszekundum tartományban történő időmérésre vezérelt eltérítő generátoros megoldás került alkalmazásra a vizsgált jelnek derékszögű koordinátarendszerben való ábrázolása mellett [6] [7].

Megjegyezzük, hogy a derékszögű koordinátarendszer alkalmazása mérési célkitűzéseink szempontjából több szempontból hátrányosnak látszik. Így pl. igen rövid jelek esetén a katódsugárcső vízszintes és függőleges eltérítő

lemezei között áthatások jöhetnek létre, melyek az oscillogram eltorzulásához vezetnek. Ugyanakkor hátrányos az is, hogy ha az időtengely hosszát meghaladó időtartamú jelet, vagy ami még lényegesebb — egymáshoz képest az időtengely hosszát meghaladó idővel késő jeleket akarunk vizsgálni, az időtengely léptékét kell növelni, illetve bonyolult berendezést kell alkalmazni, ami a mérés pontosságának illetve áttekinthetőségének rovására megy. Az időmérés pontosságának biztosítására szükséges továbbá, hogy az időtengely eltérítési sebessége állandó legyen, ez derékszögű rendszerben az eltérítő-generátor által szolgáltatott jel időbeli linearitását teszi szükségessé. Ez utóbbi feltétel azonban a megadott eltérítési sebességek nagyságrendjében nehezen ellenőrizhető. A legtöbb alkalmazás szempontjából célszerűtlen az is, hogy a mérendő jelet meglehetősen hosszú vezetéken kell a katódsugárcső eltérítő lemezpárjára vezetni. Ugyanakkor polárcső alkalmazása esetén az ernyő közepén kivezetett mérőelektrodával könnyen megközelíthetjük a mérendő feszültségforrást.

Gyakorlati szempontból legkevésbé sem előnyös, hogy az időtengely előállítása derékszögű koordináta-rendszerben csak speciális kapcsolásokban, elsősorban szekundéremissziós vagy thyatron-csővek [8] alkalmazásával lehetséges. Ez utóbbiak közül különösen a thyatronok tulajdonságai nem annyira állandók, hogy hosszabb üzemidő után az időtengely hitelesítése nélkül megbízható méréseket lehessen végezni. A thyatronokkal felépített eltérítő-generátorral kapcsolatban egyébként megemlítendő, hogy azok a gáz viszonylag hosszabb, sőt ionizációs ideje [pl. 2D 21 típusú xenontöltésű csőnél cca 300 μ sec] folytán olyan beindulási idővel rendelkeznek, mely az általunk előállítani kívánt teljes időtengelyt (60 μ sec) többszörösen meghaladja. Ez egyrészt a mérendő jel nagyobb fokú késleltetését teszi szükségessé, másrészt a katódsugárcsővön megjelenő kép elmosódásához vezethet. Hasonlóképpen hátrányos az is, hogy a gázkisülés deionizációs ideje (cca 50 μ sec az említett típusnál) az eltérítő generátor két egymást követő beindulása közötti időt és így a vizsgálandó jelek minimális időbeli távolságát korlátozza. Ha az eltérítő generátort indító impulzusok időbeni távolságát csökkentve a deionizációs idő nagyságrendjébe jutunk, az eltérítő generátor beindulása bizonytalanná válik.

3. §.

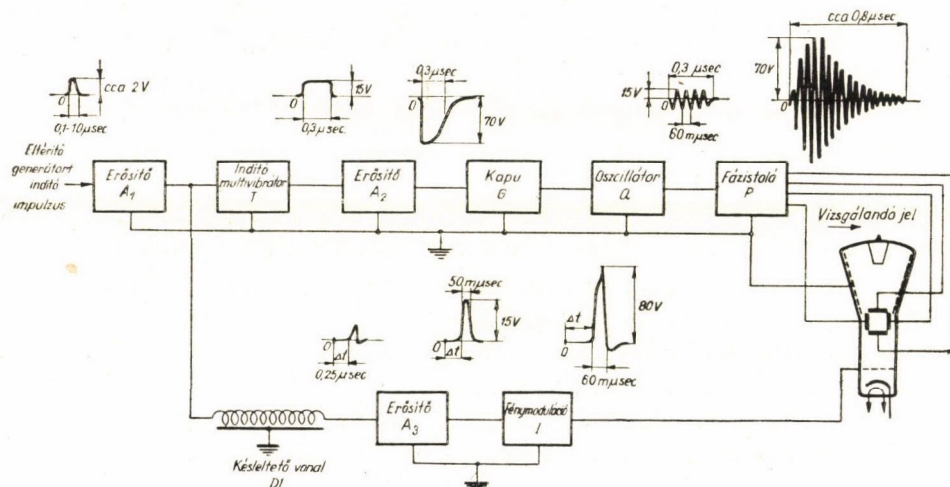
A fenti hátrányok figyelembevételével mérési célkitűzéseink teljesítésére köralakú időtengellyel rendelkező poláris oszcilloszkóp alkalmazása célszerűbb.

Az alábbiakban a berendezés eltérítő-generátorának ismertetésére helyezzük a fősúlyt és a segédáramkörök (a vizsgálandó jellel történő indításnál szükséges késleltető-, nyújtó kör stb.) kérdését csak érintjük. Hasonlóképpen nem térünk ki annak az esetnek vizsgálatára sem, ha a vizsgálandó jel a polárkatódsugárcső radiális érzékenysége által megszabott 20 V-os amplitudót nem

éri el és így láncerosító alkalmazása szükséges. Ezzel kapcsolatban megemlítendő az, hogy a poláris katódsugárcsövek viszonylag kis eltérítő érzékenységgel rendelkeznek.

A poláris rendszerben az időtengelyt egy csengő (triggerelt) oszcillátorral állítjuk elő, oly módon, hogy az oszcillátorról kimenő szinuszos jelcsoporthoz — melynek kezdeti fázisa a polár eltérítő generátort beindító jellel időben adott — két egymáshoz képest 90° -kal eltolt szinuszos vonulatot állítunk elő, melyet a polár-katódsugárcső függőleges, ill. vízszintes eltérítő lemezpárjaira kapcsolunk. Ennek hatására az elektronnyaláb az ernyőn egy spirálist ír le. A mérés természete szerint ebből egy vagy több egymáshoz csatlakozó kör kerül felhasználásra oly módon, hogy a spirálist a katódsugárcső-ernyőn, a kívánt időtartam kivételével, kioltjuk.

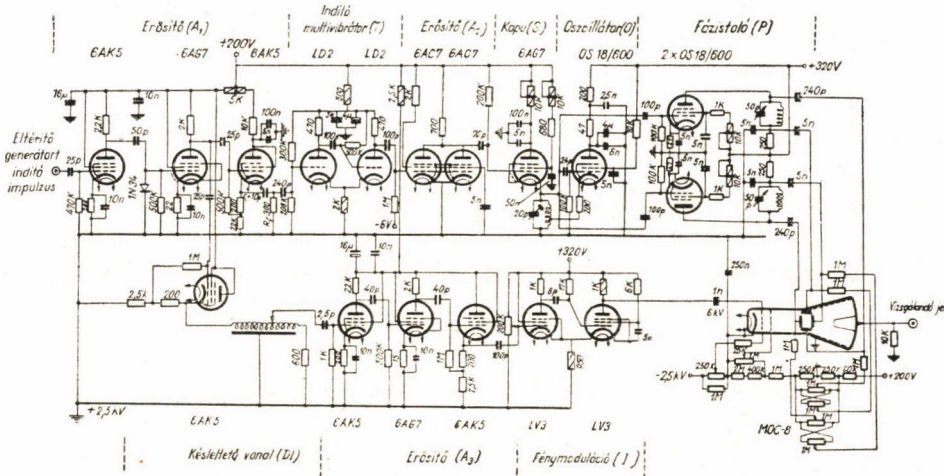
Ez a kapcsolás normál vakuumcsövekkel megoldható és ezért az indítójelek minimális időbeli távolsága kb. egy nagyságrenddel kisebb lehet, mint thyatronok esetében. Előnyös az is, hogy abban az esetben, ha az időtengely valamelyik szakaszában az eltérítési sebesség megváltozik, ez a kör eltorzulásból azonnal észrevehető.



1. ábra

A berendezés elvi felépítése az 1. ábrán látható. Az ábrán az egyes fokozatok jelalakjait is feltüntettük vázlatosan. Az időtengelyt előállító eltérítő-generátor beindítására szolgáló impulzus az A_1 erősítőn történő megfelelő előerősítés után, egy a jeleket egységesítő $0,3 \mu\text{sec}$ jelidőtartamú T monostabil multivibrátorra jut, amely a tulajdonképpeni indító impulzust szolgáltatja a polár-eltérítőgenerátor számára. Ez utóbbi indító-jel az A_2 erősítőben történő felerősítés és fázisfordítás után, a G kapucső útján az O oszcillátort rezgőkörre által megszabott rezgésbe hozza. Az oszcillátorból kijövő rezgést a

P kettős fázistoló-erősítő fokozatra visszük tovább, ahonnan a fenti rezgéseknek egymáshoz képest fázisban 90° -kal eltolt párja a polár-katód sugárcső vízszintes, ill. függőleges eltérítő lemezeire jut. A polár-katód sugárcső anód-árama normális körülmények között le van zárva és kizárólag akkor nyitjuk fel egy — esetleg több — periódusra, a Wehnelt-cilinderre adott pozitív fénymodulációs impulzussal, ha a fázistoló-erősítő kimenőjele a maximális amplitudót elérte.



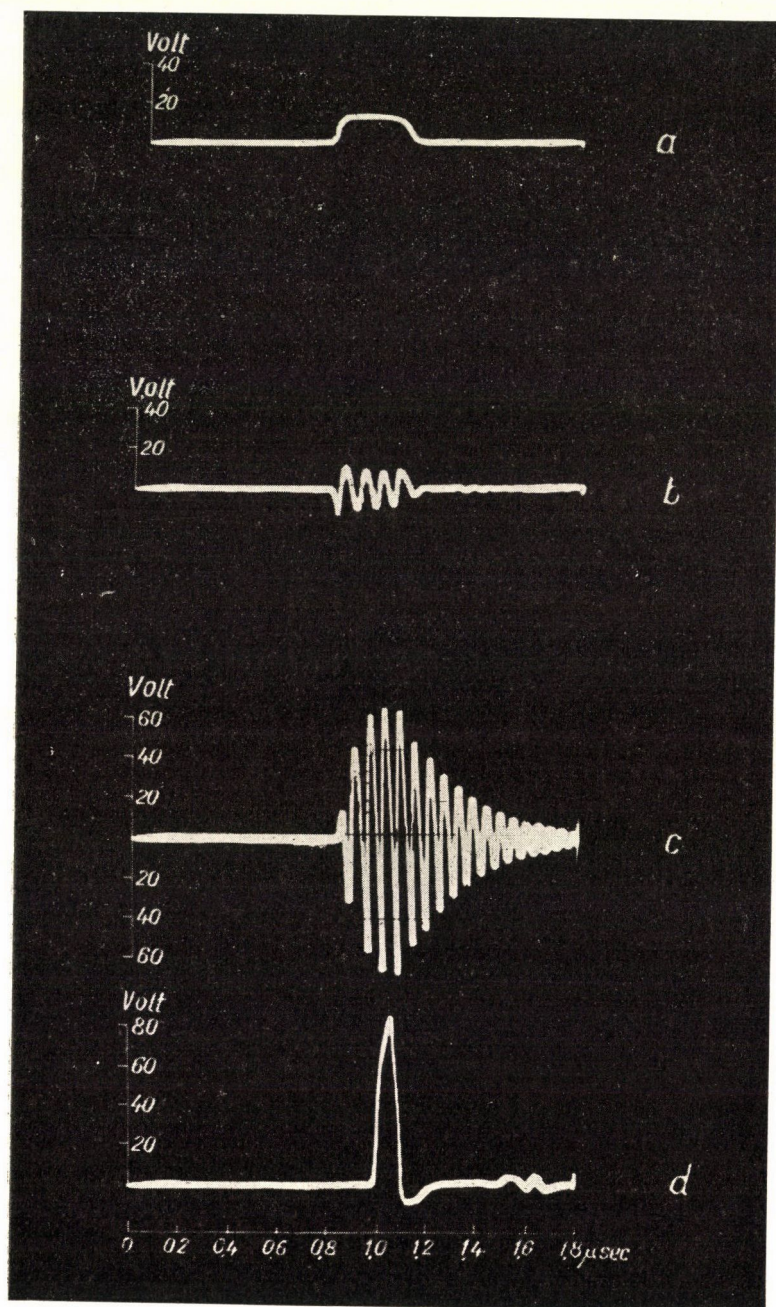
2. ábra

A fénymodulációs impulzus előállítására az A_1 erősítőtől a T multivibrátorra menő jelet a DI késleltető vonalra is rávisszük és megfelelően késleltetve az A_3 erősítőre, majd egy monostabil multivibrátorra, mely a fénymodulációs impulzust adja, visszük át.

A megépített készüléknél elsősorban a minimális — egy körnek megfelelő — időtartamú fénymodulációs impulzus megvalósítására törekedtünk, mivel több periódus kivilágítása technikailag már könnyebb.

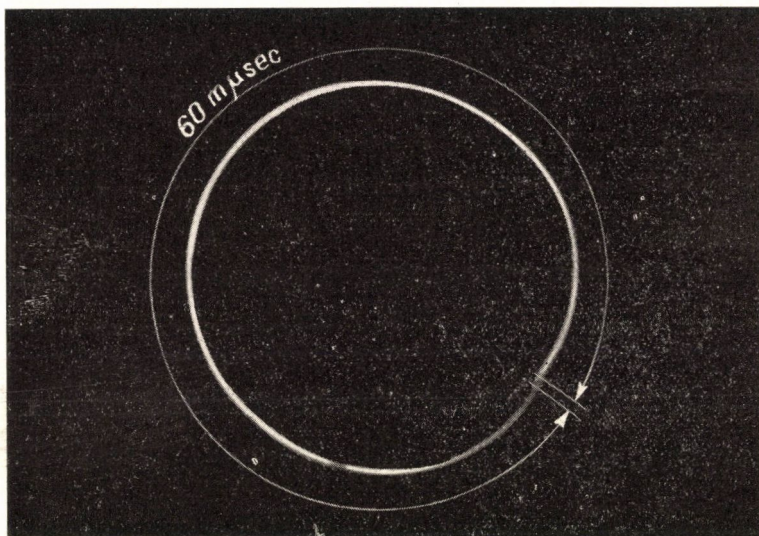
Az alábbiakban a 2. ábrán látható részletes kapcsolási rajz alapján az egyes fokozatok felépítésének lényegesebb szempontjait foglaljuk össze.

Rendszerünk működtetésének nulla időpontját a bejövő jel homloka adja meg, így tehát megengedhető, hogy az eltérítő generátort indító jel bizonyos határok között tetszőleges időtartamú legyen. Az A_1 erősítőtől tehát elsősorban azt kell megkövetelnünk, hogy az eltérítő generátort indító impulzus emelkedési idejét ne növelje és lehetőség szerint rövid jeleket is átvigyen. Ez utóbbi megkötés különösen akkor lényeges, ha az eltérítő-generátort magával a vizsgálandó jellel indítjuk be. Az A_1 erősítő $0,1 \mu\text{sec}$ minimális hosszúságú jel esetén még üzembiztosan billenti át a T multivibrátort. Amennyiben ennél rövidebb impulzussal kell az eltérítő-generátort indítani, úgy az A_1 erősítő elé kapcsolt megfelelő nyújtó fokozatra visszük először az indító jelet.



3. ábra

A 2. ábrán látható A_1 erősítő a beérkező jelet cca $50 \text{ m}\mu\text{sec}$ emelkedési idővel viszi át. Az ily módon felerősített és a C_1R_1 (l. 2. ábrán) időállandóval differenciált jel indítja meg az LD2¹-es típusú csövekből álló multivibrátort. Az LD2-es csövek alkalmazását a rövid emelkedési idejű jel megvalósítására szükséges nagy meredekség és kis anódkapacitás tette szükségessé. Ez az ún. indító multivibrátor 15 Volt amplitudójú, $0,3 \mu\text{sec}$ hosszú, kb. $30 \text{ m}\mu\text{sec}$ emelkedési idejű pozitív jelet (3. a. ábra) ad az A_2 erősítőfokozatra, amely egyben fázisfordítást is végez és az oszcillátor G kapucsővét egy kb. 70 Voltos negatív lökessel lezárja. A G kapucső katódkörében lévő rezgőkörben az ott felhalmozott mágneses energia a kapucső lezárásakor csillapított rezgést hozna létre, azonban az O oszcillátorcső a megfelelően választott visszacsatolás segítségével a rezgés energiavesztését fedezni tudja és így a katódkörben állandó amplitudójú rezgés vonulat alakul ki. (3. b. ábra.) A rezgés vonulat frekvenciáját a katódköri rezgőkör sajátfrekvenciája, időtartamát pedig a kapucső rácsára futó jel hossza szabja meg. A P fázistoló fokozat két Tungstram OS 18/600 csőből áll, melyek az oszcillátorból kijövő erősítendő rezgés frekvenciájára vannak hangolva. Ez a fokozat a 90° -os fáziseltoláson túlmenően az oszcillátorfokozat kimenetén megjelenő jel erősítésére is szolgál. Meg kell



4. ábra

jegyeznünk, hogy a mérés szempontjából némi hátrányt jelent, hogy a kettős fázistoló-fokozat kimenetén a rezgés amplitudója exponenciálisan emelkedik és esik le (3. c. ábra). Ez a tény azonban még akkor sem játszik túlságosan lényeges szerepet, ha az eltérítő-generátort a vizsgálandó jellel indítjuk, miután

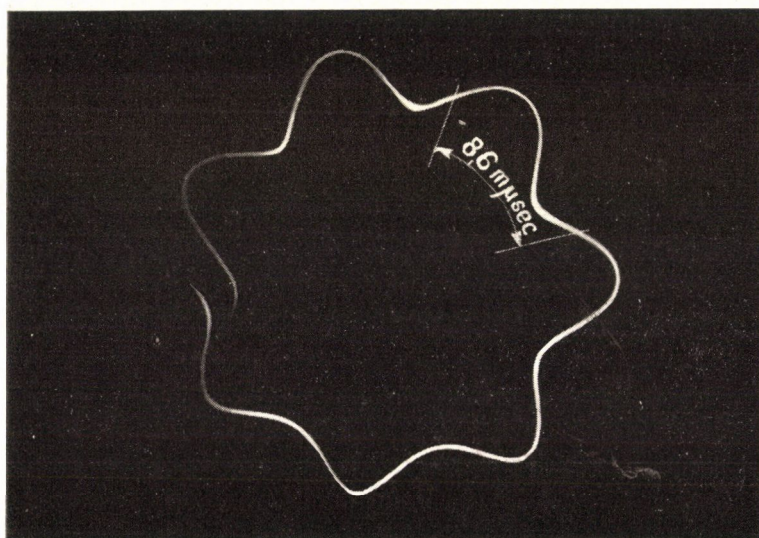
¹ Telefunken gyártmányú cső.

a fázistoló jelének a maximális amplitudóra való felnövekedéséhez szükséges idő (a 3. c. ábra szerint kb. 100 μsec) az eltérítő generátor beindulási idejével megegyezik.

A katódsugárcsőnél szükséges fénymodulációt — mint már említettük — az A_1 erősítő után egy DI késleltető vonalra vitt és Δt -vel késleltetett, majd A_3 -mal felerősített jellel vezérelt monostabil multivibrátor végzi. Az általunk használt MOC-8 polár katódsugárcső lezárására cca — 80 Volt szükséges. Így az I fénymodulációs fokozatnak egy 80 Volt-os amplitudójú és egy periódusnak megfelelő — cca 60 μsec időtartamú jelet kell előállítania. Ez utóbbi célra két LV3¹ csőből felépített multivibrátor szolgál. Mint az a 4. ábrán látható 60 μsec -os (16,7 Mc/sec) időtengely képéről megállapítható, a fénymodulációs multivibrátor számunkra kielégítő eredményt ad.

4. §.

A berendezés időtengelyének hitelesítésére egyrészt a P fázistoló fokozat alaphfrekvenciájának ellenőrzése szükséges. Miután vezérelt üzemben a fázistolóból kisugárzott energia időbeli átlaga kisebb, oly módon jártunk el, hogy a kapucsövet állandóan lezárva tartottuk és az oszcillátort — és természetesen a fázistolót is — állandó rezgésre gerjesztettük. Így olyan nagy energiát kap-

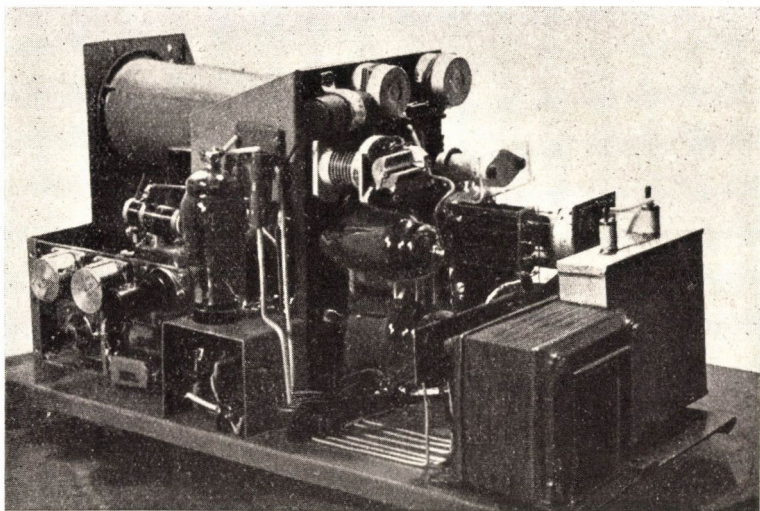


5. ábra

tunk, amely abszorpciós hullámmérővel jól mérhető. A körsweep körülfutási ideje így 60 μsec -nek adódott. A polár rendszernek az a tulajdonsága, hogy a kapucső lezárásával folytonos rezgés állítható elő, melynek frekvenciája szükségszerűen megegyezik a szinuszos jelcsoport alaphfrekvenciájával, a hite-

lesítés szempontjából igen előnyös, összehasonlítva a derékszögű rendszerben való jelábrázolásnál szükséges lineáris eltérítő-generátorral, ahol az időtengely elsősorban ismert időtartamú impulzusokkal hitelesíthető.

A polár eltérítő-generátort beindító jelek időbeli távolsága $2 \text{ msec} - 2 \mu\text{sec}$ határok között változtatható. A felső határt a katódsugárcső ernyőjének utánvilágítási ideje és hatásfoka szabja meg, míg az alsó határt az egyes fokozatok holtideje. Lényegében ez az utóbbi a fázistoló fokozat lecsengési idejével egyezik meg: berendezésünknel ez a határ kb. $0,8 \mu\text{sec}$.



6. ábra

A készülék kipróbálására egy cca 120 Mc/sec rezgési frekvenciájú csengő oszcillátor jelcsoportját vizsgáltuk az ernyőn. A katódsugárcső ernyőjén megjelenő jel kb. természetes méretben az 5. ábrán látható. Az ábrán időmoduláció (jitter) nem mutatható ki. Az ábra alapján megállapíthatjuk, hogy az egyes — egyenként cca $8,6 \mu\text{sec}$ időtartamú — szinuszrezgések olyan mértékben jól láthatók, hogy a fenti időtartamnak kb. 10-ed része is mérhető. A minimális mérhető időtartam vonatkozásában a katódsugárcsőben belül az elektronnyaláb futási ideje sokkal inkább korlátozó hatású, mint az elektronika többi része, miután technikailag az általunk használt eltérítő sebességénél lényegesen magasabb értékek is megvalósíthatók, különösebb nehézség nélkül.

A fentiekben ismertetett berendezés kísérleti példánya a 6. ábrán látható. A felépítésnél, tekintettel az alkalmazott magas frekvenciákra, különös gondot kellett fordítani az egyes fokozatokat összekötő vezetékek rövidségére és a káros csatolások megszüntetésére.

Köszönetünket fejezzük ki *Jánossy Lajos* professzornak a fenti munkával kapcsolatos útmutatásaiért. A berendezés konstrukciója során nyújtott tanácsaiért *Zsdánszky Kálmánt*, egyes kérdések diszkussziójáért *Mezey Miklóst* és *Szabó Nándort*, a kísérleti példány építésében kifejtett munkájáért pedig *Lendvay Bélát* illeti köszönet.

IRODALOM

- [1] *R. D. Sard*, Journ. Appl. Phys. 17, 768, 1946.
- [2] *G. Papp*, Rev. Sci. Instr. 21, 568, 1948.
- [3] *A. Landby*, Phys. Rev. 80, 477, 1950.
- [4] *J. S. Allen és T. C. Englender*, Rev. Sci. Instr. 22, 401, 1951.
- [5] *R. G. Smith*, Rev. Sci. Instr. 22, 166, 1951.
- [6] *G. G. Kelley*, Rev. Sci. Instr. 21, 71, 1950.
- [7] *H. F. Moody és G. J. R. Mc Lusk*y, Electronic Eng. 24, 287, 1952.
- [8] *H. A. Prime és P. Ravenhill*, Rev. Sci. Instr. 27, 192, 1950.

γ -SUGARAK SZÁMLÁLÁSA SZCINTILLÁCIÓS SZÁMLÁLÓVAL

KESZTHELYI LAJOS

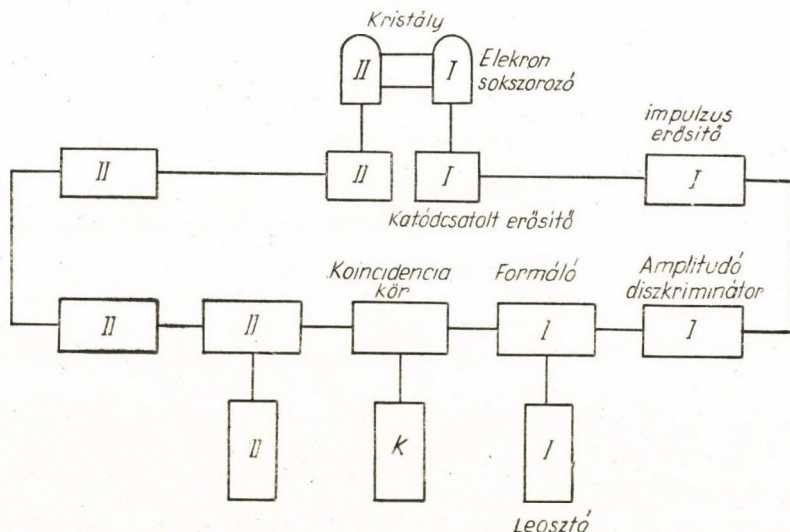
Központi Fizikai Kutató Intézet, Elektromágneses Hullámok Osztálya, Budapest

A dolgozat egy γ -sugarak számlálására szolgáló szcintillációs számláló berendezés alkotórészeit ismerteti. A számláló γ -sugarak számlálására vonatkozó hatásfoka szűretlen Ra γ -sugárzása esetén $13,4 \pm 0,2\%$, Co⁶⁰ γ sugárzása esetén $14 \pm 0,3\%$.

Bevezetés

A részecskeszámlálás területén a nemrég felfedezett szcintillációs számláló sok új lehetőséget jelent [1]. Ez a dolgozat egy γ -sugarak számlálására kidolgozott berendezés és a berendezéssel végzett néhány hitelesítő mérés leírását tartalmazza.*

A szcintillációs számlálók működése a következő: valamilyen szcintilláló anyagban a számlálandó részecskék hatására látható fény keletkezik. A fotonok egy fotoelektronsokszorozó katódjából fotoelektronokat váltanak ki, ezek felsokszorozódva a sokszorozó anódján elektromos impulzust adnak. Az im-



1. ábra. Az elektronikus berendezés blokksémája

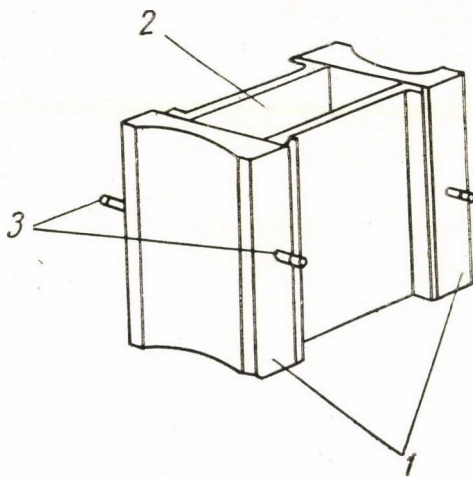
* A dolgozat anyaga a szerző 1954. március 15-én benyújtott kandidátusi disszertációjának egy része.

pulzusokat elektronsöves erősítő erősíti, egy amplitudó diszkriminátor pedig egy meghatározott amplitudónál nagyobb impulzusokat tovább enged egy számláló berendezés felé, kisebbeket pedig nem. A diszkriminátorra azért van szükség, hogy a jelimpulzusok amplitudó eloszlását tanulmányozhassuk és a jelimpulzusokat az elektronsokszorozó zajimpulzusaitól (szobahőmérsékleten 10^4 – 10^5 imp/sec) elválasszuk. Ezt a legegyszerűbben akkor lehet megvalósítani, ha a jelimpulzusok amplitudója nagyobb, mint a zajimpulzusoké. Ha a kétféle impulzusok amplitudója összemérhető, akkor a zavaró zajimpulzusok számát koincidencia kapcsolással csökkenthetjük [1].

Az 1. ábrán látható a megépített berendezés blokkismája. A következőkben részletesen áttekintjük az egyes alkotórészek sajátosságait.

A szcintilláló kristály, kristálytartó és fotoelektronsokszorozó

A mérőkristályként használt talliummal aktivált NaJ kristály* méretei: $10,4 \cdot 16,2 \cdot 22,1$ mm. A kristály szemmel nézve teljesen víztiszta, átlátszó. A NaJ erősen higroszkópos vegyület, szabad levegőn felülete megsárgul. Az átlátszatlan sárga jódréteget acetonnal le lehet mosni a kristályról. A megtisztított kristály paraffin olajban sötét helyen hónapokig átlátszó marad.

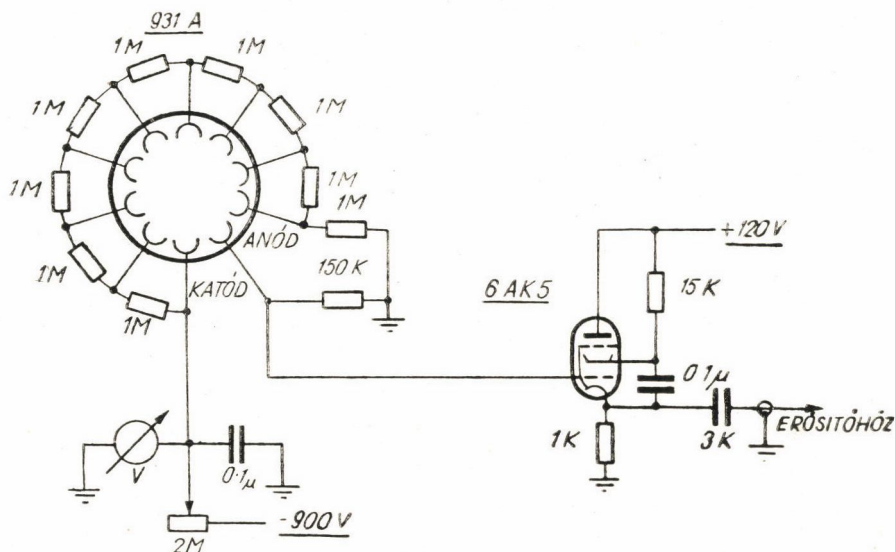


2. ábra. A kristálytartó rajza. (1) egyik oldalukon hengeresre mart plexilemezek, (2) U alakban hajlított sárgarézlemezek, (3) rézcsapok, melyekre a kristálytartót az elektronsokszorozóhoz rögzítő acélrugó kerül

A kristályt mérés közben a fotoelektronsokszorozó katódjához minél közelebb kell elhelyezni, hogy minél jobb legyen a fényösszegyűjtés és ned-

* Készítette Tarján Imre, a fizikai tudományok kandidátusa és Turchányi György adjunktus. A kristály elkészítéséért ezúton is köszönetet mondok.

vességtől védő olajréteggel kell körülvenni. Ezt a célt szolgálja a kristálytartó (2. ábra). U-alakban hajlított és az éleken peremezett 0,5 mm vastag rézlemez két oldalt egy-egy plexilapra van ragasztva (hidegen kötő „araldit” cementtel). A plexilemezek hengeresre mart oldalukkal illeszthetők a két elektron-sokszorozó hengeres üvegballonjára. A kristálytartóba helyezett kristály parafinolajban áll és négy oldalról 0,1 mm vastag reflektáló alumínium fólia veszi



3. ábra. Az elektronsokszorozó és katódcsatolt erősítő kapcsolási rajza

körül. A NaJ kristály törésmutatója nagy: 1,77 [2]. Téglatest alakú kristályból a kristályban keletkező fénynek 8,7%-a lép ki bármelyik lapon a levegőbe, a további 48% a totálreflexió miatt nem lép ki [2]. Az alaplapon kilépő fény mennyiségét az oldallapokon lévő reflektáló felületek csak elhanyagolható mértékben növelik meg, míg a fedőlapon levő reflektáló lemez kb. kétszeresi [2]. Az általam használt 931/A elektronsokszorozó esetén nem kerülhető el a totálreflexió miatt bekövetkező veszteség, mert a fotokatód és az üveggallon között vákuum van.

A kristálytartót acélrugó rögzíti a két elektronsokszorozó üvegballonjához. A kristály kb. három hónapig volt ebben a helyzetben és eközben szemmel semmi elváltozás nem volt tapasztalható rajta.

A fotoelektronsokszorozó 931/A típusú, 9 sokszorozó fokozattal, üvegballonon belül elhelyezett kb. 1,9 cm² felületű fotokatóddal.

Az egyes dinódák 1 M Ω -os ellenállásokból álló láncról kapják a tápfeszültséget, összesen kb. 900 V-ot anódtELEPEKBől. Az osztóláncra jutó feszültséget változtatható előtétellenállással (2 M Ω -os potenciométer) lehet szabályozni, külön-külön mindkét sokszorozónál. A tápfeszültség nagyfrekvenciás zavarait egy-egy 0,1 μ F-os kondenzátor szűri.

Az elektronsokszorozók impulzusai közvetlenül egy-egy katódcsatolt erősítőbe jutnak, amelyeket nagy bemenő és kis kimenő impedancia jellemez. E fokozat közbeiktatása azért szükséges, hogy az erősítőhöz vezető hosszabb kábel kapacitása (kb. 50 pF) ne növelje meg az elektronsokszorozó anód-föld kapacitását. Az elektronsokszorozó és katódcsatolt erősítő kapcsolási rajza a 3. ábrán látható.

Impulzuserősítő

Az elektronsokszorozó impulzus-amplitudójának nagyságrendje 0,1 V. Ezért további erősítésre van szükség. Ezt a célt egy-egy impulzus-erősítő szolgálja.

Az impulzuserősítő lényegében egy szélessávú erősítő, amelynek ν_a alsó határfrekvenciáját az erősítendő impulzusok időtartama, ν_f felső határfrekvenciáját az impulzusok emelkedési ideje szabja meg.

A szélessávú erősítők alsó határfrekvenciája a fokozatokat csatoló RC időállandók értékétől függ. Formahű átvitelhez az szükséges, hogy ez az időállandó lényegesen nagyobb legyen, mint az impulzusok időtartama, mert egyébként az RC-körök az impulzusok alakját eltorzítják, „differenciálják“. Az időállandót azonban veszélyes nagyra választani, ha igen nagy amplitudójú impulzusok mellett kis amplitudójú impulzusokat is kell vizsgálni. A nagy pozitív impulzusok valamely cső rácsán rácsáramot idézhetnek elő, amely a C kapacitást feltöltve a cső munkapontját változtatja meg. Ha a C kapacitás az R ellenálláson át a következő impulzusig kisül, akkor az erősítés nem változik meg a munkapont megváltozása miatt. Ezért gyorsütemű számlálásnál a csatoló RC időállandót kicsire kell választani.

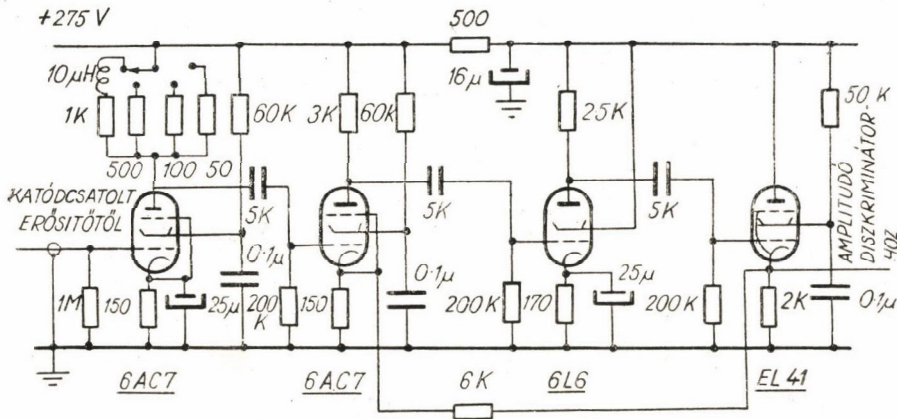
A felső határfrekvencia megválasztása már nagyobb probléma. A felerősített impulzusok az erősítő R_a anódenellenállásán jelennek meg, amellyel parallel van kapcsolva az anód-katód kapacitás (C_{ak}), a következő erősítő fokozat bemenő kapacitása (C_{be}) és az anódot terhelő szórt kapacitások (C_{sz}) összegéből eredő C_a kapacitás ($C_a = C_{ak} + C_{be} + C_{sz}$).

Az erősítő felső határfrekvenciáját az $R_a C_a$ kör határozza meg: $\nu_f = \frac{0,1}{R_a C_a}$ [3]. Az impulzusok emelkedési ideje és a felső határfrekvencia között a következő összefüggés van: $t_m \approx \frac{1}{2} \nu_f$. Az emelkedési időt előnyös így kifejezni, mert a felső határfrekvencia pontosabban mérhető kommerciális elektronikus mérőberendezéseinkkel, mint az emelkedési idő közvetlenül. t_m kifejezésének ezenkívül még az az előnye, hogy többfokozatos erősítő esetén is érvényes [4], amikor is ν_f az egész erősítő sáv szélessége.

Az impulzuserősítő tervezésében még egy nehézség van, ez a kivezérlés problémája. Kivánatos, hogy az erősítés eredményeképpen a kimenő impulzusok közül a legnagyobbak elérjék a 100 V-ot. Eközben az erősítésnek

lineárisnak kell maradnia, hogy az impulzusok amplitúdószerinti eloszlása ne változzék meg az erősítőn való áthaladás közben. Ehhez pozitív kimenő impulzusok esetén az kell, hogy a végső cső anódeellenállásán legalább 110–120 V feszültségesés legyen nyugalmi állapotban.

Ezeknek az általános elveknek megfelelően terveztem és építettem meg a mérésekhez szükséges két impulzuserősítőt. A kapcsolási rajz a 4. ábrán látható.



4. ábra. Az impulzuserősítő kapcsolási rajza

Az első fokozatban önindukció kompenzáció javítja a sávszélességet, a második és harmadik fokozatban pedig negatív visszacsatolás. A harmadik fokozat egy végerősítő cső, a 100 V-os kivezérlest 70 mA-es anódáram és 2,5 KΩ nem induktív anódeellenállás biztosítja. Az erősítő felső határfrekvenciája 4,5 Mc, középfrekvenciás erősítése 350-szeres.

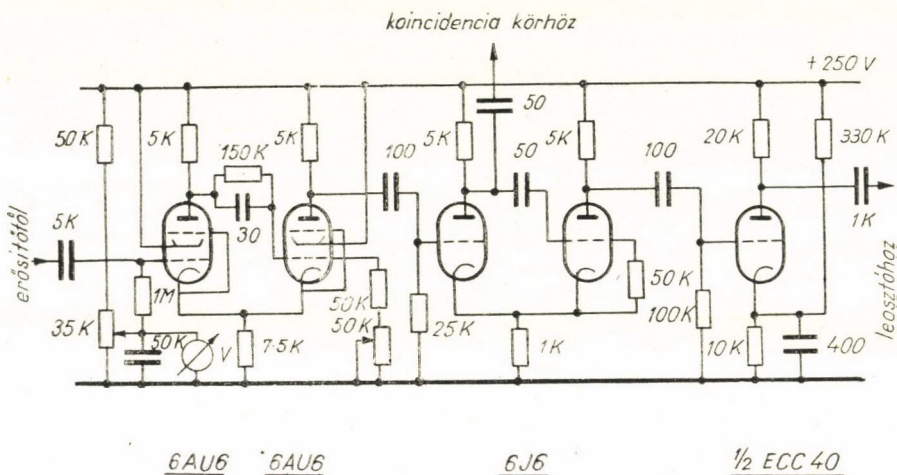
Amplitúdó diszkriminátor

Az amplitúdó diszkriminátor fokozat — mint említettük — két szempontból szükséges. Egyrészt azért, hogy a jelimpulzusokat a nagyszámú zajimpulzustól elválasszuk, másrészt azért, hogy a jelimpulzusok amplitúdóeloszlását vizsgálhassuk. A diszkriminátornak a következő főbb tulajdonságokkal kell rendelkeznie:

- Nagy bemenő impedancia, hogy az erősítőt ne terhelje.
- Éles diszkriminálási nivó, hogy kis amplitúdókülönbségek is mérhetők legyenek.
- Azonos amplitúdójú és meredekségű kimenő impulzusok, függetlenül az impulzusok amplitúdójának a diszkriminálási nivó felett levő nagyságától.
- Stabil működés, a diszkriminálási nivó lehetőleg ne változzék hosszabb idő alatt sem.

e) Lehetőség 100 V terjedelmű amplitúdóspektrum vizsgálatára.

Ezeket a követelményeket a Schmitt-féle billenőkör bizonyos módosításával lehetett a legjobban megközelíteni [5]. A megépített diszkriminátor kapcsolási rajza az 5. ábrán látható.



5. ábra. Az amplitúdó diszkriminátor és formáló kör kapcsolási rajza

Az amplitúdó diszkriminátorból kijövő impulzusok amplitúdója nem teljesen egyenletes. Ennek oka az, hogy a diszkriminátorba bemenő impulzusok alakja háromszögszerű és ha az impulzusnak csak egy kis hegyes csúcsa van a diszkriminálási nivå felett, akkor a billenés nem teljes, a kimenő impulzus amplitúdója kisebb, mint a teljes átbillenésnél keletkező impulzusok amplitúdója [5]. Ezért szükség volt további formálásra. Az amplitúdó diszkriminátorból kijövő impulzusa pozitív, az impulzusleosztó berendezés működtetéséhez negatív impulzus kell. A formáló és fordító kör kapcsolása szintén az 5. ábrán látható.

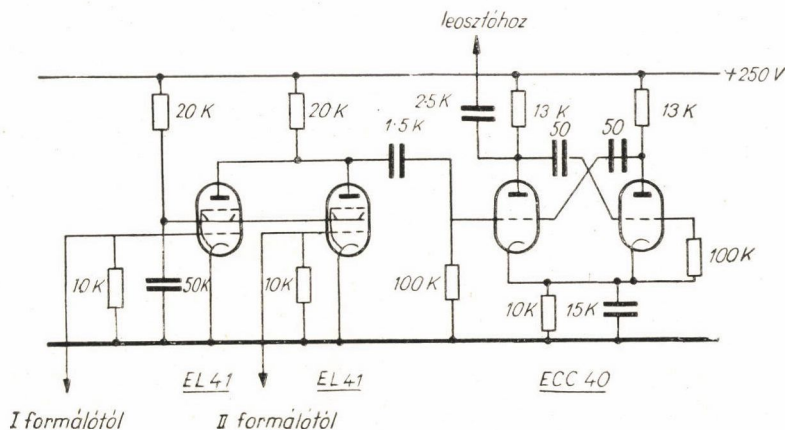
Koincidenca kör

A fordítókör első csövének anódjáról az impulzusok $0,5 \mu \text{ sec}$ időállandójú RC körrel differenciálva a koincidenca körbe jutnak. A koincidenca kör Rossi-kör, amelynek kapcsolási rajza a 6. ábrán látható. A koincidenca készlék τ felbontóképességét a véletlen koincidenciák számából állapítottam meg. Az N_V véletlen koincidenciák száma és a τ felbontóképesség között az összefüggés:

$$N_V = 2 \cdot N_I \cdot N_{II} \tau$$

ahol N_I az I, N_{II} a II számláló által észlelt impulzusok száma. A mérés eredménye $\tau = 1,3 \pm 0,03 \mu \text{ sec}$.

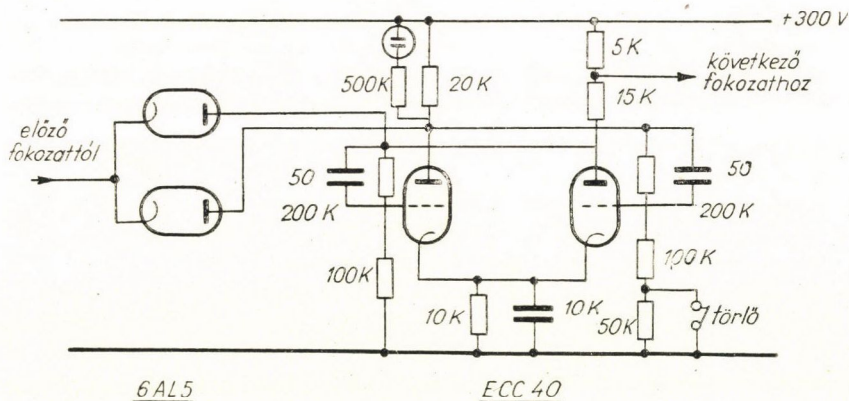
A 6. ábrán még egy egy-stabil-állapotú multivibrátor kapcsolási rajza is látható. Ez kiválasztja a Rossi-kör kimenetén a koincidencia-impulzusokat, ezeket a leosztó berendezés működtetéséhez szükséges amplitúdóra erősíti.



6. ábra. A koincidencia kör kapcsolási rajza. A multivibrátor a koincidencia kör impulzusaiból a leosztó fokozat működtetéséhez szükséges nagyságú és előjelű impulzusokat formál

Impulzusleosztó és számláló berendezés

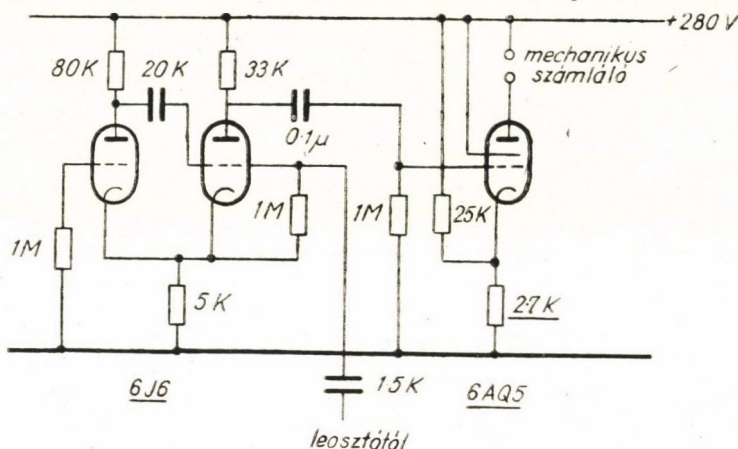
Az I. és II. számlálóból és a koincidencia-berendezésből jövő impulzusok számlálására három impulzusleosztó és számlálóberendezés szolgál. A leosztók egyenként 8 db sorbakapcsolt kettes osztású fokozatból állnak. Egy



7. ábra. A leosztó berendezés egy fokozatának kapcsolási rajza

fokozat kapcsolási rajzát a 7. ábra mutatja. A mechanikus számlálót meghajtó fokozat kapcsolása a 8. ábrán látható.

Ha a leosztó berendezések nagyobb számlálási ütemben dolgoznak, akkor nagyon fontos ismerni felbontóképességüket, mert az időben statisztikusan érkező impulzusok közül észrevehető rész eshet ki a számlálásból. Felbontóképesség alatt azt a T időt értjük, amelynek el kell telni két impulzus között, hogy a berendezés külön regisztrálja őket. A mérést periodikus jeleket adó szignálgenerátorral is elvégezhetjük, ebben az esetben a leosztó nem működik, ha $1/\nu$ kisebb, mint T , ahol ν a generátor periodikus jelének frekvenciája. A megálláshoz tartozó ν_m frekvencia reciproka a felbontási idő.



8. ábra. A mechanikus számlálót meghajtó fokozat kapcsolási rajza

A felbontóképesség különböző volt a három leosztónál, T értékei $5,5 \mu \text{ sec}$, $8 \mu \text{ sec}$ és $8,7 \mu \text{ sec}$ -nek adódtak. Ennek oka az, hogy a három leosztó a formálókör kimenetétől különböző távolságban volt, a rendre hosszabb összekötő vezetékek rendre nagyobb kapacitív terhelést jelentettek a leosztók első fokozatain, ami miatt rendre csökkent a felbontóképesség. A felbontóképesség mérésének hibája kb. 3% .

A felbontóképesség ismeretében könnyen kiszámíthatjuk statisztikusan érkező impulzusok esetére a korrekciót. Ha a leosztóberendezések felbontóképessége nem függ a bejövő impulzusszámtól, akkor n/sec mért impulzus esetén a leosztót elérő impulzusok száma [6]:

$$N = \frac{n}{1 - nT}$$

A mechanikus számláló 8 fokozatos ($1/256$) leosztás esetén csaknem teljesen periodikusan dolgozik. Ezért a mechanikus számláló véges felbontóképessége miatt a mérések folyamán nem kell korrekciót alkalmazni, ha a mechanikus számláló kevesebb impulzust számlál, mint a mechanikus számláló esetében periodikus jellel mért megálláshoz tartozó ν_m frekvencia. Számszerű becslés is azt mutatja, hogy a mechanikus számláló véges felbontóképessége ilyenkor teljesen elhanyagolható hibát okoz [6].

Természetesen a periodikus jelekkel mért felbontóképesség nem túlságosan megnyugtató a statisztikus számlálás szempontjából. Kíváncsi a felbontóképességet a mérendő statisztikus jelekkel is ellenőrizni. Szükségesnek látszott annak eldöntése is, hogy valóban független-e a leosztóberendezések felbontóképessége a bejövő impulzusszámtól, tehát a fenti korrekció alkalmazható-e. Erre a problémára külön visszatérünk.

A leosztóberendezések működésének másik fontos problémája az, hogy a berendezés számlál-e minden bemenő impulzust, vagyis a leosztás helyese állandó-e hosszabb időtartamon keresztül. Erről legegyszerűbben úgy győződhetünk meg, hogy ismert és konstans impulzusforrást kapcsolunk a berendezésre hosszabb időre (8–10 óra). Ilyen statisztikus impulzusgenerátor nincsen. Ismert periódusú impulzusgenerátor is megfelel a célnak, ha időben állandó a periódusa. Az 50 periódusú hálózat ilyen — elvben. Gyakorlatban ilyen lehet, ha az időt szinkronórával mérjük, amely az esetleges periódusváltozást követi. Ezzel a módszerrel próbálkozva egészen 1%-ig terjedő eltérések mutatkoztak a számlált és a számított impulzusszám között. Az eredmény nem dönti el a kérdést a leosztó rovására, mert a szinkronóra is hibás lehet.

Ha valamilyen impulzusgenerátorra kapcsolva mindhárom leosztó berendezést azt tapasztaljuk, hogy mindegyik ugyanannyit számlál, akkor nagyon kicsi a valószínűség arra, hogy mindegyik azonos mértékben rosszul számláljon.

I. TÁBLÁZAT

A leosztó berendezések korrekciója

1	2	3	4	5	6
Számláló	T' sec	Imp. szám/sec korrekció nélkül	Max. eltérés %	Imp. szám/sec korrekció után	Max. eltérés %
I	$1,1 \cdot 10^{-5}$	$3566 \pm 1,2$	$\sim 1\%$	3706	$\sim 0,16\%$
II	$1,25 \cdot 10^{-5}$	$3544 \pm 1,2$		3702	
III	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$3532 \pm 1,2$		3708	
I	$1,1 \cdot 10^{-5}$	$1070,8 \pm 0,4$	$\sim 0,35\%$	1083,4	$\sim 0,2\%$
II	$1,25 \cdot 10^{-5}$	$1066,9 \pm 0,4$		1081,3	
III	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$1066,2 \pm 0,4$		1082,2	

A három leosztóberendezést egy periodikus impulzusgenerátorra (EMG 1151 típus) kapcsoltam és 7,5 órás üzem közben a maximális eltérés az egyes leosztó berendezések között 0,023% volt.

Nagyon fontos tudni, hogy statisztikus impulzusok esetén hogyan dolgoznak a leosztó berendezések. A fenti eljárás statisztikus impulzusok esetén

is megfelelő, mivel a bemenő impulzusok számát nem szükséges ismerni. Az elektronsokszorozó zajimpulzusait használva statisztikus impulzusgenerátorként az eredmény első pillantásra rossznak látszott, a három leosztó berendezés nem dolgozott együtt. Az eltérés relatív mértéke azonban különböző volt különböző számlálási ütemek esetén. Ha a sec-kénti impulzusszám nagyobb volt, akkor nagyobb volt a relatív eltérés, mint kisebb számlálási ütem esetén (I. táblázat). A számlálási ütem és a relatív eltérések között levő összefüggést vizsgálva kiderült az, hogyha figyelembe vesszük a leosztó berendezések különböző T' felbontóképességét (ez a parallel kapcsolás miatt nem azonos a fentebb említett T felbontóképességekkel) és a fenti korrekciót elvégezzük mindhárom leosztó esetén, akkor a korrigált értékek relatív eltérése kisebb a korrekciónélküli relatív eltéréseknél. Az I. táblázatban két különböző számlálási ütemmel végzett mérés adatait tüntettem fel: a 2. oszlopban a T' felbontóképességeket, a 3. oszlopban a mérési adatokat korrekciók nélkül, a 4. oszlopban ezek maximális eltérését %-ban, az 5. oszlopban a mérési adatokat a fenti formula alapján korrigálva, a 6. oszlopban a korrigált értékek esetén a relatív eltérést. Ebből látható, hogy korrekció után a relatív eltérés maximuma 0,2 %-ra csökkent.

Ebből az ellenőrző mérésből két dolog következik. Egyrészt az, hogy a leosztó berendezések lényeges számú impulzust nem veszítenek, másrészt, hogy nagyon kicsi hibát ($< 0,2\%$) követünk el akkor, ha a fenti korrekciót alkalmazzuk a leosztóberendezések véges felbontóképessége miatt bekövetkező veszteségek meghatározására.

A berendezés stabilitása

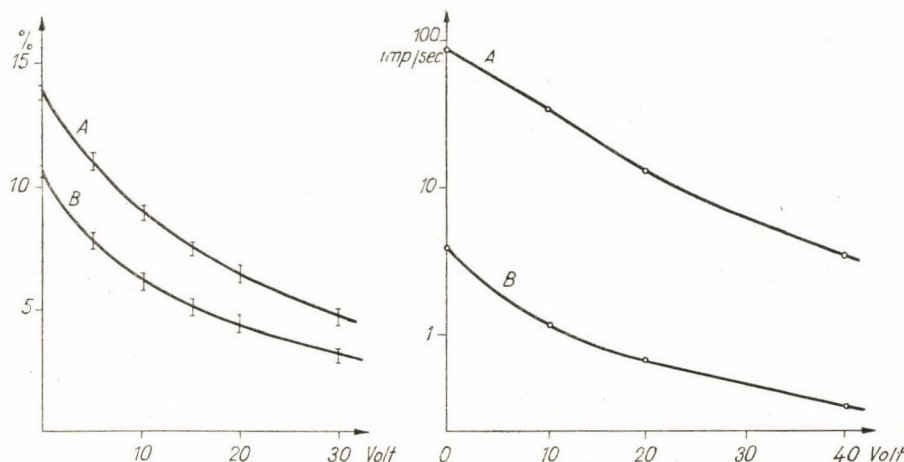
A mérések megkezdése előtt a berendezésen stabilitás-vizsgálatokat végeztem. A stabilitás a legnagyobb probléma a szcintillációs számlálók alkalmazásánál, mert az instabilitás forrásául a számláló bármely alkotórésze szolgálhat.

Az ellenőrző mérések abból állottak, hogy hosszabb időn keresztül egymásután egy-egy percig mértem az elektronsokszorozókból és a koincidenciakörből jövő impulzusok számát és megvizsgáltam, hogy az ingadozás „normális”-e. Ennek kritériuma $(k^2 - \bar{n}) < 3\bar{n} \sqrt{\frac{2}{N-1}}$, ahol N az egy perces mérések száma, \bar{n} a mérések középértéke, k^2 a szórásnégyzet [7]. A normális eloszlás egy-két órás mérési idők alatt megmaradt, de hosszabb idő után újra mérve a középérték általában megváltozott. Tehát azt mondhatjuk, hogy az egész számlálóberendezés egy-két órás mérések esetén stabilisan működik. Hosszabb idő alatt megváltozik, amelynek oka főképpen az elektronsokszorozó fáradásában rejlik [8].

A szcintillációs számláló hosszabb időre vett instabilitása az irodalomban is ismert jelenség. A mérések csak akkor reprodukálhatók, ha rövidebb ideig tartó méréssorozatok előtt konstans részecskeforrással kalibráljuk a berendezést.

A számláló hatásfoka γ -sugarak számlálására

Valamilyen részecskeszámláló berendezés γ -sugarak számlálására vonatkozó hatásfokát a számlálóra eső és számlált γ -kvantumok számának hányadosa adja meg. A számlálóra eső γ -kvantumok számát a sugárforrás intenzitásának ismeretében a térszög segítségével számíthatjuk ki.



9. ábra. Baloldalt: A számláló hatásfoka szüretlen Ra γ -sugárzás esetén a diszkriminátor állás függvényében. Jobboldalt: Háttérimpulzusok száma a diszkriminátor állás függvényében. A egy számlálóra, B a koincidencia körre vonatkozik

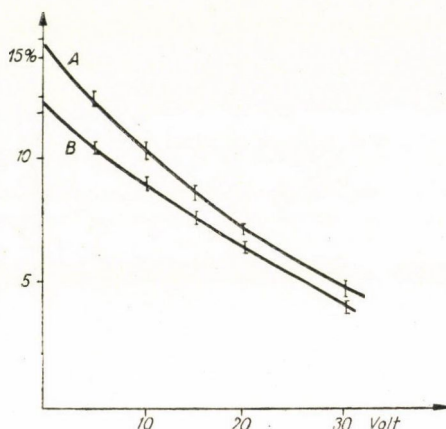
A mérésekhez 2,05 mC bomlástermékeivel egyensúlyban levő Ra preparátumot használtam,* amely 0,5 mm falvastagságú platinatüben volt. A 9. ábrán a Ra γ -sugarainak számlálására vonatkozó hatásfokot tüntettem fel a diszkriminátor állás függvényében egy számláló esetén. Ugyancsak ábrázoltam a koincidencia-kör számlálási hatásfokát. Az ábrán összehasonlításképpen feltüntettem a háttér impulzusok számát is. Egy számláló esetén a fotoelektron-sokszorozó zajimpulzusai alkotják túlnyomó részben a háttér impulzusokat, a koincidencia kör esetében pedig a környezet γ -sugárzása.

Méréseket végeztem Co^{60} γ -sugárzásával is. A Co^{60} , helyesebben Ni^{60} atommag két γ -kvantumot sugároz ki bomlásonként, melyeknek energiája 1,1715, illetve 1,3316 MeV. A kétféle sugárzás intenzitása azonos [9].

* A Ra preparátumot és az ionizációs kamrát Bozóky László, a fizikai tudományok kandidátusa bocsátotta rendelkezésemre, akinek ezúton is köszönetet mondok.

A mérésekhez kb. 5 cm^3 térfogatú aktív kobaltnitrát oldatot használtam, melynek fajlagos aktivitása kb. 5 mCurie/cm^3 volt. A preparátum kb. $1,5 \text{ cm}$ átmérőjű kémcsőben, azután vatta között 5 cm átmérőjű, 3 mm falvastagságú vashengerben helyezkedett el.

A preparátum intenzitását mr -re kalibrált levegő-ekvivalens falú ionizációs kamrával határoztam meg.* A preparátum intenzitása a vashengerben



10. ábra. A számláló hatásfoka Co^{60} γ -sugárzás esetén a diszkriminátor állás függvényében. A egy számlálóra, B a coincencia körre vonatkozik

bekövetkező abszorpció után $23,3 \pm 0,4 \text{ mCurie}$ volt.

A Co^{60} γ -sugárzásával végzett számlálási hatásfok mérések eredményét a 10. ábra tünteti fel.

*

Köszönetet mondok Faragó Péternek, a fizikai tudományok kandidátusának, aki munkámat állandó támogatásával és érdeklődésével kísérte.

IRODALOM

- [1] Náray Zsolt, Magyar Fizikai Folyóirat, II. 325, 443, 1954.
- [2] Birks, J. B. Scintillation Counters, Pergamon Press, London 1953, 36 old.
- [3] Boncs—Brujevícs, A. M. Az elektroncső fizikai alkalmazásai. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952, 131 o.
- [4] Boncs—Brujevícs, A. M. Az elektroncső fizikai alkalmazásai. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952, 135 old.
- [5] Higinbotham, W. A., Gallagher, J., Sands M., Rev. Sci. Instr. 18, 706, 1947.
- [6] Vekszler, V. Grosev, L., Iszajev, B., Ionizációs módszerek sugárzások vizsgálatára. Akadémiai Kiadó, 1952. 291. old.
- [7] Békéssy A., KFKI Közlemények. I, 137, 1953.
- [8] Keszthelyi L., Fizikai Szemle, 2, 93, 1952.
- [9] Landolt—Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen, I, 5, 357. o. Springer, 1952.

A LABORATÓRIUMBÓL

A Magyar Fizikai Folyóirat „A laboratóriumból” címmel új rovatot indít. E rovat lehetőséget nyújt arra, hogy a különböző intézetekben, laboratóriumokban dolgozó kartársaink közöljék egymással tapasztalataikat, hogy milyen fogásokkal, ötletekkel, házilag készített berendezésekkel és hogyan oldották meg sikerrel a laboratóriumi munka folyamán szükségképpen felmerülő technikai nehézségeket. A hosszabb laboratóriumi tapasztalattal rendelkező kartársak nagyon jól tudják azt, hogy egy ügyes ötlet, egy laboratóriumi fogás megfelelő alkalmazása mennyire meggyorsítja, előre segíti a feladat megoldását. Jelentős anyagtakarékosságot eredményezhet, megtakaríthatja ezenkívül egy különleges műszer beszerzését és a megérkezéséhez szükséges hosszú várakozást.

Természetes, hogy e rovatban nem kívánunk feltétlenül úttörően új, eredeti közléseket. A külföldi szakirodalomban már közölt eljárások célszerű alkalmazása hazai problémák megoldására szintén érdemes a közlésre, különösen, ha feltehetően más magyarországi fizikusok is küzdenek hasonló nehézségekkel, hasonló problémákkal.

Az öntevékeny műszertervezés és készítés a kutató fizikus számára nem végső cél, de az eredményes kutatásnak — amelynek feladata a természet megismerése — nélkülözhetetlen segédeszköze. Több időnk marad a tulajdonképpeni tudományos kutatásra akkor, ha egy-egy ügyes laboratóriumi technikai fogással megrövidítjük a technikai nehézségek leküzdésére szükséges időt.

Kérem Kartársainkat, hogy „A laboratóriumból” című rovatunkba röviden egy-két világos, jól áttekinthető rajzzal illusztrálva írják meg a már teljesen kiforrott és jól bevált, nem általánosan ismert laboratóriumi fogásaikat, tapasztalataikat.

Szalay Sándor

TÁVPIPETTÁZÓ KÉSZÜLÉK RADIOAKTÍV ÉS MÁS FERTŐZŐ FOLYADÉKOK PIPETTÁZÁSÁRA*

NAGY JÁNOS

Orvosi Fizikai Intézet, Budapest

Radioaktív izotópokkal foglalkozó munkahelyeken és más olyan laboratóriumokban, ahol a munkaeljárások során fertőző folyadékok pipettázására van szükség, távmanipulátorokat kell alkalmazni, mert a fertőző folyadékoknak, azok gőzeinek és az esetleges gáztermékeknek a légző és emésztő csatornába való bekerülése a dolgozók egészségét veszélyeztetné. Különösen veszélyesek lehetnek a radioaktív izotópokkal végzendő munkálatok, mert azok a szervezetbe bekerülve az egyes szervekben szelektíve raktározódhatnak és a felezési időtől, valamint az anyagcsereforgalomban való részvétel mértékétől függően hosszú időn át kifejthetik káros hatásukat.

A budapesti orvostudományi egyetem Orvosi Fizikai Intézetében folyamatba vett radioaktív izotóp-kutatásokhoz aktív folyadékok, törzsoldatok távpipettázására a mellékelt ábrákon látható készüléket építettük meg. E készülék ebben az összeállításban megbízhatóan, 1 cm^3 -es beosztásos pipetták használatára esetén $0,01\text{ cm}^3$ pontossággal alkalmazható fertőző folyadékok felszívására, továbbítására és újbóli leengedésére. A készülék nemcsak izotóplaboratóriumokban, hanem baktériumokkal, gombákkal és egyéb fertőző anyagokkal foglalkozó intézetekben, klinikákon, üzemekben is alkalmazást talál.

A készülék leírása:

A nehezezként szolgáló nagyobb vastalpból kiálló függőleges tengelyre teljesen körbeforgathatólag egy rézsapka illeszkedik, amelynek oldalába 45° szög alatt kb. 27 cm hosszúságú rézcsövet (A) erősítettünk kemény forrasztással. Az elkészült példányokon ez a rézcső több darabból áll a rajzon látható méretek szerint úgy, hogy az egyes csőelemek 15 mm mélyen egymásba nyúlnak. A csőelemeket lágy forrasztással erősítettük össze. Ezt a megoldást azért választottuk, hogy a cső számára nagyobb merevséget biztosítsunk. Természetesen megoldás lehet az is, hogy a készüléknek ezt a részét nem több darabból, hanem egyetlen rézcsőből készítjük, vagy pedig több darabból ugyan, de úgy, hogy az egyes csőelemeket nem forrasztjuk össze, hanem fényképezőgépállvány módjára összecsucukható és széthúzható szerkezetre képezzük ki.

* Érkezett 1954. XII. 1.

Az *A* cső végére kemény forrasztással a *B* rézcsövet erősítettük (átmérője 12 mm). A *C* cső teljesen azonos méretű, mint a *B*. Ezt a két csövet csuklós megoldásban a *D* és *E* rézlemezek kötik össze. Az *E* lemez az *F* rézcsőben folytatódik, amelynek végére bakelit- vagy egyéb műanyagból készült fogantyú illeszkedik. A *C* csőre két vízszintes befogó rész kerül, végükön rugós rézlemezek vannak csavarszorítással a pipetták befogására. Ilyen formában 5–15 mm átmérőjű pipettákat foghatunk be a készülékbe.

A bakelitfogó lefelé mozgatasakor a *C* cső és vele együtt a befogó lemezek közé szorított pipetta felfelé emelkedik. A maximális emelkedési magasság 200 mm. Ha azonban a készüléket a vastalppal együtt magasabbra helyezzük, az emelkedési magasság 300 mm-ig növelhető.

A készüléket a talpon a *Cs* csavar segítségével rögzíthetjük. A felszívás időtartama alatt a csavart beszorítjuk, tovaszállításkor pedig meglazítjuk.

Az *A* tartócsőre szereltünk egy 20 cm³ térfogatú „Record” orvosi fecskendőt. Természetesen — ha a célnak megfelel — alkalmazhatunk kisebb térfogatú fecskendőket is. A fecskendőt csavarokkal rögzíthető bilincsek szorítják a rézcsőhöz úgy, hogy a fecskendő a szükséghez képest gyorsan cserélhető.

A fecskendő végét orvosi szondacső köti össze a pipetta végével. Az orvosi szondacső falvastagsága elegendő ahhoz, hogy a felszíváskor bekövetkező nyomáscsökkenést a külső légnyomás a gumicső falának esetleges benyomásával ne egyenlítse ki. A fecskendő és a pipetta vége közé egy üvegből készült „T”-csapot iktattunk a folyadék egyenletes és lassú leengedésének biztosítására. A folyadék felszívásakor a „T”-csap dugója hosszanti állásban van. A felszívás befejezése után a csapot keresztállásba forgatjuk úgy, hogy a pipettába felemelkedett folyadékoszlopnak a külső levegővel ne legyen érintkezése. A készüléket a kívánt helyre forgatva, a folyadékot úgy engedjük le, hogy a csap megfelelő elforgatásával levegőt engedünk be. A levegő vékonyra (kb. 0,1 mm) húzott kapillárison keresztül áramlik be, s ennek, valamint a csap állásának megfelelően a folyadék lefolyásának sebessége pontosan szabályozható. Ennek a „T”-csapnak a beszerelése azért vált szükségessé, mert különben a dugattyú visszafelé való mozgata nem szolgáltatna elegendő pontosságot a folyadék leeresztésekor. Éppen ennek a csapnak az alkalmazása, valamint egyéb módosítások (pl. a fecskendőnek a merev *A* tartórúdon való elhelyezése stb.) különböztetik meg ezt a készüléket a külföldi irodalomban leírt távpipettázó készülékektől.

A készülék minden alkotórészét darabonként nikkeleztük, ami a tisztántartás szempontjából fontos.

Radioaktív izotópokat tartalmazó folyadékok felszívásánál a sugárvédelem biztosítására a *C* csőre 300 × 300 mm méretű 8 mm vastag plexit- (esetleg üveg) lemez szerelhető, amely a kemény β -sugárzás ellen is kellő védelmet nyújt. γ -sugárzó preparátumok esetén a folyadékot tartalmazó üvegedények ólomtéglákkal árnyékolandók.

MEGJEGYZÉSEK ELEKTROMOS KÁLYHÁK HŐMÉRSÉKLETSZABÁLYOZÁSÁHOZ*

TARJÁN IMRE és VOSZKA RUDOLF

Budapesti Orvosi Fizikai Intézet

E cikkben a szerzők kristálynövesztési vizsgálataiknál használt termoelemes hőmérsékletszabályozót ismertetnek, amely egyben a hőmérséklet folyamatos változtatására és a hőmérséklet mérésére is alkalmas. Az ismert elven működő hőmérsékletszabályozó használatát néhány gondolat alkalmazásával egészítették ki. A készüléket 1000°C -ig használták.

Intézetünkben vizsgálatok folynak különböző egykristályoknak olvadékból való előállításával kapcsolatban. Erre a célra különböző hőmérsékleti tartományokban dolgozó és különböző speciális igényeket kielégítő elektromos kályhákat építettünk. A kristálynövekedés, temperálás, hűtés körülményeinek ellenőrzése szempontjából minden esetben lényeges szerepet játszik a kristály terében a hőmérsékletszabályozás. Bár a követelmények az egyes esetekben és kristályfajták szerint is különbözőek, általános azonban az a követelmény, hogy a folyamatok alatt — gyakran több napon át — minél lassúbb hőmérsékletváltozások ériék a kristályt. A növekedés tartama alatt sem annyira a hőmérséklet állandósága, mint inkább a hőmérsékletváltozás lassúsága a döntő szempont. Berendezéseink egyik részében közvetlenül a hőmérsékletet, más esetekben viszont a kályha fűtőfeszültségét szabályoztuk.

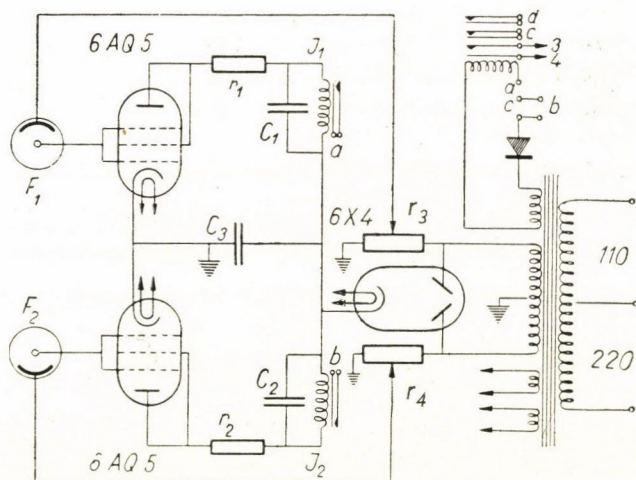
Az irodalom a szabályozókat két csoportra osztja [1]: folyamatos és diszkontinuus szabályozók. Egyelőre diszkontinuus szabályozókkal dolgoztunk. A közvetlen hőmérsékletszabályozásnak előnye, hogy a szobahőmérséklet változásait is korrigálja, hátránya viszont az, hogy a kályha hőtehetetlensége a szabályozás intervallumát növeli. A feszültségszabályozásnál a külső hőmérséklet változásai a kályhában is jelentkeznek, a diszkontinuus szabályozással együttjáró feszültségváltozások azonban a kályha belsejében — ha nagy hőtehetetlenségű kályhával dolgozunk — finom és csak igen lassú hőmérsékletváltozásokban nyilvánulnak meg. Közvetlen hőmérsékletszabályozás esetén tehát a kályha hőtehetetlensége kellemetlen tényező, a feszültségszabályozás esetén viszont javunkra szolgál. Főül nyitott kályhákban, mint amilyeneket pl. a Kyropoulos módszernél alkalmazunk, hőmérsékletszabályozással dolgoztunk, a téglaysüllyesztés eljárásnál pedig, amelynél alul nyitott, bizonyos esetekben pedig teljesen zárt és így a környezettől kevésbé befolyásolt kályhák

* Érkezett 1955. I. 10.

cellára nem esik. A J jelfogó ekkor rövidre zárja az R ellenállást és a hőmérséklet mindaddig nő, míg a fény az első cellára nem esik, és így tovább. Az R ellenállás értékét úgy kell megválasztanunk, hogy rövidzárás esetén a hálózat várható legkisebb feszültségét számításba véve, az áramerősség elegendő legyen a kívánt hőmérséklet elérésére. Az R ellenállás beiktatásakor pedig a hálózat várható legnagyobb feszültsége mellett is az áramerősség kisebb legyen, mint a kívánt hőmérséklet eléréséhez szükséges áramerősség.

A 2. ábra az A kompenzálókört mutatja. A kompenzáló feszültséget a T akkumulátor szolgáltatja, amely esetenként az R_1 ellenálláson át hálózatról tölthető. Az R_2 potencióméterrel beállítható feszültséget az M műszerrel ellenőrizzük. Ezt a feszültséget osztóláncra visszük, amely az R_3 ellenálláson kívül öt egyenlő értékű tagból (R_4, R_5) áll, egyikük (R_5) potencióméter.² Ily módon az 1 és 2 pontok közötti feszültség a k kapcsoló és az R_5 potencióméter állításával folyamatosan szabályozható 0-tól kb. 50 mV-ig. Ezzel a feszültséggel kompenzáljuk a tükrös műszerre eső termofeszültséget. A kompenzáló feszültség változtatásával a kályha hőmérsékletét változtathatjuk. Az R_5 potencióméter skálája 200 részre van osztva, így egy beosztás 1 $^{\circ}\text{C}$ -nak felel meg. Ezen a skálán lehet tehát kompenzálás esetén a hőmérsékletet leolvasnunk.

A 3. ábra a fotocella erősítőt szemlélteti. Ha az F_2 fotocellát fény éri, akkor a hozzátartozó cső rácsa negatív feszültséget kap és a cső lezár. Ebben az esetben az anódkörben levő fordított üzemű J_2 jelfogó bekapcsolja a J



3. ábra. A fotocellaerősítő kapcsolási rajza

erősáramú jelfogót, amely rövidre zárja a fűtőkörben levő R ellenállást. Ha a fény elhagyja a cellát, — akár egyik, akár másik irányban — a J_2 kikapcsol ugyan, de a J a c kontaktuspár zárása miatt bekapcsolva marad és kioldás

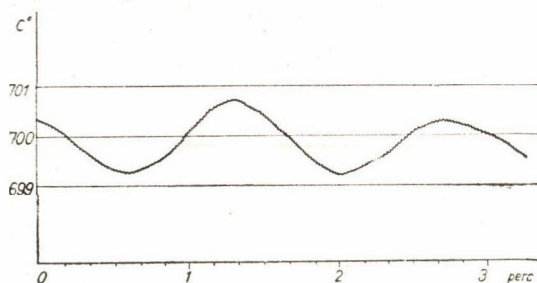
² Az R_6 ellenállás és a d kontaktuspár szerepéről később lesz szó.

csak abban az esetben következik be, ha a fény az F_1 cellára esik. Ilyenkor a J_1 jelfogó, minthogy a kontaktuspárja a c kontaktussal sorba van kötve, a J jelfogó áramát szakítja és az R ellenállást beiktatja. Az R ellenállás beiktatva marad mindaddig, amíg a fény ismét az F_2 fotocellára nem esik. Az r_3 és r_4 potencióméterek segítségével a cella-feszültséget lehet a fényerősséghez beállítani.

Megépített berendezésünkben a fotocellák kb. 30 cm-re voltak a tükrös műszertől, a cellák közötti távolság pedig kb. 2 cm széles fényfolt esetén kb. 2,5 cm volt. A tükrös műszer érzékenysége a fotocellák síkjában mérve kb. 10^{-5} V/mm volt. Ebben az esetben konstantán-kantal termoelemet használva³ a berendezés a kályha hőtehetetlenségétől függően kb. 2–5 °C-os periodikus ingadozásokon belül stabilizált bármely hőmérsékleten. Egy periódus időtartama átlagosan 1,5 perc. A fentemlített távolságok változtatásával, valamint érzékenyebb műszer alkalmazásával az érzékenység fokozható.

Lényeges javítást érhetünk el azonban az R_6 ellenállás beiktatásával, amelyiknek rövidrezárását és bekapcsolását a d kontaktuspáron keresztül a J jelfogó szabályozza (lásd a 2. és 3. ábrát). Ha a J „meghúz”, az R_6 rövidrezárása folytán a kompenzáló feszültség kis értékkel csökken, és a fényfolt az F_1 celláról azonnal az F_2 cellára megy át. Ekkor azonban a J kiold, az R_6 rövidrezárása is megszűnik, a kompenzáló feszültség megnő és a fényfolt ismét az F_1 cellára esik és így tovább. A J jelfogó szapora működése következtében (kb. másodpercenként nyit-zár) a szabályozás kis szakaszokban történik, így a kályha hőtehetetlenségéből eredő hiba jelentékenyen csökkenthető. Ehhez hasonló gondolatot alkalmazott Moser ellenállásos hőmérsékletszabályozóknál hídkapcsolásban [3].

A módosított berendezéssel végzett egyik ellenőrző mérésünk eredményét az alábbiakban közöljük. A használt kályha külső átmérője 14 cm, hossza 18 cm, belső méretei 3 cm és 10 cm, a falak közötti tér azbeszttal volt kitöltve. A szabályozó és mérő termoelemet (mindkettő konstantán-kantal) egymástól kb. 1 cm-re helyeztük el. A mérést 700 °C-on végeztük 10 órán át.



4. ábra. A hőmérsékletváltozás időbeli lefolyása.

³ Konstantán-kantal elem termofeszültsége $5,1 \cdot 10^{-2}$ V/1000 °C, platina-platinrhodium elemé pedig $9,6 \cdot 10^{-3}$ V/1000 °C.

A hőmérsékletváltozás a 4. ábrában felrajzolt görbe szerint ment végbe. A finom csipkézés, amelynek periódusa kb. 1 sec, amplitúdója kb. $0,05\text{ }^{\circ}\text{C}$ volt, a J jelfogó működésével egy időben történt, az elnyújtott hőmérsékletingadozás pedig a fotocellákra eső fényfoltnak a két cella közötti periodikus eltolódásával volt kapcsolatban, periódusa kb. 1,5 perc, amplitúdója $\pm 1\text{ }^{\circ}\text{C}$ -nál kisebb volt. Kis tégelyben olvadékokat helyezve a kályhába és ebbe téve vékonyfalú kvarccsőbe a mérő termoelemet, a finom csipkézés nem jelentkezett, az elnyújtott hullámzás amplitúdója pedig $\pm 0,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ -nál kisebb volt. Ez a pontosság kísérleteinkben elegendő volt, bár — mint említettük — a pontosság fokozható.

Ha a hőmérséklet állandóságára nem helyezünk súlyt, és megelégszünk a hőmérséklet lassú változásával valamilyen egyensúlyi helyzet körül — ami éppen kristályosítási vizsgálatoknál megengedhető — akkor más eljárást is alkalmazhatunk. A fentiekben a szabályozó termoelemet a stabilizálandó térbe, vagyis a kályha belsejébe helyeztük. Tegyük a termoelem melegpontját közvetlenül a fűtőszál mellé,⁴ és olyan kályhát építsünk, amely a fűtőszál külső oldalán gyöngébb, a belső tér felé viszont jó hőszigeteléssel rendelkezik. Ilyen esetben a termoelem gyorsan megérzi a feszültségváltozások okozta hőmérsékletváltozásokat és a kályha belsejében, éppen a jó belső hőszigetelés folytán, csökkentett hőmérsékletingadozások jelentkeznek. Olyan módosítást is végeztünk, hogy a kristályosító kályhával sorbakötöttünk egy rossz hőszigetelésű kis kályhát, amelyben a fűtőszál hőmérséklete gyorsan reagált a hálózati feszültségingadozásokra, valamint a külső hőmérséklet változásaira is. A termoelemet e kis kályha fűtőszálához helyeztük. Ily módon a szabályozás periódikusságából eredő hőmérsékletingadozásokat a kályha belsejében tovább sikerült csökkenteni. Minthogy azonban a kísérleti kályha és a vele sorbakötött segédkályha hőtehetetlensége különböző volt, ezért a kísérleti kályhában egy lassú hőmérsékletváltozás jelentkezett, amely a hálózati feszültség emelkedő vagy csökkenő tendenciájával volt kapcsolatban. Ez utóbbi módszernek előnye, hogy a szabályozó termoelem lényegesen alacsonyabb hőmérsékleten működik, valamint nincs kitéve a sógőzök korrodáló hatásának.

IRODALOM

- [1] *F. Henning*, Temperaturmessung 1951. *I. Strong*, Procedures in experimental Physics, 1951.
- [2] *Tarján—Turchányi—Voszka*, Magyar Fizikai Folyóirat, 2, 1954.
- [3] *Moser*, Z. f. techn. Physik, 13, 384, 1932.

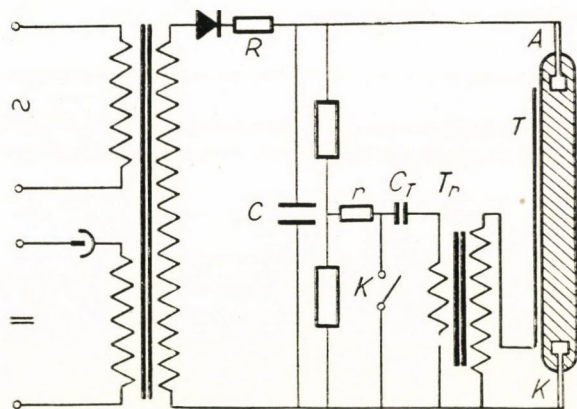
⁴ Ezt az eljárást egyébként már néhány évvel ezelőtt *Gyulai—Tarján—Zimonyi—Ujhelyi* kvarcnövesztési vizsgálatainál is alkalmazták.

KISMÉRETŰ VILLANÓ (FLASH) LÁMPA*

CSIKAI GYULA

Kossuth Lajos Tudományegyetem Kísérleti Fizikai Intézet Debrecen

A villanó lámpáknak megvilágítási célokra való alkalmazása a fizika számos területén igen elterjedt. Intézetünkben a Wilson ködkamrában a nyomok megvilágításához szükségessé vált egy kisméretű nagyintenzitású flash fényforrás kidolgozása. Az 1. ábra egy egyszerű kapcsolást szemléltet váltó — vagy egyenáramú áramforrás esetén. A lámpának 3 elektródája van: A anód, K katód és T gyújtó (trigger), az első kettő egy relatíve alacsony nyomású gázt tartalmazó üvegcsőbe van beforrasztva, míg az utóbbi lehet kívül vagy belül. Célszerű a lámpa külső felületét alumíniummal bevonni a megfelelő nyílás kivételével és ezt gyújtó elektródként használni, ez — ellenében a csövet spirálisan körülvevő gyújtó elektróddal — egyenletes kisülést biztosít a cső teljes aktív térfogatában és egyben reflektorként is szerepel. A C kondenzátor R töltő ellenálláson keresztül nagyfeszültségre, a C_T kondenzátor r ellenálláson keresztül egy alacsonyabb feszültségre töltődik fel. A K kapcsoló zárásakor a C_T kondenzátor T_r transzformátor primerjén keresztül kisül, ami a szekunderben egy nagy feszültség impulzust eredményez. Ha a trigger elektródán egy pozitív impulzus jelenik meg, akkor a



1. ábra. A villanó lámpa kapcsolási rajza

katód és a trigger elektród között hirtelen megnövekedett térerő elegendő ahhoz, hogy bármely közelben levő elektront a gáz ionizációs potenciáljára

* Érkezett 1955. III. 16.

gyorsítson fel és a kisülés megindulhasson, melyet nagy fényemisszió kísér. A gyújtó feszültség csökkenthető azáltal, ha a lámpát alacsonyabb nyomásra töltjük, vagy ha a katódot kis kilépési munkájú alkáli fémekkel aktiváljuk. A villanó lámpák készítésénél a cél az, hogy a befektetett elektromos energia révén mennél jobb fényhatásfokot érjünk el és azt lehetőleg jól hasznosítsuk. A fentieket figyelembe véve meg kellett vizsgálni, hogy a fényfluxust az egyes paraméterek hogyan befolyásolják.

A gáz természete. A villanó lámpák töltésére nemes gázt használnak, mivel ezek kémiaiilag inaktívak és relatíve jó a fényemissziójuk. Ismeretes, hogy az emittált fénymennyiség nemes gázok esetén lineárisan növekszik a gáz rendszámával a Xe:Kr:Ar:Ne:He esetén az arány közelítőleg 100:70:50:18:6 innen látható, hogy a legmegfelelőbb töltő gáz a xenon.

A gáz nyomása. Az emittált fénymennyiség függ a lámpában levő gáz kezdeti nyomásától. 100 Hgmm-nél nagyobb nyomások esetén a fényfluxus a gáznyomás négyzetgyökével növekszik. A spektrum karaktere is függ a gáz nyomásától. Alacsony nyomásoknál (20–30 Hgmm) vonalas spektrumot kapunk, ez a nyomás növekedésével mindjobban átmegy folytonosba. Egy általunk készített 400 Hgmm Xe töltésű kisméretű villanó lámpa látható tartományba eső spektrumát szemlélteti a 2. ábra $E = 15$ joule energia esetén. A spektrum 4000 Å–6500 Å-ig egyenlő intenzitású és folytonos, a még látható egyes vonalak nagyobb energiánál teljesen eltűnnek.

2. ábra. Az emittált fény spektruma



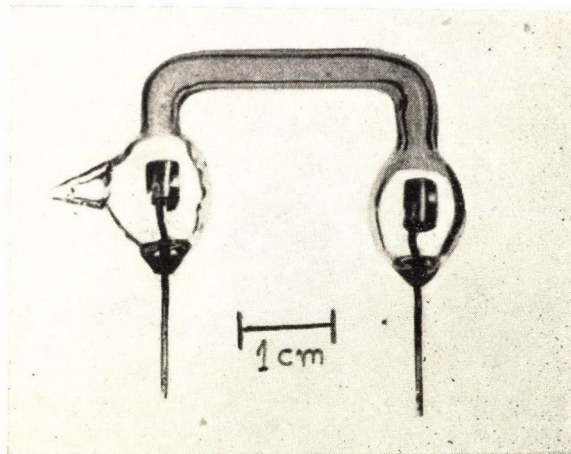
A villanó lámpa geometriája. A fényfluxusnak a cső átmérőjétől való függését 2, 3, 4, és 7 mm belső átmérők esetén megvizsgálva, egyezésként A. B. Milojevič és M. A. Cerineo [1] méréseivel azt tapasztaltam, hogy a fényfluxus az átmérő csökkenésével növekszik és 2 mm-nél elér egy maximumot. A fényfluxus $\Phi = \text{konst} \cdot f(d)$ alakban írható, ahol d a cső belső átmérője. A cső alakját és elektróda elrendezését úgy kell megválasztani, hogy az aktív térfogaton belül adott feszültség esetén minél nagyobb térerőt érjünk el. Ilyen szempontból a vonalflash a legmegfelelőbb, ahol az elektródák egymással szembe helyezhetők.

Az üveg és elektróda anyagának megválasztása. A kisülés folyamán magas hőmérséklet keletkezik, mely a lámpában levő gázt többszáz fokra is felmelegítheti. Ennek következtében a cső belső felülete a külsejéhez képest felmelegszik, ez a belső felületen kis repedéseket eredményez, mely a cső lemtatulásához vezet, ami nagy fényvesztést okoz és a repedések továbbterjedése végül is a cső szétrepedéséhez

vezet. Különösen jelentkezik ez a nátronüvegből készült kisméretű csöveknél, melyeket 80—100 kisenergiájú felvillanás után mikroszkóp alatt megvizsgálva jól látható repedések jelentkeznek. Nagyenergiájú villanó lámpáknál éppen ezért kvarc, pyrex, supremax vagy C—9-es üveget célszerű használni. Ilyen üvegekből készült lámpák néhány ezer joule-t is kibírnak. Különösen nagy a követelmény az üveg anyagával szemben a kisméretű lámpáknál, ahol igen nagy az energiakoncentráció. A nagy áramsűrűség miatt az elektródákkal szemben támasztott követelmény is igen nagy, olyan elektródára van szükség, mely nem porlik és ezáltal a lámpa belső felületét nem homályosítja be. Az elektróda anyagának megválasztásánál korlátozást jelent az üvegbe való beforraszthatóság, ezért a legalkalmasabb a wolfram és molybden. Különösen nagy az elektróda porlás a ritka földfémekkel aktivált katód esetén, az ilyen elektródájú csövek élettartamát ez nagyon megrövidíti. A fentieket figyelembe véve a villanó lámpa anyagának igen alkalmas 2—3 mm belső átmérőjű C9-es üvegcső és 1,3—1,5 mm átmérőjű wolfram elektród.

A kisülés időtartama. A kisülés időtartamát a kör ellenállása, önindukciója és kapacitása határozza meg. A villanó lámpa belső ellenállása a kisülés alatt — bár függ a gáz nyomásától, a cső hossz és keresztmetszet viszonyától — néhány ohm szokott lenni. A felvillanás időtartama az általunk készített kisméretű lámpáknál 10^{-5} — 10^{-3} sec között változik az alkalmazott kapacitás értékétől függően.

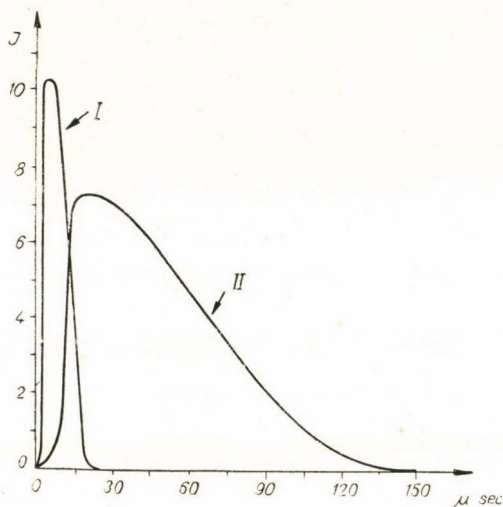
A luminozitás hatásfoka. Általában a flash csöveknél a luminozitás hatás-



3. ábra. Kisméretű villanó lámpa

foka eléri a 30—40 lumen/watt-ot. Ezt az értéket lehet még fokozni a cső optimális méretének megválasztásával, valamint a kapacitás és feszültség

helyes viszonyával. Az 500—3000 Volt-ig terjedő üzemfeszültségű kisméretű csöveknél (lásd a 3. ábrát.) tapasztaltuk, hogy adott energia érték mellett, a látható tartományban emittált fénymennyiség növekszik, ha alacsonyabb feszültség értéket és nagyobb kapacitást alkalmazunk. A fényintenzitás időbeni eloszlását ábrázoló görbe alatti terület arányos az emittált fénymennyiséggel. A C/V viszony növelésével adott E energia mellett az intenzitás maximuma csökken, azonban nem olyan mértékben, mint ahogyan a kisülés időtartama megnő, így a görbe által határolt terület vagyis az emittált fénymennyiség növekszik.* Az intenzitás időbeni eloszlását a 4. ábra görbéi szem-



4. ábra. Az intenzitás időbeni eloszlása

léltetik adott E energiához tartozó két különböző C/V érték esetén. A $C_{(\mu F)}/V$ (volt) értéke az I. illetve II. görbe esetén 0,07% illetve 4,6%. A luminozitás hatásfoka tehát alacsonyabb feszültségeknél és nagyobb kapacitás értéknél növekszik, ami azonban a felvillanás időtartamának növekedéséhez vezet, ezért ez olyan esetben jelentős, mikor a felvillanás időtartama nem szükséges, hogy rövidebb legyen, mint egy ezred másodperc. Az alacsony üzemfeszültség abból a szempontból is jelentős, hogy az elektrolytikus kondenzátorok alkalmazása lehetővé válik.

* A fényfluxust — adott energiánál — a feszültség függvényében mérve egy maximummal bíró görbét kapunk, amely maximuma a nyomás csökkentésével alacsonyabb feszültségek felé tolódik el. Különböző színérzékenyséű fotocellával és foto-lemezzel való egyidejű mérésnél kapott görbék alakja között lényeges eltérés nincs, a maximumok egy helyre esnek. A folytonos spektrum fellépte, valamint a fényfluxusnak a gáznyomástól való függése azt bizonyítja, hogy a fény-emissziót főleg a rekombinációs sugárzás okozza. A feszültségtől való függés is ezzel magyarázható, ugyanis igen kicsiny és igen nagy feszültségeknél a rekombináció valószínűsége is kisebb.

A teljes fényfluxust — figyelembe véve a különböző paramétereket — a fentidézett két szerző a következő empirikus formulával fejezte ki: $\Phi = k \cdot Z \cdot p^{1/2} \cdot f(d) \cdot E$, ahol Z a gáz rendszáma, p a gáz nyomása, d a cső aktív részének átmérője és E az alkalmazott elektromos energia. Az $f(d)$ függvény értéke az empirikus görbéből, adott d mellett kiértékelhető. Ebben a formulában a fényfluxus az energiával lineárisan változik. Méréseim szerint azonban a fényfluxus adott E energiánál függ a kapacitás és feszültség viszonyától. Ezért az E helyett a fenti formulába egy $g(E)$ függvényt kell írunk, amelyben a C/V viszony is kifejezésre jut. Az E és $g(E)$ értéke közötti eltérés különösen alacsony feszültségeknél jelentős és akkor ha a C/V viszony nagyobb mint 0,5% ahol a kapacitást mikrofaradokban, a feszültséget Voltokban helyettesítjük.

A méréseket fotocellával, katódsugár-oszcillográffal és ballisztikus galvanométerrel végeztem. A fénymennyiségnek a kapacitás és feszültség viszonyától való függését ellenőriztem fotolemez feketedésével is és megegyező eredményre jutottam. A fentiek szerint a kisméretű flash lámpák luminozitásának hatásfoka jobb mint a nagyméretűeké, pontszerűsége miatt optikai leképzés és fénykihasználás szempontjából tökéletesebb.

E helyen is köszönetet mondok Szalay Sándor professzornak tanácsaiért és munkám iránti érdeklődéséért. Az üvegtechnikai munkák elvégzéséért Seicher Jánosnak mondok köszönetet.

IRODALOM

- [1] A. B. Milojevič and M. A. Cerineo: Bulletin of the Institute of Nuclear Sciences „Boris Kidrich“. 3, 1953.
- [2] N. W. Robinson: Philips Tech. Rev. 16, 1954.

660 MeV ENERGIÁJÚ PROTONOK RUGALMAS SZÓRÓDÁSA PROTONOKON*

N. P. BOGACSEV és I. K. VZOROV

Tud. Akad. Magfizikai Intézete, Szovjetunió

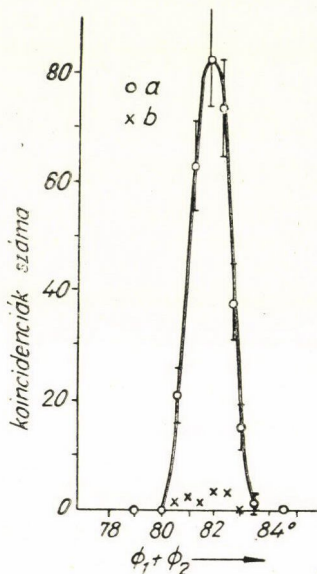
1952-ben *M. G. Mescserjakov*, *N. P. Bogacsev*, *B. Sz. Nyeganov* és *E. V. Piszkarjev* [1] megállapították, hogy 460 MeV energiájú ($p-p$) szórás nem izotróp, nevezetesen a szórás differenciális hatáskeresztmetszete tömegközéppont koordináta-rendszerben 14%-kal nő, midőn a szórás szöge $90^\circ-30^\circ$ -ig változik. Később hasonló anizotrópia mutatkozott 435 és 428 MeV-os ($p-p$) szórás kísérletekben is [2–5].

Jelen közleményben az 1954. tavaszán közel 660 MeV energiájú protonokkal végzett ($p-p$) szórás kísérletek eredményeiről számolunk be. Ilyen energiájú protonokat a Szovjetunió Tudományos Akadémiája Magfizikai Intézetének szinkro-ciklotronjával állítottunk elő. A ($p-p$) szórás mérésére ugyanazt az eljárást használtuk, amit az [1] alatt idézett munkában használtak. A gyorsítóból kijött, párhuzamossá tett proton-sugár ionizációs kamrán haladt keresztül, majd a szóró anyagba ütközött. Az ionizációs kamra argonnal volt töltve. Szóró anyagul parafin és szén szolgált. A hidrogén hatását a két eredmény különbségéből állapítottuk meg. A parafin szóró anyag vastagsága 30° és 40° -ra $0,46 \text{ g/cm}^2$, $50^\circ-90^\circ$ -ra $0,90 \text{ g/cm}^2$ volt. Ezek a szögek tömegközéppont koordináta-rendszerben értendők. A ($p-p$) szórás elemi aktusainak észlelése a szórt protonok regisztrálása útján történt. A kirepülő két protont szcintillációs számlálókából álló, koincidenciába kapcsolt két teleszkóppal regisztráltuk. Az a térszög, melyben a ($p-p$) szórást mértük $3,9 \cdot 10^{-4}$ térszögegység volt. A teleszkóp, ami a térszög nagyságát megszabta, három tolan-kristályos szcintillációs számlálóból állt. A kisebb energiájú protonokat két számlálóból álló „segéd” teleszkóppal regisztráltuk. Az egyes teleszkópokban levő koincidenciakészülékek felbontóképessége $3 \cdot 10^{-8}$ sec. A két teleszkópból kijövő impulzusok koincidenciáját regisztráló készülék felbontóképessége $5 \cdot 10^{-8}$ sec volt. Külön kísérletekben meghatároztuk a teleszkópok hatásfokát protonok regisztrálására 45–615 MeV energia intervallumban, továbbá meghatároztuk a teleszkópok közötti koincidenciákat mérő berendezés hatásfokát is.

A „segéd” teleszkóp alkalmazása lehetővé tette, hogy a rugalmas ($p-p$) szórás elemi aktusait elkülönítsük a ($p-p$) összeütközésben előforduló más

* Megjelent: Dokladi, 99. N° 6, 931, 1954.

folyamatoktól. Erről tanúskodik az 1. ábrán feltüntetett görbe, mely a szórt részecskék által kiváltott koincidenciák számát adja a szórt részecskék eltérése szögének függvényében. Az a szög, amelynél a maximális impulzusszámot mértük, megegyezik az adott feltételek mellett kiszámított, két rugalmasan szórt proton szétrepülési szögével.



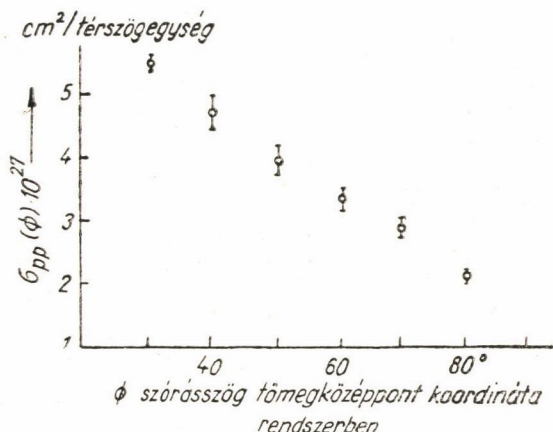
1. ábra. Koincidenciák száma a szétrepülés szögének függvényében.
a — a hidrogén hatása, b — a szén által okozott zavar

A $p + p \rightarrow n + p + \pi^+$ reakció töltött részecskéi által kiváltott koincidenciák számára két kísérlet alapján következtettünk. Az egyikben az említett koincidenciákat úgy határoztuk meg, hogy a „segéd”-teleszkóp kristályai közé szűrőt helyeztünk, mely a rugalmasan szórt protonokat teljesen lefékezte. A másik kísérletben pedig olyan szögek alatt mértük a koincidenciák számát, melyek a $(p-p)$ szórás kinematikájának nem felelnek meg, vagyis amelyek alatt proton szórás nincs. Ebből következtettünk a fenti effektusok által előidézett háttérre. E kísérletek eredményeképpen az adódott, hogy $(p-p)$ szórással keletkezett mezonok által előidézett koincidenciák száma nem haladja meg az 1–2 %-ot.

A nyalábban haladó protonok energiáját V. P. Zrelov [7] határozta meg az általuk előidézett Cserenkov-sugárzás szögének mérésével, s azt 657 ± 2 MeV-nek találta. A nyalábbeli protonok energia-szórása nem haladja meg a 8,0 MeV-ot. A felhasznált proton-nyalábból gyakorlatilag hiányoztak azok a protonok, melyek a kollimátor falában lefékeződtek. Ezt fotoemulziós lemezek alkalmazásával figyeltük meg. Az emulziós lemezek a minimális ionizációt keltő részecskékre voltak érzékenyek. Külön kísérletek azt mutatták, hogy a

szórásban sem jobbra, sem balra aszimmetria nem figyelhető meg. Ez azt bizonyítja, hogy az eredeti proton-nyaláb polarizálatlan.

A ($p-p$) szórás differenciális hatáskeresztmetszetének abszolút értékeit úgy határoztuk meg, hogy a proton-nyaláb intenzitásának megállapítására szolgáló berendezést, az ún. monitort két független eljárással, Faraday cellával és ionizációs kamrával kalibráltuk.* Az ionizációs kamrában a 657 MeV energiájú protonok által keltett ionpárok számának kiszámítása az ionizációs veszteségre vonatkozó Bethe-féle formula szerint történt a [8] alatti dolgozat adatai alapján.



2. ábra. A ($p-p$) szórás differenciális hatáskeresztmetszete 657 MeV energiánál

A differenciális hatáskeresztmetszetet $90^\circ-30^\circ$ -ig terjedő szögintervallumban mértük. (Adataink a tömegközéppont koordináta rendszerre vonatkoznak.) A mérés eredményeit a 2. ábrán tüntettük fel, melyből látható, hogy a 657 MeV energiájú protonokkal végzett ($p-p$) szórás differenciális hatáskeresztmetszete erősen nő a szög csökkenésével. Az ábrán feltüntetett hibák a mérés statisztikus hibái, átlagos négyzetes eltérések. A differenciális hatáskeresztmetszet formulájában szereplő más mennyiség meghatározásánál keletkezett hibákat is figyelembe véve azt mondhatjuk, hogy a maximális mérési hiba kb. 10%. Megjegyezzük, hogy a kísérleteket különböző geometriai elrendezésben és különféle intenzitású proton-nyalábbal is elvégeztük. Az a tény, hogy a különböző kísérleti feltételek mellett ugyanazokat az eredményeket kaptuk, azok helyessége mellett tanúskodik.

A 460 MeV energiájú ($p-p$) szórás differenciális hatáskeresztmetszetének szögfüggése [1] megengedi azt az interpretációt, hogy a szórás lényegében az 1S_0 és 3P_0 állapotokban történik. Miként a 2. ábrából látható, az energiának 657 MeV-ra való növelésével a szórás jellege élesen megváltozott.

* A kalibrálással kapcsolatos kísérleteket Ju. K. Akimovval együtt végeztük.

A mi kísérletünkéből adódó hatáskeresztmetszet szögfüggése azt mutatja, hogy az izotrópiát eredményező állapotokon kívül más, nullától különböző teljes impulzusmomentumú állapotok is lényeges szerepet játszanak. Megjegyezzük, hogy a 130–300 MeV energiájú ($p-p$) szórásokban [9, 10] részecskék polarizálódása arra mutat, hogy már ilyen energiáknál a 3P_0 triplett állapoton kívül más triplett állapot is részt vesz a kölcsönhatásban.

A 657 MeV energiájú ($p-p$) szórás differenciális hatáskeresztmetszete 90° -nál (tömegközéppont koordinátarendszerben) jelentős eltérést mutat a 150–460 MeV energia tartományban talált hasonló mennyiségtől. Nevezetesen az általunk mért hatáskeresztmetszet érték 90° -nál $(2,1 \pm 0,2) \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2/\text{térshö} \cdot \text{egység}$, míg az említett energiatartományban a $(3,4-5,0) \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2/\text{térshö} \cdot \text{egység}$ intervallumban fekszik. Az a tény, hogy a rugalmas ($p-p$) szórás differenciális hatáskeresztmetszete 460–660 MeV tartományban csökken a szög növekedésével, első sorban a π -mezon képződés hatáskeresztmetszetének ebben az energiaintervallumban bekövetkező gyors megnövekedésével van kapcsolatban. Hogy 600–660 MeV energiáknál a ($p-p$) kölcsönhatásban a mezonkeletkezési folyamatoknak nagy szerepük van, a teljes hatáskeresztmetszet értéke is mutatja. A mi kísérleti adataink szerint a rugalmas ($p-p$) szórás teljes hatáskeresztmetszete $23 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$, míg a [11] alatti dolgozat szerint 615 MeV energiánál ez $38 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$.

Végül köszönetet mondunk *M. G. Mescserjakov* akadémiai lev. tagnak munkánk irányításáért és *A. Sz. Kuznyecov*nak a készülék elkészítésénél nyújtott segítségért.

Fordította: Nagy Károly

IRODALOM

- [1] М. Т. Мещеряков, Н. П. Богачев, Т. С. Неганов, Е. В. Пискарев, Отчет Инст. ядерных проблем АН СССР, 1952. ДАН, 99. № 6 (1954).
- [2] W. E. Mott, R. B. Sutton, Bull. Am. Phys. Soc., 28. No. 1, 10 (1953).
- [3] W. E. Mott, R. B. Sutton, et. al., Phys. Rev., 90. 712 (1953).
- [4] R. B. Sutton, T. H. Fields, Bull. Am. Phys. Soc., 29. No. 4, 75. (1954).
- [5] A. J. Hartzler, R. T. Siegel, Phys. Rev., 95. 185 (1954).
- [6] Н. П. Богачев, И. К. Взорев, Отчет Инст. ядерных проблем АН СССР, апр. 1954.
- [7] В. Р. Зрелов, ugyanott 1954.
- [8] C. J. Bakker, E. Segre, Phys. Rev., 81. 489 (1951).
- [9] C. L. Oxley, W. F. Cartwright, J. Rouvina, Phys. Rev. 93. 806 (1954).
- [10] J. M. Dickson, D. C. Salter, Nature, 173. 946 (1954).
- [11] A. M. Shapiro, C. P. Leavitt, F. F. Chen, Bull. Am. Phys. Soc., 29. No. 4. 75 (1954).

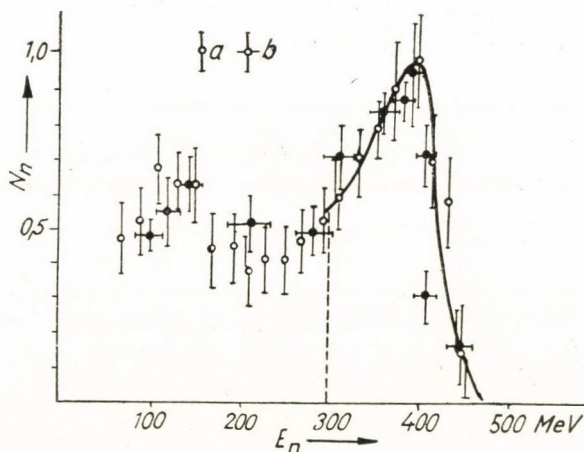
380 MeV ENERGIAJÚ NEUTRONOK RUGALMAS SZÓRÓDÁSA PROTONOKON^{*1}

V. P. DZSELEPOV és Ju. M. KAZARINOV

Tud. Akad. Magfizikai Intézete, Szovjetunió

Kisenergiájú ($E_n < 10\text{--}15\text{ MeV}$) neutronoknak és protonoknak szabad protonokon történő szórására vonatkozó kísérletekből elég teljes képet kaptunk az egymástól viszonylag nagy távolságban levő, $r \approx 2 \cdot 10^{-13}\text{ cm}$ (S-állapot), nukleonok kölcsönhatásáról. Ilyen energiáknál a részecskék relatív mozgásának megfelelő hullámhossz λ_n a magerők r_0 hatótávolságához képest nagy. A magerők problémájának mind kísérleti, mind elméleti tanulmányozásában a további haladás szoros kapcsolatban van a 100 MeV-nál lényegesen magasabb energiájú nukleon-nukleon kölcsönhatások vizsgálatával. Ekkor $\lambda_n < r_0 \sim 10^{-13}\text{ cm}$. Ezért, miután a Szovjetunió Tudományos Akadémiája Magfizikai Intézetének szinkrociklotronjával 480 MeV energiájú protonokat sikerült előállítani, kísérleteket végeztünk 380 MeV átlagenergiájú neutronoknak szabad protonokon történő rugalmas szórásával kapcsolatban.

A nagyenergiájú neutronokat protonoknak berillium neutronjaival való kicserélődési kölcsönhatása eredményeképpen nyertük. A berilliumot a gyorsító berendezés vákuum kamrájába helyeztük, az utolsó stabil pályák tartományába.



1. ábra. A neutronok energia-szerinti eloszlása.

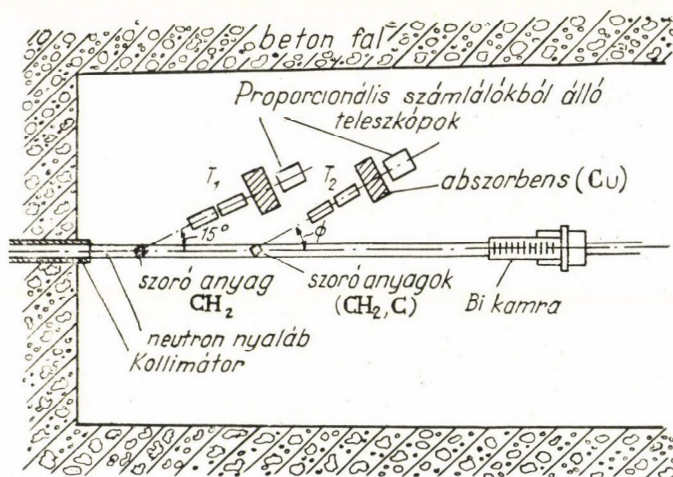
a — első módszerrel, b — második módszerrel

^{*} 1951-ben elvégzett munka eredményeit tartalmazza, mely korábban a Szovjetunió Tudományos Akadémiája Magfizikai Intézetének közleményében megjelent. [1, 2]

¹ Megjelent: Dokladi, 99, No. 6, 939, 1954.

A nagyenergiájú neutronáramból 5 méteres, beton védőfalba helyezett réz kollimátor segítségével 2 vagy 5 cm átmérőjű, polarizálatlan neutronnyalábot választottunk ki. A 300 MeV-nál nagyobb energiájú neutronnyaláb intenzitása a $(n-p)$ szórás vizsgálatára szolgáló berendezés helyén $(2,5 \pm 0,3) \cdot 10^4$ neutron/cm² sec.

A nyaláb neutronjainak energiaszerinti eloszlását V. B. Fljaginnal [3] együtt határoztuk meg a $(n-p)$ szórás során meglökött protonok energiaspektrumának segítségével, melyet két független módszerrel mértünk. Az egyik kísérleti sorozatban a neutronok keresett energiaspektrumát a meglökött protonok rézben való abszorpciójának mérésével határoztuk meg. A másik sorozatnál egy detektor fokozatosan mérte azon meglökött protonok számát, melyek energiája adott E_p és $E_p + \Delta E_p$ energiaintervallumba esett. A két kísérletssorozat elég jól egyező eredményeket adott. A nyaláb neutronjainak energiaszórását az 1. ábra tünteti fel.



2. ábra. Neutronok szóródása protonokon. A kísérlet elrendezése

Hogy az adott energiájú $(n-p)$ szórás relatív differenciális hatáskeresztmetszetét meghatározhassuk, a hidrogéntartalmú szóró anyagból neutronok által kilökött protonok szögeloszlását mértük meg. Ilyen módon meghatároztuk az $N_p(\Phi) = k\sigma_{np}(\Phi)$ függvényt. Itt Φ a szóró anyagból kirepülő protonok mozgásirányának a szögét jelenti a laboratóriumi koordináta-rendszerben. (Lásd a 2. ábrát, melyen a kísérlet általános elrendezése van feltüntetve.) $\sigma_{np}(\Phi)$ a $(n-p)$ szórás keresett hatáskeresztmetszete, k egy állandó. Neutronokat szóró anyagként kémiai tisztaságú parafinból $\text{CH}_{2,08}$ és grafitből C levő korongok szolgált. Ezeknek az anyagoknak a protonokra vonatkozó fékező hatása azonos. A szabad protonokon való neutron-szórás hatását a fenti két szóró anyaggal nyert eredményekben mutatkozó különbségek alapján határoztuk meg. Ennél

figyelembe vettük azt a tényt, hogy a két anyagban levő szén atomok száma különböző. A kilökött protonok számlálása a három proporcionális számlálóból álló T_2 teleszkóppal történt. A számlálók 10% szénsavval kevert argonnal voltak töltve és koincidenzába voltak kapcsolva, melynek felbontóképessége $4 \cdot 10^{-7}$ sec. A neutronnyaláb intenzitását egy hasonló T_1 teleszkóppal és bizmut elektródájú ionizációs kamrával ellenőriztük. A kísérlet geometriáját úgy választottuk, hogy a ($n-p$) szórás differenciális hatáskeresztmetszetét $2,5-3^\circ$ -os lépésekbe mérhettük. A protonok detektálására szolgáló teleszkóp második és harmadik számlálója közé helyezett, megfelelő vastagságú réz szűrők lehetővé tették, hogy csak 300 MeV-nál nagyobb energiájú neutronok szórását tanulmányozzuk. Az $N_p(\Phi)$ görbét meghatároztuk a $0^\circ-70^\circ$ -ig terjedő szögintervallumban.

A mérési adatokat a meglökött protonok veszteségének figyelembevételével korrigálni kellett. Ilyen veszteségek a szóró közegben és a szűrőkben magbefogások és többszöri ütközések következtében állnak elő. Ezeket a korrekciókat a szinkrociklotronból kijövő protonokon végzett külön kísérletekben jó pontossággal meghatároztuk. A korrekció maximális értéke ($\Phi = 0^\circ$) a korrigálatlan $N_p(\Phi)$ mennyiség 40%-át teszi ki. A vizsgálatok azt mutatták, hogy a ($n-p$) ütközésekben keletkezett töltött π -mezonok a leírt kísérleti feltételek mellett a réz szűrőben elnyelődtek és a proton-detektor ezeket nem számlálta. Az $N_p(\Phi)$ görbét az esetleges mezon számlálások miatt tehát nem kell korrigálni.

A ($n-p$) szórás differenciális hatáskeresztmetszet abszolút értékeit azáltal kapjuk meg, hogy a $\sigma_{np}(\Phi)$ görbét úgy normáljuk, hogy $\sigma_{np}(\Phi)$ integrálja a $\sigma_t(n-p)$ teljes hatáskeresztmetszetet adja, a következő reláció szerint:

$$\sigma_t(n-p) = 2\pi \int_0^{\pi/2} \sigma_{np}(\Phi) \sin \Phi d\Phi.$$

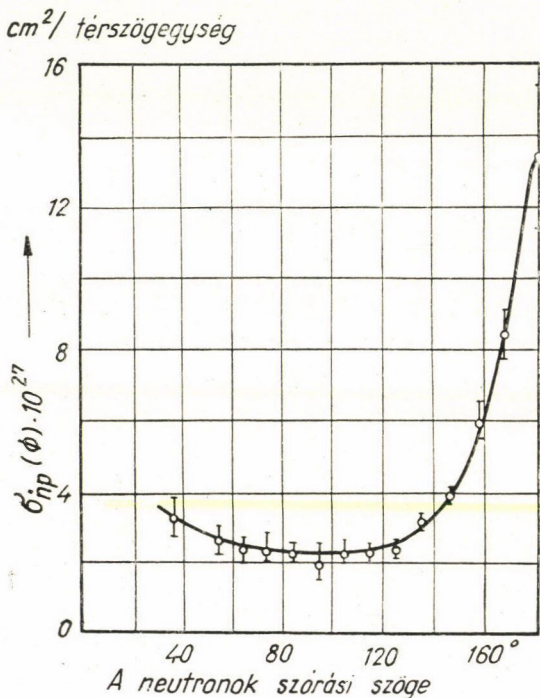
$\sigma_t(n-p)$ -re a [4] alatt idézett, ugyancsak 380 MeV átlagos energiájú neutronokkal végzett mérések eredményét használtuk fel, miszerint $\sigma_t(n-p) = (40 \pm 4) \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$.

A mezonképződésnek a ($n-p$) kölcsönhatás teljes hatáskeresztmetszetéhez való hozzájárulásától eltekinthetünk, mert ilyen neutronenergiáknál ez nagyon kicsi.

A ($n-p$) szórás differenciális hatáskeresztmetszetének végleges, mért eredményeit a 3. ábra tünteti fel. Ezek az eredmények már a nukleonok tömegközéppont koordinátarendszerére vonatkoznak. Az ábrán feltüntetett hibák statisztikus mérési hibák. Figyelembe véve az $N_p(\Phi)$ görbének $70^\circ-90^\circ$ -ig terjedő extrapolálásánál fellépő ismert bizonytalanságot, a differenciális hatáskeresztmetszetre vonatkozó teljes hiba, becsléseink szerint átlagban $15-20\%$.

Jelen munka elvégzése idején olyan $(n-p)$ szórásra vonatkozó adatok voltak csak ismeretesek az irodalomban, melyek 260 MeV-ot meg nem haladó átlagos neutron-energiákhoz tartoznak. (Lásd pl. [5] alatti munkát.) Csak nem régen jelent meg egy közlemény [6], mely a miénkhez közelálló, (400 ± 25) MeV energiájú neutronokkal végzett hasonló vizsgálatok eredményeiről számol be. Figyelembe véve a kísérleti hibákat és a méréseknél használt neutronok energiaspektrumának a szélességét, a [6] alatt idézett munka eredményei kielégítő egyezést mutatnak a mi adatainkkal.

Az általunk nyert kísérleti anyag analízisének, valamint annak más energiájú neutronokkal végzett, hasonló kísérletek eredményével való összehasonlítása az alábbi következtetésekre vezet:



3. ábra. A $(n-p)$ szórás differenciális hatáskeresztmetszete 380 MeV átlagos energiájú neutronokkal

1. 380 MeV energiájú neutronoknál a $(n-p)$ kölcsönhatásban a kicsérlődési erőknek kb. ugyanannyi részük van, mint a közöséges erőknek.

2. $(n-p)$ szórás teljes hatáskeresztmetszete a 160–400 MeV energiatartományban gyengén változik, a $(35-40) \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$ közelében marad.

3. A rugalmas $(n-p)$ szórás differenciális hatáskeresztmetszete 380 MeV energiánál, az $50-130^\circ$ szögintervallumban gyakorlatilag nem függ a szögtől és értéke közel $2_n^2 \text{ cm}^2 / \text{térszögegység}$.

4. A nagyenergiájú nukleon-nukleon szórásra vonatkozó kísérleti tények éles ellentétben vannak a perturbációszámítás alapján tehető kijelentésekkel és nem értelmezhetők elfogadható módon a fenomenológiai elmélet alapján sem, mely statisztikus potenciálokkal dolgozik.

5. A nagyenergiájú nukleon-nukleon szórás kísérletek eredményei nincsenek ellentétben a magerők töltésfüggetlenségéről vallott hipotézissel. A $(n-p)$ és $(p-p)$ szórás differenciális hatáskeresztmetszete közötti

$$2[\sigma_{np}(\Phi) + \sigma_{np}(\pi - \Phi)] - \sigma_{pp}(\Phi) > 0$$

összefüggés, mely ebből a hipotézisből ered, széles energia-intervallumban teljesül.

6. Ezen hipotézis helyességére vonatkozó feltevés, miként azt *Ja. A. Szmorogyinszkij* [7] megmutatta, lehetővé teszi a $(n-p)$ szórásra vonatkozó jelen, valamint a $(p-p)$ szórásra vonatkozó más ismert kísérletek eredményei alapján, különböző izotóp-spinű ($T=0$, $T=1$) állapotban levő két-nukleon rendszer kölcsönhatásának a meghatározását. Ekkor $\sigma_{T=1}(\Phi) = \sigma_{pp}(\Phi)$ és $\sigma_{np}(\Phi)$ -t a $T=0$ állapotban, a fenti egyenlőtlenség baloldala meghatározza. Megfelelő számítás azt mutatja, hogy 380 MeV energiájú neutronok esetén a $(n-p)$ szórás hatáskeresztmetszetét $T=0$ állapotban a perturbációszámítás alapján nyert görbéhez hasonló görbe írja le.

Utóbbi tény annak sejtésére ad alapot, hogy a nagyenergiájú nukleon-nukleon kölcsönhatás hatáskeresztmetszetének kísérletekkel megfigyelhető függései a $T=1$ izotóp-spin állapotbeli intenzív kölcsönhatásról tanúskodnak.

Végül köszönetünket fejezzük ki *M. G. Mescserjakov* akadémiai lev. tagnak és *Ja. A. Szmorogyinszkij* professzornak a munkánk iránt tanúsított érdeklődésükért és számos diszkusszióért.

Fordította: *Nagy Károly*

IRODALOM

- [1] В. П. Желепов, Ю. М. Казаринов, Отчет. Инст. ядерных проблем АН СССР, июнь 1951.
- [2] В. П. Желепов, Диссертация, Инст. ядерных проблем АН СССР, март 1954.
- [3] В. П. Желепов, Ю. М. Казаринов, В. Б. Флягин, Отчет Инст. ядерных проблем АН СССР, 1952.
- [4] В. П. Желепов, Б. М. Головин, В. И. Сатаров, ugyanott (1952).
- [5] В. И. Гольданский, А. Л. Любимов, Б. В. Медведев, Усп. физ. наук, 48. 513 (1952).
- [6] A. Hartzler, et al. Phys. Rev. 95. 951. (1954.)
- [7] Я. А. Смородинский, Отчет АН СССР, 1953.; Проблемы современной физики, И. Л. в. 7, 7 (1954).

300 MeV ENERGIÁJÚ NEUTRONOK RUGALMAS SZÓRÓDÁSA NEUTRONOKON*¹

V. P. DZSELEPOV, B. M. GOLOVIN és V. I. SZATAROV

Tud. Akad. Magfizikai Intézete, Szovjetunió

A magerőkre vonatkozó ismereteink fő kútforrásai a szórás kísérletek. Ennek következtében az utóbbi évek folyamán számos laboratóriumban végeztek nagyenergiájú $(n-p)$ és $(p-p)$ -szórással kapcsolatos vizsgálatokat. A neutron-neutron szórás közvetlen kísérleti tanulmányozásával kapcsolatos közlemények nem találhatók az irodalomban. Jelen cikk ezt a hiányosságot próbálja pótolni.

Kísérleteinkben a rugalmas $(n-n)$ -szórás hatáskeresztmetszetét oly módon határoztuk meg, hogy az azonos feltételek mellett deutronon és szabad protonokon szóródott neutronok szögeloszlását hasonlítottuk össze. A használt neutronok közepes effektív energiája 300 MeV volt. Annak lehetősége, hogy a $(n-d)$ szórás adatait a $(n-n)$ szórásra vonatkozó ismeretek szerzésénél felhasználhatjuk azon alapszik, hogy a jelenlegi elképzelés szerint a deutronba elég nagy energiával belőtt nukleon az esetek többségében a deutront alkotó nukleonok egyikével van csak erős kölcsönhatásban. A számítások [3] arra az eredményre vezetnek, hogy a Φ szög alatti $(n-d)$ szórás differenciális hatáskeresztmetszete az alábbi egyenletet elégíti ki:

$$\sigma_{nd}(\Phi) = \sigma_{nn}(\Phi) + \sigma_{np}(\Phi) + I(\Phi), \quad (1)$$

ahol $\sigma_{nn}(\Phi)$ és $\sigma_{np}(\Phi)$ a szabad neutronokon és protonokon szóródott neutronok hatáskeresztmetszetét, $I(\Phi)$ pedig a deutron neutronján és protonján szóródott neutronhullámok szuperpozíciójából eredő „interferencia hatáskeresztmetszetet” jelenti.

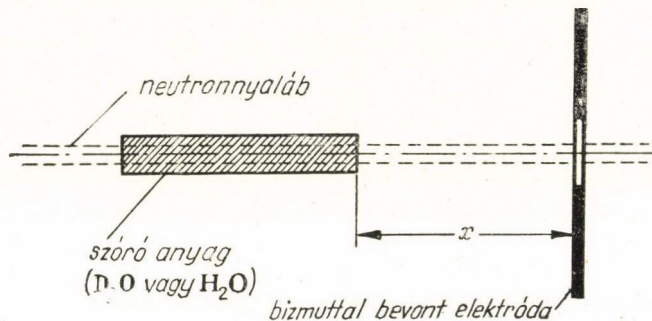
A becslések azt mutatják, hogy 300 MeV energiájú neutronokkal, $\Phi \geq 50^\circ$ alatti szórásra $I(\Phi)$ a két nukleon tömegközéppont koordinátarendszerében nem haladja meg az ugyanazon szög alatt mért $(n-p)$ szórás hatáskeresztmetszetének 15%-át. Nagy energiákra és nagy szögekre való átmenetnél $I(\Phi)$ gyorsan csökken. (Lásd az 1. táblázat ötödik oszlopát.) Ez a tény lehetővé teszi, hogy 300–400 MeV energiánál és $\Phi \geq 50^\circ$ -nál neutronoknak szabad neutronokon való szórási hatáskeresztmetszetét kielégítő pontossággal meghatározza a következő egyenlőség:

$$\sigma_{nn}(\Phi) \cong \sigma_{nd}(\Phi) - \sigma_{np}(\Phi). \quad (2)$$

* Ez a közlemény 1952-ben elvégzett munka eredményeit tartalmazza, mely korábban a Szovjetunió Tudományos Akadémiája Magfizikai Intézetének közleményében jelent meg [1, 2].

¹ Megjelent: Dokladi, 99, No. 6. 943, 1954.

Annak ellenére, hogy a neutron-neutron szórás hatáskeresztmetszetének (2)-n alapuló meghatározása egyszerűnek tűnik, a feladat kísérleti megoldása komoly nehézségekbe ütközik. Ezek közül legfontosabb az, hogy a gyorsítóval nyert neutronnyaláb intenzitása kicsi (közelítőleg $2,5 \cdot 10^4$ neutron/cm² sec a szóró anyag helyén) és hogy a jelenleg ismert, gyors neutronokat regisztráló berendezés hatásfoka alacsony. Ezek a körülmények arra kényszerítettek bennünket, hogy olyan eljárást dolgozzunk ki, mely lehetővé teszi a $(n-n)$ szórás differenciális hatáskeresztmetszetének mérését vastag szóró és detektáló anyag felhasználásával, melyek viszonylag nagy térszöget eredményeznek.



1. ábra. A hasadási kamrával végzett kísérlet elrendezése

Kísérleteinknél 3 cm átmérőjű nempolarizált neutron-nyalábot használtunk. Szóró anyagul nehéz és közönséges vízzei (99,8 % koncentrációjú) megtöltött, 6 cm átmérőjű és 80 cm hosszú, henger alakú, vékonyfalú tartályt szolgált. A neutronok detektálása hasadási kamrával történt. A kamrának bizmuttal bevont, gyűrűalakú elektródái voltak. (Külső átmérő 52 cm, belső 12 cm.) Ilyen alakú elektródák lehetővé teszik, hogy a szóró-anyagon kölcsönhatás nélkül áthaladt neutronok által keltett háttérrel jelentősen lecsökkentsük. A $(n-n)$ szórás differenciális hatáskeresztmetszete relatív értékeinek meghatározásához kiinduló kísérleti adatokként a D_2O és H_2O szóró anyagok alkalmazása során mért impulzusszámok $v_1(x)$, $v_2(x)$ szolgáltak. (A szóróanyagokban a magok száma azonos.) A szóró anyagokat a neutron-nyaláb útjába, a detektortól azonos távolságba helyeztük el.* E távolság fokozatos változtatásával a detektorra eső, szórt neutronok térszöge megváltozik. Ezáltal lehetővé válik a szórás teljes szögintervallumának kivizsgálása. A módszer matematikai részét E. P. Tambolcev dolgozta ki [5]. Ennek eredményeképpen adódtak olyan egyenletek, melyek a kísérletekből meghatározható $v_1(x)$ és $v_2(x)$ mennyiségek, és az

$$S(\Phi) = k[\sigma_{nn}(\Phi) + I(\Phi)] \quad (3)$$

* A vizsgálatok [1,2] azt mutatták, hogy a töltött, szórt deuteronok számlálásával kapcsolatos korrekciókat nem kell a $v_1(x)$ -ben tekintetbe venni.

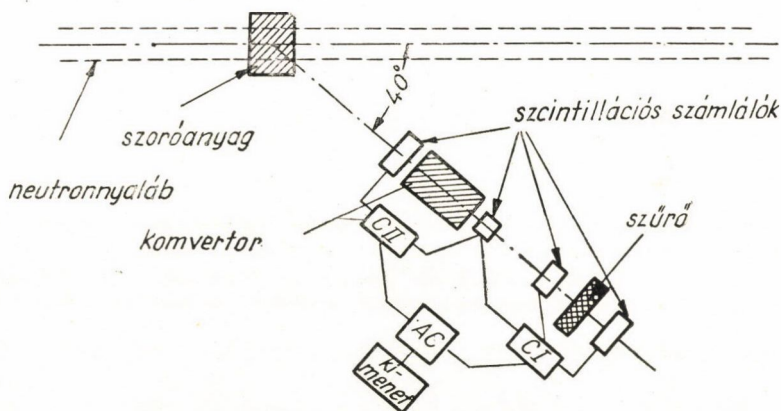
függvény relatív értékei között teremtenek kapcsolatot. Itt k egy állandó. A számítások a neutronok szóró-anyagbeli abszorpciójának, a neutron-nyaláb energiaeloszlásának és a kamra különböző energiájú neutronokra vonatkozó hatásfokának figyelembevételével történtek. Utóbbi figyelembevétele a mi 120 és 380 MeV-re vonatkozó kísérleti adataink és a [7] alatt idézett munka alapján történt.

Az $S(\Phi)$ függvény [5]-ben kiszámított értékei (relatív egységekben) az 1. táblázat második oszlopában található.* Az az effektív energia, melyre az $S(\Phi)$ adatai vonatkoznak 300 MeV.

Az $S(\Phi)$ abszolút egységekben való meghatározására jelen munkában két független módszert használtunk. Az elsőnél a következőképpen jártunk el: $S(\Phi)$ -nek az egész szórásszögre kiterjesztett integrálja az $(n-d)$ és $(n-p)$ szórás teljes hatáskeresztmetszetének különbségével egyenlő:

$$\int S(\Phi) d\Omega = \sigma_t(n-d) - \sigma_t(n-p). \quad (4)$$

$S(\Phi)$ normirozására, a fenti hatáskeresztmetszetek gyenge energiafüggésének figyelembevételével e különbség azon értékét használtuk fel, ami 380 MeV effektív energiájú neutronokkal végzett mérésekből adódott. A fenti különbségnek ez az értéke $(20,0 \pm 1,4) \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$. Az $S(\Phi)$ függvény ilyen módon normált értékei az 1. táblázat harmadik oszlopában vannak feltüntetve.



2. ábra. Neutron-teleszkop

A másik eljárás az általunk kidolgozott módszeren alapul. Ennél a $(n-n)$ szórás abszolút hatáskeresztmetszetét az ugyanolyan körülmények között mért $(n-p)$ szórás hatáskeresztmetszetével hasonlítjuk össze. Az új készülékben (melyet neutron-teleszkópnak neveztünk el) a $(n-n)$ és $(n-p)$ szórás nagyenergiájú neutronjainak töltött protonokkal való számlálásának az

* A számításokat E. P. Tambolev N. N. Bogoljubov akadémikus irányításával végezte, amiért a szerzők ezúton mondanak köszönetet.

elvét használtuk fel. Ezek a protonok a regisztrálandó neutron-nyaláb útjába helyezett, könnyű anyagból álló konverterben keletkeznek. (Lásd a 2. ábrát.) A protonokat három, koincidenziába kapcsolt, szcintilláló számlálóból álló teleszkóppal számláljuk. (CI rendszer.) Hogy a szóró anyagból jövő töltött részecskék által okozott számlálásokat kizárjuk, közvetlenül a konverter elé és után elhelyezett, a CI rendszerrel antikoincidenziába kapcsolt számlálóból álló kettős koincidenziarendszert alkalmaztunk (CII). A neutronok regisztrálásának küszöb-energiáját a CI rendszer második és harmadik számlálója közé elhelyezett réz szűrő vastagsága határozza meg.

A neutron teleszkóppal elvégzett kísérletnél D_2O -ból, H_2O -ból, CH_2 -ből és C -ből álló kisméretű szóró anyagot használtunk. A kísérletek eredményeként adódott, hogy 380 MeV átlagos energiájú neutronokra $\Phi = 85^\circ$ -nál, a két nukleon tömegközéppont koordináta-rendszerében

$$S(85^\circ) = (4,4 \pm 1,2) \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2/\text{térszögegység}. \quad (5)$$

A σ_{np} -ra vonatkozó adatokat a [9] alatt idézett dolgozatból vettük.

Az $S(\Phi)$ függvénynek (5) segítségével normált értékei az 1. táblázat negyedik oszlopában találhatók. Az ötödik oszlopban az interferencia hatáskeresztmetszet [4]-ben kiszámított maximális értékei vannak feltüntetve. ($I(\Phi)$ valódi értékei ezeknél lényegesen kisebbek lehetnek.) A hatodik oszlop a két eljárással nyert $S(\Phi)$ értékek középértékét tartalmazza. $\Phi \geq 50^\circ$ szögekre ezen oszlopban levő hatáskeresztmetszet-értékek megegyeznek a neutron-neutron szórás differenciális hatáskeresztmetszetével.

1. TÁBLÁZAT

Φ° tömegközéppont koordináta-rendszerben	$S(\Phi)$ relatív értékei	$S'(\Phi)$	$S''(\Phi)$	$I(\Phi)_{\max}$	$\overline{S(\Phi)}$
		$10^{-27} \text{ cm}^2/\text{térszögegység-ben}$			
12	$2,1 \pm 0,4$	$7,0 \pm 1,4$	$9,2 \pm 3,0$	—	$7,4 \pm 1,3$
16	$1,6 \pm 0,3$	$5,3 \pm 1,1$	$7,0 \pm 2,3$	—	$5,7 \pm 1,0$
20	$1,3 \pm 0,2$	$4,3 \pm 0,7$	$5,7 \pm 1,8$	—	$4,5 \pm 0,7$
30	$0,85 \pm 0,2$	$2,8 \pm 0,7$	$3,7 \pm 1,3$	—	$3,0 \pm 0,6$
40	$0,85 \pm 0,2$	$2,8 \pm 0,7$	$3,7 \pm 1,3$	0,60	$3,0 \pm 0,6$
50	$0,94 \pm 0,2$	$3,1 \pm 0,7$	$4,1 \pm 1,4$	0,36	$3,3 \pm 0,6$
60	$1,03 \pm 0,2$	$3,4 \pm 0,7$	$4,5 \pm 1,5$	0,20	$3,6 \pm 0,6$
70	$1,00 \pm 0,2$	$3,3 \pm 0,7$	$4,4 \pm 1,4$	0,10	$3,5 \pm 0,6$
80	$1,00 \pm 0,2$	$3,3 \pm 0,7$	$4,4 \pm 1,3$	0,09	$3,6 \pm 0,6$
90	$0,97 \pm 0,25$	$3,2 \pm 0,9$	$4,3 \pm 1,6$	0,04	$3,5 \pm 0,8$

 $\sigma_{nn}(\Phi)$

Látható, hogy ezek a hatáskeresztmetszet-értékek a vizsgált szögtartományban $50^\circ \leq \Phi \leq 90^\circ$ a $(p-p)$ szórás differenciális hatáskeresztmetszetéhez közel állnak és úgy látszik, hogy ugyanolyan gyengén függnek a szórás-szögtől is.

A neutron-neutron szórás teljes hatáskeresztmetszetét is meghatározhatjuk hozzávetőlegesen, amennyiben $\Phi < 50^\circ$ szögekre izotropiát tételezünk fel. Ilyen feltevés mellett a $\sigma_i(n-n) = 22 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$. Ez elég közel van a hasonló energiájú protonokkal végzett $(p-p)$ szórás teljes hatáskeresztmetszetéhez $23 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$ [10]. A $(n-n)$ és $(p-p)$ kölcsönhatás teljes hatáskeresztmetszetének egyenlőségét erősíti meg az a tény is, hogy kb. azonos energiájú beeső nukleonoknál a $(n-d)$ és $(p-d)$ kölcsönhatás teljes hatáskeresztmetszete egyenlőnek adódik. (A kísérlet hibahatárán belül.) $E_n = 380 \text{ MeV}$ energiánál [8] $\sigma_i(n-d) = (60 \pm 3) \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$ és $E_p = 408 \text{ MeV}$ energiánál [11] $\sigma_i(p-d) = (55,6 \pm 2,2) \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$. Az említett tények a magerők töltésszimmetriájára vonatkozó feltevés helyessége mellett tanúskodnak.

A $(n-n)$ szórás teljes hatáskeresztmetszetének energiafüggéséről közvetlen adatok nincsenek. Az összetett magok hatáskeresztmetszetének energiafüggéséből, továbbá a nagyenergiájú $(n-d)$ és $(n-p)$ kölcsönhatás teljes hatáskeresztmetszetének összehasonlításából nyert közvetett következtetések a $(n-n)$ szórás hatáskeresztmetszetének gyenge energiafüggéséről tanúskodnak a 160–400 MeV [2] energiatartományban.

A $(n-n)$ és $(n-p)$ szórás hatáskeresztmetszeteinek összehasonlítása azt mutatja, hogy fennáll az alábbi egyenlőtlenség:

$$\sigma_{np}\left(\frac{\pi}{2}\right) \cong \frac{1}{4} \sigma_{nn}\left(\frac{\pi}{2}\right),$$

továbbá, hogy a $(n-n)$ szórásra vonatkozó kísérletek eredményei nincsenek ellentmondásban a magerők töltésfüggetlenségével.

Befejezésül köszönetet mondunk *I. Ja. Pomerancsuk* professzornak a nukleonok és deuteron közötti kölcsönhatás problémájának a diszkussziójáért.

Fordította: Nagy Károly

IRODALOM

- [1] В. П. Желепов, Б. М. Головин, В. И. Сатаров, Отчет Инст. ядерных проблем АН СССР, 1953.
- [2] В. П. Желепов, Диссертация. Инст. ядерных проблем АН СССР. март 1954.
- [3] И. М. Шмушевич, Диссертация. ЛФТИ, АН СССР, 1952.
- [4] Б. М. Головин, Отчет Инст. ядерных проблем АН СССР, 1954.
- [5] Е. П. Тамболцев, Отчет, АН СССР 1952 и 1954.
- [6] В. П. Желепов, Ю. М. Казаринов, Б. М. Головин, В. Б. Флагин, Отчет Инст. ядерных проблем АН СССР, 1952.
- [7] J. Jungeman, Phys. Rev., 79. 632 (1950).
- [8] В. П. Желепов, Б. М. Головин, В. И. Сатаров, Отчет Инст. ядерных проблем АН СССР, 1952.
- [9] В. П. Желепов, Ю. М. Казаринов, Ugyanott, 1951 június.
- [10] O. Chamberlain et al., Phys. Rev., 93. 1424 (1954).
- [11] J. Mashall et al. Phys. Rev. 91. 767 (1953).

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

A RELATIVITÁS ELMÉLETÉNEK ÖTVENÉVES JUBILEUMA

NOVOBÁTZKY KÁROLY akadémikus
ELTE, Fizikai Intézet, Budapest

Mi történt ötven évvel ezelőtt? Az történt, hogy a fiatal Einstein hallatlanul merész bírói végzéssel megszüntette a keresetet egy régóta körözött bűnös ellen, akinek az volt a vétké, hogy sohasem volt ott, ahol a törvény szerint lennie kellett volna. Kisiklott abból a körmönfont ravaszsággal készített hálóból is, melyet a tudós Michelson font köréje. A bűnös kettős nevet viselt. Hol éternek, hol abszolút koordináta-rendszernek nevezte magát. Mindenki hitt benne és mindenki pártfogolta. Maga a nagy Lorentz is azonnal kész volt, hogy kontrakciós hipotézisével kimentse legutolsó törvénytelen alibijét.

Minek köszönhette az éter a maga nagy hitelét? Nyilván annak a körülménynek, hogy sem a mechanika, sem az elektrodinamika nem lehet megvonatkoztató rendszer nélkül. De nem minden rendszer jó. A Newton- és Maxwell-féle egyenleteket általában nem lehet transzformációval átírni egyik rendszerből egy másikba, anélkül, hogy alakjukat, tehát tartalmukat is meg ne változtatnók. Melyik tehát az a koordináta-rendszer, melyben közismert alakjukban érvényesek? Jól ismerjük a feleletet. Newton szerint a dinamika mozgásegyenletei az abszolút térben nyugvó rendszerben igazak lesznek, viszont a Maxwell-féle alapegyenletek Lorentz szerint a nyugvó éterben lehorgonyzott koordináta-rendszerben. A két hipotézis egy és ugyanaz, a Lorentz-féle fogalmazás kissé materiálisabb színezetű.

E szerint Einstein előtt úgy a mechanika, mint az elektrodinamika abszolút elméletek voltak, melyeknek alapegyenletei csak egy meghatározott koordináta-rendszerben érvényesek. Newton kijelentésének ridegségét némileg enyhítette ugyan a Galilei-féle relativitási elv, de ez az elektrodinamikában nem vált be. Ismeretelméleti szempontból alaptudományaink abszolút jellege nem lett volna tragikus, ha mérésrel meg lehetett volna állapítani, hogy egy reális földi koordináta-rendszer milyen mozgásállapotban van az abszolút rendszerekhez képest, mert akkor transzformációval alapegyenleteinket könnyen átírhattuk volna erre a hozzáférhető földi rendszerre. Tragikussá akkor vált a dolog, mikor a legprecíziósabb mérések sem vezettek eredményre. Mozgásállapotunk az éterre vonatkozólag nem volt megállapítható. Ekkor hangzott fel Einstein szava: Kerestétek az étert és nem találtátok. Ne keressétek tovább,

mert éter nincs. A mi alapegyenleteink nem vonatkoznak semmiféle éterre, semmiféle abszolút rendszerre, hanem érvényesek minden inerciarendszerben. Inerciarendszer pedig az olyan, melyben semmiféle inerciaerő (pl. centrifugális vagy Coriolis-erő) nem lép fel. Einstein tehát a kísértetek közé száműzi az abszolút rendszereket, de az inerciarendszer nagyszerű fogalomalkotásával azonnal pótolja is őket. A további következmények kézenfekvők. Ha egy valamilyen rendszerben nincs inerciaerő, nincs abban a másokban sem, mely az elsőhöz képest egyenletes translációt végez. Inerciarendszer ennél fogva végtelen sok van, valamennyi egyenértékű. Alapegyenleteinknek tehát olyanoknak kell lenniök, hogy áttranszformálásuk egyik inerciarendszerből a másikba nem változtatja meg alaki szerkezetüket. Ime a híres Einstein-féle relativitási elv. Ez az elv még csak keret, melyet ki kell tölteni. Meg kell találni a transzformációt, mely egyik inerciarendszerből átvisz egy másikba. Einstein itt a tapasztalatra támaszkodik. A fény a mozgó Földön, más szóval a Michelson-féle interferometer rendszerében minden irányban ugyanazzal a sebességgel terjed, különben a karok elforgatása csikeltolódást eredményezne. A fénysebesség állandósága pedig rávezet a Lorentz-transzformációra. Ezt a transzformációt Lorentz alkotta meg, Poincaré is ismerte, de mindkét kiváló tudós tehetetlenül állt szemben a transzformált idővel. Hát lehet az időt transzformálni? Hiszen az idő évezredek óta úgy él az emberiség tudatában, mint egy egyenletesen ömlő folyam, melynek merőleges keresztmetszete mindenki számára az egyidejűséget jelképezi. Idő csak egyféle lehet, maga az egységes világidő. Einsteinben azonban meg volt az a fensőbbeséges bátorság, hogy levonja a fénysebesség állandóságának minden következményét. Márpedig ez az elv csak úgy tartható fenn, ha minden inerciarendszerhez külön időfolyamot rendelünk. Ahány rendszer, annyi időfolyam. Nem haladnak párhuzamosan, keresztmetszeteik nem esnek egybe. Az egyidejűségnek csak egy rendszeren belül van értelme.

A kísérleti tapasztalat mindmáig nem mutat fel tényt, mely az elmélettel ellenkeznék. Ez indította Heisenberget arra a kijelentésre, hogy a relativitás elmélete tudományunk sziklaszilárd alkatrésze. A korszakalkotó új időelgondolás világraszóló sikert jelentett. Einstein nagy alkotásai közül már ez az egy is elég lett volna ahhoz, hogy szerzőjének neve bekerüljön a tudomány halhatatlanjainak aranykönyvébe.

A MOZGÓ TESTEK ELEKTRODINAMIKÁJÁRÓL*

A. EINSTEIN

Ismeretes, hogy a Maxwell-féle elektrodinamika — a jelenleg szokásos értelmezésében — a mozgó testekre való alkalmazás közben olyan aszimmetriákhoz vezet, amelyek látszólag nem illeszkednek jól a jelenségekhez. Gondoljunk pl. a mágnes és a vezető között fellépő elektrodinamikusan kölcsönhatásra. Itt az észlelhető jelenség csupán a vezető és a mágnes egymáshoz viszonyított mozgásától függ, holott jelenlegi felfogásunk szerint két esetet kell egymástól szigorúan elválasztanunk, attól függően, hogy a szóban forgó két test közül melyiket mozgatjuk. Ha ugyanis a mágnes mozog, a vezető pedig nyugalomban van, akkor a mágnes környezetében meghatározott energiaértékekkel bíró elektromos tér keletkezik, amely azokon a helyeken, ahol a vezető részei tartózkodnak, áramot hoz létre. Ha azonban a mágnes van nyugalomban és a vezető mozog, akkor a mágnes környezetében nem jön létre elektromos tér, viszont a vezetőben olyan elektromotoros erő keletkezik, amelyhez önmagában semmi energia nem tartozik, de mégis — a szemügyre vett két esetben a relatív mozgás egyenlőségét feltételezve — ugyanakkora nagyságú és ugyanolyan lefolyású elektromos áramok létrejöttéhez vezet, mint az első esetben az elektromos erők által létrehozott elektromos áram.

Hasonló példák és a Föld mozgásának valamely „fényközeg”-hez viszonyított tanulmányozására irányuló sikertelen kísérletek, arra engednek következtetni, hogy az abszolút nyugalom fogalmával nemcsak a mechanikában, hanem az elektrodinamikában sem tudjuk a jelenségek tulajdonságait megnyugtatóan leírni, sőt egyúttal azt is sejtetik, hogy minden koordináta-rendszer számára, amelyekben a mechanikai egyenletek érvényben vannak, ugyanazok az elektrodinamikai és optikai törvények is érvényesek, mint amelyek elsőrendű mennyiségekre¹ már bizonyítást nyertek. Ezt a sejtést (amelynek tartalmát a továbbiakban „relativitás elvé”-nek nevezzük) fogjuk most feltevésenként tárgyalni, azonkívül bevezetjük azt az előbbivel csak látszólagos ellentétben álló feltevést is, hogy a fény üres térben állandóan egy meghatározott, az emittáló test mozgásállapotától független V sebességgel terjed tova. E két feltétel elegendő ahhoz, hogy — a nyugvó testekre vonatkozó Maxwell-féle

* Megjelent: Ann. d. Phys. 17 1905.

¹ H. A. Lorentz: Elektromagnetische Erscheinungen in einem System, das sich mit beliebiger, die des Lichtes nicht erreichender Geschwindigkeit bewegt — c. munkáját Einstein még nem ismerte. (Szerk. megjegyzése.)

elmélet alapulvételével — a mozgó testek egyszerű és ellentmondásmentes elektrodinamikájához jussunk. Valamely „fényéter“ bevezetése fölöslegesnek bizonyul, mivel a kifejtendő felfogás szerint nincs szükség arra, hogy különleges tulajdonságokkal rendelkező „abszolút nyugvó tér“-ről beszéljünk, de nincs szükség arra sem, hogy az üres tér egy pontjához, amelyben elektromágneses folyamatok mennek végbe, sebességvektort rendeljünk.

A kifejtendő elmélet — mint minden más elektrodinamika — a merev testek kinematikájára támaszkodik, mivel minden ilyesfajta elmélet megállapításai merev testek (koordináta-rendszerek), időmérő órák és elektromágneses folyamatok közötti kapcsolatokra vonatkoznak. Ennek a körülménynek nem kielégítő szemlélésmódjában kell keresnünk azoknak a nehézségeknek gyökereit, amelyekkel a mozgó testek elektrodinamikája jelenleg küszködik.

I. Kinematikai rész

1. §. Az egyidejűség definíciója

Vegyünk egy koordináta-rendszert, amelyben a Newton-féle mechanikai törvények érvényesek.¹ Nevezzük ezt a koordináta-rendszert szóbeli megkülönböztetésül a később bevezetendő koordináta-rendszerektől és az elképzelés pontosabbá tétele érdekében „nyugvó rendszer“-nek.

Ha egy anyagi pont ehhez a koordináta-rendszerhez viszonyítva nyugalomban van, akkor a rendszerhez viszonyított helyzetét az euklidesi geometria módszereinek felhasználásával merev mérőrudak segítségével meghatározhatjuk és Cartesius-féle koordinátákban kifejezhetjük.

Ha egy anyagi pontnak a *mozgását* akarjuk leírni, akkor koordinátáinak értékét az idő függvényében adjuk meg. Jól szem előtt kell tartanunk, hogy egy e fajta matematikai leírásnak csak akkor van fizikai értelme, ha előzőleg tisztáztuk, hogy mit fogunk itt „időn“ érteni. Tekintetbe kell vennünk, hogy minden olyan ítéletünk, amelyben az idő szerepet játszik, mindig *egyidejű eseményekről* alkotott ítélet. Ha például azt mondjuk: „ez a vonat az állomásra 7 órakor érkezik“, ez annyit jelent, hogy „az óránk kis mutatójának a 7-es számjegyre való beállása és a vonat megérkezése egyidejű események“.²

Azt gondolhatnánk, hogy az „idő“ definícióját illető minden nehézséget kiküszöbölhetjük azáltal, hogy az „idő“ helyére „az óránk kismutatójának helyzetét“ tesszük. Az ilyen definíció valóban elegendő is lenne, ha csak

¹ Értsd: „első közelítésben érvényesek“.

² Azt a pontatlanságot, amely két (közelítőleg) ugyanazon helyen végbemenő esemény egyidejűségének fogalmában rejlik és így absztrakcióval hidalandó át, ezen a helyen nem tárgyaljuk.

arról volna szó, hogy az időt kizárólag arra a helyre definiáljuk, ahol az óra éppen tartózkodik; a definíció azonban nem elegendő akkor, ha már arról is szó van, hogy a különböző helyeken végbemenő eseménysorozatokat időbelileg egymással összekapcsoljuk, vagy — ami ugyanazt eredményezi — olyan eseményeket értékeljük az időben, amelyek az órától távol levő helyeken mennek végbe.

Mindenesetre annyiival megelégedhetnénk, hogy az eseményeket időbelileg azáltal értékeljük, hogy az órájával a koordináta-rendszer középpontjában tartózkodó megfigyelő az üres téren át hozzáérkező és az értékelendő eseményről tanúskodó fényjelekhez a megfelelő óramutatóállásokat feljegyzi. Ennek az idő-hozzárendelésnek azonban az a hátránya van, hogy — mint tapasztalatból tudjuk — nem független az órával ellátott megfigyelő álláspontjától. Sokkal gyakorlatibb időmegállapításhoz juthatunk a következő megfontolás révén.

Legyen a térnek egy A pontjában egy óra. Az A pontban tartózkodó megfigyelő az A pont közvetlen környezetében lejátszódó eseményeket úgy értékelheti az időben, hogy feljegyzi az eseményekkel egyidejű óramutatóállásokat. Ha a tér B pontjában is van egy óra és tegyük hozzá, „egy pontosan ugyanolyan tulajdonságú óra, mint amilyen az A -ban van“, akkor a B pont közvetlen környezetében végbemenő események időbeli értékelését egy A pontban tartózkodó megfigyelő végezheti el. További megszorítások nélkül azonban az A -ban lejátszódott eseményeket az időben nem hasonlíthatjuk össze a B -ben lejátszódott eseményekkel; az eddigiekben csupán „ A -időt“ és „ B -időt“ definiáltunk, de az A -ra és B -re közös „idő“ meghatározása még hiányzik. Ez utóbbi időt úgy definiálhatjuk, hogy *definícióként* kijelentjük, hogy az az „idő“, amely alatt a fény A -ból B -be érkezik, azonos azzal az „idő“-vel, amely alatt a fény B -ből A -ba érkezik. Induljon el egy fénysugár t_A „ A -idő“-ben az A -ból a B felé, azután t_B „ B -idő“-ben reflektálódjék a B -ből az A felé, majd t_A „ A -időben“ érkezzen vissza az A -ba. A két óra definíciószerűleg szinkron-járásban van, ha

$$t_B - t_A = t'_A - t'_B.$$

Feltételezzük, hogy a szinkronizmusnak ez a definíciója ellentmondásmentes módon lehetséges tetszőlegesen sok pontra is, tehát általában érvényesek a következő összefüggések:

1. Ha a B -ben lévő óra szinkron-járásban van az A -ban levő órával, akkor az A -ban levő óra szinkron-járásban van a B -ben levő órával.

2. Ha az A -ban levő óra szinkron-járásban van a B -ben levő órával és a C -ben levő órával is, akkor a B -ben és C -ben levő órák egymáshoz viszonyítva is szinkron-járásban vannak.

Így bizonyos (gondolati) fizikai tapasztalatok segítségével lerögzítettük, mit kell értenünk különböző helyeken található szinkron-járásban levő nyugvó órákon és ezzel sikerült az „egyidejű“ és az „idő“ definícióját megadnunk.

Valamely eseménynek az „ideje“ tehát nem más, mint egy, az esemény helyén tartózkodó nyugalomban levő órának az eseménnyel egyidejű adata, és ez az óra egy meghatározott, nyugalomban levő órával — minden időmeghatározás alkalmával — szinkronjárásban van.

A tapasztalatnak megfelelően megállapítjuk továbbá, hogy

$$\frac{2\overline{AB}}{t'_A - t_A} = V,$$

ahol V univerzális konstans (a fénysebesség üres térben).

Lényeges, hogy az időt az előzőekben nyugvó rendszerben nyugalomban levő órák segítségével definiáltuk; a nyugvó rendszerhez való szerves kapcsolata miatt az így definiált időt a „nyugvó rendszer ideje“-nek nevezzük.

2. §. A hosszúságok és az idők relativitása

A következő megfontolások a relativitás elvére és a fénysebesség konstans voltának elvére támaszkodnak. E két elvet a következőképpen definiáljuk.

1. Azok a törvények, amelyek szerint a fizikai rendszer állapotai változnak, függetlenek attól, hogy ezeket az állapotváltozásokat két egymáshoz képest egyenesvonalú egyenletes mozgásban levő koordináta-rendszer közül melyikre vonatkoztatjuk.

2. „Nyugvó“ koordináta-rendszerben minden fénysugár meghatározott V sebességgel mozog, függetlenül attól, hogy az emittáló test nyugalomban vagy mozgásban van-e. Itt

$$\text{sebesség} = \frac{\text{fény útja}}{\text{időtartam}},$$

ahol „időtartam“ az 1. §-ban megadott definíció szerint értendő.

Vegyünk egy nyugalomban levő merev rudat; ennek hossza, melyet egy ugyancsak nyugalomban levő mérőrúd segítségével mérünk meg, legyen l . Gondoljuk most, hogy a rúd a nyugalomban levő koordináta-rendszer X -tengelye mentén, növekedő x -ek felé egyenesvonalú egyenletes mozgásban van (v sebességgel) úgy, hogy a rúd tengelye az x -tengellyel párhuzamos. Keresünk ennek a *mozgó* rúdnek a hosszát. A feladat megoldására a következő két művelet jön tekintetbe:

a) A megfigyelő kezében az előbb említett mérőrúddal együtt mozog a mérendő rúddal, és a mérőrúd ráhelyezésével közvetlenül megméri a rúd hosszát, éppen úgy, mintha a mérendő rúd, a megfigyelő és a mérőrúd nyugalomban volnának.

b) A megfigyelő a nyugalmi rendszerben elhelyezett és az 1. § szerint szinkronjárásban levő nyugvó órák segítségével megállapítja, hogy egy adott t időben mely pontokban tartózkodik a mérendő rúd kezdő- és végpontja.

Az így nyert két pont távolsága, amelyet a már használt, ez esetben nyugalomban levő mérőrúddal mérhetünk, egyúttal megadja azt a hosszúságot, amelyet a „rúd hosszá”-nak tekinthetünk.

A relativitás elve szerint az *a)* alatti művelettel nyert hosszúságnak — melyet „a rúd hossza mozgó rendszerben” megjelöléssel fogunk emlegetni — egyenlőnek kell lennie a nyugalomban levő rúd l hosszúságával.

A *b)* műveletnél a keresendő hosszúságot, amelyet „nyugvó rendszerben levő (mozgó) rúd hosszá”-nak fogunk nevezni, az említett két elv segítségével határozzuk meg és azt találjuk, hogy e hosszúság különbözik az l -től. Az általában használt kinematika hallgatólagosan feltételezi, hogy az említett két művelet révén meghatározott hosszúságoknak egymással teljesen egyenlőeknek kell lenniök; ez más szavakkal annyit jelent, hogy egy mozgásban levő merev test valamely t időpillanatban geometriai vonatkozásban tökéletesen helyettesíthető *ugyanazon* testtel, amely a meghatározott helyen *nyugalomban* van.

Gondoljuk továbbá, hogy a rúd két végére (A és B) órákat helyeztünk, amelyek szinkronjárásban vannak a nyugvó rendszer óráival, azaz adataik mindenkor megfelelnek a „nyugvó rendszer idejé”-nek azokon a helyeken, amelyekben éppen tartózkodnak; ezek az órák tehát a „nyugvó rendszerben szinkronjárásban” vannak.

Gondoljuk még, hogy mindegyik óránál egy vele együtt mozgó megfigyelő tartózkodik és hogy ezek a megfigyelők mindkét órára alkalmazzák a két óra szinkronjárására, az 1. §-ban megállapított kritériumot. Induljon el A -ból t_A időpillanatban¹ egy fénysugár és ez t_B időben verődjön vissza a B -ben és t'_A időben érkezzék vissza az A pontba. A konstans fénysebesség elvének tekintetbevételével nyerjük:

$$t_B - t_A = \frac{r_{AB}}{V - v} \quad \text{és} \quad t'_A - t_B = \frac{r_{AB}}{V + v},$$

ahol r_{AB} a mozgó rúd hosszát jelenti nyugalmi rendszerben mérve. A mozgó rúddal együtt mozgó megfigyelők tehát a két órát nem fogják szinkronjárásban levőknek találni, míg a nyugvó rendszerben levő megfigyelők ezeket az órákat szinkronjárásban levőknek találják.

Látjuk tehát, hogy az egyidejűség fogalmához nem szabad *abszolút* jelentést rendelni, hanem szem előtt kell tartanunk, hogy két olyan esemény, amely egy koordináta-rendszerből szemlélve egyidejű, egy az ehhez a rendszerhez viszonyítva mozgásban levő rendszerből szemlélve, nem tekinthető két egyidejű eseménynek.

¹ Az „idő” itt a „nyugvó rendszer idejé”-t jelenti és egyúttal „a szóban forgó helyen tartózkodó mozgó óra mutatóállását”-t.

3. §. Koordináta- és időtranszformáció nyugvó rendszerről egy hozzá képest egyenesvonalú egyenletes mozgásban levő rendszerre való áttérés esetén

Legyen a „nyugvó” térben két koordináta-rendszerünk, azaz két rendszerünk, melynek mindegyike három egymásra merőleges és egy pontból kiinduló merev anyagi egyenes által nyer meghatározást. A két rendszer X -tengelyei egybeeshetnek, Y - és Z -tengelyeik párhuzamosak. Mindegyik rendszerhez tartozzék egy merev mérőrúd és megfelelő számú óra. A két mérőrúd és az összes óra egymással tökéletesen azonos mindkét rendszerben.

Mozogjon az egyik rendszer (k) kezdőpontja a másik, nyugalomban levő K rendszer növekvő x iránya mentén (konstans) v sebességgel, ez a sebesség a koordinátatengelyekhez, a megfelelő mérőrúdhhoz és az órákhoz is hozzárendelhető. A K nyugvó rendszer bármely t idejéhez a mozgó rendszer tengelyeinek meghatározott helyzete tartozik és a k rendszer mozgására vonatkozólag szimmetria okokból jogunk van feltételezni, hogy a mozgó rendszer tengelyei bármely t időben („ t ” mindig a nyugvó rendszer idejét jelenti) párhuzamosak a nyugvó rendszer tengelyeivel.

Gondoljuk most, hogy a teret mind a K nyugvó rendszerben, nyugalomban levő mérőrúd segítségével, mind a k mozgó rendszerben egy vele együtt mozgó mérőrúd segítségével kimértük és így az x, y, z , illetve ξ, η, ζ koordinátákat kaptuk. Meghatározzuk továbbá a nyugvó rendszerben levő nyugvó órák segítségével az 1. §-ban ismertetett fényjelzési eljárással a nyugvó rendszer t idejét ez utóbbinak mindama pontjára vonatkozólag, ahol órák vannak; hasonlóképpen meghatározzuk a mozgó rendszer τ idejét a mozgó rendszer mindama pontjaira, amelyekben a mozgó rendszerhez képest nyugalomban levő órák vannak. A meghatározás az 1. §-ban ismertetett módon történik, ama pontok közötti fényjelzés segítségével, amelyekben az említett órák tartózkodnak.

Minden x, y, z, t értékrendszerhez — mely a nyugvó rendszerben valamely esemény helyét és idejét tökéletesen meghatározza — tartozik egy a k rendszerhez viszonyított ξ, η, ζ, τ értékrendszer. Feladatunk most, hogy ezen mennyiségek közötti kapcsolatokat kifejező egyenletrendszert találjunk.

A tér és az idő fogalmához rendelt homogenitási-tulajdonságok miatt érthető, hogy a keresett egyenleteknek *lineáris*aknak kell lenniök.

Legyen $x' = x - vt$. Világos, hogy egy a k rendszerben nyugvó ponthoz meghatározott, időtől független x', y, z értékrendszer tartozik. Először a τ értékét fogjuk meghatározni, mint az x', y, z és t függvényét. E célból azt kell egyenletekben kifejeznünk, hogy a τ nem más, mint a k rendszerben levő nyugvó órák adatainak tartalmi kifejezője. Ezeket az órákat az 1. §-ban megadott szabály szerint szinkronjárásban levőknek tételezzük fel.

A k rendszer kezdőpontjából τ_0 időben indítsunk el egy fénysugarat az X -tengely mentén az x' felé, ahonnan τ_1 időben reflektálódjék a kezdőpont

felé és ide τ_2 időben érkezzék vissza. Fennáll a következő egyenlet:

$$\frac{1}{2}(\tau_0 + \tau_2) = \tau_1,$$

vagy a τ függvény argumentumának bevezetésével és a nyugvó rendszerben a fénysebesség állandó voltának alkalmazásával:

$$\frac{1}{2} \left[\tau(0, 0, 0, t) + \tau\left(0, 0, 0, t + \frac{x'}{V-v} + \frac{x'}{V+v}\right) \right] = \tau\left(x', 0, 0, t + \frac{x'}{V-v}\right).$$

Ebből, ha x' -t végtelen kicsire választjuk, adódik:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{V-v} + \frac{1}{V+v} \right) \frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial t}{\partial x'} + \frac{1}{V-v} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial t}, \quad \text{vagy} \quad \frac{\partial t}{\partial x'} + \frac{v}{V^2 - v^2} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial t} = 0.$$

Megjegyzendő, hogy a koordináta-rendszer kezdőpontja helyett bármely más pontot is választhattunk volna a fénysugár kiindulási pontjául és így a fent kapott egyenlet minden x', y, z értékre érvényes.

Az Y - és Z -tengelyre alkalmazott hasonló megfontolásból adódik, figyelembe véve, hogy a fény ezeknek a tengelyeknek mentén nyugvó rendszerből szemlélve $\sqrt{V^2 - v^2}$ állandó sebességgel terjed tova:

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = 0.$$

Ezekből az egyenletekből következik, mivel τ lineáris függvény:

$$\tau = a \left(t - \frac{v}{V^2 - v^2} \cdot x' \right),$$

ahol a egy egyelőre ismeretlen $\varphi(v)$ függvény és a rövidség kedvéért feltételeztük, hogy a k kezdőpontjában $\tau = 0$ esetén $t = 0$.

Eme eredmény segítségével könnyen megkaphatjuk a ξ, η, ζ mennyiségeket, ha egyenletekben kifejezzük azt a tényt, hogy a fény (miként a fénysebesség állandóságának elve a relativitás elvével való kapcsolatában megkívánja) mozgó rendszerben mérve is V sebességgel halad. A növekvő ξ irányában $\tau = 0$ időpillanatban kibocsátott fénysugárra érvényes a következő egyenlet:

$$\xi = V\tau, \quad \text{vagy} \quad \xi = aV \left(t - \frac{v}{V^2 - v^2} \cdot x' \right).$$

Most azonban a fénysugár a k kezdőpontjához viszonyítva a nyugvó rendszerben mérve $V-v$ sebességgel halad, s így áll:

$$\frac{x'}{V-v} = t.$$

Helyettesítsük t -nek ezt az értékét a ξ egyenletébe:

$$\xi = a \frac{V^2}{V^2 - v^2} \cdot x'.$$

Hasonló módon kapjuk a másik két tengely mentén haladó fénysugár tekintetbevételével:

$$\eta = V\tau = aV \left(t - \frac{v}{V^2 - v^2} x' \right), \quad \text{ahol} \quad \frac{y}{\sqrt{V^2 - v^2}} = t; \quad x' = 0;$$

$$\text{tehát} \quad \eta = a \frac{V}{\sqrt{V^2 - v^2}} y \quad \text{és} \quad \zeta = a \frac{V}{\sqrt{V^2 - v^2}} z.$$

Helyettesítsük be x' értékét:

$$\tau = \varphi(v) \beta \left(t - \frac{v}{V^2} x \right),$$

$$\xi = \varphi(v) \beta (x - vt),$$

$$\eta = \varphi(v) y,$$

$$\zeta = \varphi(v) z,$$

ahol

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V} \right)^2}}$$

és φ egy egyelőre ismeretlen függvénye a v -nek. Ha a mozgó rendszer kezdeti helyzetére és a τ kezdőpontjára vonatkozólag semmiféle kijelentést nem teszünk, akkor ezeknek az egyenleteknek a jobb oldalához egy-egy konstans tagot kell még hozzáírunk.

Most be kell bizonyítanunk, hogy minden fénysugár, mozgó rendszerben mérve, V sebességgel terjed, ha, mint feltételeztük, a nyugvó rendszerben is így terjed; eddig ugyanis még nem bizonyítottuk be, hogy a fénysebesség állandóságának elve összeegyeztethető a relativitás elvével.

Induljon ki a $t = \tau = 0$ időben a két rendszernek éppen akkor közös koordináta-kezdőpontjából egy gömbhullám, amely a K rendszerben V sebességgel terjed tovább. Ha (x, y, z) éppen ennek a hullámnak egy pontja, akkor érvényes az alábbi összefüggés:

$$x^2 + y^2 + z^2 = V^2 t^2.$$

Ezt az egyenletet transzformáljuk át fenti transzformációs egyenleteink segítségével. Egyszerű számítással kapjuk:

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = V^2 \tau^2.$$

A megfigyelt hullám tehát mozgó rendszerben szemlélve is V terjedési sebes-

séggel bíró gömbhullám. Ezzel megmutattuk, hogy két alapelvünk egymással összeegyeztethető.¹

A transzformációs egyenletek megoldásában még egy ismeretlen $\varphi(v)$ függvény jelentkezett, amelyet most fogunk meghatározni.

Ebből a célból vezessünk be még egy harmadik K' koordinátarendszert, amely a k rendszerhez viszonyítva a Ξ -tengellyel párhuzamosan translációs mozgást végez oly módon, hogy a koordinátarendszer kezdőpontja a tengelyen $-v$ sebességgel mozog. A $t=0$ időpillanatban a három koordináta-kezdőpont egybeeshet és $t=x=y=z=0$ esetén a K' rendszer t' ideje legyen zéró. A K rendszerben mért koordinátákat jelöljük x', y', z' -vel. Transzformációs egyenleteink kétszeri alkalmazásával nyerjük:

$$\begin{aligned} t' &= \varphi(-v) \beta(-v) \left\{ \tau + \frac{v}{V^2} \xi \right\} = \varphi(v) \varphi(-v) t, \\ x' &= \varphi(-v) \beta(-v) \{ \xi + v \tau \} = \varphi(v) \varphi(-v) x, \\ y' &= \varphi(-v) \eta = \varphi(v) \varphi(-v) y, \\ z' &= \varphi(-v) \zeta = \varphi(v) \varphi(-v) z. \end{aligned}$$

Mivel az x', y', z' és x, y, z közötti összefüggések a t időt nem tartalmazzák, a K és K' rendszerek egymáshoz képest nyugalomban vannak és világos, hogy a K -ról K' -re történő transzformációnak identikus transzformációnak kell lennie. Így tehát:

$$\varphi(v) \varphi(-v) = 1.$$

Keressük még a $\varphi(v)$ jelentését. A k rendszer Y -tengelyének ama darabját vegyük tekintetbe, amely a $\xi=0$, $\eta=0$, $\zeta=0$ és $\xi=0$, $\eta=l$, $\zeta=0$ között fekszik. Az Y -tengelynek ez a darabja a K -rendszerhez viszonyítva egy a tengelyére merőlegesen v sebességgel mozgatott rúdnak tekinthető, amelynek végeit a K -rendszerben a következő koordinátákkal jellemezhetjük:

$$x_1 = vt, y_1 = \frac{l}{\varphi(v)}, z_1 = 0 \quad \text{és} \quad x_2 = vt, y_2 = 0, z_2 = 0.$$

A rúd hossza tehát, K -ban mérve, $\frac{l}{\varphi(v)}$; így megadtuk a φ függvény jelentését. Szimmetria okokból világos, hogy egy tengelyére merőlegesen mozgó meghatározott rúdnak nyugvó rendszerben mért hossza csak a sebességtől függ, de nem függ a mozgás irányától és értelmétől. Így tehát egy mozgó rúdnak a nyugalmi rendszerben mért hossza nem változik meg, ha v -t $-v$ -vel

¹ A Lorentz-transzformáció egyenletei egyszerűbben levezethetők közvetlenül abból a feltételből, hogy ama egyenletek következtében a

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - V^2 \tau^2 = 0$$

összefüggés maga után vonja az

$$x^2 + y^2 + z^2 - V^2 t^2 = 0$$

összefüggést.

helyettesítjük. Ebből következik:

$$\frac{l}{\varphi(v)} = \frac{l}{\varphi(-v)}, \quad \text{vagy} \quad \varphi(v) = \varphi(-v).$$

Ebből és az előbb kapott összefüggésből következik, hogy $\varphi(v) = 1$. Így a kapott transzformációs egyenleteink a következő alakba mennek át:

$$\tau = \beta \left(t - \frac{v}{V^2} x \right),$$

$$\xi = \beta (x - vt),$$

$$\eta = y,$$

$$\zeta = z,$$

ahol

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}}.$$

4. §. A kapott egyenleteknek mozgó merev testekre és mozgó órákra vonatkozó fizikai jelentése

Vizsgáljunk egy R sugarú merev gömböt,¹ amely a mozgó k rendszerhez viszonyítva nyugalomban van. A gömb középpontja legyen a k koordináta-rendszer kezdőpontjában. Ennek, a K rendszerhez képest v sebességgel mozgó gömbnek a felületét a következő egyenlet fejezi ki:

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = R^2.$$

A felület egyenletét x, y, z -ben kifejezve a $t = 0$ időpillanatra így írhatjuk fel:

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}\right)^2} + y^2 + z^2 = R^2.$$

Egy merev test tehát, amely nyugalmi állapotban gömbalakú, mozgó állapotban — a nyugalmi rendszerből szemlélve — forgási ellipszoid alakot vesz fel, amelynek tengelyei:

$$R \sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}, R, R.$$

Míg tehát egy gömb (és minden más tetszőleges alakú merev test) Y - és Z -dimenziója mozgás közben nem változik meg, addig az X -mértéke $1 : \sqrt{1 - (v/V)^2}$ arányban látszólag megrövidül, azaz annál jobban, minél nagyobb a v . $v = V$ esetén minden mozgó tárgy — „nyugvó“ rendszerből szemlélve — felületszerű képződménnyé zsugorodik össze. Fénysebességnél

¹ Azaz olyan testet, amely nyugalmi állapotban vizsgálva gömbalakú.

nagyobb sebességek esetén megfontolásaink értelmetlenekké válnak; egyébként a következőkben látni fogjuk, hogy a fénysebesség elméletünkben fizikailag a végtelen nagy sebesség szerepét játssza.

Világos, hogy ugyanezek az eredmények érvényesek a „nyugvó” rendszerben nyugalomban levő testekre is, ha azokat valamely egyenletesen mozgó rendszerből szemléljük.

Képzeljük el továbbá, hogy azoknak az óráknak egyike, amelyek a nyugvó rendszerhez viszonyítva nyugalomban a t időt, mozgó rendszerhez viszonyítva nyugalomban a τ időt képesek megadni, a k koordináta-rendszer középpontban fekszik és úgy állítottuk be, hogy a τ időt mutassa. Hogyan jár ez az óra, ha a nyugvó rendszerből szemléljük?

Ennek az órának a helyére vonatkozó x, t és τ adatok között nyilván érvényesek a következő egyenletek:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}} \left(t - \frac{v}{V^2} x \right) \quad \text{és} \quad x = vt.$$

Így tehát:

$$\tau = t \sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2} = t - \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2} \right) t;$$

ebből következik, hogy az óra (nyugvó rendszerben szemlélve) másodpercenként $(1 - \sqrt{1 - (v/V)^2})$ sec értékkel, vagy — negyed és magasabbrendű tagok elhagyásával — $\frac{1}{2} \left(\frac{v}{V}\right)^2$ sec értékkel késik.

Ebből egy nevezetes következmény adódik. Ha a K -nak A és B pontjaiban nyugvó és a nyugvó rendszerben szemlélve szinkronjárásban levő órák vannak és az A -beli órát v sebességgel elkezdjük mozgatni a B felé az összekötő egyenes mentén, akkor ennek az órának a B -be való megérkezése után a két óra már nem jár szinkron, hanem az A -ból B -be mozgatott óra a kezdettől fogva B -ben tartózkodó órához képest $\frac{1}{2} t \frac{v^2}{V^2}$ sec értékkel ($\frac{v}{V}$ -ben másodrendű tagokig bezárva) késni fog. Itt t az óra A -ból B -be jutásához szükséges idő.

Belátható, hogy ez az eredmény akkor is érvényes, ha az óra valamely tetszőleges sokszögű vonal mentén jut az A -ból a B -be, sőt akkor is, ha az A és B pontok egybeesnek.

Ha feltételezzük, hogy a poligonra bebizonyított eredmény görbe vonalakra is érvényes, akkor a következő tételt kapjuk: Ha az A -ban két szinkronjárásban levő óra van és közülük az egyiket konstans sebességgel zárt görbe mentén mozgatjuk el úgy, hogy ismét visszatérjen az A -ba és az ehhez szükséges idő t , akkor ez utóbbi óra az A -ba való megérkezése után a mozdu-

latlanul maradt órához képes $\frac{1}{2}t\left(\frac{v}{V}\right)^2$ sec értékkel késni fog. Ebből arra következtethetünk, hogy a Föld egyenlítőjén levő, állandó mozgásban levő óra¹ egy nagyon kicsiny értékkel lassabban fog járni, mint a sarkon levő vele pontosan egyező tulajdonságú óra ugyanazon feltételek között.

5. §. Sebességösszetevés

A K rendszer X tengelye mentén v sebességgel mozgó k rendszerben mozogjon egy pont a

$$\xi = w_\xi \tau, \quad \eta = w_\eta \tau, \quad \zeta = 0$$

egyenletek szerint, ahol w_ξ és w_η konstans értékek.

Keressük a pontnak a K rendszerhez viszonyított mozgását. Ha a 3. §-ban megoldott transzformációs egyenletek segítségével a pont mozgásegyenleteibe az x, y, z, t adatokat helyettesítjük, kapjuk

$$x = \frac{w_\xi + v}{1 + \frac{v \cdot w_\xi}{V^2}} t,$$

$$y = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}}{1 + \frac{v w_\xi}{V^2}} w_\eta t,$$

$$z = 0.$$

A sebességek parallelogrammatörvénye elméletünk szerint tehát csak első közelítésben érvényes. Írjuk

$$U^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2,$$

$$w^2 = w_\xi^2 + w_\eta^2$$

és

$$\alpha = \arctg \frac{w_y}{w_x},$$

ahol α a v és w sebességek közötti szög. Egyszerű számítással nyerjük:

$$U = \frac{\sqrt{(v^2 + w^2 + 2vw \cos \alpha) - \left(\frac{vw \sin \alpha}{V}\right)^2}}{1 + \frac{vw \cos \alpha}{V^2}}.$$

¹ Ellentétben az „ingaóra“-val, amely fizikai szempontból rendszernek tekintendő, amelyhez a Föld tartozik; ezt itt kizárjuk.

Említésre méltó, hogy a v és w a keresendő sebesség kifejezésében szimmetrikusan szerepel. Ha a w iránya az X -tengely (Ξ -tengely) irányába esik, akkor

$$U = \frac{v + w}{1 + \frac{vw}{V^2}}.$$

Ebből az egyenletből következik, hogy két — a V -nél kisebb — sebesség összeadásából mindig egy V -nél kisebb sebességet kapunk eredményül. Ha ugyanis a következő átalakításokat hajtjuk végre: $v = V - \alpha$, $w = V - \lambda$, ahol α és λ V -nél kisebb pozitív értékek, kapjuk:

$$U = V \frac{2V - \alpha - \lambda}{2V - \alpha - \lambda + \frac{\alpha\lambda}{V}} < V.$$

Az is következik továbbá, hogy a V fénysebesség értéket valamely, a fénysebességnél kisebb sebességgel való összetevés révén nem változtathatjuk meg. Erre az esetre kapjuk:

$$U = \frac{V + w}{1 + \frac{w}{V}} = V.$$

Az U -ra kapott képletet abban az esetben, ha v és w iránya megegyezik, a 3. §-ban tárgyalt két transzformáció összeadásával is megkaphattuk volna. Ha a 3. §-ban szereplő K és k rendszerek mellé bevezetünk egy harmadik, a k -hoz képest párhuzamosan mozgó k' koordináta-rendszert, amelynek kezdőpontja a Ξ -tengelyen w sebességgel halad, akkor az x, y, z, t mennyiségek és a k' megfelelő mennyiségei között olyan egyenleteket kapunk, amelyek a 3. §-ban nyert egyenletektől csak annyiban különböznek, hogy „ v ” helyébe a

$$\frac{v + w}{1 + \frac{vw}{V^2}}$$

érték kerül. Ebből láthatjuk, hogy az ilyesfajta párhuzamos transzformációk csoportot alkotnak.

Az eddigiekben a számunkra szükséges tételeket a két elmondott elvnek megfelelő kinematikából vezettük le, és most megvizsgáljuk ezeknek az elveknek az elektrodinamikában való alkalmazását.

II. Elektrodinamikai rész

6. §. A Maxwell—Hertz-féle egyenletek transzformációja üres térre. A mágneses térben történő mozgásnál fellépő elektromotoros erők természetéről

Az üres térre vonatkozó Maxwell—Hertz-féle egyenletek érvénye a nyugvó K rendszerre is kiterjeszthető, úgyhogy érvényesek a következő egyenletek:

$$\begin{aligned}\frac{1}{V} \frac{\partial X}{\partial t} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}, & \frac{1}{V} \frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}, & \frac{1}{V} \frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial Z}{\partial t} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}, & \frac{1}{V} \frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x},\end{aligned}$$

ahol X, Y, Z az elektromos térerősség vektorának, L, M, N pedig a mágneses térerősség vektorának komponensei.

Vonatkoztassuk az elektromágneses folyamatokat a 3. §-ban bevezetett és v sebességgel mozgó koordináta-rendszerre és alkalmazzuk az előbbi egyenletekre a 3. §-ban kifejtett transzformációkat. Ekkor a következő egyenletekhez jutunk:

$$\begin{aligned}\frac{1}{V} \frac{\partial X}{\partial \tau} &= \frac{\partial \beta \left(N - \frac{v}{V} Y \right)}{\partial \eta} - \frac{\partial \beta \left(M + \frac{v}{V} Z \right)}{\partial \xi}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial \beta \left(Y - \frac{v}{V} N \right)}{\partial \tau} &= \frac{\partial L}{\partial \xi} - \frac{\partial \beta \left(N - \frac{v}{V} Y \right)}{\partial \xi}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial \beta \left(Z + \frac{v}{V} M \right)}{\partial \tau} &= \frac{\partial \beta \left(M + \frac{v}{V} Z \right)}{\partial \xi} - \frac{\partial L}{\partial \eta}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial L}{\partial \tau} &= \frac{\partial \beta \left(Y - \frac{v}{V} N \right)}{\partial \xi} - \frac{\partial \beta \left(Z + \frac{v}{V} M \right)}{\partial \eta}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial \beta \left(N - \frac{v}{V} Y \right)}{\partial \tau} &= \frac{\partial X}{\partial \eta} - \frac{\partial \beta \left(Y - \frac{v}{V} N \right)}{\partial \xi}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial \beta \left(M + \frac{v}{V} Z \right)}{\partial \tau} &= \frac{\partial \beta \left(Z + \frac{v}{V} M \right)}{\partial \xi} - \frac{\partial X}{\partial \xi},\end{aligned}$$

ahol

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}}.$$

A relativitás elve megkívánja, hogy az üres térre vonatkozó Maxwell—Hertz-féle egyenletek a k rendszerben is érvényesek legyenek, ha azok a K rendszerben érvényesek, azaz, hogy a mozgó k rendszer elektromos és mágneses térerősség (X', Y', Z') és (L', M', N') vektoraira vonatkozólag érvényesek legyenek a következő egyenletek:

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \frac{\partial X'}{\partial \tau} &= \frac{\partial N'}{\partial \eta} - \frac{\partial M'}{\partial \xi}, & \frac{1}{V} \frac{\partial L'}{\partial \tau} &= \frac{\partial Y'}{\partial \xi} - \frac{\partial Z'}{\partial \eta}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial Y'}{\partial \tau} &= \frac{\partial L'}{\partial \xi} - \frac{\partial N'}{\partial \xi}, & \frac{1}{V} \frac{\partial M'}{\partial \tau} &= \frac{\partial Z'}{\partial \xi} - \frac{\partial X'}{\partial \xi}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial Z'}{\partial \tau} &= \frac{\partial M'}{\partial \xi} - \frac{\partial L'}{\partial \eta}, & \frac{1}{V} \frac{\partial N'}{\partial \tau} &= \frac{\partial X'}{\partial \eta} - \frac{\partial Y'}{\partial \xi}. \end{aligned}$$

Nyilvánvaló, hogy a k rendszerre nyert mindkét egyenletrendszernek pontosan ugyanazt kell kifejeznie, hiszen ezek mindegyike ekvivalens a K rendszerre vonatkozó Maxwell—Hertz-féle egyenletekkel. Továbbá mivel e két rendszer egyenletei a vektorokat ábrázoló szimbólumokig egymással meg-egyeznek, következik, hogy az egyenletrendszerek megfelelő helyein fellépő függvényeknek egy, az egyik egyenletrendszer valamennyi függvénye számára közös, a ξ, η, ζ és τ értékétől független, csupán a v -től függő $\psi(v)$ faktor erejéig szintén meg kell egyezniök. Érvényesek tehát a következő összefüggések:

$$\begin{aligned} X' &= \psi(v)X, & L' &= \psi(v)L, \\ Y' &= \psi(v)\beta\left(Y - \frac{v}{V}N\right), & M' &= \psi(v)\beta\left(M + \frac{v}{V}Z\right), \\ Z' &= \psi(v)\beta\left(Z + \frac{v}{V}M\right), & N' &= \psi(v)\beta\left(N - \frac{v}{V}Y\right). \end{aligned}$$

Ha most képezzük eme egyenletrendszer megfordítását, először az itt kapott egyenletek feloldásával, másodsor pedig az inverz transzformációra (k -ről K -ra) vonatkozó egyenletek felhasználásával, melyeket a $-v$ sebességgel jellemezhetünk, akkor az így kapott két egyenletrendszer azonosságának tekintetbevételével adódik, hogy

$$\psi(v) \cdot \psi(-v) = 1.$$

Szimmetriaokokból következik továbbá:¹

$$\psi(v) = \psi(-v);$$

¹ Ha pl. $X=Y=Z=L=M=0$ és $N \neq 0$, akkor szimmetriaokokból világos, hogy Y számszerű értékének állandósága melletti előjelváltásakor az Y' előjele is szükség szerint megváltozik, anélkül, hogy numerikus értékében változás állana be.

így tehát

$$\psi(v) = 1,$$

és ezzel egyenleteink a következő formát veszik fel:

$$\begin{aligned} X' &= X, & L' &= L, \\ Y' &= \beta \left(Y - \frac{v}{V} N \right), & M' &= \beta \left(M + \frac{v}{V} Z \right), \\ Z' &= \beta \left(Z + \frac{v}{V} M \right), & N' &= \beta \left(N - \frac{v}{V} Y \right). \end{aligned}$$

Ezeknek az egyenleteknek az értelmezéséhez megemlítjük az alábbiakat. Vegyünk egy pontszerű elektromos töltést, amelynek nagysága a nyugvó K rendszerben mérve „egységnyi“, azaz a nyugvó rendszerben nyugalomban egy hasonló nagyságú elektromostöltésre 1 cm távolságból éppen 1 din erőt fejt ki. A relativitás elve szerint ennek az elektromos töltésnek mozgó rendszerben mérve is „egységnyi“-nek kell lennie. Ha az elektromos töltés a nyugvó rendszerhez viszonyítva nyugalomban van, akkor az (X, Y, Z) komponensű vektornak definíció szerint egyenlőnek kell lennie a töltésre ható erővel. Ha az elektromos töltés a mozgó rendszerhez képest nyugalomban van (legalábbis a megfelelő időpillanatban), akkor a rá ható erő a mozgó rendszerben mérve az (X', Y', Z') vektorral egyenlő. A kapott egyenletek közül az első három egyenlet tartalmát ezek alapján szavakban a következő két módon fejezhetjük ki:

1. Ha egy pontszerű elektromos egységtöltés elektromágneses térben mozog, akkor rá az elektromos erőn kívül egy „elektromotoros erő“ is hat, amely a v/V második és magasabb hatványaival szorzott tagok elhanyagolásával az egységpólus mozgássebességének és a mágneses térerősségnek fénysebességgel osztott vektorszorzatával egyenlő. (Régebbi megfogalmazás).

2. Ha egy pontszerű elektromos egységtöltés elektromágneses térben mozog, akkor a rá ható erő egyenlő az egységpólus helyén jelenlevő elektromos térerősséggel, amelyet a térnek az elektromos egységpólushoz viszonyítva nyugalomban levő koordináta-rendszerre való transzformálása révén kapunk meg. (Újabb megfogalmazás).

Hasonlókat mondhatunk a „magnetomotoros erők“-ről is. Látható, hogy a kifejtett elméletben az elektromos erő csak egy segédfogalom szerepét játssza, amely bevezetését annak a körülménynek köszönheti, hogy az elektromos és mágneses térerősségek a koordináta-rendszer mozgásállapotától nem függetlenek.

Világos továbbá, hogy most már eltűnik az az aszimmetria, amiről a mágnes és a vezető egymáshoz viszonyított mozgásakor keletkező áramok értelmezése közben a bevezetésben beszéltünk. Az elektrodinamikai elektromotoros erők „tartózkodási hely“-ére vonatkozó kérdések is tárgytalanná válnak. (Unipolarmaschinen.)

7. §. A Doppler-féle elv és aberráció elmélete

Legyen a K rendszerben igen távol a koordináta-rendszer középpontjától egy elektrodinamikai hullámforrás. A koordináta-rendszer középpontját magában foglaló térrészben ezeket a hullámokat kielégítő közelítéssel az alábbi egyenletek írják le:

$$\begin{aligned} X &= X_0 \sin \Phi, & L &= L_0 \sin \Phi, \\ Y &= Y_0 \sin \Phi, & M &= M_0 \sin \Phi, & \Phi &= \omega \left(t - \frac{ax + by + cz}{V} \right), \\ Z &= Z_0 \sin \Phi, & N &= N_0 \sin \Phi, \end{aligned}$$

Itt (X_0, Y_0, Z_0) és (L_0, M_0, N_0) a hullámvonulat amplitudóját meghatározó vektorok, a, b és c pedig a hullámfelület normálisának iránycosinusai. Vizsgáljuk most ezeknek a hullámoknak a tulajdonságait egy a mozgó k rendszerben nyugalomban levő szemlélő szempontjából.

Az elektromos és mágneses térerősségekre a 6. §-ban a koordinátákra és az időre a 3. §-ban nyert transzformációs egyenletek felhasználásával közvetlenül kapjuk:

$$\begin{aligned} X' &= X_0 \sin \Phi', & L' &= L_0 \sin \Phi', \\ Y' &= \beta \left(Y_0 - \frac{v}{V} N_0 \right) \sin \Phi', & M' &= \beta \left(M_0 + \frac{v}{V} Z_0 \right) \sin \Phi', \\ Z' &= \beta \left(Z_0 + \frac{v}{V} M_0 \right) \sin \Phi', & N' &= \beta \left(N_0 - \frac{v}{V} Y_0 \right) \sin \Phi', \\ \Phi' &= \omega' \left(\tau - \frac{a'\xi + b'\eta + c'\zeta}{V} \right), \end{aligned}$$

ahol

$$\begin{aligned} \omega' &= \omega \beta \left(1 - a \frac{v}{V} \right), \\ a' &= \frac{a - \frac{v}{V}}{1 - a \frac{v}{V}}, & b' &= \frac{b}{\beta \left(1 - a \frac{v}{V} \right)}, & c' &= \frac{c}{\beta \left(1 - a \frac{v}{V} \right)}. \end{aligned}$$

Az ω' -re kapott egyenletből kiolvasható a következő kijelentés: Ha valamely megfigyelő egy ν frekvenciájú végtelen távoli fényforráshoz viszonyítva v sebességgel mozog, akkor a megfigyelő által észlelt ν' fényfrekvenciát a a következő egyenlet szolgáltatja:

$$\nu' = \nu \frac{1 - \cos \varphi \frac{v}{V}}{\sqrt{1 + \left(\frac{v}{V} \right)^2}},$$

ahol φ a fénysugár irányának a k rendszer mozgásirányával bezárt szögét

jelenti a K rendszerben. Ez nem más, mint a Doppler-féle elv tetszőleges sebességekre. $\varphi = 0$ esetén az egyenlet a következő áttekinthetőbb alakot ölti:

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{V}}{1 + \frac{v}{V}}}.$$

Látható, hogy $v = -\infty$ esetén $\nu = \infty$, ami eddigi szemléletünkkel ellentétben áll.

Ha a mozgó rendszerben a hullámnormális (sugárirány) és a mozgásirány közötti szöget φ' -vel jelöljük, akkor az α -ra kapott egyenletünk a következő alakú lesz:

$$\cos \varphi' = \frac{\cos \varphi - \frac{v}{V}}{1 - \frac{v}{V} \cos \varphi}.$$

Ez az egyenlet nem más, mint az aberrációs törvény legáltalánosabb alakja.

$\varphi = \frac{\pi}{2}$ esetén az egyenlet alakja egyszerűbb lesz:

$$\cos \varphi' = \frac{v}{V}.$$

Most még a hullámok mozgó rendszerbeli amplitudóját kell megkeresnünk. Ha A -val, illetve A' -vel jelöljük az elektromos vagy mágneses térerősség amplitudóját nyugvó, illetve mozgásban levő rendszerben mérve, akkor ezek között az alábbi összefüggés adódik:

$$A'^2 = A^2 \frac{\left(1 - \frac{v}{V} \cos \varphi\right)^2}{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}.$$

Ez az egyenlet $\varphi = 0$ esetén egyszerűbb alakba megy át:

$$A'^2 = A^2 \frac{1 - \frac{v}{V}}{1 + \frac{v}{V}}.$$

A kapott egyenletekből belátható, hogy ha a megfigyelő a fényforráshoz V sebességgel közeledne, számára a fényforrásnak végtelen intenzívnek kellene tűnnie.

8. §. A fénysugarak energiájának transzformációja.
A tökéletes tükörre gyakorolt sugárnyomás elmélete

Mivel $A^2/8\pi$ a térfogategységre eső fényenergiát jelenti, a relativitás elve szerint az $A'^2/8\pi$ értéket a mozgó rendszerbeli fényenergiának kell tekintennünk. Ezért az A'^2/A^2 hányados nem más, mint a fényhullám egy meghatározott részének „mozgásban mért” és „nyugalomban mért” energiájának viszonya, ha a hullám e részének térfogata mindkét rendszerben mérve ugyanakkora. Valójában azonban nem ez a helyzet. Legyenek a, b, c a fény hullám-normálisának iránycosinusai nyugvó rendszerben. Ekkor a fénysebességgel mozgó

$$(x - Vt)^2 + (y - Vbt)^2 + (z - Vct)^2 = R^2$$

gömbfelület felületelemén nem megy át energia; ezért mondhatjuk, hogy ez a felület tartósan ugyanazt a fényhullámrészt zárja körül. Keressük most azt az energiamennyiséget, amelyet ez a felület a k rendszerben szemlélve magában foglal, azaz keressük a hullámszakasz energiáját a k rendszerhez viszonyítva.

A gömbfelület — mozgó rendszerben szemlélve — ellipszoidfelületté alakul, amelynek $\tau = 0$ időpillanatban az egyenlete a következő:

$$\left(\beta\xi - a\beta\frac{v}{V}\xi\right)^2 + \left(\eta - b\beta\frac{v}{V}\xi\right)^2 + \left(\zeta - c\beta\frac{v}{V}\xi\right)^2 = R^2.$$

Jelöljük S -sel a gömb, S' -vel az ellipszoid térfogatát. Egyszerű számítás után kapjuk:

$$\frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}}{1 - \frac{v}{V} \cos \varphi}.$$

Ha E jelöli a tekintetbe vett felület által bezárt fényenergiát nyugvó rendszerben mérve, E' pedig ugyanezt mozgó rendszerben mérve, akkor a kettő hányadosa:

$$\frac{E'}{E} = \frac{\frac{A'^2}{8\pi} S'}{\frac{A^2}{8\pi} S} = \frac{1 - \frac{v}{V} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}}.$$

Ennek egyszerűbb alakja $\varphi = 0$ esetén:

$$\frac{E'}{E} = \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{V}}{1 + \frac{v}{V}}}.$$

Látható, hogy valamely fényhullám véges szakaszának energiája és frekvenciája ugyanazon törvény szerint transzformálódik.

Legyen most a $\xi = 0$ koordinátasík tökéletesen tükröző felület, amelyen az előbbi §-ban tekintetbe vett síkhullámok reflektálódnak. Keressük a tükröző felületre gyakorolt sugárnyomást, továbbá a fény irányát, frekvenciáját és intenzitását a visszaverődés után.

A beeső fény legyen meghatározva (a K rendszerre vonatkozólag) az A , $\cos \varphi$, ν mennyiségekkel. A k rendszerből szemlélve a megfelelő mennyiségek:

$$A' = A \frac{1 - \frac{v}{V} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}},$$

$$\cos \varphi' = \frac{\cos \varphi - \frac{v}{V}}{1 - \frac{v}{V} \cos \varphi},$$

$$\nu' = \nu \frac{1 - \frac{v}{V} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}}.$$

Ha a folyamatot a k rendszerre vonatkoztatjuk, a reflektált fényre a következő összefüggések állapíthatók meg:

$$A'' = A',$$

$$\cos \varphi'' = -\cos \varphi',$$

$$\nu'' = \nu'.$$

Végül a nyugvó K rendszerre való visszatranszformálással kapjuk a reflektált fényre:

$$A''' = A'' \frac{1 + \frac{v}{V} \cos \varphi''}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}} = A \frac{1 - 2 \frac{v}{V} \cos \varphi + \left(\frac{v}{V}\right)^2}{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2},$$

$$\cos \varphi''' = \frac{\cos \varphi'' + \frac{v}{V}}{1 + \frac{v}{V} \cos \varphi''} = - \frac{\left(1 + \left(\frac{v}{V}\right)^2\right) \cos \varphi - 2 \frac{v}{V}}{1 - 2 \frac{v}{V} \cos \varphi + \left(\frac{v}{V}\right)^2},$$

$$\nu''' = \nu'' \frac{1 + \frac{v}{V} \cos \varphi''}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}} = \nu \frac{1 - 2 \frac{v}{V} \cos \varphi + \left(\frac{v}{V}\right)^2}{\left(1 - \frac{v}{V}\right)^2}.$$

A tükör felületegységére időegységenként beeső energia (nyugvó rendszerben mérve) $A^2/8\pi(V\cos\varphi - v)$. A tükör felületegységéről időegység alatt eltávozó energia $A'^2/8\pi(-V\cos\varphi' + v)$. E két kifejezés közötti különbség az energiaelv szerint nem más, mint a fénynyomás által időegység alatt végzett munka. Jelöljük ez utóbbit $P \cdot v$ szorzattal, ahol P a fénynyomás:

$$P = 2 \frac{A^2}{8\pi} \frac{\left(\cos\varphi - \frac{v}{V}\right)^2}{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}.$$

Első közelítésben kapjuk:

$$P = 2 \frac{A^2}{8\pi} \cos^2\varphi,$$

ami a tapasztalattal és más elméletekkel jó megegyezésben van.

Az itt használt módszer segítségével a mozgó testek optikájának minden problémája megoldható. A lényeg a dologban az, hogy a mozgó test által befolyásolt fény elektromos és mágneses térerősségét egy, a testhez viszonyítva nyugalomban levő koordináta-rendszerre transzformáljuk. Ezzel a mozgó testek optikájának minden problémája a nyugvó testek optikájának problémáira vezethető vissza.

9. §. A konvektív áramokat is tartalmazó Maxwell—Hertz-féle egyenletek transzformációja

A következő egyenletekből indulunk ki:

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \left\{ u_x \varrho + \frac{\partial X}{\partial t} \right\} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}, & \frac{1}{V} \frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}, \\ \frac{1}{V} \left\{ u_y \varrho + \frac{\partial Y}{\partial t} \right\} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}, & \frac{1}{V} \frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z}, \\ \frac{1}{V} \left\{ u_z \varrho + \frac{\partial Z}{\partial t} \right\} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}, & \frac{1}{V} \frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}, \end{aligned}$$

ahol

$$\varrho = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}$$

az elektromos töltéssűrűség 4π -szeresét, (u_x, u_y, u_z) pedig a mozgó töltés sebességvektorát jelenti. Ha az elektromos töltést változatlan kicsi, merev testekhez (ionokhoz, elektronokhoz) kötöttnek gondoljuk, az előbbi egyenletek a mozgó testek Lorentz-féle elektrodinamikájának és optikájának elektromágneses alapjait képezik.

Ha ezeket a K rendszerben érvényes egyenleteket a 3. és 6. §-ban tárgyalt transzformációs képletek segítségével a k rendszerre transzformáljuk, az alábbi egyenleteket kapjuk:

$$\begin{aligned}\frac{1}{V} \left\{ u_{\xi} \varrho' + \frac{\partial X'}{\partial \tau} \right\} &= \frac{\partial N'}{\partial \eta} - \frac{\partial M'}{\partial \zeta}, & \frac{\partial L'}{\partial \tau} &= \frac{\partial Y'}{\partial \zeta} - \frac{\partial Z'}{\partial \eta}, \\ \frac{1}{V} \left\{ u_{\eta} \varrho' + \frac{\partial Y'}{\partial \tau} \right\} &= \frac{\partial L'}{\partial \zeta} - \frac{\partial N'}{\partial \xi}, & \frac{\partial M'}{\partial \tau} &= \frac{\partial Z'}{\partial \xi} - \frac{\partial X'}{\partial \zeta}, \\ \frac{1}{V} \left\{ u_{\zeta} \varrho' + \frac{\partial Z'}{\partial \tau} \right\} &= \frac{\partial M'}{\partial \xi} - \frac{\partial L'}{\partial \eta}, & \frac{\partial N'}{\partial \tau} &= \frac{\partial X'}{\partial \eta} - \frac{\partial Y'}{\partial \xi},\end{aligned}$$

ahol

$$\begin{aligned}\frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{V^2}} &= u_{\xi}, & \frac{u_y}{\beta \left(1 - \frac{u_x v}{V^2} \right)} &= u_{\eta}, & \frac{u_z}{\beta \left(1 - \frac{u_x v}{V^2} \right)} &= u_{\zeta}, \\ \varrho' &= \frac{\partial X'}{\partial \xi} + \frac{\partial Y'}{\partial \eta} + \frac{\partial Z'}{\partial \zeta} = \beta \left(1 - \frac{v u_x}{V^2} \right) \varrho.\end{aligned}$$

Az 5. §-ban tárgyalt sebesség-összetevésből következik, hogy az $(u_{\xi}, u_{\eta}, u_{\zeta})$ vektor nem más, mint az elektromos töltések k rendszerben mért sebessége.

Ezzel megmutattuk, hogy kinematikai elveink alapulvételével a mozgó testek elektrodinamikája Lorentz-féle elméletének elektrodinamikai alapja a relativitás elvével összhangban van.

A kapott egyenletekből a következő fontos tétel is kiolvasható: Ha egy elektromosan töltött test tetszőleges mozgást végez a térben és mozgás közben a testtel együttmozgó rendszerből szemlélve, töltése nem változik meg, akkor töltése a „nyugvó” K rendszerből szemlélve is konstans marad.

10. §. A lassan gyorsuló elektron dinamikája

Mozogjon valamilyen elektromágneses térben egy ε töltéssel bíró pontszerű részecske (a következőkben „elektron”-nak nevezzük), amelynek mozgástörvényét illetően csak a következőt tételezzük fel:

Ha az elektron bizonyos időpillanatban nyugalomban van, akkor mozgása a legközelebbi időpillanatban a

$$\mu \frac{d^2 x}{dt^2} = \varepsilon X, \quad \mu \frac{d^2 y}{dt^2} = \varepsilon Y, \quad \mu \frac{d^2 z}{dt^2} = \varepsilon Z$$

egyenletek szerint megy végbe. Itt x, y, z az elektron koordinátáit, μ pedig az elektron tömegét jelentik, amennyiben lassan mozog.

Legyen továbbá az elektronnak valamely meghatározott időpillanatban a sebessége v . Keressük azt a törvényt, amely szerint az elektron a közvetlenül rákövetkező időszakaszban mozgását végzi.

Anélkül, hogy megfontolásaink általánosságát korlátoznánk, feltételezhetjük és fel is fogjuk tételezni, hogy az elektron a szemügyre vétel pillanatában a koordináta-rendszer középpontjában tartózkodik és a K rendszer X -tengelye mentén v sebességgel mozog. Világos tehát, hogy az elektron az említett pillanatban ($t=0$) egy, az X -tengely mentén konstans v sebességgel párhuzamosan mozgó k rendszerhez viszonyítva nyugalomban van.

A fenti feltevésekből, a relativitás elvével való kapcsolat révén világos, hogy az elektron a közvetlenül rákövetkező időben (kicsiny t -értékek esetén) a k rendszerből szemlélve az alábbi egyenletek szerint végzi mozgását:

$$\begin{aligned}\mu \frac{d^2 \xi}{d\tau^2} &= \varepsilon X', \\ \mu \frac{d^2 \eta}{d\tau^2} &= \varepsilon Y', \\ \mu \frac{d^2 \zeta}{d\tau^2} &= \varepsilon Z',\end{aligned}$$

ahol $\xi, \eta, \zeta, \tau, X', Y', Z'$ jelölések a k rendszerre vonatkoznak. Ha még azt is feltesszük, hogy $t=x=y=z=0$ esetén $\tau=\xi=\eta=\zeta=0$, akkor a 3. és 6. § transzformációs egyenletei érvényesek, úgyhogy:

$$\begin{aligned}\tau &= \beta \left(t - \frac{v}{V^2} x \right), & X' &= X, \\ \xi &= \beta (x - vt), & Y' &= \beta \left(Y - \frac{v}{V} N \right), \\ \eta &= y, & Z' &= \beta \left(Z + \frac{v}{V} M \right), \\ \zeta &= z,\end{aligned}$$

Transzformáljuk ezeknek az egyenleteknek segítségével a fenti mozgás-egyenleteket a k rendszerről a K -rendszerre. Eredményül adódik:

$$(A) \quad \begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{\varepsilon}{\mu} \frac{1}{\beta^3} X, \\ \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\varepsilon}{\mu} \frac{1}{\beta} \left(Y - \frac{v}{V} N \right), \\ \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{\varepsilon}{\mu} \frac{1}{\beta} \left(Z + \frac{v}{V} M \right). \end{cases}$$

Határozzuk meg a szokásos szemléletmódra támaszkodva a mozgó elektron „longitudinális” és „transzverzális” tömegét. Az (A) alatti egyenleteket írjuk a következő alakba:

$$\begin{aligned}\mu \beta^3 \frac{d^2 x}{dt^2} &= \varepsilon X = \varepsilon X', \\ \mu \beta^2 \frac{d^2 y}{dt^2} &= \varepsilon \beta \left(Y - \frac{v}{V} N \right) = \varepsilon Y', \\ \mu \beta^2 \frac{d^2 z}{dt^2} &= \varepsilon \beta \left(Z + \frac{v}{V} M \right) = \varepsilon Z'\end{aligned}$$

és egyúttal jegyezzük meg, hogy az $\varepsilon X'$, $\varepsilon Y'$, $\varepsilon Z'$ az elektronra ható ponderomotoros erő komponensei, és pedig egy olyan rendszerben tekintve, amely e pillanatban az elektronnal együtt ugyanolyan sebességgel mozog, mint az elektron. (Ez az erő mérhető volna például az utóbbi rendszerben nyugalomban levő rugós mérleg segítségével.) Ha most ezt az erőt egyszerűen „az elektronra ható erő“-nek nevezzük¹ és érvényben tartjuk a „tömeg szorozva a gyorsulással = erő“ egyenletet, továbbá kijelentjük, hogy a gyorsulásokat a nyugvó K rendszerben kell mérni, akkor a fenti egyenletekből a következő eredményeket kapjuk:

$$\text{Longitudinális tömeg} = \frac{\mu}{\left(1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2\right)^{3/2}},$$

$$\text{Transzverzális tömeg} = \frac{\mu}{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}.$$

Az erő és a gyorsulás másfajta definíciója esetén természetesen más értékeket kaptunk volna a tömegekre; ebből világos, hogy az elektronmozgás különböző elméleteinek összehasonlítása közben igen óvatosan kell eljárunk.

Megjegyezzük, hogy a tömegekre kapott előbbi eredményeink ponderabilis anyagi pontokra érvényesek, mert egy ponderabilis anyagi pontot *tetszőlegesen kicsiny* elektromos töltés hozzárendelésével (fenti elképzelésünk szerint) elektronná tehetünk.

Határozzuk meg az elektron kinetikai energiáját. Mozogjon egy elektron a K rendszer kezdőpontjából O kezdősebességgel kiindulva az X tengely mentén egy X nagyságú elektrosztatikus térerő hatása alatt. Világos, hogy az elektrosztatikus térből nyert energia értéke $\int \varepsilon X dx$. Mivel az elektron feltevésünk szerint kicsiny gyorsulással mozog és emiatt sugárzás formájában nem képes energiát leadni, az elektrosztatikus térből nyert energiának egyenlőnek kell lennie az elektron W mozgási energiájával. Ha a megfigyelt teljes mozgásfolyamat alatt az (A) egyenletcsoport első egyenletét érvényesnek tekintjük, kapjuk:

$$W = \int \varepsilon X dx = \int_0^v \beta^3 v dv = \mu V^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}} - 1 \right\}.$$

A $v = V$ esetén tehát a W értéke végtelen nagy lesz. Fénysebességnél nagyobb sebességek létezéséről — mint már előbbi megfontolásainkban is láttuk — értelmetlenség volna beszélnünk.

¹ Az erő itt megadott definíciója, mint arra először *M. Planck* rámutatott, nem előnyös. Sokkal célszerűbb az erőt úgy definiálnunk, hogy az impulzustétel és az energiatétel a legegyszerűbb alakot vegye fel.

A kinetikai energiának ez a kifejezése a már mondottak alapján ponderabilis tömegekre hasonlóképpen érvényes.

Soroljuk fel az elektron mozgásának az (A) egyenletrendszerből adódó és a kísérletekkel megegyező tulajdonságait.

1. Az (A) egyenletrendszer második egyenletéből következik, hogy egy Y nagyságú elektromos térerő és egy N nagyságú mágneses térerő a v sebességgel mozgó elektronra csak akkor gyakorol azonos mértékű eltérítő hatást, ha $Y = N \cdot \frac{v}{V}$. Ebből látható, hogy elméletünk szerint az elektron sebessége bármely sebesség esetén meghatározható a mágneses eltérítés (A_m) és az elektromos eltérítés (A_e) viszonyából a következő törvény alkalmazásával:

$$\frac{A_m}{A_e} = \frac{v}{V}.$$

Ez az összefüggés kísérleti vizsgálatra is alkalmas, mivel így az elektron sebességét közvetlenül is mérhetjük, pl. gyorsan oszcilláló elektromos és mágneses terek segítségével.

2. Az elektron kinetikai energiájára vonatkozó levezetésből következik, hogy az elektron által átfutott potenciálkülönbség és az elért v sebesség között a következő összefüggésnek kell fennállania:

$$P = \int X dx = \frac{\mu}{\varepsilon} V^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}} - 1 \right\}.$$

3. Kiszámítjuk a pálya R görbületi sugarát arra az esetre, amikor az elektronra ható N mágneses térerősség (mint egyetlen eltérítő erő) merőleges a sebességre. A második (A) egyenletből kapjuk:

$$-\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{v^2}{R} = \frac{\varepsilon}{\mu} \cdot \frac{v}{V} \cdot N \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2},$$

vagy

$$R = V^2 \frac{\mu}{\varepsilon} \cdot \frac{\frac{v}{V}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}} \cdot \frac{1}{N}.$$

E három összefüggés teljes kifejezését adja azoknak a törvényeknek, amelyek szerint az ismertett elmélet alapján az elektronnak mozgását végeznie kell.

Végezetül megemlítem, hogy munkám közben az itt tárgyalt problémánál barátom és munkatársam, M. Besso hű segítőtársam volt, akinek számos értékes megjegyzéséért itt is köszönetet mondok.

Fordította: Nagy János

**Különböző külföldi természettudományos, műszaki,
orvosi stb. szakfolyóiratok 1953-1954. évi
vegyes számai a**

POSTA KÖZPONTI HÍRLAPIRODA
BUDAPEST, V. JÓZSEF ATTILA U. 3. SZ. A.
lapüzletében példányonként megvásárolhatók.

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel: az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki felelős: Szöllősy Károly

A kézirat beérkezett: 1955. IV. 23. — Terjedelem: 10³/₄ (A/5) ív, 40 ábra

Szegedi Nyomda Vállalat 55-2067

Felelős vezető: Vincze György

AKADÉMIAI KIADÓ
SZAKFOLYÓIRATOK
KÖNYVTÁRA

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK
OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetőket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (hat szám alkot egy kötetet).

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 40 Ft., külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 04-878-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv és Hírlap-Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI. Sztálin út 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

Ára: 10,— Ft.

Előfizetés kötetenként 42,—Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

	Oldal
Jánosy Lajos: Az elektronsokszorozó statisztikájáról	345
Tarján Imre és Ujhelyi Sándor: Antracén egykristályok előállítása	363
Györgyi Géza: Fénykvantumok dielektrikumban	369
Rozsnyai Balázs: Megjegyzés az atommagok héjszerkezete és sűrűségeloszlása közötti összefüggésről	377
Dési Sándor és Náray Zsolt: Egyes lefutású polár oszcilloszkóp millimikroszekundum időtartamok mérésére	383
Keszthelyi Lajos: γ -sugarak számlálása scintillációs számlálóval	393

A LABORATÓRIUMBÓL

Nagy János: Távpipettázó készülék radioaktív és más fertőző folyadékok pipettázására	407
Tarján Imre és Voszka Rudolf: Megjegyzések elektromos kályhák hőmérsékletszabályozásához	411
Csikai Gyula Kisméretű villanó (Flash) lámpa	417

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

N. P. Bogacsev és I. P. Vzorov: 660 MeV energiájú protonok rugalmas szóródása protonokon	423
V. P. Dzseleпов és Ju. M. Kazarinov: 380 MeV energiájú neutronok rugalmas szóródása protonokon	427
V. P. Dzseleпов, B. M. Golovin és V. I. Szatarov: 300 MeV energiájú neutronok rugalmas szóródása neutronokon	433

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

Novobátzky Károly: A relativitás elméletének ötven éves jubileuma	439
A. Einstein: A mozgó testek elektrodinamikájáról	441

307.226

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

FARAGÓ PÉTER, GÁSPÁR REZSŐ, NAGY ELEMÉR,
SIMONYI KÁROLY ÉS SZALAY SÁNDOR
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI:
JÁNOSSY LAJOS

III. KÖTET

5—6. FÜZET



MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1955

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat változó terjedelmű füzetekben jelenik meg és az Akadémia III. Osztályának előadóülésein bemutatott dolgozatokat, továbbá magyar és egyes külföldi fizikusok dolgozatait, közleményeit tartalmazza. Évenként egy kötet jelenik meg, hat füzetben, füzetenként átlag hat iv terjedelemben.

Kéziratok a következő címre küldendőek:

Jánossy Lajos akadémikus,
Budapest, XII. Konkoly Thege-út.
Központi Fizikai Kutató Intézet.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt 50 kölönlenyomat illet meg megjelent munkájáért.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőhöz, de felelősséget a beküldött és el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémia Kiadó, Budapest, V. Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 04-878-111-48), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hirlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI. Sztálin út 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 45-790-057-50-032) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. Amennyiben a cikk témáját a folyóiratban először publikálják, a téma előzményeit, az általánosan elfogadott nézeteket a bevezetőben a szokásosnál részletesebben fejtsek ki és a cikk megírásakor a didaktikai szempontoknak megfelelően érvényesítsék.

2. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.

3. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség külön fogja kérni.

4. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.

5. Az ábrákat ceruzával sima fehér papíron rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a kiadó vállalja.

6. Az ábrák alá rövid magyarázó szöveget írjanak.

7. A szövegközi formulákban ferde törtvonalat, pl. $1/2$, törtek helyett lehetőleg negatív kitevőt, gyökjel helyett pedig törtkitevőt, az e^{-kT} típusú kifejezések helyett pedig $\exp(-kT)$ jelölést alkalmazzanak.

8. A vektorokat **fett** betűvel jelöljék. Ha a dolgozatban operátor is szerepel, ezt írják **fett** betűvel, a vektorokat pedig gót betűvel.

MEGJEGYZÉSEK A BILOKÁLIS TEREK ELMÉLETÉHEZ*

HORVÁTH JÁNOS

Szegedi Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézete, Szeged.

Összefoglalás

A dolgozat a bilokális térelméletek egy új lehetséges megalapozását adja. Egy egészen általános *Lagrange*-féle függvényből kiindulva a variációselv segítségével megalapozza a bilokális elméletek *Rayski*-féle általánosított *Klein—Gordon* egyenleteit, majd rámutat az elmélet geometriai interpretálásának a lehetőségére. Az első három bevezető §-ban ismerteti a nem-lokális, a *Yukawa*-féle bilokális elméleteket és a tömegkvantálásra vezető alapegyenleteket.

Már a klasszikus elektronelméletben nyilvánvalóvá vált, hogy pontelektron esetében elkerülhetetlen divergencia-nehézségek lépnek fel, amennyiben az elektron elektrosztatikus sajátenergiája végtelennek adódik. [1] Ezen a nehézségen a kvantumelektrodinamika sem tudott segíteni, sőt a vákuum-polarizációval kapcsolatos vizsgálatok további nehézséget vetettek felszínre. A kvantumelektrodinamika kovariáns alakjában kiderült ugyan, hogy ezek a divergencia nehézségek nem fizikai eredetűek és konzekvensen eliminálhatóak, a különböző renormalizációs módszerek matematikai szempontból mégsem kielégítőek, minthogy ebben az esetben végtelennek adódó, ill. nem egyértelműen meghatározható állandók kiküszöböléséről van szó. Így, bár a *Tomonaga—Schwinger* elmélet és a *Pauli—Villars*-féle renormalizációs technika a kvantumelektrodinamika, ill. a terek kvantum elmélete forradalmian új megfogalmazását jelenti, az elemi részecskék elmélete szempontjából nem adja a probléma végső megoldását. Ilyen körülmények között valószínűnek látszik, hogy radikálisan új utakon kell keresnünk problémánk megoldását.

Lorentz még a századfordulón rámutatott arra [1], hogy az elektronelméletben a divergencia-nehézségek eltűnnek, ha az elektront véges kiterjedésűnek tekintjük.

Jól ismeretes, hogy a kölcsönhatási energia a töltés és az elektromágneses tér között a kvantumelektrodinamika szerint

$$(1) \quad H'(t) = \int d^3x j^\mu(\mathbf{r}; t) A_\mu(\mathbf{r}; t),$$

* Érkezett 1954. dec. 4.

ahol j^μ a négyes-áramsűrűség vektora:

$$j^\mu(r; t) = \frac{1}{2} ie[\psi^*(r; t)\gamma_\mu, \gamma^\mu\psi(r; t)]$$

és A_μ az elektromágneses tér négyes potenciálja. Az a körülmény, hogy mind a j^μ és mind az A_μ argumentumában az integrál alatt ugyanaz a r hely és t időkoordináta szerepel, szemléletesen azt jelenti, hogy az elektromágneses tér és az elektron közt pontszerű közelhatási kölcsönhatás van. Egy bizonyos értelemben vett távolbahatási kölcsönhatást úgy vezethetünk be, ha az (1) alatti integrál helyett a kölcsönhatási energiát a következő alakban vesszük fel:

$$(2) \quad H'(t) = \int d^3x' \int d^3x'' j^\mu(r'; t) F(r' - r'') A_\mu(r''; t),$$

ahol $F(r' - r'')$ egy *alakfüggvény* (Formfaktor), mely a részecske kiterjedésével van a legszorosabb összefüggésben. Az alakfüggvény alkalmas megválasztásával elérhető, hogy az elektron sajátenergiája végesnek adódjék és ugyanakkor a fenti kifejezés relativisztikusan invariáns legyen. Ebben az esetben azonban az alakfüggvény szükség szerint az $(x'^\mu - x''^\mu)(x'_\mu - x''_\mu)$ négyestávolságának a függvénye:

$$F = F\{(x'^\mu - x''^\mu)(x'_\mu - x''_\mu)\}.$$

Ilyen irányú vizsgálatokat először *Wataghin* (1934) [2], *March* (1936) [3] és *Heisenberg* (1938) [4] végeztek. Ebben az elméletben azonban speciális nehézségek léptek fel: Amennyiben ugyanis az alakfüggvény csak a négyestávolság négyzetétől függ, úgy állandó lesz minden olyan négy-dimenziós hiperboloid mentén, melynek az egyenlete

$$(x'^\mu - x''^\mu)(x'_\mu - x''_\mu) = \text{konst.}$$

Ennek következtében azonban az elektron kiterjedése a négy-dimenziós tér-időkontinuumban határtalannak adódik, ami az események kauzális összefüggésével nem egyeztethető össze. Az a körülmény pedig, hogy a *Lagrange-függvény* két időkoordinátától függ, nem teszi lehetővé a szokásos kvantálás alkalmazhatóságát.

A modern elmélet keretei közt először *Mc-Manus*nak [5] sikerült (1948) a klasszikus elektronelméletben olyan alakfüggvényt konstruálnia, mely az első nehézséget azáltal küszöböli ki, hogy a makroszkopikus kauzalitást fenttartva, gondoskodik arról, hogy $F\{(x'^\mu - x''^\mu)^2\}$ csak egy $|(x'^\mu - x''^\mu)^2| \leq \lambda$ tartományban különbözzék zérustól úgy azonban, hogy egyaránt $|r' - r''|$ és $|t' - t''|$ nagyon kicsi legyen és így a közelhatás és a kauzalitás csak a részecske kiterjedésének megfelelő kicsiny tartományban, ill. időintervallumban nincs érvényben. Erről az elméletéről már egy 1950-ben tartott előadásomban beszámoltam. Azóta ezzel a problémával többen foglalkoztak és megvetették az ún. nem-lokális térelmélet alapjait. [6—23].

A nem-lokális térelmélet keretei közt nyilvánvalóvá vált egy további univerzális állandó bevezetésének a szükségessége, melynek hosszúság a dimenziója, amint arra más megfontolásokból kiindulva már *Heisenberg* (1938) [4] és *March* (1937) [3] is rámutattak [10]. Érdekes, hogy bevezetve egy ilyen hosszúság dimenziójú λ univerzális állandót (melynek a nagyságrendje megegyezik az elektron sugarával) választható egy olyan mértékrendszer, melyben az alapegységek $\hbar = c = \lambda = 1$ és amelyben minden fizikai mennyiség dimenziómentes. Ez a mértékrendszer tehát, melyben az alapegységek a fénysebesség, a *Planck*-féle állandó, valamint egy univerzális hosszegység, a CGS-egységrendszerrel egyenértékű mértékrendszer.

Végül előrebocsájtásképpen megjegyzem, hogy a nem-lokális térelméletekben, pontosabban a nem-lokális térelméletek ún. bilokális változatában a *Born*-féle reciprocitási elv (1949) [27] figyelembevételével természetes módszer kínálkozik a tömegkvantálásra. Ez egy különösképpen figyelemre méltó körülmény. Napjaink fizikájának ugyanis egyik centrális problémája annak a megállapítása, hogy az a nagyszámú elemi részecske, melyeket az utóbbi években felfedeztek, külön-külön individuális részecskék-e, vagy valamilyen összefüggés van köztük? A bilokális térelméletek alapján *Rayski* (1954) ki-mutatta [21, 24, 26], hogy négy részecske család létezik, melybe az eddig ismeretes részecskék jól besorolhatók. Az egyes családokon belül a részecskék a spinben különböznek egymástól. Hasonló lehetőségre mutatott rá *Yukawa* (1954) is [17–18]. Bár ezek az elméletek még távolról sem oldják meg maradéktalanul az elemi részecskékkel kapcsolatos problémákat, mégis már az eddigi eredményeik is igen figyelemre méltóak.

Ebből a rövid összefoglalásból is látható, hogy a nem-lokális térelméletek máris igen jelentős eredményekkel rendelkeznek és igen valószínű, hogy jelentőségük az elemi részecskék elméletében a jövőben még lényegesen fokozódni fog.

E dolgozatban előbb ismertetem általában a nem-lokális térelméletek, majd a *Yukawa*-féle bilokális elmélet alapelgondolásait. Azután rámutatok egy klasszikus bilokális elmélet lehetőségére, melynek a keretében egy igen általános *Lagrange*-féle függvényből levezetem a *Rayski*-féle általánosított *Klein—Gordon* egyenletet, majd rámutatok arra, hogy milyen összefüggés van ezen elmélet és a *Yukawa*-féle elmélet között, megemlítve az elmélet geometriai interpretációjának a lehetőségét.

1. §. A nem-lokális térelméletek

Jelölje $\Phi^{(\alpha)}(x)$ a tér komponenseit (melyek transzformációs karaktere lehet skalár, vektor, tenzor, spinor stb.) Az α index segítségével több tértípus szimultán kölcsönhatása esetén az egyes térkomponenseket különböztetjük meg. Az $x = \{x^\mu\}$ koordináták egy adott Ω tér-idő tartomány pontjainak összes-

ségét jelentik. A tartományt határolja a σ_1 és σ_2 térszerű felület, melyeket úgy választunk meg, hogy σ_1 korábbi legyen, mint a σ_2 . Ez alatt azt értjük, hogy az x^0 időtengellyel párhuzamos egyeneseknek és a σ_1 , ill. σ_2 felületeknek x és x metszéspontjai esetében $x^{(1)} < x^{(2)}$. Attól függően, hogy egy időszzerű irányhoz viszonyítva σ_1 , ill. σ_2 a végesben fekszik-e, vagy σ_1 a $-\infty$ -ben és σ_2 a $+\infty$ -ben van, az Ω tartomány véges, vagy magában foglalja az egész tér-időkontinuumot. Tegyük továbbá fel, hogy a tér az Ω tartományban izolált és csak a σ_1 és σ_2 határfelületen lép egyéb rendszerrel (pl. mérőberendezéssel) kölcsönhatásba.

A téregyenletek az Ω tartományban levezethetők egy W hatásfüggvényből. A W hatásfüggvény legyen invariáns az inhomogén Lorentz-transzformációkkal [27], továbbá az elsőfajú mérték-transzformációval szemben. Tegyük fel, hogy a hatásfüggvény a következőképpen bontható fel:

$$(3) \quad W = W^0 + W',$$

ahol W^0 a $\Phi^{(\alpha)}$ térkomponenseknek, ill. azok első differenciálhányadosainak a jól ismert bilineáris kifejezése, melyből tenzoriális $\Phi^{(\alpha)}$ esetén levezethető a Klein—Gordon-egyenlet és spinor-terek esetén pedig a Dirac-egyenlet. A W' pedig tartalmazza a különböző $\Phi^{(\alpha)}$ komponensekhez tartozó terek kölcsönhatásának megfelelő tagokat. A továbbiakban tegyük fel, hogy a kölcsönhatási tag három térkomponens szorzataként áll elő. Legyen pl. a kölcsönhatási tag homogén bilineáris egy komplex tér ψ komponenseiben és lineáris egy reális tér φ komponensében. A közönséges lokális térelméletben W' a következő alakba írható:

$$W' = g \int d^4x \psi^*(x) \varphi(x) \psi(x),$$

ahol g a kölcsönhatási állandó.

Nem-lokális kölcsönhatáshoz a legegyszerűbben úgy juthatunk, hogy az egyes térkomponenseket a W' hatásintegrálban nem egy pontban vesszük, hanem pl. három különböző pontban: x, x, x , és szorzatukat beszorozzuk egy alkalmasan megválasztott $F(x, x, x; \Omega)$ alakfüggvénnyel, mely általában még az integrációs tartománynak is függvénye lehet:

$$(4) \quad L' = g F(x, x, x; \Omega) \psi^*(x) \varphi(x) \psi(x).$$

Ezek után írjuk a hatásfüggvényt a következő alakba:

$$W = W^0 + W' = \int_{\Omega} d^4x L^{(0)}(x) + \iiint_{\Omega} d^4x d^4x d^4x L'(x, x, x; \Omega).$$

Hogy W' hermitikus karaktere biztosítva legyen, tegyük fel, hogy

$$(5) \quad F^*(x, x, x; \Omega) = F(x, x, x; \Omega).$$

Amint azt a bevezetésben már említettem, az F -nek invariánsnak kell lennie az inhomogén Lorentz-transzformációkkal szemben és általában csak $(x - x)^2 = r_{ik}^2$ kombinációban függ az x és x koordinátapároktól.

Jelölje egészen általánosan $\Phi^{(\alpha)}$ ismét az egyes tér-komponenseket, akkor W -nek a tér-komponensek szerint képzett variációja

$$\delta L = \int_{\Omega} d^4x \left\{ \frac{\partial L^{(0)}(x)}{\partial \Phi_{,\mu}^{(\alpha)}(x)} \delta \Phi_{,\mu}^{(\alpha)}(x) + \frac{\partial L^{(0)}(x)}{\partial \Phi^{(\alpha)}(x)} \delta \Phi^{(\alpha)}(x) \right\} + \\ + \iiint_{\Omega} d^4x d^4x d^4x \frac{\partial L'(x, x, x; \Omega)}{\partial \Phi^{(\alpha)}(x)} \delta \Phi^{(\alpha)}(x),$$

ahol

$$\Phi_{,\mu}^{(\alpha)} = \frac{\partial \Phi^{(\alpha)}}{\partial x^{\mu}}$$

és a második integrálban x az x, x, x pontok valamelyikét jelenti, amelyek történetesen előfordul a ψ térkomponens argumentumában.

Innen parciális integrálással kapjuk, hogy

$$\delta W = \int_{\Omega} d^4x \left\{ - \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial L^{(0)}(x)}{\partial \Phi_{,\mu}^{(\alpha)}(x)} + \frac{\partial L^{(0)}(x)}{\partial \Phi^{(\alpha)}(x)} + \iint_{\Omega} d^4y d^4z \frac{\partial L'}{\partial \Phi^{(\alpha)}(x)} \right\} \delta \Phi^{(\alpha)} + \\ + \left[\int_{\sigma_2} d\sigma_{\mu} - \int_{\sigma_1} d\sigma_{\mu} \right] \frac{\partial L^{(0)}}{\partial \Phi_{,\mu}^{(\alpha)}} \delta \Phi^{(\alpha)}(x),$$

ahol y és z az x, x, x pontok közül azt a kettőt jelenti, amelyek nem egyezik meg x -szel.

Stacionáris variációs elv esetén feltételezhetjük, hogy $\delta \Phi^{(\alpha)}$ a σ_1 és σ_2 felületen eltűnik, akkor a

$$(6) \quad \delta W = 0$$

variációs problémánk Euler—Lagrange-egyenlete

$$(7) \quad \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial L^{(0)}(x)}{\partial \Phi_{,\mu}^{(\alpha)}(x)} - \frac{\partial L^{(0)}(x)}{\partial \Phi^{(\alpha)}(x)} = \iint_{\Omega} d^4y d^4z \frac{\partial L'(x, x, x; \Omega)}{\partial \Phi^{(\alpha)}(x)},$$

ahol x az x, x, x koordináták közül azt jelenti, mely a $\Phi^{(\alpha)}$ argumentumában előfordul, az y és a z pedig a másik kettőt. A megoldás természetesen függni fog általában az Ω tartomány megválasztásától és így fenti (általában) integro-differenciál-egyenletünk megoldása

$$\Phi^{(\alpha)} = \Phi^{(\alpha)}(x; \Omega)$$

alakba írható.

A fentebb tárgyalt speciális esetben, mikor egy komplex és egy reális skalártér kölcsönhatását vizsgáljuk

$$W = - \int_{\Omega} d^4x \left\{ [\psi_{,\mu}^* \psi_{,\mu} + m^2 \psi^* \psi] + \frac{1}{2} [\varphi_{,\mu}^2 + \kappa^2 \varphi^2] \right\} + \\ + g \int \int \int_{\Omega} d^4x d^4x d^4x \psi_{(1)}^*(x) \varphi_{(2)}(x) \psi_{(3)}(x) F(x, x, x; \Omega)$$

és a téregyenletek a következő alakba írhatók:

$$(8) \quad \begin{aligned} \{\square - m^2\} \psi(x) &= -g \int_{\Omega} d^4x d^4x F(x, x, x; \Omega) \varphi_{(2)}(x) \psi_{(3)}(x), \\ \{\square - \kappa^2\} \varphi(x) &= -g \int_{\Omega} d^4x d^4x F(x, x, x; \Omega) \psi_{(1)}^*(x) \psi_{(3)}(x), \\ \{\square - m^2\} \psi^*(x) &= -g \int_{\Omega} d^4x d^4x F(x, x, x; \Omega) \psi_{(1)}^*(x) \varphi_{(2)}(x). \end{aligned}$$

A téregyenletek ebben az esetben, amint az a (7) alatti, ill. explicite a (8) alatti egyenletekből látszik integro-differenciálegyenletek, melyek helyett célszerű tiszta integrálegyenleteket bevezetni. Ez a *Green*-függvény bevezetésével a következőképpen történhetik.

Legyen a $\Phi^{(\alpha)}$ -tér *Green*-féle függvénye $G_{\sigma}^{(\alpha)}(x, y)$, mely valahányszor $\Phi^{(\alpha)}$ tenzorkomponenst jelent, kielégíti a következő egyenleteket:

$$(9) \quad \begin{aligned} \{\square - m^2\} G_{\sigma}^{(\alpha)}(x, y) &= -\delta(x-y) \\ G_{\sigma}^{(\alpha)}(x_{\sigma}, y) &= 0, \quad n_{\mu} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} G_{\sigma}^{(\alpha)}(x_{\sigma}, y) = 0; \end{aligned}$$

és valahányszor $\Phi^{(\alpha)}$ spinor-komponens:

$$(10) \quad \begin{aligned} \left\{ \gamma^{\mu} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} + m \right\} G_{\sigma}^{(\alpha)}(x, y) &= -\delta(x-y) \\ G_{\sigma}^{(\alpha)}(x_{\sigma}, y) &= 0, \end{aligned}$$

ahol x_{σ} azt jelenti, hogy x a σ felület tetszés szerinti pontja, feltéve, hogy σ a σ_1 és σ_2 felületek közt fekszik.

Legyen σ_x az a σ felület, mely átmegy az x ponton, akkor bozon-tér esetén

$$(11) \quad G_{\sigma}^{(\alpha)}(x, y) = \begin{cases} -\Delta(x-y), & \text{ha } \sigma_x > y > \sigma, \\ +\Delta(x-y), & \text{ha } \sigma > y > \sigma_x, \\ 0, & \text{különben,} \end{cases}$$

ahol

$$\Delta(x) = \frac{1}{(2\pi^4)} \int_C d^4k \frac{e^{ik_{\mu} x^{\mu}}}{k_{\mu} k^{\mu} + m^2}$$

és az integrál a közismert módon a komplex k^0 síkon egy alkalmasan megválasztott görbe mentén veendő, mely a $+\sqrt{k^2+m^2}$ és $-\sqrt{k^2+m^2}$ pólusokat egyaránt körülkerüli.

Ha bozon-tér helyett fermion-térrel van dolgunk, akkor a Δ függvény szerepét — közismert módon — az

$$S(x-y) = \left\{ \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - m \right\} \Delta(x-y)$$

függvény veszi át.

Vezessük már most be a

$$K_\sigma^{(\alpha)}(x, y, z; \Omega) = \int_\Omega d^4 u G_\sigma^{(\alpha)}(x, u) F(x, x, x; \Omega)_{(1) (2) (3)}$$

magfüggvényt, ahol u az x, x, x pontok valamelyike, mely a $\Phi^{(\alpha)}$ argumentumában szerepel, míg y és z — mint fentebb — a másik két pontot jelentik.

A Green-féle függvény tulajdonságait kihasználva kimutatható, hogy a σ felületen a $K_\sigma^{(\alpha)}$ eltűnik és kielégíti a következő egyenleteket:

$$\{\square - m^2\} K_\sigma^{(\alpha)} = -F, \quad \text{ill.} \quad \left\{ \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + m \right\} K_\sigma^{(\alpha)} = -F.$$

A speciálisan választott példánk esetében ezek az egyenletek a következők:

$$\begin{aligned} \{\square - m^2\} K_\sigma^{(\psi^*)}(x, x, x; \Omega) &= -F(x, x, x; \Omega)_{(2) (3) (3)} \\ \{\square - z^2\} K_\sigma^{(\varphi)}(x, x, x; \Omega) &= -F(x, x, x; \Omega)_{(1) (3) (3)} \\ \{\square - m^2\} K_\sigma^{(\psi)}(x, x, x; \Omega) &= -F(x, x, x; \Omega)_{(1) (2) (2)} \end{aligned}$$

Tegyük már most fel, hogy az F alakfüggvény az Ω tartományban folytonos és korlátos, akkor $K_\sigma^{(\alpha)}$ is korlátos és a (7) alatti integro-differenciálegyenlet azonos a következő integrálegyenlettel

$$(12) \quad \Phi^{(\alpha)}(x) = \Phi_\sigma^{(\alpha)}(x) + \iiint_\Omega d^4 x d^4 x d^4 x G_\sigma^{(\beta)}(x, u) \frac{\partial L'(x, x, x; \Omega)_{(1) (2) (3)}}{\partial \Phi^{(\beta)}(u)},$$

ahol $\Phi_\sigma^{(\alpha)}$ a kölcsönhatás mentes Klein—Gordon-egyenlet megoldása és $\Phi^{(\beta)}$ a $\Phi^{(\alpha)}$ komplex konjugáltját jelenti.

A mi esetünkben ezek az egyenletek a következő alakba írhatók:

$$\begin{aligned} \psi(x) &= \psi_\sigma(x) + g \iiint_\Omega d^4 y d^4 z K_\sigma^{(\psi^*)}(x, y, z; \Omega) \varphi(y) \psi(z) \\ (13) \quad \varphi(x) &= \varphi_\sigma(x) + g \iiint_\Omega d^4 y d^4 z K_\sigma^{(\varphi)}(x, y, z; \Omega) \psi^*(y) \psi(z) \\ \psi^*(x) &= \psi_\sigma^*(x) + g \iiint_\Omega d^4 y d^4 z K_\sigma^{(\psi)}(x, y, z; \Omega) \psi^*(y) \varphi(z). \end{aligned}$$

Közönséges lokális térelméletek esetén tudjuk, hogy a hatásfüggvény invariancia-tulajdonságai meghatározzák a megmaradási tételket. Így pl. a töltés-megmaradás elve következik a hatásfüggvénynek az elsőfajú mérték-transzformációval szembeni invarianciájából; az impulzus és az impulzus-momentum megmaradási elve pedig annak a következménye, hogy a hatásfüggvény translációval, ill. rotációval szemben invariáns.

Az előzőekben feltételeztük, hogy a W hatásfüggvény invariáns az elsőfajú mértéktranszformációval és az inhomogén Lorentz-transzformációkkal szemben. Ebből következik, hogy a lokális térelméletekben szokásos megmaradási tételnek érvényben kell maradniuk. A nem-lokalitásnak azonban az lesz a következménye, hogy a megmaradási tétel megfogalmazása lényegesen bonyolultabb [13–16].

Közvetlenül a hatásfüggvény invariancia-tulajdonságából ugyanis csak integrális megmaradási törvények következnek, melyek értelmében egyes funkcionálok, mint amilyen pl. a töltés:

$$Q = \int d\sigma_\mu \sum_\alpha \varepsilon^{(\alpha)} \frac{\partial L^{(0)}}{\partial \Phi^{(\alpha)}_{,\mu}} \Phi^{(\alpha)},$$

ahol

$$\varepsilon^{(\alpha)} = \begin{cases} +1, & \text{ha } \Phi^{(\alpha)} \text{ komplex tér komponense} \\ -1, & \text{ha } \Phi^{(\alpha)} \text{ komplex tér-komponens konjugáltja} \\ 0 & \text{ha } \Phi^{(\alpha)} \text{ valós tér komponense,} \end{cases}$$

a kezdeti σ_1 és a végső σ_2 felületeken azonos értékeket vesznek fel:

$$\sum_\alpha \varepsilon^{(\alpha)} \int_{\sigma_2} d\sigma_\mu \frac{\partial L^{(0)}}{\partial \Phi^{(\alpha)}_{,\mu}} \Phi^{(\alpha)} = \sum_\alpha \varepsilon^{(\alpha)} \int_{\sigma_1} d\sigma_\mu \frac{\partial L^{(0)}}{\partial \Phi^{(\alpha)}_{,\mu}} \Phi^{(\alpha)}.$$

Ezek a funkcionálok azonban a σ_1 és σ_2 felületek között nem állandóak. Ilyen körülmények között nem definiálható lokális töltés, impulzus és impulzus-momentum. A téregyenletekből kiindulva azonban definiálhatók olyan mennyiségek, melyek σ_1 és σ_2 között állandók maradnak, amelyek azután helyettesítik a lokális elméletek fent említett mennyiségeit. Ezzel a problémával részletesen foglalkozott Pauli (1953) [13] és Rzewuski (1952) [14]. Eredményeik részletezése azonban messzire vezetne.

A megmaradási törvények megfogalmazásánál jelentkező nehézségek felépnek akkor is, amikor az elméletet kanonikus formába akarjuk önteni. Ezen a téren szép eredményt ért el Rayski (1953) [20] egy kvázi-kanonikus elmélet kidolgozásával.

A nem-lokális térelméletek esetében nehézséget jelent, hogy az alakfüggvény végleges speciális alakját eddig nem sikerült meghatározni.

Fentebb említettem már, hogy az $F(x, x, x; \Omega)$ függvénynek milyen általános tulajdonsággal kell rendelkeznie, továbbá utaltam arra, hogy *Mc-Manus-*

nak hogyan sikerült az alakfüggvényt definálni [5]. Ha már most az alakfüggvény további tulajdonságait vizsgáljuk, akkor figyelembe kell vennünk azt, hogy a λ -val meghatározott méretű tartományt csökkentve, $\lambda \rightarrow 0$ határátmenet esetén a nem-lokális térelméleteknek a lokális térelméletbe kell átmennie. Ez azt jelenti, hogy

$$(14) \quad \lim_{\lambda \rightarrow 0} F(x, x, x; \Omega) = \delta(x-x) \delta(x-x)$$

(1) (2) (3)
(1) (2) (2) (3)

Az is nyilvánvaló, hogy az alakfüggvénynek nem szabad függenie a koordináta-rendszer origójának a megválasztásától. Ezért célszerű bevezetni egy $R(x, y, z; \lambda)$ eloszlási függvényt, mely kielégíti a következő relációkat:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} R(x, y, z; \lambda) = \delta(x) \delta(y) \delta(z)$$

$$R^*(x, y, z; \lambda) = R(z, y, x; \lambda).$$

Ennek segítségével definiálható a következő alakfüggvény:

$$F_1(x, x, x) = \int d^4x R(x-x, x-x, x-x; \lambda),$$

(1) (2) (3)
(1) (2) (3)

mely független az Ω tartomány megválasztásától. Továbbá az

$$F_2(x, x, x; \Omega) = \int_{\Omega} d^4x R(x-x, x-x, x-x; \lambda)$$

(1) (2) (3)
(1) (2) (3)

alakfüggvény, mely függvénye a Ω -nak. Rayskinak sikerült kimutatnia [20], hogy a legáltalánosabb alakfüggvény, mely a szükséges invariancia-relációkat kielégíti, a következő alakba írható:

$$F(x, x, x; \Omega) = a_1 F_1(x, x, x) + a_2 F_2(x, x, x; \Omega).$$

(1) (2) (3)
(1) (2) (3)
(1) (2) (3)

Feltéve, hogy

$$a_1 + a_2 = 1$$

$\lambda \rightarrow 0$ határátmenet esetén az így bevezetett alakfüggvény valóban kielégíti a (14) alatti relációt.

Sajnos az alakfüggvény végleges alakja még így sincsen egyértelműen meghatározva, és az elemi részecskékkel kapcsolatos kísérleti ismereteink nem elégségesek arra, hogy a végleges alakra további megkorlátásokat tehessünk. Ha majd az elemi részecskék, ill. a hozzájuk tartozó terek kölcsönhatását jobban fogjuk kísérletileg ismerni, akkor a Lagrange-féle függvény W' kölcsönhatási része is jobban meghatározható lesz, amiből azután az alakfüggvény explicit alakjára is következtetéseket vonhatunk le.

2. §. Yukawa elmélete

1950-ben *Yukawa* [6—8] rámutatott az eddigi térelméletek egy érdekes általánosításának a lehetőségére.

Az eddigi (lokális) térelméletekben a ψ térkomponensek — melyek tet-szés szerinti transzformációs tulajdonsággal rendelkezhetnek — az ψ koordi-náták függvényei;

$$\psi = \psi(x^\mu),$$

ahol a x^μ tér-időkontinuum metrikája pszeudo-euklideszi, tehát a tér metrikus alaptenzorának komponensei

$$g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1; g_{\mu\nu} = 0 \quad \mu \neq \nu.$$

Definiáljunk már most a térben egy \mathbf{d}_μ eltolódási operátort, melynek komponensei eleget tesznek a következő felcserélési relációknak:

$$(15) \quad [\mathbf{x}^\mu, \mathbf{d}_\nu] = i\delta_\nu^\mu,$$

ahol általában

$$[\mathbf{A}, \mathbf{B}] \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{AB} - \mathbf{BA}.$$

A szokásos lokális térelméletekben a ψ operátor-térkomponens csak az \mathbf{x}^μ operátornak a függvénye, ami azt jelenti, hogy egy olyan reprezentációban, melyben az \mathbf{x}^μ diagonális mátrix, a ψ is szimultán diagonalizálható.

Olyan részecskék esetében, melyeknek a spinje 0 és tömege m , a tér alapegyenlete a *Klein—Gordon*-egyenlet:

$$\{\partial_\mu \partial^\mu - \kappa^2\} \psi(x^\mu) = 0$$

ahol

$$\partial_\mu \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad \text{és} \quad \partial^\mu = g^{\mu\nu} \partial_\nu$$

és

$$\kappa = \frac{mc}{\hbar} = m,$$

minthogy olyan egységeket használunk, ahol $\hbar = c = 1$. Alapegyenletünk — amint az közvetlenül belátható — a következő alakba írható

$$(16) \quad [\mathbf{d}_\mu [\mathbf{d}^\mu \psi]] + \kappa^2 \psi = 0.$$

A *Yukawa* által bevezetett térelméletben a (2) alatti egyenlet változatlanul érvényben van, csak hogy meg kell adnunk az \mathbf{x}^μ és a ψ operátorok közti felcserélési relációkat, minthogy a ψ most nemcsak az \mathbf{x}^μ operátoroknak, hanem a \mathbf{d}_μ operátoroknak is a függvénye, melyek pedig (15) következtében nem felcserélhetők az \mathbf{x}^μ operátorokkal.

A hiányzó felcserélési relációkat *Yukawa* teljesen heurisztikusan választja meg. Csupán azt követeli meg, hogy a *Born*-féle reciprocitás elv (1948) értelmében az új felcserélési reláció szimmetrikus vonatkozásban legyen a (16) alatti felcserélési relációval.

A Born-féle reciprocitási elv [27] azon a felismerésen alapul, hogy mind a klasszikus mechanika legfontosabb alapegyenletei, mind pedig a kvantum mechanikai felcserélési relációk invariánsok az

$$(17) \quad x^\mu \rightarrow d^\mu, d^\mu \rightarrow -x^\mu$$

kanonikus transzformációval szemben.

Ez a szimmetriakövetelmény azt jelenti, hogy a hiányzó felcserélési relációt a következőképpen kell megválasztanunk:

$$(18) \quad (x^\mu [x^\mu \psi]) - \lambda^2 \psi = 0,$$

ahol dimenzionális okokból adódik, hogy λ hosszúság dimenziójú állandó, mely az m tömeggel áll reciprocitási vonatkozásban [8].

A (2) és (4) alatti egyenletek lesznek a téregyenletek szerepét betöltő alapegyenleteink.

Tekintsük a ψ operátor mátrix előállítását egy olyan reprezentációban, melyben x^μ diagonális; a mátrix-elemek legyenek:

$$\langle x_{(1)} | \psi_{(2)} | x \rangle.$$

Ebben a reprezentációban az x^μ és d^μ operátorok mátrixelőállítása:

$$(19) \quad \begin{aligned} \langle x_{(1)} | x^\mu_{(2)} | x \rangle &= x^\mu_{(1)} \delta_{(1)}(x - x_{(2)}), \\ \langle x_{(1)} | d_\mu_{(2)} | x \rangle &= - \frac{\partial}{\partial x^\mu_{(1)}} \delta_{(1)}(x - x_{(2)}). \end{aligned}$$

Vezessük be az

$$(20) \quad X^\mu = \frac{1}{2} \{x^\mu_{(1)} + x^\mu_{(2)}\}; r^\mu = x^\mu_{(1)} - x^\mu_{(2)}$$

egyenletekkel definiált ún. Yukawa-féle változókat. A mátrix-elemek akkor a Yukawa-változók függvényei lesznek: $\psi = \psi(X, r)$.

Határozzuk most meg a $[\psi, d^\mu]$ kommutátorokhoz és a $\{\psi, d^\mu\}$ antikommutátorokhoz tartozó mátrix-elemeket:

$$\langle x_{(1)} | [\psi, d^\mu] | x_{(2)} \rangle = \langle x_{(1)} | \psi_{(2)} d^\mu_{(2)} | x_{(2)} \rangle - \langle x_{(1)} | d^\mu_{(1)} \psi_{(1)} | x_{(2)} \rangle.$$

Ámde (19) felhasználásával

$$\begin{aligned} \langle x_{(1)} | \psi_{(2)} d^\mu_{(2)} | x_{(2)} \rangle &= \int d^4x_{(3)} \langle x_{(3)} | \psi_{(1)} | x_{(3)} \rangle \langle x_{(3)} | d^\mu_{(2)} | x_{(2)} \rangle = - \int d^4x_{(3)} \langle x_{(3)} | \psi_{(1)} | x_{(3)} \rangle \frac{\partial}{\partial x^\mu_{(3)}} \delta_{(3)}(x_{(3)} - x_{(2)}) = \\ &= \int d^4x_{(3)} \frac{\partial}{\partial x^\mu_{(3)}} \langle x_{(3)} | \psi_{(1)} | x_{(3)} \rangle \delta_{(3)}(x_{(3)} - x_{(2)}) = \frac{\partial}{\partial x^\mu_{(2)}} \langle x_{(1)} | \psi_{(2)} | x_{(2)} \rangle. \end{aligned}$$

Hasonlóképpen:

$$\langle x_{(1)} | d_\mu \psi_{(2)} | x_{(2)} \rangle = \int d^4x_{(3)} \langle x_{(3)} | d_\mu_{(1)} | x_{(3)} \rangle \langle x_{(3)} | \psi_{(2)} | x_{(2)} \rangle = - \frac{\partial}{\partial x^\mu_{(1)}} \langle x_{(1)} | \psi_{(2)} | x_{(2)} \rangle.$$

Következésképpen a Yukawa-változók bevezetésével kapjuk, hogy

$$\langle x_{(1)} | [\psi, \mathbf{d}_\mu] | x_{(2)} \rangle = \left\{ \frac{\partial}{\partial x_{(1)}^\mu} + \frac{\partial}{\partial x_{(2)}^\mu} \right\} \langle x_{(1)} | \psi | x_{(2)} \rangle = \frac{\partial \psi(X, r)}{\partial X^\mu}$$

Az antikommutátor esetében

$$\begin{aligned} \langle x_{(1)} | \{\psi, \mathbf{d}_\mu\} | x_{(2)} \rangle &= \langle x_{(1)} | \psi \mathbf{d}_\mu | x_{(2)} \rangle + \langle x_{(1)} | \mathbf{d}_\mu \psi | x_{(2)} \rangle = \\ &= \left\{ \frac{\partial}{\partial x_{(1)}^\mu} - \frac{\partial}{\partial x_{(2)}^\mu} \right\} \langle x_{(1)} | \psi | x_{(2)} \rangle = -2 \frac{\partial \psi(X, r)}{\partial r^\mu}. \end{aligned}$$

Yukawa elméletéből úgy juthatunk a lokális kvantumelmélethez, hogy eltekintünk a ψ operátor-térkomponensnek az \mathbf{d}_μ -től való függésétől. Ebben az esetben ugyanis

$$\langle x_{(1)} | [\psi, \mathbf{d}_\mu] | x_{(2)} \rangle \rightarrow \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x^\mu}; \quad \langle x_{(1)} | \{\psi, \mathbf{d}_\mu\} | x_{(2)} \rangle \rightarrow 0.$$

Innen láthatjuk, hogy a $\{\psi, \mathbf{d}_\mu\}$ antikommutátornak nincs megfelelője a lokális kvantumelméletben. Bevezetése tehát új lehetőségek forrása és a továbbiakban látni fogjuk, hogy éppen ennek a bevezetése teszi lehetővé a konzekvens tömegkvantálást.

A fenti módon közvetlenül beláthatjuk, hogy (16) és (18) alatti egyenleteink a Yukawa változók bevezetésével a következő alakba írhatók

$$\begin{aligned} (21) \quad & \left\{ \frac{\partial^2}{\partial X^\mu \partial X^\mu} - \lambda^2 \right\} \psi(X, r) = 0 \\ & \{r_\mu r^\mu - \lambda^2\} \psi(X, r) = 0. \end{aligned}$$

Ezen egyenletek megoldása előállítható $\exp \{ik_\mu X^\mu\}$ típusú síkhullámok szuperpozíciójaként, feltéve, hogy a k_μ vektor kielégíti a következő relációt

$$(22) \quad k_\mu k^\mu + \lambda^2 = 0.$$

A (21) alatti második egyenlet azonban azt jelenti, hogy $\psi(X, r)$ csak akkor különbözik zérustól, ha r^μ kielégíti az alábbi egyenleteket:

$$(23) \quad r_\mu r^\mu - \lambda^2 = 0.$$

Egyenletünk általános megoldása tehát a következő alakba írható:

$$(24) \quad \Psi(X, r) = \int d^4 k u(k, r) \delta(r_\mu r^\mu - \lambda^2) \delta(k_\mu k^\mu + \lambda^2) \exp \{ik_\mu X^\mu\},$$

ahol $u(k, r)$ a k_μ és r^μ változók tetszés szerinti függvénye.

Yukawa rámutatott arra, hogy ez a megoldás $\lambda \rightarrow 0$ határátmenet esetén tekinthető egy pontrészcskéhez tartozó hullámfüggvénynek, melynek mozgását a közönséges koordináta térben az X^μ koordináták változása írja le, míg az r^μ koordináták $\lambda \neq 0$ esetben a véges kiterjedésű (λ sugarú) részecske belső mozgását határozzák meg. Ily módon az előbbi megoldás egy olyan részecskehez tartozik, melynek tömege m , sugara λ és spinje 0.

Lényeges nehézséget jelent azonban az a körülmény, hogy a (24) alatti megoldás zérótól különböző valahányszor r^μ kielégíti a (23) alatti feltételt, bármilyen nagyok is a térbeli és az időbeli komponensek külön-külön. Ez arra utal, hogy a fenti megfeleltetés még nem teljes, és hogy teljessé legyen tehető, Yukawa bevezette a következő két mellékfeltételt:

$$(25) \quad [\mathbf{d}_\mu, [\mathbf{x}_\mu, \boldsymbol{\psi}]] = 0; \quad [\mathbf{x}^\mu [\mathbf{d}_\mu, \boldsymbol{\psi}]] = 0,$$

melyek reciprok vonatkozásban állnak egymással. Közvetlenül beláthatjuk, hogy a Yukawa-féle változók bevezetésével mellékfeltételeink a következő alakba írhatók:

$$(26) \quad r^\mu \frac{\partial \psi(X, r)}{\partial X^\mu} = 0.$$

Síkhullám megoldás esetén ez azt jelenti, hogy

$$r^\mu k_\mu u(k, r) \exp \{i k_\mu X^\mu\} = 0.$$

Tehát $u(k, r)$ ill. $\Psi(X, r)$ csak akkor különbözik nullától, ha

$$(27) \quad r^\mu k_\mu = 0.$$

Problémáink általános megoldása, mely kielégíti a (21) és a (26) alatti egyenleteket, a következő alakba írható:

$$(28) \quad \Psi(X, r) = \int d^4 k u(k, r) \delta(k_\mu k^\mu + k^2) \delta(r_\mu r^\mu - \lambda^2) \delta(r^\mu k_\mu) \exp \{i k_\mu X^\mu\}.$$

Állapítsuk már most meg ennek a megoldásnak a fizikai jelentését. Ebből a célból tekintsünk egy koordináta-rendszert, melyben a részecskék (melyhez a fenti hullámfüggvény tartozik) nyugszik. Ebben az esetben a megfelelő síkhullám hullámhosszvektorának komponensei $k_1 = k_2 = k_3 = 0$, $k_0 = -z$. Tehát a szóban forgó megoldás (normálási faktortól eltekintve):

$$u(0, 0, 0, -z) \delta(r_\mu r^\mu - \lambda^2) \delta(-k r^0) \exp \{-i k X^0\},$$

amelyik csak akkor különbözik zérustól, ha

$$r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = \lambda^2, \quad r^0 = 0.$$

A $\Psi(X, r)$ függvényt ebben az esetben már egyértelműen meghatározza, ha az $u(0, 0, 0, -k)$ amplitudófüggvényt egy az r^μ -térbeli λ sugarú gömbfelületen megadjuk. Helyezzük el az r -térbeli gömb középpontjában egy polárkoordináta-rendszer origóját:

$$r_1 = r \sin \vartheta \cos \varphi, \quad r_2 = r \sin \vartheta \sin \varphi, \quad r_3 = r \cos \vartheta,$$

akkor a fentiek alapján az u amplitudó függvény csak a ϑ és φ szögek által meghatározott iránytól függ. Eszerint

$$u(\vartheta, \varphi) = \sum_{l, m} u(0, 0, 0, -z; l, m) P_l^{|m|}(\cos \vartheta) e^{im\varphi}.$$

Ugyanilyen felbontást használunk a kvantummechanikában valahányszor egy állapotot különböző impulzus- és mágneses momentumhoz tartozó állapotok szuperpozíciójaként állítunk elő.

A nem-lokális elméletből úgy térhetünk vissza a lokális elmélethez, hogy a $\psi(X, r)$ hullámfüggvényt az egész r -térre integráljuk:

$$\psi(X) = \int d^4r \psi(X, r).$$

Az előző §-ban ismertetett nem-lokális térelmélet különbözik a most ismertetett Yukawa-féle elmélettől. Ott ugyanis csak a kölcsönhatás nem volt lokalizálva, most pedig maguk a részecskéket leíró térkomponensek is a Yukawa-féle változóktól, tehát két különböző térponttól függenek. Ezért szokás azt az elméletet *bilokális* elméletnek is nevezni. [25.]

3. §. A bilokális elmélet és a tömegkvantálás

Az elemi részecskék lokális elméletében (szabad részecskék esetén) a Klein—Gordon-egyenletből indulunk ki. Rayski (1954) [21, 24]) vizsgálta először azt a kérdést, hogyan általánosítható a Klein—Gordon-egyenlet a nem-lokális Yukawa-elmélet esetében.

Vezessük be ismét a Yukawa-féle változókat és definiáljuk a következő operátorokat: [25].

$$(29) \quad \mathbf{p}_\mu \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial}{\partial X^\mu}; \mathbf{k}_\mu \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial}{\partial r^\mu}.$$

(ahol \mathbf{k}_μ most nincsen kapcsolatban az előbbi § hullámszám-vektorával).

Könnyen belátható, hogy a legáltalánosabb másodrendű homogén differenciálegyenlet, mely invariáns az inhomogén Lorentz-transzformációval szemben, kölcsönhatásmentes esetben a következő alakba írható;

$$(30) \quad \{A^{\mu\nu} \mathbf{p}_\mu \mathbf{p}_\nu + B^{\mu\nu} \mathbf{p}_\mu \mathbf{k}_\nu + C^{\mu\nu} \mathbf{k}_\mu \mathbf{k}_\nu + D^\mu \mathbf{p}_\mu + E^\mu \mathbf{k}_\mu + F\} \psi = 0,$$

ahol az együtthatók általában még az r^μ függvényei lehetnek.

Rayski fent ismertetett gondolatmenetétől függetlenül Yukawa (1953) [17—18] foglalkozott már ezzel az egyenlettel abban az esetben, mikor

$$A^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu}, B^{\mu\nu} = D^\mu = 0, F = -\kappa^2.$$

Ekkor ugyanis a fenti differenciálegyenlet szeparálható és feltehetjük, hogy

$$(31) \quad \psi(X, r) = u(X) \chi(r).$$

Behelyettesítéssel kapjuk, hogy

$$(32) \quad \{\mathbf{p}_\mu \mathbf{p}^\mu + m^2\} u(X) = 0,$$

$$(33) \quad \{c^{\mu\nu} \mathbf{k}_\mu \mathbf{k}_\nu + E^\mu \mathbf{k}_\mu - \kappa^2 + m^2\} \chi(r) = 0,$$

ahol m szeparációs állandó. A (32) és a (21) alatti egyenletünk összehasonlítása alapján közvetlenül láthatjuk, hogy az m szeparációs állandó éppen a tömeg szerepét játssza, melynek a lehetséges értékei meghatározhatók a (33) alatti sajátérték egyenletünkből.

Már ez az egyszerű példa is mutatja, hogy a bilokális elméletekben természetes módszer kínálkozik a tömegkvantálásra. Ezzel a problémával azonban más alkalommal kívánok részletesen foglalkozni.

4. §. A bilokális térelmélet másik megalapozása

Yukawa bilokális elméletét, amint azt az előzőekben láttuk, operátor alakban alapozta meg. Bloch (1952) a (16) és (18) alatti alapegyenleteket egy speciális variációs elvből [9] vezette le. Nem lesz azonban talán felesleges, ha egy bilokális klasszikus elméletből kiindulva kísérelem meg az elmélet megalapozását.

Kiindulásul gondoljunk arra, hogy mi is volt a térelméletek alapfeltevése. Faraday és Maxwell eredeti elképzelése szerint a térelméleti felfogást az különbözteti meg a pontmechanikai felfogástól, hogy a részecskék közt nem távolbaható erők hatnak, hanem a tér egy pontjában az állapot változása függ a tekintetbe vett pont környezetének „feszültségi” állapotától. Ha csak az infinitezimálisan közelfekvő pontokban kialakuló feszültségi állapotra vagyunk tekintettel, akkor a szokásos (nem minden esetben kellő matematikai szigorúsággal végrehajtott) határátmenetek után a lokális térelméletek parciális differenciálegyenletekből álló alapegyenleteit kapjuk.

Tételezzük most fel, hogy a fentemlített határátmenetet nem hajtjuk végre, hanem feltesszük, hogy egy-egy tetszés szerint kiválasztott pontban az éterállapotát mindazokban a pontokban kialakuló „feszültségi” állapot közvetlenül befolyásolja, mely pontok egy a tekintetbe vett pont köré írt λ sugarú gömb belsejében fekszenek.

Ez a feltevés, mely — megítélésem szerint — lényegében az egyetlen különbséget jelenti a lokális és a bilokális térelméletek között, az első pillanatra nehezen látszik összeegyeztethetőnek a közelhatási elképzelésen alapuló térelméleti felfogással. Úgy tűnik, hogy lényegében a λ sugarú gömbön belül a távolbahatási elképzelés felelevenítését jelenti.

Gondoljunk azonban most arra, hogy a pontszerű kölcsönhatáson alapuló elméletek kivétel nélkül divergens eredményekre vezetnek, ha konzekvensen végigszámoljuk őket, amennyiben viszont a kölcsönhatásba lépő elemi részecskéket véges kiterjedésűeknek tekintjük, divergencia-nehézségek nem lépnek fel. Ha azonban egy véges kiterjedésű elemi részecskének és egy térnek a kölcsönhatását vizsgáljuk, természetesnek látszik az a feltevés, hogy a tér az egész kiterjedt részecskével lép kölcsönhatásba. Ily módon az elemi részecskék kölcsönhatása, melyet makroszkopikusan észlelhetünk, továbbra is közelhatási kölcsönhatás lesz és csupán egy-egy elemi részecskén belül fogalmazzuk meg másképpen a kölcsönhatási törvényt. Ez a módszer nem látszik kevésbé konzekvensnek, mint azok a módszerek, melyek különböző renormalizációs eljárásokkal küszöbölik ki a végtelennek adódó sajátenergiákat.

Foglalkozunk a továbbiakban csak skaláris terekkel. Legyen tehát a tér egy skaláris ψ függvényvel jellemezhető. A lokális térelméletektől eltérően tegyük fel, hogy ez a ψ függvény két tér-időkontinuumbeli pontnak: x -nek és x -nek a függvénye: (1)

$$\psi = \psi(x, x). \quad (2)$$

Vezessünk be Yukawa-koordinátákat a (20) alatti egyenletek segítségével, akkor írhatjuk, hogy

$$\psi = \psi(X, r).$$

Feltesszük azonban, hogy a két pont, melytől a ψ függvény függ, igen közel esik egymáshoz; pontosabban

$$(34) \quad |x - x| = |(x_{(1)}^\mu - x_{(2)}^\mu)(x_{(1)}^\mu - x_{(2)}^\mu)^{1/2}| = |r_\mu r^\mu|^{1/2} = \lambda \ll 1.$$

A tér Lagrange-féle függvénye, amint az szokásos, függjön a ψ -függvényről és első differenciálhányadosaitól:

$$L = L\left(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial x^\mu}, \frac{\partial \psi}{\partial r^\mu}\right),$$

ahol L skalársűrűség jellegű mennyiség. A téregyenleteket a

$$\delta_\psi I = \delta_\psi \int d^4 X d^4 r L = 0$$

variációs elvből vezetjük le. A ψ index azt jelenti, hogy ψ szerint képezzük a fenti integrál variációját. Ennek a kiszámítása azonban most nem egészen nyilvánvaló, mert ψ bilokális terek esetében nemcsak az x -nek, hanem az r -nek is függvénye. További látszólagos nehézséget jelent, hogy a változók között fennállnak a (20) alatti összefüggések, kíváncsian tehát, hogy az I integrál variációját infinitezimális transzformáció segítségével számítsuk ki.

Tekintsük a következő infinitezimális transzformációt

$$\tilde{x}^\mu = x^\mu + \varepsilon \xi^\mu(x),$$

ahol az ε infinitezimális paraméter és a $\xi^\mu(x)$ tetszés szerinti függvény, melyről csak azt tesszük fel, hogy az integrációs tartományunk határán első parciális differenciálhányadosaival együtt eltűnik.

Legyünk most tekintettel a Yukawa-változók (20) alatti definíciójára, akkor kapjuk, hogy

$$x_{(1)}^\mu = X^\mu + \frac{1}{2} r^\mu \quad \text{és} \quad x_{(2)}^\mu = X^\mu - \frac{1}{2} r^\mu.$$

Az infinitezimális transzformáció a térnek önmagára való leképezését jelenti, következésképpen

$$\begin{aligned} \delta x_{(1)}^\mu &= \varepsilon \xi_{(1)}^\mu(x) = \varepsilon \left\{ \xi^\mu(X) + \frac{1}{2} \frac{\partial \xi^\mu}{\partial X^\mu} r^\mu + \frac{1}{4} \frac{\partial^2 \xi^\mu}{\partial X^\mu \partial X^\nu} r^\mu r^\nu + \dots \right\}, \\ \delta x_{(2)}^\mu &= \varepsilon \xi_{(2)}^\mu(x) = \varepsilon \left\{ \xi^\mu(X) - \frac{1}{2} \frac{\partial \xi^\mu}{\partial X^\mu} r^\mu + \frac{1}{4} \frac{\partial^2 \xi^\mu}{\partial X^\mu \partial X^\nu} r^\mu r^\nu + \dots \right\} \end{aligned}$$

és így (20) alapján

$$\delta X^e = \varepsilon \left\{ \xi^e(X^\mu) + \frac{1}{4} \frac{\partial^2 \xi^e}{\partial X^\sigma \partial X^\tau} r^\sigma r^\tau + \dots \right\},$$

$$\delta r^e = \varepsilon \left\{ \frac{\partial \xi^e}{\partial X^\mu} r^\mu + \dots \right\}.$$

Ámde (34) alatti feltevésünk következtében elég, ha e sorfejtésben csak a lineáris tagokra szorítkozunk. Látjuk tehát, hogy infinitezimális transzformáció esetén X^μ koordinátaként, viszont r^μ kontravariáns vektorként transzformálódik.

Következésképpen

$$\delta \psi = \frac{\partial \psi}{\partial X^e} \delta X^e + \frac{\partial \psi}{\partial r^e} \delta r^e \approx \varepsilon \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial X^e} \xi^e + \frac{\partial \psi}{\partial r^e} \frac{\partial \xi^e}{\partial X^\mu} r^\mu \right\}$$

$$\delta \frac{\partial \psi}{\partial X^\sigma} \approx \varepsilon \left\{ \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^\sigma \partial X^e} \xi^e + \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^\sigma \partial r^e} \frac{\partial \xi^e}{\partial X^\mu} r^\mu \right\}$$

$$\delta \frac{\partial \psi}{\partial r^i} \approx \varepsilon \left\{ \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^i \partial X^e} \xi^e + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^i \partial r^e} \frac{\partial \xi^e}{\partial X^\mu} r^\mu \right\}$$

tehát

$$\delta L = \frac{\partial L}{\partial \psi} \delta \psi + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial X^\sigma}} \delta \frac{\partial \psi}{\partial X^\sigma} + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial r^i}} \delta \frac{\partial \psi}{\partial r^i} =$$

$$= \varepsilon \left\{ \frac{\partial L}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial X^e} + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial X^\sigma}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^\sigma \partial X^e} + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial r^i}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^i \partial X^e} \right\} \xi^e +$$

$$+ \varepsilon \left\{ \frac{\partial L}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial r^e} + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial X^\sigma}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^\sigma \partial r^e} + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial r^i}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^i \partial r^e} \right\} \frac{\partial \xi^e}{\partial X^\mu} r^\mu.$$

Ezek figyelembevételével, valamint X^σ , ill. r^i szerinti parciális integrálással kapjuk, hogy

$$\delta I = \iint d^4 X d^4 r \delta L =$$

$$= \varepsilon \iint d^4 X d^4 r \left\{ \frac{\partial L}{\partial \psi} - \frac{\partial}{\partial X^\sigma} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial X^\sigma}} - \frac{\partial}{\partial r^i} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial r^i}} \right\} \times$$

$$\times \left[\frac{\partial \psi}{\partial X^e} \xi^e + \frac{\partial \psi}{\partial r^e} \frac{\partial \xi^e}{\partial X^\mu} r^\mu \right] =$$

$$= \varepsilon \iint d^4 X d^4 r \left\{ \frac{\partial L}{\partial \psi} - \frac{\partial}{\partial X^\sigma} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial X^\sigma}} - \frac{\partial}{\partial r^i} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial r^i}} \right\} \delta \psi.$$

Minthogy ennek a variációnak tetszés szerinti ξ^0 esetén el kell tűnnie, kapjuk, hogy

$$(35) \quad \frac{\partial L}{\partial \psi} - \frac{\partial}{\partial X^0} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial X^0}} - \frac{\partial}{\partial r^r} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial r^r}} = 0.$$

Ezek adják a téregyenleteinket.

Az eddigiekben a *Lagrange*-féle függvényről nem tettünk fel semmit. Eredményeink teljesen általános érvényűek. Most annyiban specializáljuk a problémát, hogy a *Lagrange*-féle függvényről feltesszük, hogy az a térkomponensek, ill. azok differenciálhányadosának homogén kvadratikus függvénye:

$$(36) \quad L = \frac{1}{2} \sqrt{-g} \left\{ A^{\mu\nu} \frac{\partial \psi}{\partial X^\mu} \frac{\partial \psi}{\partial X^\nu} + B^{\mu\nu} \frac{\partial \psi}{\partial X^\mu} \frac{\partial \psi}{\partial r^\nu} + \right. \\ \left. + C^{\mu\nu} \frac{\partial \psi}{\partial r^\mu} \frac{\partial \psi}{\partial r^\nu} + D^\mu \frac{\partial \psi}{\partial X^\mu} \psi + E^\mu \frac{\partial \psi}{\partial X^\mu} \psi + F \psi^2 \right\}.$$

Feltéve, hogy az együtthatók indexeiben szimmetrikusak

$$A^{\mu\nu} = A^{\nu\mu}, \quad B^{\mu\nu} = B^{\nu\mu}, \quad C^{\mu\nu} = C^{\nu\mu},$$

kapjuk, hogy

$$\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial X^\sigma}} = A^{\mu\nu} \frac{\partial \psi}{\partial X^\nu} \delta_\mu^\sigma + A^{\mu\nu} \frac{\partial \psi}{\partial X^\mu} \delta_\nu^\sigma + B^{\mu\nu} \frac{\partial \psi}{\partial r^\nu} \delta_\mu^\sigma + B^{\mu\nu} \psi \delta_\mu^\sigma = \\ = 2A^{\mu\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial X^\mu} + B^{\sigma\nu} \frac{\partial \psi}{\partial r^\nu} + D^\sigma \psi, \\ \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial r^\sigma}} = C^{\mu\nu} \frac{\partial \psi}{\partial r^\nu} \delta_\mu^\sigma + C^{\mu\nu} \frac{\partial \psi}{\partial r^\mu} \delta_\nu^\sigma + B^{\mu\nu} \frac{\partial \psi}{\partial X^\mu} \delta_\nu^\sigma + E^\nu \psi \delta_\mu^\sigma = \\ = 2C^{\mu\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial r^\mu} + B^{\mu\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial X^\mu} + E^\sigma \psi.$$

Tehát téregyenleteink $\sqrt{-g}$ -vel osztva a következő alakba írhatók:

$$(37) \quad A^{\mu\nu} \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^\mu \partial X^\nu} + B^{\mu\nu} \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^\mu \partial r^\nu} + C^{\mu\nu} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^\mu \partial r^\nu} - F \psi = 0.$$

Egyenleteink

$$A^{\mu\nu} = g^{\mu\nu}, \quad B^{\mu\nu} = 0, \quad C^{\mu\nu} = g^{\mu\nu}, \quad F = \kappa^2$$

esetben azonosak a *Rayski*-féle (1954) általánosított *Klein—Gordon*-egyenletekkel.

A *Lagrange*-féle függvény (36) alatti megválasztása nem a legáltalánosabb. Hiszen a hatásintegráltól csak azt követeltük meg, hogy az inhomogén *Lorentz*-transzformációval szemben legyen invariáns. Ámde az r^μ változók

vektor karakterű mennyiségek. Ezért a segítségükkel képzett invariáns kifejezések, mint amilyen pl.

$$r_\mu r^\mu, \quad r^\mu \frac{\partial \psi}{\partial x^\mu}, \quad r^\mu \frac{\partial \psi}{\partial r^\mu},$$

ill. ezek lineáris kombinációi is szerepelhetnek a *Lagrange*-függvény argumentumában. A variáció elvégzése ebben az esetben is könnyen végrehajtható a fenti módszerrel. Ha a (32), ill. a (33) alatti *Yukawa*-féle egyenleteket akartuk volna levezetni, akkor ilyen általános *Lagrange*-féle függvényből kellett volna kiindulnunk.

5. §. Megjegyzések a bilokális terek geometriájához

A *Yukawa*-féle változók bevezetése lehetővé teszi a tér bilokalitásának egyszerű geometriai interpretációját.

A (34) alatti feltételi egyenletünk értelmében részint

$$|r_\mu r^\mu|^{1/2} \leq \lambda,$$

részint pedig az előző §-ban láttuk, hogy az r^μ úgy transzformálódik, mint egy kontravariáns vektor. Vezessük már most be az r^μ vektor helyett a

$$v^\mu = \frac{r^\mu}{(r_\mu r^\mu)^{1/2}} \quad r_\mu r^\mu < 0$$

egységvektort, akkor az x^μ koordináták és a v^μ egységvektorok egy vonalelem tér alapelemeiként interpretálhatók. Tegyük fel az r^μ ill. a v^μ vektorokról, hogy azok térszerűek.

Tekintsük az egyidejű x és x pontpárok összességét. Ezekre tehát $x^0 = x^0$.

Ebben az esetben az x és x térbeli koordináták helyett ismét bevezetve a $Yukawa$ -féle változókat kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} X^0 &= \text{konst.} & X^i &= \frac{1}{2} \left\{ x_{(1)}^i + x_{(2)}^i \right\} \\ r^0 &= 0 & r^i &= x_{(1)}^i - x_{(2)}^i \end{aligned}$$

ill.

$$v^0 = 0 \quad v^i = \frac{x_{(1)}^i - x_{(2)}^i}{\left\{ (x_{(1)}^i - x_{(2)}^i)(x_{(1)}^i - x_{(2)}^i) \right\}^{1/2}}.$$

Az időtengelyre merőleges $X^0 = \text{konst.}$ hypersíkon, a közönséges háromdimenziós térben az X^i koordináták mellett az r^i ill. a v^i vektorok bevezetése egyszerűen a háromdimenziós tér anizotropiáját juttatja kifejezésre. Minthogy a v^i vektor egységvektor, komponensei közül csak kettő független egymástól, melyek meghatároznak egy, az x^i pontban átmenő irányt. Ily módon a $\psi =$

$=\psi(X^0, X^i; 0, v^i)$ térkomponens is csak az X^i pontnak és a két független v^i iránynak lesz a függvénye.

Ebben az esetben, amint azt *Rayski* (1954) kimutatta, könnyen származtathatók az általánosított *Klein—Gordon*-egyenletekből azok az alapegyenletek, melyek közvetlenül egy konzekvens tömeg kvantálására vezetnek.

A fenti gondolatmenet ellen első pillanatra az lehet az ellenvetés, hogy függ a koordináta-rendszer megválasztásától és így nem általánosan kovariáns. Ezen azonban könnyen segíthetünk.

Definiáljuk mindenekelőtt a

$$\pi_\mu \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial X^\mu}}$$

időszerű vektort és definiáljuk azt a σ felületet, melyet az

$$(38) \quad r^\mu \pi_\mu = 0$$

kovariáns reláció definiál. E hiperfelület három-dimenziós és a három-dimenziós, kovariánsan definiált térben, a ψ térkomponens ismét csak három térkoordinátától és a két irányt meghatározó koordinátától fog függni. A fenti gondolatmenet tehát ismét következetesen végigvihető.

Tekintsük azonban a (38) alatti egyenletünket. Feltéve, hogy a tér *Lagrange*-féle függvénye

$$L = \frac{1}{2} \left\{ g^{\mu\nu} \frac{\partial \psi}{\partial X^\mu} \frac{\partial \psi}{\partial X^\nu} + a^2 g^{\mu\nu} \frac{\partial \psi}{\partial r^\mu} \frac{\partial \psi}{\partial r^\nu} + k^2 \psi^2 \right\},$$

ahol a^2 egy tetszés szerinti állandó, közvetlenül beláthatjuk, hogy

$$\pi_\mu = \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial X^\mu}} = \frac{\partial \psi}{\partial X^\mu};$$

tehát (38) alatti egyenletünk azonos a (26) alatti *Yukawa*-féle feltételi egyenlettel.

Ezen a helyen is köszönetet szeretnék mondani *J. Rayski* professzornak, hogy toruáni tartózkodásom alatt fáradságot nem kímélve a dolgozat elkészítésében segítségemre volt és három megjelenő félben levő dolgozatát rendelkezésemre bocsájtotta.

IRODALOM

- [1] *W. Heitler, The Quantum Theory of Radiation*, Oxford 1954.
- [2] *G. Wataghin, Bemerkung über die Selbstenergie der Elektronen. Zs. f. Phys.* 88. 92, 1934.
- [3] *A. March, Die Geometrie kleinster Räume I. Zs. f. Phys.* 104. 93, 1937.

- [4] W. Heisenberg, *Über die in der Theorie der Elementarteilchen auftretende universelle Länge*, Ann. d. Phys. 32, 20, 1938.
- [5] Mc-Manus, *Classical electrodynamics without singularities*, Proc. Roy. Soc. (A). 195. 323, 1948.
- [6] H. Yukawa, *On the Radius of the Elementary Particle*, Phys. Rev. 76, 300, 1949.
- [7] H. Yukawa, *Remarks on Non-Local Spinor Field*, Phys. Rev. 76, 1731, 1949.
- [8] H. Yukawa, *Quantum Theory of Non-Local Fields Part I. Free Fields*, Phys. Rev. 77, 219, 1949.
- [9] C. Bloch, *Variation Principle and Conservation Equations in Non-Local. Field Theory*, Dan. Mat. Medd. 29, No 1. 1950.
- [10] J. Rayski, *On Non-Local Quantum Electrodynamics*, Acta. Phys. Polonica 11, 109, 1951-52.
- [11] J. Rayski, *On a Regular Field Theory I. (Classical)*, Acta Phys. Polonica 11, 314, 1951-52.
- [12] C. Bloch, *On Field Theories with Non-Localized Interaction*, Dan. Mat. Fys. Medd. 27, No. 8, 1952.
- [13] W. Pauli, *On the Hamiltonian Structure of Non-local Field Theories*, Nuovo Cim. 10, 648, 1953.
- [14] J. Rzewuski, *Conservation Laws in Non-Local Field Theories*, Acta Phys. Polonica 12, 14, 1953.
- [15] J. Rzewuski, *Quantization of a Certain Class of Non-Local Field Theories*, Acta Phys. Polonica 12, 100, 1953.
- [16] J. Rzewuski, *Differential Conservation Laws in Non-Local Field Theories*, Nuovo Cim. 10, 784, 1953.
- [17] H. Yukawa, *Structur and Mass Spectrum of Elementary Particles I. General Considerations*, Phys. Rev. 91, 415, 1953.
- [18] H. Yukawa, *Structur and Mass Spectrum of Elementary Particles II. Oscillator Modell*, Phys. Rev. 91, 416, 1953.
- [19] M. Chretien, and R. E. Peierls, *A Study of Gange-Invariant, Non-Local Interactions*, Proc. Roy. Soc. London (A). 224, 468, 1954.
- [20] J. Rayski, *On a Regular Field Theory II. (Quantized)*, Acta Phys. Polonica 13, 15, 1954.
- [21] J. Rayski, *On the Mass Spectrum of Elementary Particles*, Acta Phys. Polonica 13, 77, 1954.
- [22] J. Rayski, *On a Regular Field Theory III.*, Acta Phys. Polonica 13, 95, 1954.
- [23] J. Rzewuski, *Differential Structure on Non-Local Theories I.*, Acta Phys. Polonica 13, 135, 1954.
- [24] J. Rayski, *On a Bilocal Theory of Families of Elementary Particles*, Acta Phys. Polonica 14, 107, 1955.
- [25] J. Rayski, *Über nichtlokale Feldtheorien*, Fortschritte der Phys. 2. 165, 1954.
- [26] J. Rayski, *On the Problem of Systematization of Heavy Mesons and Hyperons*, 14, 144, 1955.
- [27] M. Born, *Reciprocity Theory of Elementary Particles*, Rev. Mod. Phys. 21, 463, 1949.
- [28] E. M. Corson, *Introduction to Tensors, Spinors and Relativistic Wave-Equations*, Blackie and Son., London, 1953.

A KFKI ATOMFIZIKAI OSZTÁLYÁNAK 800 kV-OS KASZKÁDGENERÁTORA*

MÉREY IMRE

Központi Fizikai Kutató Intézet, Atomfizikai Osztály

A cikk ismerteti a KFKI Atomfizikai Osztályán megépített 800 kV-os kaszkádgenerátort, valamint az építése és üzemeltetése során szerzett tapasztalatokat.

A kísérleti magfizikához szükséges nagyfeszültségű egyenáram előállítására szerkesztett több megoldás közül csak az egyenirányítós sokszorozó kapcsolások és az elektrosztatikus generátorok nyertek jelentős alkalmazást. E két berendezés a teljesen más elven működő ciklotronnal kb. egy időben az 1930-as évek elején indul el fejlődése útján és ezek közül a kaszkádgenerátor az 1935 és 40-es évek között éri el jelentősége tetőfokát. Ettől kezdve a sokkal nagyobb energiájú részeket előállító berendezések mellett jelentősége ugyan csökkent, de a nagy áramerőssége miatt — főleg nagyintenzitású neutronforrásként alkalmazva — majdnem minden magfizikai intézet napjainkban is rendelkezik egy 0,5—1,5 MV feszültségű kaszkádgenerátorral.

Hazánkban az első kaszkádgenerátor tervezésére és felépítésére Varga Géza kapott az 1939. év folyamán, az akkor Bay Zoltán vezetése alatt álló Műegyetemi Atomfizikai Intézettől megbízást. A generátor 5 fokozattal, 1000 kV feszültségre elkészült, gyorsítója azonban a közbejött háborús események miatt nem készülhetett el, sőt a megépített feszültségforrás is tönkrement. [1]

Hasonló típusú készülék építése 1952 őszén indult meg az M.T.A. Központi Fizikai Kutató intézetének Atomfizikai Osztályán a hozzátartozó gyorsító berendezéssel együtt. A gyorsító berendezés leírása „a 800 kV-os részecske gyorsító berendezés” cikkben található. [2].

Jelen cikk csak e berendezés feszültségforrásának leírásával és úgy az építés során, mint az üzemeltetések közben szerzett tapasztalatok leírásával foglalkozik.

A kaszkádgenerátor feszültségforrásának kapcsolási rajza az 1. sz. ábrán látható s mint abból kivehető, a Greinachertól származó feszültségszorzó alapkapsolásból kiinduló feszültségsokszorozás, amelyet erre a célra Cockroft és Walton alkalmazott először. [3, 6].

* Érkezett 1955. II. 22.

Felépítéséhez használt kondenzátorok az előzőekben említett kaskád-generátor maradványaiból — habár egyesek sérült, de javítható állapotban — rendelkezésre állottak. Ezek Meyrowsky gyártmányúak, egyenként $0,01 \mu\text{F}$ kapacitásúak és 200 kV üzemi, illetve 230 kV próbafeszültségre méretezett olaj szigetelésűek. Szerkezeti magasságuk 76 cm . Ez egyúttal meghatározza a feszültségforrás építési magasságát is, ami $4,90 \text{ m}$ összmagasságnak adódott. A kijavítottakkal együtt eredetileg rendelkezésünkre állott 10 db ilyen kondenzátor, amelyekből a berendezés öt fokozattal 1000 kV feszültségre terveződött és meg is épült. A 900 és 1000 kV közötti feszültségnél azonban a laboratórium mennyezetéhez a berendezés épségét veszélyeztető intenzív áttütések léptek fel, továbbá, az időközben ki nem javítható módon megromlódott két kondenzátor kiesése miatt visszatértünk a négyfokozatú 800 kV feszültségre.

A változó feszültség egyenirányítására alkalmas megoldások közül a nagy fűtőteltjesítményt igénylő vákuum-szelepcsővek alkalmazása volt a célravezető, miután Phönix gyártmányú V 230/802 p jelű 230 kV zárófeszültségű szelepcsőveket tudtunk rövid idő alatt beszerezni. Így a csövek fűtését — amely egyenként 120 W teljesítményt igényel — csak fűtődinamók segítségével oldhattuk meg, mint a számunkra leggyorsabban megvalósítható módon. Itt kell megemlíteni, hogy egyes külföldi berendezéseknél használt gáztöltésű szelepcsővek fűtőteltjesítménye igen kicsiny, úgy, hogy ilyen energiák a kaskád-generátort tápláló transzformátor feszültségére szuperponált, nagyfrekvenciás árammal minden nagyobb nehézség nélkül szállíthatók. A legmodernebb berendezéseknél újabban alkalmazott, nagyfeszültségű száraz egyenirányítók a fűtési problémákat teljesen kiküszöbölik.

Minthogy a szelepcsővek és így a fűtődinamók is más-más feszültségen vannak, a 4—4 egymásfölkött elhelyezett fűtődinamót szigetelő anyagból készült tengelyek kötik össze. Ezek tehát két különálló, ún. fűtőoszlopot képeznek és meghajtásukat a készülék alapján elhelyezett egy-egy indukciós motorról ékszíj-hajtás útján nyerik. Fűtődinamókul az Autóvillamossági Felszerelések Gyára által sorozatban gyártott 130 W -os autótöltő dinamókat használjuk. Mint külön megoldandó probléma jelentkezett, hogy a szelepcső katódjának hidegen mért ellenállása kb egy tizede az izzó állapotban levő ellenállásának, tehát a fűtés megindulásakor ez a dinamók számára rövidzárt jelentett. A fűtődinamók e terhelés karakterisztikának megfelelő beszabályozásánál ugyancsak az Autóvillamossági Felszerelések Gyára laboratóriuma nyújtott nagy segítséget, melyért ezúton is köszönetet mondunk. E fűtődinamóknál hátrányként mutatkozott továbbá, hogy 2—3 órás üzemeltetés után üzemi hőmérsékletük $50\text{--}60^\circ\text{C}$ fölé emelkedik, ami a dinamó belső ellenállásának megnövekedése folytán azok legerjedését eredményezi. E zavaró körülmény kiküszöbölhető volt azáltal, hogy egy-egy ventillátor segítségével a fűtő-oszlopokat körülvevő hengeres porcelántestek belsejében a légáramlást intenzívebbé tettük, és ezáltal

a fűtő dinamók üzemi hőmérséklete az előbb említett kritikus hőmérséklet alatt tartható.

Fentiekben leírt szerkezeti elemeket a berendezés konstrukciójánál az újabb tervezési irány szerint építettük össze. Így a kondenzátorokból két párhuzamos oszlopot képeztünk ki, minden egyes oszlop kondenzátorainak összekötéseit leárnýékoló gyűrűkből indulnak ki a szelepcsövek átlós irányban, a vízszintessel kb 30° -os szöget bezárva. A fűtődinamókat magába záró, bordázott porcelánhengerekből álló fűtőoszlopok a kondenzátor-oszlopok mögött, azoktól szerkezetileg függetlenül állanak. Ezzel biztosítani tudjuk a szelepcsövek érzékeny izzókatódjainak a dinamók meghajtásából származó, káros mechanikai behatásoktól való mentesítését. A szelepcsövek anódjával általában szokásos sorbakötni egy-egy csillapító ellenállást, amit mi konstrukciónknál elhagytunk, miután az átütéskor fellépő, gyors lefolyású lököáram a tapasztalat szerint, a védőellenállásokat átugorja.

Konstrukciónknál ugyancsak eltértünk a régebbi szerkesztési elvtől — amelynél minden egyes oszlopot különálló gömbelektrodákkal zártak le — miután úgy a két kondenzátor-oszlopot, mint a két fűtőoszlopot összefoglaló, egyetlen fémelektrodával zártuk le. Ez ugyan a szerkezeti magasság növelésével járt, viszont a generátor hossz tengelye mentén a térerősség kialakulása így kedvezőbbé, egyenletesebbé volt tehető. A felső elektróda 30 cm sugárral legömbölyített $260 \times 200 \times 60$ cm méretű, szögvas szerkezettel merevített, tükörfényesre polírozott fredál-lemezből készült test.

A feszültségforrás oldalnézeti és előlnézeti rajza a 2. sz. ábrán látható.

Tekintettel arra, hogy a felső elektróda alakja miatt, annak tere analitikusan egyáltalán nem számítható, különböző egyszerűsítésekkel [3., 4.] a térerősség felső határára kaphattunk megközelítő eredményt, amely erősen közelállt a levegő átütési szilárdságához. Ez a legkényesebb helyeken 26—30 kV/cm között van.

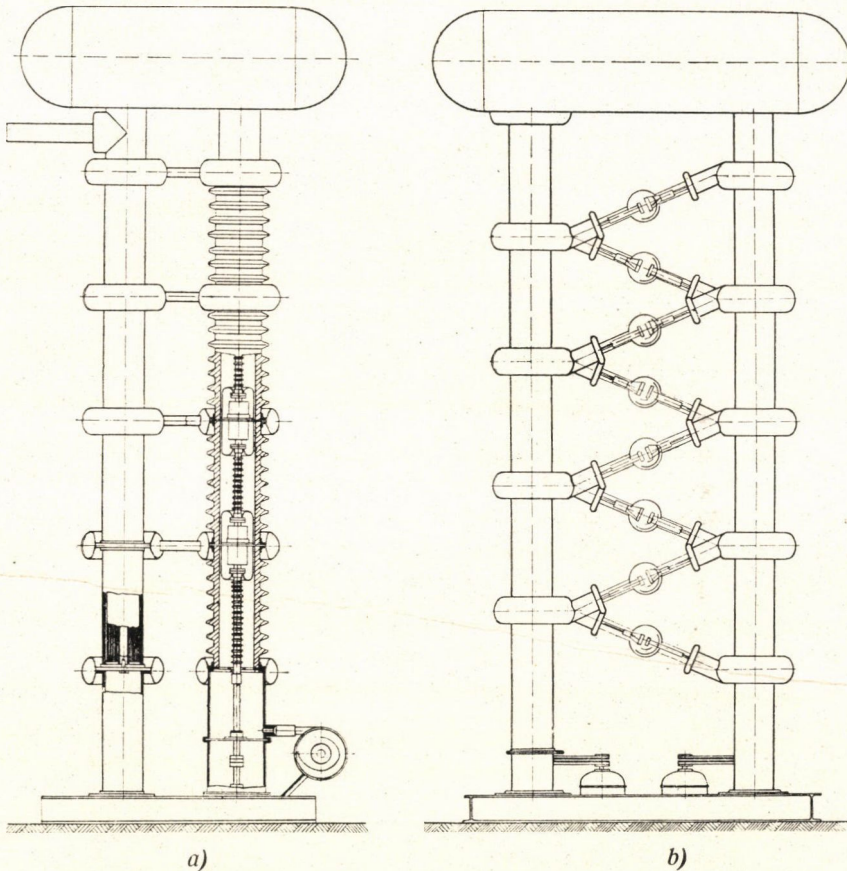
Az oszlopok összekötéseit árnyékoló gyűrűk egymással szembenező felületein, amelyeknek legömbölyítési sugara 3 cm és egymástól való távolságuk 60 cm, a köztük fellépő 200 kV feszültségkülönbség hatására a legnagyobb igénybevétel 13 kV/cm-nek adódik.

Ugyancsak ezeknél az árnyékoló gyűrűknél a legközelebbi fallal, mint vezetősikkel szemben fellépő térerősség az egyes fokozatokon levő feszültségeknek megfelelően, 9,5 cm legömbölyítési sugár mellett, 6—22 kV/cm-nek adódik.

Hasonlóképpen történt a fűtőoszlopok belsejében elhelyezett fűtődinamók leárnýékolására szolgáló testek méretezése is. Ezeknél 3 cm sugarú legömbölyítést alkalmazva 35 cm távolságra a 200 kV feszültségkülönbség hatására fellépő térerősség nem haladja meg a 16 kV/cm értéket.

Ismeretes, hogy a nagy-potenciálon levő felületek kialakítása és felületi megmunkálása befolyással van a felületi kisülések keletkezésére és ezzel az

átütések megindítására. Feszültségforrásunknál e felületek leggondosabb kialakítása és tükörfényesre való polírozása ellenére is, főként a fűtőszlopokban, a fűtődinamók éles sarkait leárnýékoló fémtestek között, a tervezettnél kisebb feszültségek hatására átütések lépnek fel. Ezt főképpen a levegőből ráakódó por és egyéb tisztátalanságok okozzák. E tisztátalanságok lerakódása a berendezés gondos zártsága mellett is fokozódik, aminek eredménye, hogy



2. ábra. 800 kV kaskád generátor oldalnézeti és előnézeti rajza

az átütések egyre kisebb feszültség mellett már bekövetkeznek, tehát évenként legalább egyszer a berendezés belső tisztítását teszi szükségessé.

A berendezés legutóbbi időben történt szétszedése alkalmával megállapítottuk, hogy a fűtődinamók keféiről leváló grafitpor a porcelán belső felületét bevonja s így a kúszóút megrövidülése ugyancsak a kisebb feszültségek melletti átütésekhez vezet.

Elsősorban a Philips-gyár katalógusából [5] tudjuk, hogy készültek kaskádgenerátorok, amelyeket nyomásalatti tankban helyeztek el, amivel egy-

részt a szigetelő közeg átütési szilárdsága növelhető, tehát kisebb geometriai méretekkel nagyobb feszültség érhető el, másrészt a szigetelő gáz kézbentartható, és így az előbb említett kisebb feszültségnél bekövetkező átütések elkerülhetők. Megjegyezni kívánjuk, hogy az ilyen tankgenerátorokkal elért eredményekről értesüléseink nincsenek.

A kaszkádgenerátor táplálására egy 100 kV-os egyfázisú olajtranszformátor szolgál, amelynek tápfeszültségét egy 10 kV VA teljesítményű, 330 V feszültségű, 500 periódusú motorgenerátor fejleszti. (Mind a transzformátor, mind a generátor ugyancsak a Műegyetem Atomfizikai Tanszékén épült kaszkádgenerátor tartozékaiból maradt meg és javításuk után kerültek felhasználásra.)

A kaszkádgenerátor feszültségének szabályozása az 500 periódusú generátor gerjesztésének változtatásával történik, távvezérlés útján. Az elkészített vezérlő berendezés szolgál egyúttal a szelepcsővek fűtődinamóit meghajtó motorok be- és kikapcsolására, továbbá a transzformátornak a generátortól való leválasztására is. A vezérlőberendezés az átütések alkalmával, a primer hálózatra történő visszahatások elhárítására automatikus biztosító rendszerrel ellátott.

A terhelő áram a kondenzátorokról töltéseket vesz el, amelyek pótlására csak a váltakozó áram csúcserték környezetében van lehetőség, tehát az üresjárási feszültséghez képest, a periódus számnak megfelelő, feszültség-hullámvázis lép fel. Ennek értéke

$$\delta U = \frac{i}{fC} \cdot \frac{n(n+1)}{n}.$$

A képletből látható mindjárt, hogy adott kondenzátor-kapacitások és „ n ” fokozatszám mellett a hullámvázis értéke a periódus számától függ. Ezért kaszkádgenerátorok táplálására általában 2–500 periódusú feszültséget alkalmaznak. Berendezésünk feszültség-hullámvázisa 4 fokozat esetén és $C = 0.01 \mu\text{F}$ -os kondenzátorok, valamint 500 periódus mellett

$$\delta U = 2000 \text{ V/mA}.$$

azaz az üresjárási feszültség egynegyed százaléka.

A terhelés következtében természetesen az egyes kondenzátorok mindig az előtte levő kondenzátorok feszültségére töltődnek fel. Viszont a töltéselvonás miatt azok máris kisebb feszültségre töltődtek fel, így a fokozatok számával köbösen emelkedő feszültségcsökkenés jön létre, amelynek értéke

$$\Delta U = \frac{2}{3} n^3 \frac{i}{f \cdot C}$$

Ez berendezésünk esetén

$$\Delta U = 8400 \text{ V/mA}.$$

azaz az üresjárási feszültségnek kb 1%-a.

Ezek figyelembevételével kaszkádgenerátorunk eredő feszültsége 1 mA terhelés mellett

$$U_{\max} = 2nU_0 - \Delta U = 792\text{ kV}.$$

$$U_{\min} = 2nU_0 - (\Delta U + \delta U) = 790\text{ kV}.$$

mivel a változó feszültségű oldalon levő első kondenzátorra $U_0 = 100\text{ kV}$ feszültséget táplálunk be.

Az előbb ismertetett okokból keletkező feszültség-hullámmás miatt a kaszkádgenerátorokkal előállítható ionsugár nem olyan homogén, mint a Van de Graaff generátoroknál nyert, azonban e tulajdonsága ellenére is, mint nagy áramerősséget adó, üzembiztos és aránylag nem túl költséges berendezést egyaránt alkalmazzák neutronforrásként, valamint egyéb magfizikai vizsgálatokra.

A nagyfeszültség mérésére először egy ellenállásláncot alkalmaztunk Siemens-gyártmányú szilit-ellenállásokból, összesen 40 MOhm értékben, amelyet üveghengerre csavarva, a gyorsító rész egyik porcelán oszlopában, olajba helyeztünk el. Ennek az ellenállásnak értéke azonban több tényezőtől függően, megbízhatatlan módon ingadozott, ezért utólag elkészítettünk egy precíz mérőellenállást 1640 MOhm összértékben Ingelen-műszer-ellenállásokból, amely csak az alsó 200 kV -os fokozat mérésére szolgált. [7] Ennek az ellenállásnak értéke a többszöri mérések szerint $2\text{--}3\%$ -ig pontos. A mérőellenállás hitelesítését 15 cm és 75 cm átmérőjű szikraközzel is elvégeztük. Az ellenállás értékének stabilitására utal az a körülmény, hogy a feszültségforrás primer oldalán, a vezérlő táblán elhelyezett műszerek adatai a mai napig is összhangban vannak a mérőellenállással sorbakötött műszeren leolvasott adatokkal.

A feszültség mérésének további ellenőrzésére megépítettünk egy rotációs voltmérőt, amelyet a feszültségforrás felső elektródájával szemben a laboratórium falára helyeztünk el. Az ehhez csatlakozó csővoltmérőn leolvasott adatok ugyancsak egyezést mutatnak az utóbb említett műszerek adataival. A feszültségmérésre szolgáló műszerek végleges behitelesítése a továbbiak folyamán ismert magrezonanciák alapján fog megtörténni.

Fentiekben ismertetett berendezés, mint a KFKI Atomfizikai Osztály egyik magfizikai gyorsítójának feszültségforrása, egy év óta majdnem állandó üzemben áll és — eltekintve a fűtőoszlop belső árnyékoló testeinek szennyeződése miatt bekövetkező fokozódó feszültségcsökkenéstől, — jelentős üzembizavar nem mutatkozott.

A leírt berendezés és a hozzátartozó gyorsító megépítése *Simonyi Károly*, a K. F. K. I. Atomfizikai Osztálya vezetőjének általános tervei alapján és irányításával történt, akinek a részletes tervek kidolgozásában és az üzemeltetésben nyújtott további segítségért is köszönetet mondok. Köszönet illeti továbbá az Atomfizikai Osztály Mechanikai Műhelyének dolgozóit is, akik *Tonelli Miklós* vezetésével az alkatrészek elkészítésénél és a berendezés felépítésénél szaktudásuk és szorgalmuk teljes odaadásával az elért eredményekhez hozzájárultak.

IRODALOM

- [1] *Varga Géza*: Elektrotechnika, 1947, 4—5 sz.
- [2] *Pásztor Endre, Siegler Jánosné*: K. F. K. I. Atomfizikai Osztályának 800 kV-os részecske gyorsító berendezése.
- [3] *A. Bouwers*: Elektrische Höchstspannungen. (Springer Berlin 1939.)
- [4] *Verebély*: Villamos erőátvitel: I. kötet (1946).
- [5] *N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken* Eindhoven hirdetménye (Nucleonics 1954. április.)
- [6] *I. D. Cockroft and T. S. Walton*: Proc. Roy. Soc. 136. A, 619, 1932.
F. A. Heijn und A. Bouwers: Philips' Technische Rundschau 6. évf. 2. füzet.
A. Bouwers und A. Kuntke: Zeitschrift für technische Physik 8. 1937.
C. Mileikowsky and R. T. Pauli: Arkiv för Fysik, 4, Nr. 12.
Maurice Guéhen: Le générateur a H. T. et l'accélérateur d'ions (Bulletin Scientifique A. I. M. 1954. 67^e. Année) du Centre de Physique Nucléaire de Liege.
Amaldi, D. Bocciarelli: La Ricerca Scientifica 1939. jul—aug.
- [7] *Kálmán Gábor és Kostka Pál*: Nagyfeszültségű mérőellenállás készítésénél szerzett tapasztalatok KFKI (közl. 1953. december.)

KFKI ATOMFIZIKAI OSZTÁLYÁNAK 800-kV-OS RÉSZECSCKE GYORSÍTÓ BERENDEZÉSE

PÁSZTOR ENDRE, SIEGLER JÁNOSNÉ

Központi Fizikai Kutató Intézet Atomfizikai Osztálya, Budapest

Cikkünkben ismertetjük az iongyorsítás néhány fő problémáját, a gyorsító lencsék számítási és konstrukciós kérdéseit. Főbb vonalakban leírjuk készülékünk technikai kivitelét, az építés tapasztalatait, az eddigi eredményeket.

I. Bevezetés

A magfizikai kutatások tárgya különböző fajtájú atommagok belső felépítésének, átalakulásának, a magon belül ható erőknek a vizsgálata. A kísérletek legnagyobb részben nagy energiával rendelkező részecskéket (elektronok, ionok, neutronok, γ sugarak) használnak fel a magok bombázására és tanulmányozzák a létrejövő átalakulásokat. A nagyenergiájú részecskéket általában különböző típusú gyorsító berendezésekben állítják elő, illetve neutronok atommáglyákból is nyerhetők.

Felvetődik a probléma, hogy a világon megvalósított sokfajta készülék közül melyiket érdemes először felépíteni, melyikkel oldható meg a legtöbb feladat. Sokan felteszik úgy is a kérdést, hogy napjainkban, amikor az atommáglyák a magból felszabaduló energia közvetlen hasznosításának problémáját tűzik napirendre, és emellett a keletkező rádióaktív anyagokkal a gyorsító berendezések sok feladatát is meg tudják oldani, érdemes-e egyáltalán elemi részecskéket gyorsító berendezéseket építeni. Ilyen, vagy ehhez hasonló formában, mind a szakemberek, mind az általában érdeklődők széles rétegében naponta kerül elő a probléma.

Bár a kérdés többnyire a fenti formában hangzik el, arra közvetlenül válaszolni nem lehet. A helyzet ui. az, hogy atomfizikai eszköz ugyan mindkettő, mind az atommáglya, mind a gyorsító berendezések, alapjában más-más feladatot oldanak meg, bár a felhasználási területük néhány problémánál érintkezik. Azonkívül, hogy az atommáglyákban keletkező hatalmas hőmennyiséget, mint energiát hasznosítani lehet, a máglyában létrejövő gyors, illetve lassú neutronokat atomfizikai vizsgálatoknál is fel lehet használni. Nagyenergiájú ionokat, elektronokat, γ sugarakat azonban csak gyorsító berendezésekben lehet előállítani. Ezek a legkülönbözőbb energiájú neutronok létrehozására is alkalmasak.

Természetes tehát, hogyha a feladat különböző magfizikai vizsgálatok elvégzése, és nem nagy, gyakorlatban hasznosítható energia előállítása, akkor ehhez gyorsító berendezésre van szükség. Amennyiben tehát nem üzemi energiaforrást akarunk megvalósítani, tehát nem atommáglyát építünk, a kérdés az, hogy milyen típusú és milyen feszültséggel működő berendezést a legcélszerűbb építeni.

Megvizsgálva az utóbbi 3-4 évben a különböző külföldi folyóiratokban megjelent cikkeket, azt láthatjuk, hogy a kutatók által a különböző magfizikai vizsgálatokhoz felhasznált részecskék az alábbi érdekes energia eloszlást mutatják:

A megjelent nyilvános publikációk szerint kb. egyenlő számú mérést végeztek a 4—500 keV, a 40—50 MeV és a 200 MeV nagyságrendű tartományban, ezeknek mintegy kétszeresét a 2—3 MeV tartományban és csupán egy törtrészt az 1000 MeV körüli energiákkal. Ha fenti tényeket nem ismerjük, első pillanatban azt lehetne gondolni, hogy minél előrehaladottabb a technika, és minél nagyobb energiájú részeket lehet előállítani a különböző típusú gyorsító berendezésekben, annál inkább áttevéődik a tudományos kutatás területe a nagy energia tartományokra. Ha alaposabban vizsgáljuk meg ezt a kérdést, azonnal érthetővé válik ennek oka. Néhány száz keV-ot kaszkádgenerátorokkal, néhány MeV-ot nyomásalatti Van de Graaff generátorokkal, 40—50 MeV-ot ciklotronnal, többszáz MeV-ot szinkrociklotronnal állítanak elő. A kozmotron, mely ezer MeV nagyságrendű energiával bíró részecskéket szolgáltat, — ez már a kozmikus részecskék energia-intervalluma — nem régen lépett a tudományban felhasználható eszközök színterére. Az említett készülékek, mivel különböző típusúak, különböző tulajdonságokkal rendelkeznek. A statikus generátorok nagy intenzitású homogén energiájú részecske sugárnyalábot adnak, tehát alkalmasak pl. magtermek kimérésére, ahol lényeges a pontos energiameghatározás. Ilyen fajta vizsgálatok indukciós alapon működő berendezésekkel nem valósíthatók meg, mert ezek a készülékek nem tudnak homogén energiájú nyalábot szolgáltatni, emellett a sugárintenzitás is sokkal kisebb. Ezek más feladatokra alkalmasak (magátalakítás, hatáskeresztmetszetszmérés, szórási vizsgálatok, stb. nagy energiával).

Ha egy, vagy két készülék építésére van mód, viszonylag szerény anyagi lehetőségek mellett, akkor célszerű néhány száz kV-os kaszkád generátort, illetve 3—4 MV-os nyomás alatti Van de Graaff generátort építeni. Ezeknek a készülékeknek a felépítése viszonylag olcsóbb, ugyanakkor ha egy-egy készülék áll rendelkezésre, akkor ezekkel a készülékekkel oldható meg aránylag a legtöbb feladat.

II. Gyorsító berendezések általában

Mint már utaltunk rá, a gyorsítók általában a nagy kinetikus energiával rendelkező részecskék ütközésekor fellépő magátalakulások vizsgálatát teszik lehetővé. Legtöbb berendezés ilyen célra épült, de emellett épülnek egyéb célra is készülékek. Nagy ion árammal működő berendezések alkalmasak pl. neutronforrásként való felhasználásra és ezzel kapcsolatban mesterséges rádió-aktív elemek előállítására. Egyre kiterjedtebben alkalmaznak gyorsítókat γ sugárzás keltésére is, a sugárzásnak mind biológiai, mind ipari felhasználásával.

Általában a gyorsítók konstrukcióját az előállítandó energia szabja meg. Mint láttuk, napjainkban néhány keV-től az 1000 MeV-ig terjedő tartományban működnek készülékek. Az adott berendezéssel elérhető maximális energia a gyorsító feszültség előállításának módjától függ. Nyilvánvaló, hogy igen nagy sebességgel való gyorsításra az elektrosztatikus generátort használó gyorsítók nem alkalmasak, hiszen ezeknél a töltött részecske a potenciálkülönbséget csak egyszer futja be. Az igen nagy feszültségek előállítási nehézségei, valamint költségei néhány MeV-on felül rohamosan nőnek, ezért ilyen generátorokkal túl magas feszültségre nem érdemes menni. Ez az oka annak, hogy sztatikus gyorsítókat a 0—4~5 MV tartományban építenek. Ezen felül a különböző indukciós alapon működő szerkezetek (ciklotron, betatron, kozmotron) kerülnek alkalmazásra.

Gyakorlati megvalósítás szempontjából is a sztatikus generátorok jelennek bizonyos tekintetben könnyebb feladatot, amellett, hogy viszonylag kisebb energiákkal is igen sok probléma megoldható. Ilyen készülékek felhasználási lehetőségei rendszerint a feszültségforrásból következnek: szalaggenerátorokkal aránylag kis áram érhető el — könnyebb a technikai megvalósítás — míg a kaszkádgenerátornál a nagyobb áram a feszültségforrás nehezebb, bonyolultabb felépítésével jár együtt. Ebből következik, hogy az utóbbit nem érdemes 1—1,5 MeV-nál magasabb feszültségre készíteni. Ha megnézzük a történeti fejlődést, azt látjuk, hogy *Cockroft* és *Walton* 1932-ben épült 800 kV névfeszültségű [1] (üzemi feszültség 700 kV, 10 μ A ionáram mellett) készülékét néhány 2—3 MV-os berendezés követte, majd a modern, 1945 után épült gyorsítók ismét alacsonyabb feszültségűek, 1—1,5 MV-os átlagos felső névfeszültség határral [2]. A ténylegesen elért maximális feszültségek a névfeszültség 70—80 %-át jelentik, míg az üzemi feszültség még ez alatt van. A gyorsítókkal elérhető maximális áram általában változik aszerint, hogy elektronokat, vagy ionokat, és milyen feszültséggel gyorsítanak. Irodalmi adatok szerint az elektronokkal 0,8—1 MV körül 3~5 mA, ionokkal 300 μ A az elért maximális áram [3]. Az üzemi állapot itt is alacsonyabb értéket jelent.

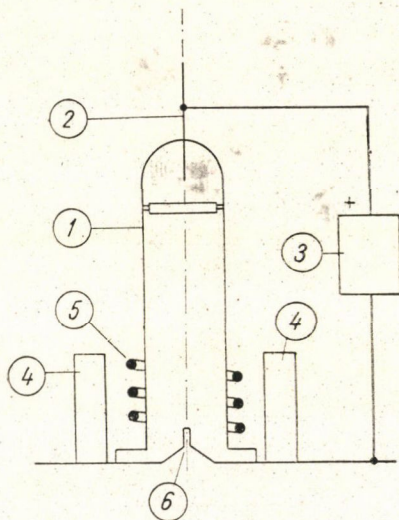
A feszültségforrás és a gyorsító feszültség számunkra adott volt [4]. Célszerűnek látszott a gyorsítót iongyorsítónak kialakítani. Ebben a feszültség-

tartományban a kaszkádgenerátor nyújtotta előnyöket ionokkal jobban kihasználhattuk, biztosítani lehetett az iongyorsításnál megkívánt feszültségstabilitást külön berendezések nélkül, a nagy áram által pedig pl. igen intenzív neutron-fluxus állítható elő.

III. Az iongyorsítás problémái

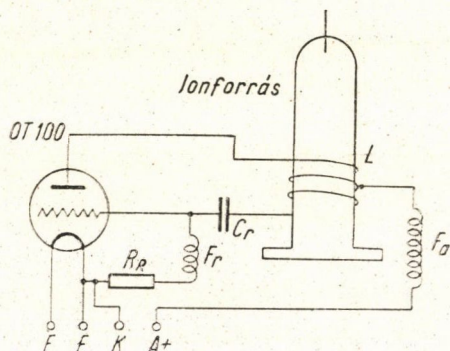
1. Az ionforrás megválasztása, elhelyezése, működtetése.

Ha olyan magfizikai vizsgálatokat akarunk végezni, melyeknél fontos, hogy az ionsugár homogén energiájú legyen, csakis azok az ionforrás típusok jöhetnek számításba, ahol a kilépő ionok energiaszórása kicsi. Természetesen a homogén energia akkor is előny, ha nem feltétlenül szükséges a biztosítása. Miután célunk homogén ionsugár elérése volt, számításon kívül maradtak az ún. ívkisüléssel ionforrások [5], melyeknél nagy az alkalmazott működtető feszültség, és ezzel a kilépési energia lehetséges szórása is.



1. ábra. Az ionforrás elvi vázlata

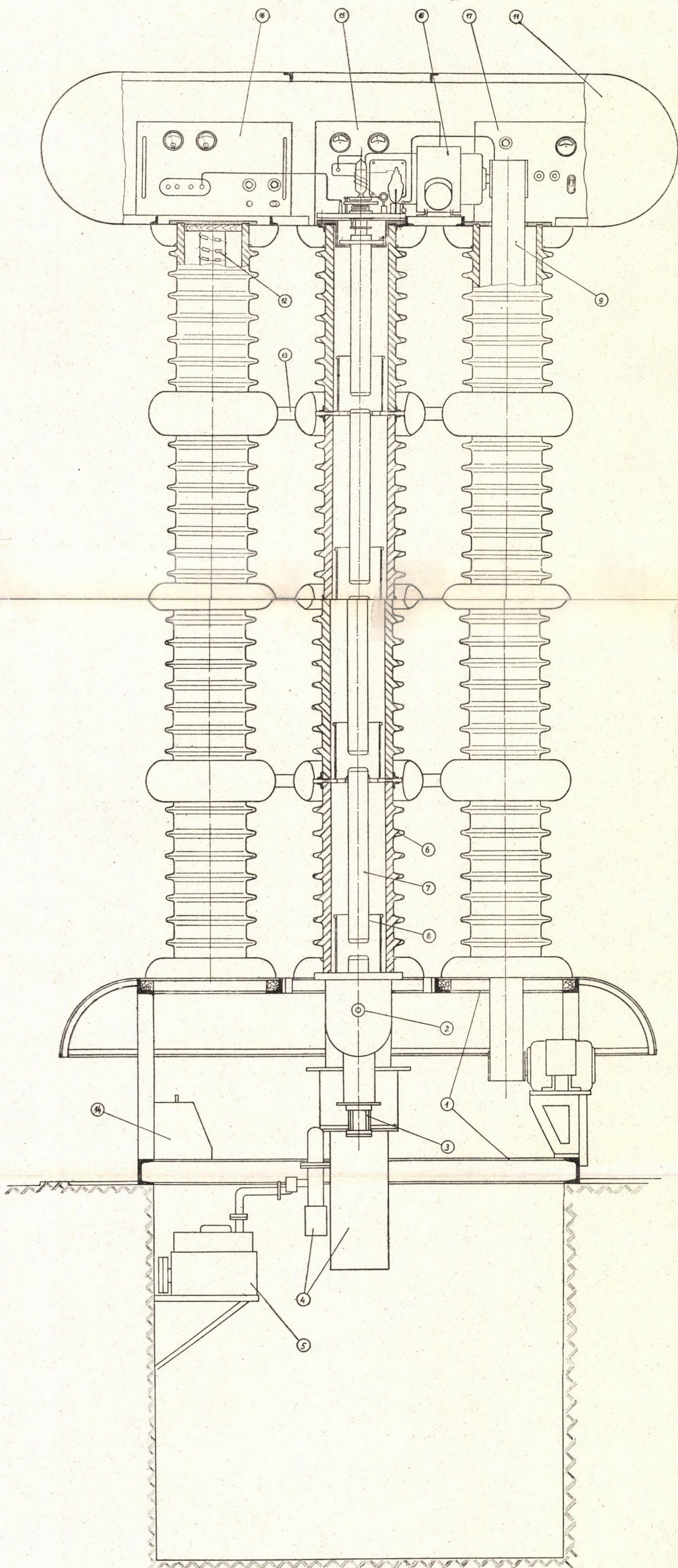
1. ionforrás, keményüvegből
2. felső W elektróda
3. 0–5 kV stabilizált kihúzó feszültség
4. permanens mágnesek
5. rádiófrekvenciás tekercs
6. ion kiszívó nyílás



2. ábra. RF oszcillátor elvi kapcsolása

A kapcsolat működésében egyébként jelentős szórt kapacitásokat, az áttekinthetőség kedvéért nem rajzoltuk be

Fontos gyakorlati szempont még, hogy az ionforrás lehetőleg kevés energiát fogyasszon, hiszen ezt nagyfeszültségű helyen kell előállítani, ahol a lehetőségek erősen korlátozottak. Lényeges a hosszú élettartam is, hogy hosszabb ideig tartó vizsgálatok elvégezhetők legyenek az ionforrás megbolygatása nélkül.



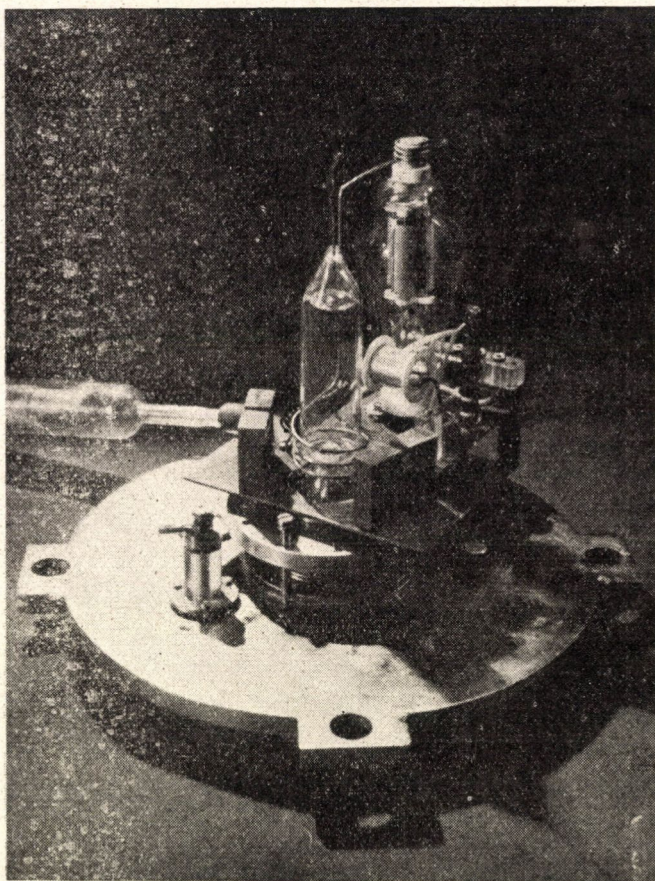
3. ábra. A gyorsító készülék általános felépítése

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1. tartó állvány | 10. tápgenerátor 380/220 V |
| 2. összekötő Z darab | 11. felső nagy elektróda |
| 3. céltárgy | 12. ellenállás lánc olaj alatt |
| 4. diffúziós szivattyúk | 13. elektromos csatlakozás az oszlopok között |
| 5. forgó szivattyú elővákuumhoz | 14. vákuummérő |
| 6. szigetelő porcelán | 15. kihúzó feszültség anódpótlója |
| 7. gyorsító elektróda | 16. előfokuszáló feszültség anódpótlója |
| 8. árnyékoló serleg | 17. oszcillátor anódpótlója |
| 9. tápgenerátort meghajtó szalag | |

Ezért ugyancsak számításon kívül hagytuk az izzószállal működő ionforrás típusokat.

Céljainknak legjobban a *Thonemann*-féle [6], [7], [8] ún. nagyfrekvenciás ionforrás felelt meg. Elvi felépítése az 1. ábrán látható. Ez az ionforrás aránylag kis, néhány száz Watt összteljesítmény felvétele mellett elég nagy, néhány száz μA ionáramot tud szolgáltatni; ugyanakkor a kilépő nyaláb a 4–5 kV kiszívó feszültség ellenére is energiára nézve homogén. A forrásból kilépő nagy áram fontos, mert a gyorsítás során elég nagy a veszteség.

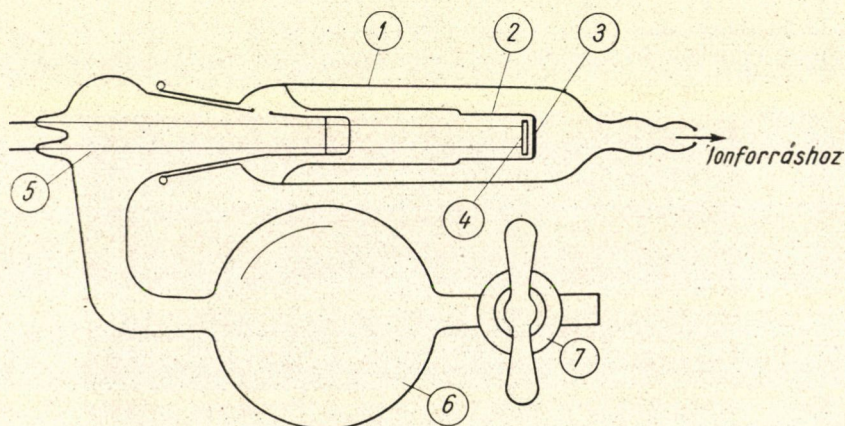
A kihúzó feszültséget egy 0–5 kV feszültségű stabilizált anódpótló adja. Az oszcillátor kb. 100 W kimenő teljesítményű, OT 100 csővel épült az alábbi kapcsolás szerint (2. ábra). Működési frekvencia 70 Mc/sec. A gyakorlati kivitel a 4. ábra mutatja. Az ábrán látható az oszcillátor, egy ionforrás, mindkettő a gyorsító csövet lezáró tárcsára szerelve. A tárcsához gumicsővel a palladium gázadagoló csatlakozik. (Itt köszönjük meg *Budincsevit*s Andor



4. ábra. Az ionforrás és a RF oszcillátor a gyorsítócső lezáró tárcsájára szerelve

segítségét, melyet a gázadagoló elkészítésével nyújtott.) Az oszcillátort egyenáramú energiával egy anódpótló látja el. Ezt, valamint a kiszívó feszültséget és a később ismertetendő előfokuszáló lencse feszültségét szolgáltató anódpótlókat a felső elektródában helyeztük el. Táplálásukra egy 1,5 kVA teljesítményű, 3 fázisú 380/220 V-os generátort használtunk, amit egy, a gyorsító cső mellett elhelyezett porcelán oszlopon keresztül gumírozott selyemszallaggal hajtottunk meg. Elrendezés a 3. ábrán látható. Ez az ábra mutatja a gyorsító általános felépítését is. Az általános felépítés ismertetésére még visszatérünk.

A rádiófrekvenciás ionforrás egyik tulajdonsága, hogy az ionnyaláb aránylag nagy, $10\text{--}12^\circ$ -os kúpszög alatt lép ki belőle, ezért még a gyorsító lencsék előtt előfokuszáló rendszert kell alkalmazni. A használt elektrosztatikus lencse



5. ábra. Palládiumos gázbevezető vázlata

- | | |
|---------------------------|-----------------------|
| 1. kemény üveg szeleptest | 4. fűtőtest |
| 2. Fernico csatlakozó cső | 5. fűtő áram bevezető |
| 3. palládium lemez | 6. gáztartó gömb |
| | 7. töltőcsap |

két koaxiális hengerből áll a 10. ábra szerinti elrendezésben. Ide olyan lencsét választottunk, amely aránylag jól számítható és így hatása is kézbentartható. Miután az előfokuszáló feszültség maximum 20 kV, a gyorsító lencséknél felmerülő számos, alább ismertetendő probléma itt figyelmen kívül hagyható volt. Az előfokuszáló lencse méreteinek megválasztása a gyorsítócső tulajdonságaitól függ, ezért a méretezés szempontjaira még visszatérünk.

Az ionforrást aszerint, hogy protonokat, deuteronokat akarunk gyorsítani, hidrogénnel, illetve deutériummal tápláljuk az 5. ábrán látható gázadagolón keresztül. A beáramló gáz mennyisége a fűtéstől függ és a fűtőárammal szabályozható, illetve ellenőrizhető.

Az eddig felsorolt készülékek, szerkezetek — mint említettük — a gyorsító felső elektródájában foglalnak helyet. A felső elektróda méretezésénél a gömbölyítéseket az átütési szilárdság biztosítására kellett kialakítani, ugyanakkor fontos szempont volt a készülékek számára elegendő hely biztosítása.

2. A gyorsítócső és elektródái. A lencsék kiképzésének módszerei.

A felgyorsított ionsugár csak akkor hasznosítható, ha a céltárgyra összpontosított, elegendő nagy és emellett kevés szekunder jelenséget okoz. Azon elektródáknak tehát, melyekre a gyorsító feszültséget kapcsoljuk, e feszültséget átütés nélkül el kell bírniuk, az ionokat a céltárgyra kell fókuszálniuk, megakadályozván egyben az elkerülhetetlenül keletkező szekunder elektronok gyorsulását, illetve az ebből keletkező káros jelenségeket.

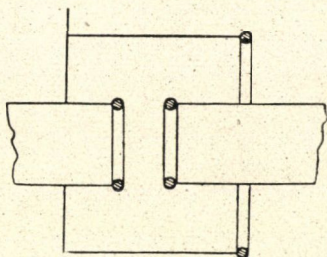
a) Vegyük először is szemügyre az átütési szilárdsággal kapcsolatos tényeket:

A vákuumban létrejövő és lejátszódó átütések keletkezéséről, illetve mechanizmusáról igen sokféle vélemény van. *Van de Graaff* és *Trump* [9] 1947-ben megjelent munkájában az átütés okát, illetve lefolyását a következőképpen írja le: az egyik elektródából kilép valamilyen módon egy elektron (ez különböző okok miatt könnyen lehetséges), felgyorsulva ütközik a szembenlévő elektródába, ahonnan α sokszorozási tényezővel ionokat vált ki. Ezek most az ellenkező irányba gyorsulva és ütközve ismét elektronokat hoznak létre β sokszorozási tényezővel. A kisülés önfenntartó lesz, azaz az átütés bekövetkezik, ha $\alpha \cdot \beta = \gamma > 1$. Elméletük bizonyítására a szerzők nagy nehézségek árán megmérték α -t és β -t [10], azonban úgy találták, hogy általában $\gamma < 1$, a kisülés tehát közvetlenül e mechanizmussal nem magyarázható.

Mások, pl. *Cranberg* [11] felfogása szerint az átütés makroszkópikus részeknek az elektródákról való leszakításának következménye. Ezek a részek gyorsulva és ütközve helyi felmelegedést okoznak, ez gázfelszabadulással jár, ami az átütést közvetlenül okozhatja az ionizációs lehetőség megteremtésével. Elméleti vizsgálatai alapján megad egy formulát, mely szerint

$$k = f[(U \cdot E(k))]$$

ahol k az átütés bekövetkezését jelentő tényező, U az elektródákra kapcsolt feszültség, $E(k)$ pedig a katódon lévő maximális térerősség. E formula szerint, az átütés nem a térerősségtől függ, hiszen, ha az elektródákat pl. távolítjuk, akkor a térerősség nagyobb feszültségnél is változatlan, bár a feszültség növe-

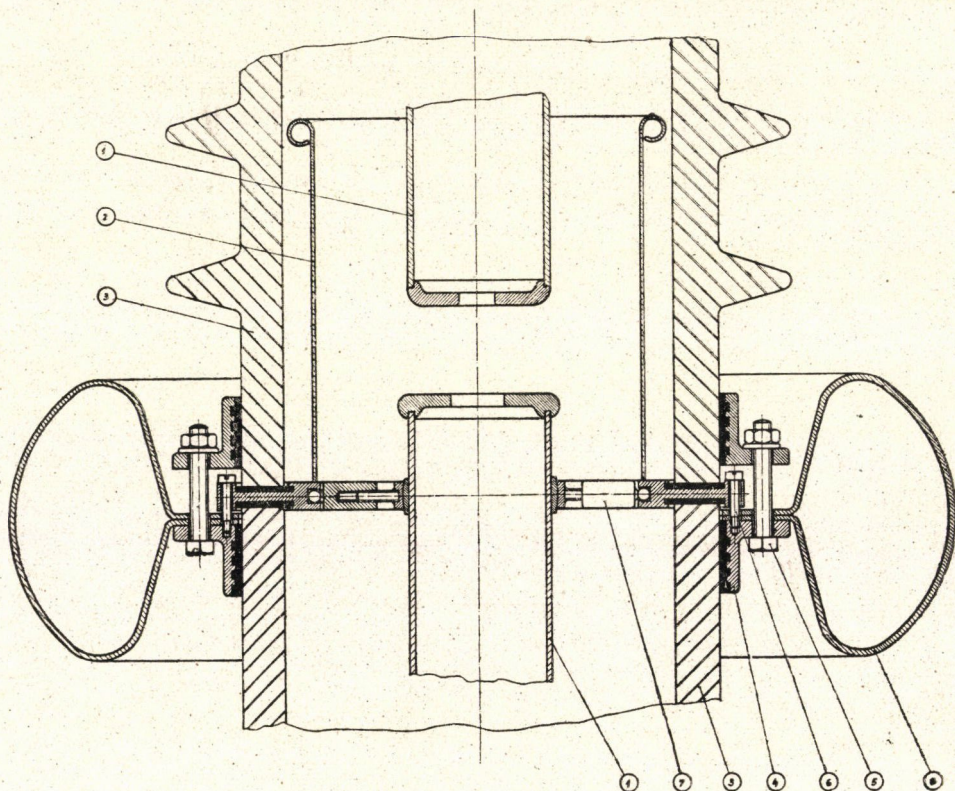


6. ábra. Az első lencse elrendezés vázlata

Az elektródák körgyűrűvel vannak lezárva, az árnyékoló serleget a jelenlegivel azonosan helyeztük el

kedésével a k is nő, tehát az átütés könnyebben létrejöhet. Anélkül, hogy a felfogás jogosságát közelebbről vitatnánk, meg kell állapítani, hogy *Cranberg* formulájával a különböző szerzők által mért adatok számításból is elég jól kiadódtak. Ismét más szerzők szerint az átütés döntő módon az elektródák anyagától, felületi kiképzésétől, az adszorbeált gáz-rétegektől, fellépő oxidációtól, stb. függ. Vizsgálatokat végeztek különböző fémekre, mint elektróda anyagokra, (*Anderson* [12]) és úgy találták, hogy a legalkalmasabb a fényesre polírozott, rozsdamentes acél. Ez megegyezik tapasztalatainkkal, az elektródák egymásfelé néző részeit mi is rozsdamentes acélból készítettük.

Mint a fentiekből látható a vákuumban történő átütés mechanizmusa nem tisztázott kérdés, ezért az ellene való védekezés is nehéz. Magunk is végeztünk méréseket és úgy találtuk, hogy egy fokozatnál az elektródák közötti távolságot 31—60 mm között választva, 220 kV feszültségnél átütés nem következik be, ha a vákuum legalább 10^{-5} Hgmm. Érdekes megemlíteni, hogy két, vagy több fokozatot figyelve, a helyzet nem ilyen jó. Ez azzal magyarázható,



7. ábra. Gyorsító lencse kiképzése

- | | |
|------------------------|-----------------------------------|
| 1. gyorsító elektródák | 5. rögzítő csavar |
| 2. árnyékoló serleg | 6. tárcsa rögzítő csavar |
| 3. porcelán | 7. gömbcsukló állító csavarorsója |
| 4. tartó gyűrű | 8. árnyékoló test |

hogy több fokozatnál a legtávolabbi két pont már a szabad úthossz nagyságrendjébe esik és így az átütés könnyebben lehetővé válik.

Tapasztalatunk szerint az átütés forrása első sorban az ionsugár ütközésekor kiváltott szekunder emisszióban keresendő. Ezt bizonyítja az is, hogy az először alkalmazott elektróda alaknál — 6. ábra — az átütés sokkal kisebb feszültségnél megtörtént, mint a jelenleg használatosnál. Ez az elektróda a 7. ábrán látható. Itt a felső rés kisebb lévén az alsónál, árnyékolja azt, tehát ionütközés nehezebben jöhet létre. A felső kis nyílás körül keletkező elektronok a hosszú elektródán át nehezen tudnak átjutni az előző lencséhez és így az átütési veszély csökken. Igen jó hatásúnak mutatkozott az egyes lencsék és a generátor közötti összeköttetés ellenállás láncsal való megvalósítása is.

Amint a fentiekből látható, az elektródák alakját elsősorban az átütési szilárdság szabja meg. Természetesen más konstrukciós szempontok, illetve kivitelek is lehetségesek, megvalósíthatók pl. az ún. homogén terű elektródák is, melyeket elsősorban szalaggenerátoroknál használnak. Esetünkben ilyenek alkalmazása külön potenciál osztó oszlop készítését jelentette volna, míg a felhasznált formánál erre nincs szükség, a generátor fokozatai közvetlenül a gyorsítóra köthetők. 8. ábrán látható a gyorsító általános felépítése; a feszültségnek az elektródákra való kapcsolását végző ellenállásláncok a generátor és a gyorsító között lévő bakelit csövekben vannak paraffin alatt elhelyezve.

b) Ha az átütési szilárdság biztosított, kérdés, az így felépített lencsék a célnak megfelelő módon fókuszálnak-e. Ennek tisztázása, a fókuszálási viszonyok számítása, a gyorsító legnehezebb konstrukciós problémája és vég eredményben többé-kevésbé megnyugtató módon csak kísérleti úton dönthető el.

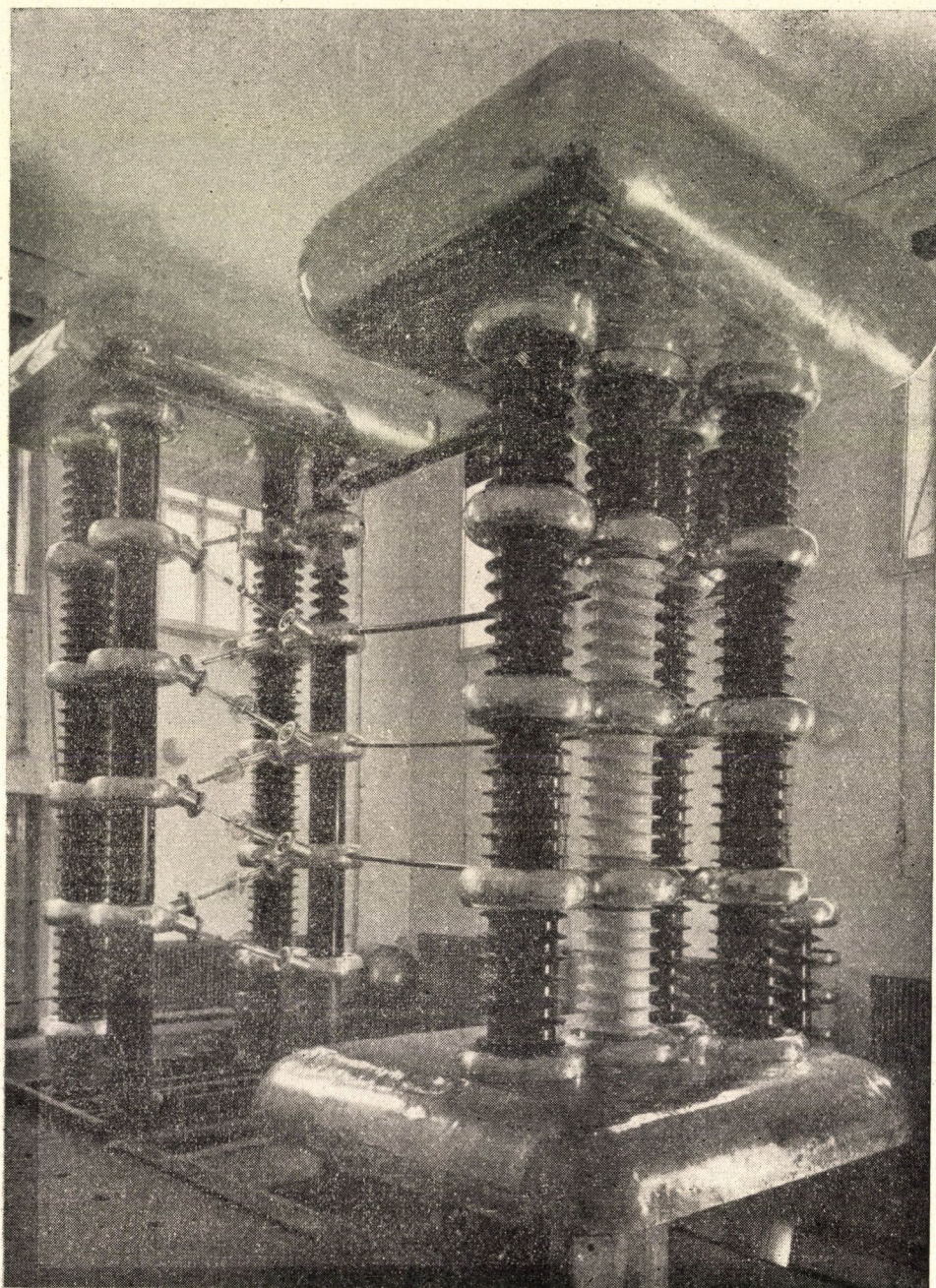
Első pillantásra a kérdés aránylag egyszerű. Hengerszimmetrikus lencséből álló elektrosztatikus rendszerben mozgó töltés pályáját a

$$(1) \quad \frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{U'(0, z)}{2U(0, z)} \cdot \frac{dr}{dz} + \frac{U''(0, z)}{4U(0, z)} r = 0$$

differenciál egyenlet határozza meg. Itt r a sugárirányú, z a tengelyirányú koordináta, $U(0, z)$ a potenciálfüggvény a tengely mentén. Ha ismeretes tehát a potenciált a tengely mentén meghatározó $U(0, z)$ függvény, annak differenciál hányadosai, a pálya számítható. Egyszerűbb esetekre, pl. két azonos átmérőjű, egymástól kis nyílással elválasztott két hengerre az $U(0, z)$ a Laplace-egyenlet megoldása után következőképpen adódik:

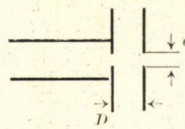
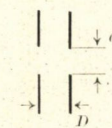
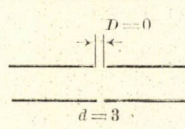
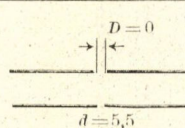
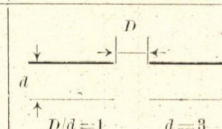
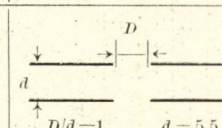
$$U(0, z) = \frac{U_2 + U_1}{2} + \frac{U_2 - U_1}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{I_0(jkR)} \frac{1}{k} \sin kz \, dk.$$

Itt U_1 és U_2 a két elektróda potenciálja, R a henger sugara, I_0 pedig a nulla-rendű Bessel-függvény [13].



8. ábra. A gyorsító berendezés, háttérben a feszültségforrás

I. TÁBLÁZAT

	Közelítés módja	$U_2/U_1=5$		$U_2/U_1=2$		$U_2/U_1=1,5$		$U_2/U_1=1,34$	
		f_1 cm	f_2 cm	f_1	f_2	f_1	f_2	f_1	f_2
I.	 $d=2, D=6, \frac{D}{d}=3$	5	13	22,5	36,5				
II.	 $d=2, D=4, \frac{D}{d}=2$	9,75	21,8	57,5	81,4	134	160	290	334
III.	 $\left\{ \begin{array}{l} D f_1 = 0,658 \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^{1/4} \left(\frac{U_2 - U_1}{U_2 + U_1} \right)^2 \\ D f_2 = 0,658 \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^{1/4} \left(\frac{U_2 - U_1}{U_2 + U_1} \right)^2 \end{array} \right.$	6	13,5	34,6	49,5	103	126	204	245
IV.	 $\left\{ \begin{array}{l} D f_1 = 0,658 \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^{1/4} \left(\frac{U_2 - U_1}{U_2 + U_1} \right)^2 \\ D f_2 = 0,658 \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^{1/4} \left(\frac{U_2 - U_1}{U_2 + U_1} \right)^2 \end{array} \right.$	11	24	63,4	91	189	231	374	450
V.	 $f_1 = 3,03 \frac{(U_2/U_1)^{1/4}}{\left(\frac{U_2 - U_1}{U_2 + U_1} \right)^2} \left(1 - \frac{3}{5} \frac{U_2 - U_1}{U_2 + U_1} \right) -$	24,3	51,7	97	127,5	199,5	235	388	455
VI.	 $-\frac{12}{175} \left(\frac{U_2 - U_1}{U_2 + U_1} \right)^4 + \dots$	44,5	95	178	252	366	450	710	822

Komplikáltabb esetekben, mint pl. az alkalmazott elektródánk, a potenciált igen nehéz analitikailag meghatározni, megoldás csak közelítő módszerekkel lehetséges, esetleg grafikus úton.

Ha a tengelymenti potenciált ismerjük, a pálya kiszámítására többféle közelítő módszer ismeretes, lehet pl. körívvel közelíteni (*Gans* [14], *Maloff—Epstein* [15], *Zworykin* [16]). A meglehetősen bonyolult elektróda alak miatt azonban a potenciál meghatározás hatalmas numerikus számítási munka mellett sem ad csak bizonyos pontosságot. Felmerül tehát a másik lehetőség: kalkuláljunk eleve bizonyos pontatlansággal, viszont helyettesítsük a meglévő elektródákat valamely jól számítható, vagy esetleg kísérleti úton meghatározott adatokkal bíró elrendezéssel és ebből a geometriai optika szabályai szerint állapítsuk meg lencséink várható fókuszálási és egyéb tulajdonságait. E módszer a szokásosabb, azonban itt is bőven van nyitott kérdés. Az I. számú táblázatban összegyűjtöttünk néhány közelítést, melyek adatait görbékéből, illetőleg egyszerűbben számítható összefüggésekből határoztuk meg. A táblázatban f_1 a tárgydali, f_2 a képdali fókusz távolságot jelenti. A közelítő képletek az (1) alatti differenciál egyenlet megoldásánál felvett különféle egyszerűsítésekből adódnak.

Kérdés, melyik közelítés ad a valósággal legjobban egyező eredményt. Szemlélet szerint az alak hasonlóság alapján az I. és II. alatti közelítés látszik jogosnak. Sajnos az elsőről csak kísérletileg meghatározott adatok találhatók, melyek csak két, nálunk használt feszültség viszonyra adottak. A II. és III. közelítéssel kiszámítottuk a várható kép-, illetve tárgypontokat.

II. TÁBLÁZAT

Közelítés	Előfokuszáló		gyorsító lencse							
			Első		Második		Harmadik		Negyedik	
	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q	P	Q
II.	8,47	72	−9,53	6	66,5	−1285	1358	161	−88,6	70,5
III.	8,13	40,1	13,4	30,8	41,7	−484,5	557	154,9	−82,4	70,5

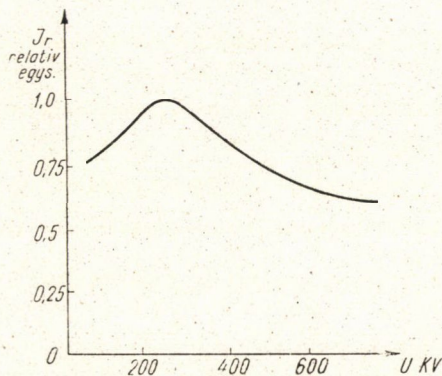
A táblázatban P jelenti a tárgytávolságot, Q a képtávolságot cm-ben. A negatív előjelek virtuális távolságokat jelentenek.

A III. közelítésnél az első két lencsét vékony lencsének vettük.

Mindkét számításból az az eredmény adódik, hogy az előfokuszáló rendszernek — ha a tárgyat az ionforrás kiszívónyílásában feltételezzük — az első lencsét is magában foglaló, az ionforrástól számított 40—75 cm-es intervallumba kell leképeznie. Az egyes lencsékhez tartozó adatok a II. táblázatban találhatók. Miután a lencse helyét a mechanikai felépítés határozza meg, az

előfokuszáló geometriája úgy választandó, hogy adott feszültségváltozás mellett ezen intervallumba képezzen le.

Az ily módon számított lencserendszernek 600 kV össz-feszültségnél kellene optimálisan fókuszálni. E helyett a 9. ábra szerinti árameloszlást kapjuk a feszültség függvényében. Az eltérés oka elsősorban nyilván a közelítések pontatlanságából ered. E mellett egyéb tényezőket is figyelembe kell venni, mint pl. a szórt töltések hatása, stb. A szórt töltések a szigetelő fal egyenetlen feltöltődését s ezzel a lencse terének torzulását okozhatják. E mellett esetleg átütésekhez vezetnek, tehát mindenképpen ajánlatos a szóródás ellen védekezni. Ezt a célt kívánják elérni a 4. ábrán 8. számmal jelölt árnyékoló serlegek.



9. ábra. Az árameloszlás a gyorsító feszültség függvényében

A fókuszálással kapcsolatban mondottakból látható, hogy több lencséből álló rendszer optimális beállítása csak kísérleti úton lehetséges, a közelítő számítások csak tájékoztató jellegűek.

A lencsék fókuszálási tulajdonságai adott geometriánál csak a feszültségviszonytól függenek.

Az optimális fókuszálás adott geometriánál azon feszültségviszonynál következik be, melynél olyan fókusz távolságok jelentkeznek, melyekkel a lencse az adott távolságra lévő tárgyat éppen a kívánt helyre képezi le. Készülékünkönél az optimális fókuszálás egyetlen gyorsító feszültségnél lehetséges, mivel az ionforrás „kihúzó” feszültsége állandó, és a gyorsító feszültség változtatásával e miatt a feszültség arányok változnak. Az előfokuszáló lencse feszültségének változtatásával elérhető ugyan, hogy ezen lencse, valamint a gyorsító lencsék feszültség viszonya állandó, bár ekkor éppen a kényes előfokuszáló lencsénél lesz lényeges változás, miután a kihúzó feszültség változatlan marad. A nem optimális fókuszálás elsősorban az áram magasabb feszültségekre való csökkenésében jelentkezik. Eddig elért maximális áram 220 μA volt, 256 kV-nál, üzemben 400 kV-nál 70 μA , 600 kV-nál 40 μA volt biztosítható.

Ez az áram mind neutronforrásként való működéshez, mind egyéb magreakciókhoz elegendő. A neutronfluxus adott feszültségnél azonban az árammal arányosan nő, ígyekszünk tehát az áramot elsősorban az ionforrásból kilépő áram növelésével tovább emelni. Ez aránylag könnyebben megoldható feladat. Esetleg sor kerülhet egy potenciálosztó segítségével optimálisabb fókuszálás beállítására is.

IV. A vákuumrendszer. Mechanikai megoldások, az építés módja

Részecskék csak vákuumtérben gyorsíthatók. A nyomásnak olyan kicsinek kell lennie, hogy a szabad úthossz nagyobb legyen, mint a részecskék pályája. Ez esetünkben legalább 10^{-5} Hgmm-es vákuum előállítását teszi szükségessé. A szabad úthossz ugyanis nagyenergiájú részecskékre

$$\lambda = 1/Q$$

ahol Q az ütközési hatáskeresztmetszet. Ez protonra levegő esetén 1 mm nyomáson számítva 0°C -nál $50 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$ körül van, tehát ebből számítva 5 m-es átlagos szabad úthosszhoz $4 \cdot 50^{-5}$ Hgmm vákuum kell. Ha azt akarjuk, hogy a részecskék tulnyomó többsége ütközés nélkül tegye meg a kívánt távolságot, akkor még ennél jobb, kb. $1 \cdot 10^{-5}$ Hgmm-es vákuumot kell fenntartani.

A teljes vákuumtér 150 l térfogatú. Az egyes elemek összesen 15 db kör, illetve téglalap keresztmetszetű gumigyűrűvel csatlakoznak egymáshoz. Az egyes fokozatok szigetelő porcelánjait a 7. ábrán látható módon két-két gumigyűrűvel kötöttük össze. Ez a tömitési módszer jól bevált, a vákuumtérben lévő alkatrészek kigázosodása után a beömlés néhány tized mm·l/óra alatt maradt. E beömlés mellett el kell szívni az ionforrásból származó jóval nagyobb gázbeömlést is.

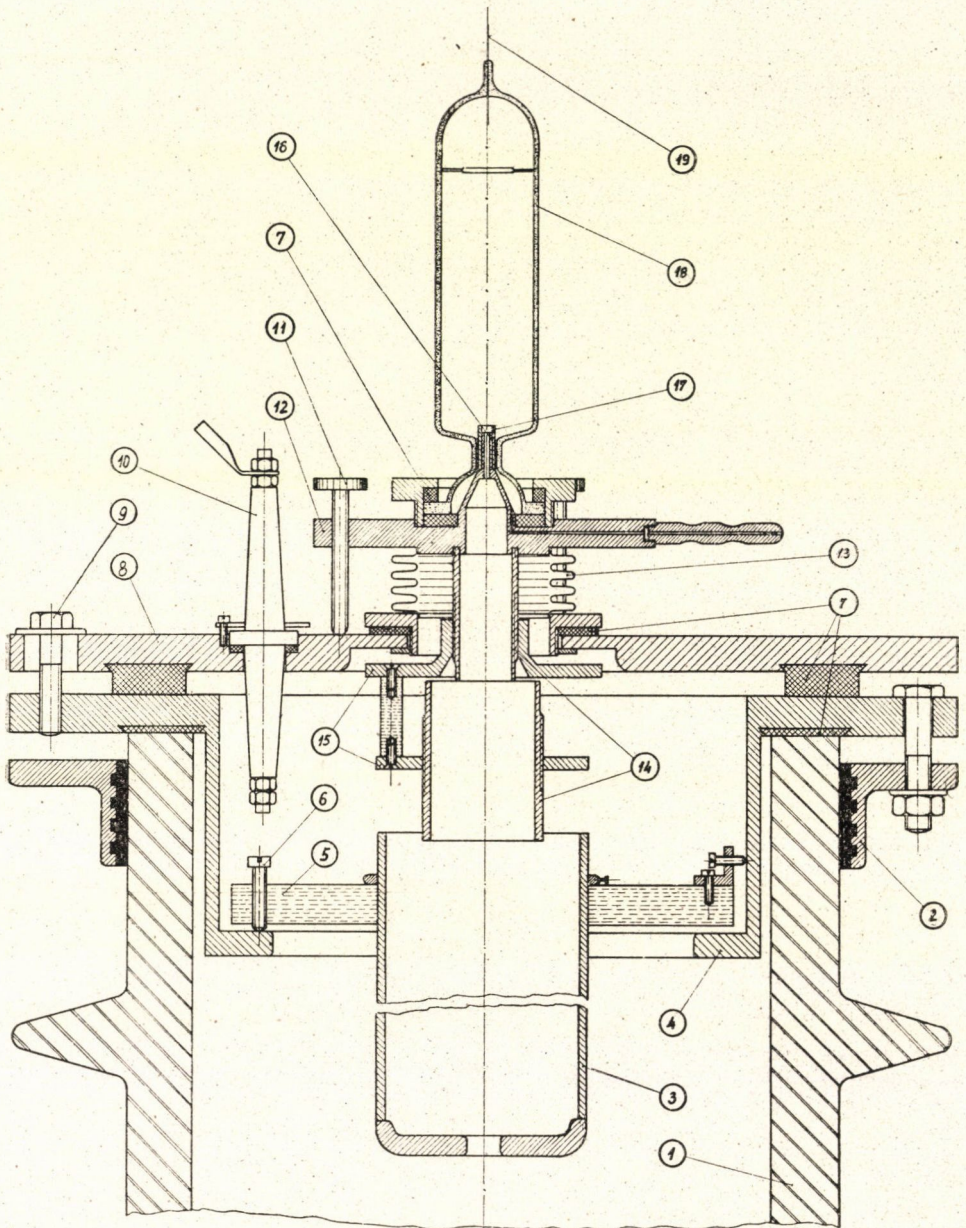
A gyorsítócső vezetőképessége az alábbi képletből számítható:

$$F = 19,4 \frac{A^2}{H \cdot l} \sqrt{\frac{T}{M}} \cdot 10^{-3} \text{ lit/sec}$$

ahol A a nyílás felülete, H a kerület, l a hossz, mind cm-egységben, T a hőmérséklet Kelvin fokokban, M a molekula tömege grammban. A számérték a teljes hosszra kb 400 l/sec levegőre számítva. Hidrogénre a vezetőképesség egy nagyságrenddel nagyobb. A levegő beszívárgások elszívására elvileg nem lenne célszerű a fenti értéknél nagyobb szívássebességű szivattyú alkalmazása. Ennek ellenére egy 1500 l/sec szívássebességű olajdiffúziós szivattyút használunk, a nagyobb szívássebesség érvényesül a hidrogén beömléseknél, valamint az alsó részekben lévő levegő beszívárgások elszívásánál. A nagy diffúziós szivattyú előtt van még egy 50 l/sec szívássebességű elődiffúziós szivattyú is, ehhez csatlakozik a $25 \text{ m}^3/\text{óra}$ teljesítményű forgó szivattyú az elővákuum előállítására. A diffúziós szivattyúban DC 703 szilikon olajat használunk; a jelenlegi olaj 2 éve van használatban és többszöri levegő betörés ellenére kitűnően szív.

A szivattyúkat egy Z-alakú idom köti össze a gyorsítócsővel. Ez gázpalackból hegesztéssel készült, az összeköttetés mellett mechanikailag is tartja a gyorsítócsövet.

Az általános felépítés, amint az a 4. és 8. ábrán látható, a következő: a mérőakna feletti vasállványzaton három, a gyorsítócsővel azonos méretű porceláncső áll, maga az állvány árnyékolt. Mind ezen csövek mind a gyorsító, — mely ezek között az oszlopok között foglal helyet és fehér porcelánokból készült — célszerűen a generátornál használt porcelánokkal azonos méretű darabokból áll. Az egyes fokozatok csatlakoztatásánál lévő alumínium legömbölyítések hasonló okból megegyeznek a generátoréval, az ezekre vonatkozó számítások a feszültség forrásról szóló cikkben találhatók [4]. A három porcelán oszlop — kettő közülük üres — tartja a felső elektródát, melyben az ionforrás és az előfokuszálás berendezései vannak és szükség esetén egy megfigyelő személy is elhelyezkedhet a készülékek beállítása végett. Az egyik üres oszlopban fut a tápgenerátort meghajtó szalag, a másikban az elektródában lévő készülékek vezérlését végző selyemzsinórok vannak. A harmadik oszlopban olaj alatt egy többezer $M\Omega$ értékű ellenálláslánc van, mely a maradék töltések kisütését végzi. A gyorsítócső, a mechanikai igénybevételt elkerülendő — nehogy a vákuum tömítések elmozduljanak — csak elektromosan kerül a másik három oszloppal összeköttetésbe. Egy-egy porcelán 74 cm hosszú és ez a méret — miután a lencsenyílást a korábban vázolt szemponatok alapján már meghatároztuk — 67,5 cm-ben adta meg az egyes gyorsítóelektródák hosszát. Minden elektródát — a legfelső kivételével — gömbcsuklóval erősítettünk a porcelánok között lévő gyűrűhöz. Ez a gyűrű tartja a feltöltődés ellen védő árnyékoló hengereket is. Az elrendezés a 7. ábrán látható. A gömbcsukló az elektróda minden irányba történő billentését teszi lehetővé. Maga a gömbcsukló a felerősítő csavar orsókkal a közgyűrű síkjában minden irányban elmozdítható. E nagyfokú mozgási szabadság a pontos beállítás miatt szükséges. Kínos gonddal kell ügyelni ui. az elektródák egy tengelyben történő szerelésére, mert a fókuszálásra vonatkozó és egyéb megfontolások csak a teljes egytengelyűség esetén igazak. Hosszadalmas kísérletezés után a beállítást a céltárgy helyére szerelt távcsővel végeztük el. A távcső tengelyét egy, a mennyezeten lévő ponttal, valamint az ebből a pontból lelógó függőőnnel állítottuk függőlegesre. Ezután a beállítandó elektródában elhelyeztünk egy csövet, mely pontosan illeszkedett az elektróda nyílásaiba. A cső két végén egy-egy fonálkereszt volt pontosan az elektróda tengelyére igazítva. A gömbcsukló oldalirányú mozgásával, majd az elektróda billentésével a fonálkereszteket addig mozgattuk, amíg azok közepe a távcső fonálkeresztjének közepével pontosan egybeesett. A távcsöves beállításnál kiderült, hogy az ionforrásnak és az előfokuszáló rendszernek további, még finomabb beállítása kívánatos. Ezt lehetővé teszi a 10. ábra szerinti megoldás. Az ionforrás tartólemezeének billentésével elmozdul a vele koncentrikusan szerelt előfokuszáló



10. ábra. Az ionforrás és előfokuszáló rendszer mechanikai megoldása

- | | | |
|------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|
| 1. porcelán | 8. felső lezáró tárcsa | 15. elektróda tartó tárcsák |
| 2. tartó gyűrű | 9. rögzítő csavar | 16. kiszívó csúcs |
| 3. első gyorsító elektróda | 10. nagyfeszültségű bevezető plexiből | 17. kvarc cső |
| 4. tartó serleg | 11. billentő csavar | 18. ionforrás kemény üvegből |
| 5. elektróda tartó plexi lap | 12. ionforrást tartó lemez | 19. ionforrás felső elektródája |
| 6. állító csavarok | 13. tombak cső membrán | |
| 7. gumi tömítések | 14. lencse elektródák | |

lencse is. A legfelső gyorsító elektróda felerősítése az ábrán ugyancsak látható, itt a beállítás három állító csavarral történik.

Nem térünk ki részletesen az egész berendezés vezérlésére, valamint a tartós üzemmel kapcsolatos problémákra sem. Ezek most vannak végleges formájukban kialakulóban.

A gyorsítót 1952. novemberében kezdtük építeni, az első gyorsítás 1953. júniusban volt. Az ekkor kapott eredménnyel elégedetlenül, több megoldáson javítottunk. 1954 augusztusában sikerült a készüléket eredményesen üzembehelyezni, azóta mint neutronforrás működik. További célkitűzésünk, hogy a magfizikai vizsgálatok mellett elvégezzük az áram növeléséhez, valamint az egész készülék folyamatos, stabil működéséhez szükséges munkákat.

Befejezésül köszönetet mondunk *Simonyi professzornak*, aki az építést közvetlenül irányította, *Roósz József* és *Várkonyi Lajos* munkatársainknak, akikkel az építést együtt végeztük, *Erő Jánosnak* és *Schmidt Györgynek* sok hasznos tanácsukért, valamint az Atomfizikai Osztály Mechanikai és Elektromos Műhelye dolgozóinak a gondos és lelkes munkáért. Itt köszönjük meg egyben mindazok segítségét, akik a fentiekén kívül akár tanáccsal, akár anyaggal, vagy más módon támogatták munkánkat.

IRODALOM

- [1] *Cockroft, Walton*, Proc. Roy. Soc. 136, A, 619, 1952.
- [2] *Mileikowsky, Pauli*, Arkiv för Fysik 4. 12. sz. 1951. márc.
- [3] *Titterton*, Nucleonics 28. old. 1952.
- [4] *Mérey Imre*, Magyar Fizikai Folyóirat (közlés alatt).
- [5] *Oliphant—Rutherford*, Proc. Roy. Soc. 141. A. 1933.
- [6] *Thoneman*, Proc. Phys. Soc. 61, 483, 1948.
- [7] *Thoneman*, Nautre 31, 158, 1946.
- [8] *Erő János*, KFKI Közlemények 2, 541.
- [9] *Van de Graaff—Trump*, Journ. of Appl. Phys. 18, 1947.
- [10] *Van de Graaff—Trump*, Phys. Rev. 75, 1949.
- [11] *Cranberg*, Journ. of Appl. Phys. 23, 1952.
- [12] *Anderson*, Electr. Ing. 54, 1935.
- [13] *Simonyi*, Elméleti Villamosságtan, Tankönyvkiadó Bp., 1952.
- [14] *Gans*, Zeitsch. für Techn. Phys. 18, 41, 1927.
- [15] *Epstein—Maloff*, Proc. I. R. E. 22, 1386, 1934.
- [16] *Zworykin—Wiley*, Television 1948, New York.

ÁLTALÁNOS MŰVEK

- Spanenberg*, Vacuum Tubes. New York Mc Graw—Hill 1948.
- Rusterholz*, Elektronenoptik, Verlag Birkhauser, Basel, 1950.
- Zworykin*, etc., Electron Optics New York 1948.
- Faragó—Pócza*, Elektronfizika, Akadémiai Kiadó Bp., 1954.
- Dushman*, Vacuum Technique, New York 1949.
- Craggs and Meek*, High Voltage Laboratory Technique. London 1954.

VIZSGÁLATOK FÉNYÉRZÉKENY ELEKTRONSOKSZOROZÓK SÖTÉTÁRAMÁNAK CSÖKKENTÉSÉRE*

NÁRAY ZSOLT

Központi Fizikai Kutató Intézet, Kozmikus Sugárzási Osztály Budapest

A dolgozat keretében a fényérzékeny elektronsokszorozó impulzus-számlálási üzemének szempontjából foglalkozunk a sötétáram csökkentésének kérdésével. Célunk volt a komerciálisan kapható sokszorozók számára — esetünkben RCA-931 A — olyan eljárások kidolgozása, melyeknek alkalmazásával a sötétáramimpulzusszám csökkentésére eddig általánosan alkalmazott hűtés részben vagy egészben helyettesíthető.

Vizsgálatainkat a kitűzött cél megvalósítására két irányban folytattuk. Egyrészt módszert dolgoztunk ki annak biztosítására, hogy a fotókatódnak kizárólag a megvilágított felületéről juthassanak elektronok a sokszorozó anódjára, ily módon a fotókatód nem megvilágított részéről származó sötétáram-impulzusokat kiküszöbölve. Másrészt kimértük, hogy a sokszorozó üvegburájának külső felületén a potenciált változtatva, a sötétáram-impulzusok száma milyen mértékben csökkenthető és ez utóbbi jelenség mechanizmusának felállítására vizsgálatokat kezdtünk.

A fenti két eljárás kombinációjával — ha a vizsgálandó fénynyaláb keresztmetszete $\leq 15 \text{ mm}^2$ — a sötétáramimpulzusszám szobahőmérsékleten kb. 1000-es faktossal csökkenthető.

A látható tartományba eső fényintenzitások mérésére a legérzékenyebb módszer az ún. impulzus-számlálás [1]—[7]. Ennek a módszernek alkalmazásánál a fényérzékeny elektronsokszorozó (photomultiplier) fotókatódjára eső fény egyes fotonjai által kiváltott fotóelektronok a sokszorozó dinóda rendszerében egy-egy elektronlavinát hoznak létre, mely a sokszorozó anód ellenállásához csatlakozó megfelelő erősítő után scalerrel számlálható feszültségimpulzusokat ad.

Ez utóbbi impulzusok másodpercenkénti átlagos száma (röviden impulzusszám) a fotókatódra eső fény intenzitásával arányos.

Ezen arányosságot azonban kis fényintenzitásoknál megbontja a sokszorozónak az a tulajdonsága, hogy az anódon a fotókatód megvilágítása nélkül is felépnek ún. sötétáramimpulzusok [8]. Ezeknek a másodpercenkénti átlagos száma szabja meg tulajdonképpen a sokszorozó impulzusszámlálási üzemével mérhető fényintenzitás alsó határát. A sötétáramimpulzusok ui. lényegében ugyanolyan impulzusalakúak és amplitúdóspektrummal rendelkeznek mint a fotonok által kiváltott impulzusok [6], és így különválasztásuk gyakorlatilag nem lehetséges. A mérések reprodukálását megnehezíti az is, hogy a sötétáramimpulzusszám a sokszorozó hőmérsékletének [2], a fotókatódnak a mérést megelőző időben

* Érkezett 1955. III. 1.

történt megvilágításának, stb. függvénye és így az sem időben teljesen stabilisnak, sem a mérendő intenzitástól függetlennek nem tekinthető [9].

A fentiek értelmében a sötétáramimpulzusszám csökkentése egyrészt a mérhető fényintenzitás alsó határának kiterjesztése, másrészt a kis fényintenzitások mérési pontosságának fokozása, valamint a mérések reprodukálhatóságának megkönnyítése érdekében szükséges.

A sötétáramimpulzusszám csökkentésére eddig a legáltalánosabban a hűtést alkalmazták. Tapasztalati tény [1], [2], [4] ugyanis, hogy hűtéssel a sokszorozó sötétáramimpulzusainak számát csökkenteni lehet, mégpedig a sokszorozót hűtve, $10^{\circ}\text{C}^{\circ}$ -onként a sötétáramimpulzusszám felére esik. A módszer azonban bizonyos hátrányokkal jár. Nevezetesen a sötétáramimpulzusszámnak néhány impulzus/sec értékre való csökkentése a nagyobb érzékenységű (pl. S4 és S9 típusú) fotókatódnál csak cseppfolyós levegővel való hűtéssel biztosítható, amely eljárásnak viszont kettős hátránya is van: egyrészt önmagában is körülményes hűtőberendezések [10] alkalmazását teszi szükségessé, melyeknek a multipliert lényegesen meghaladó méretei a mérőrendszer optikai részének felépítését megnehezítik, másrészt a mérendő fény a hűtőn keresztül jut a fotókatódra és így megvan a veszélye annak, hogy a hűtő üvegfelületének kisebb vagy nagyobb mértékben történő bepárasodása a mérés reprodukálhatóságát károsan befolyásolja. Az említetteken kívül hátránya a módszernek az is, hogy — mint azt *Engström* [2] mérései mutatják — a fotókatód hőmérsékletének csökkentésével nemcsak a zajimpulzusok száma csökken, hanem ugyanakkor a fotókatód érzékenysége is bizonyos mértékű csökkenést mutathat.

Az alábbiakban a zajimpulzusok számának csökkentésére két lehetőséget tárgyalunk. Mint az célkitűzéseinkből következik, vizsgálatainkat olyan eljárások kifejlesztésére akarjuk összpontosítani, melyeknél a fotonok által kiváltott impulzusok száma nem változik és azok amplitúdója, illetve annak eloszlása a sötétáram csökkentése mellett is változatlan marad.

Megjegyezzük, hogy vizsgálataink a sokszorozó felhasználójának szempontjából indultak ki, ezért kommerciálisan kapható — esetünkben RCA-931 A típusú — sokszorozók sötétáram impulzusszámának csökkentésére az 1., ill. a 2. §-ban két kapcsolástechnikai ill. üzemi módszerrel foglalkozunk, melyek a fentiekben említett hűtési eljárás hátrányaival nem rendelkeznek; nevezetesen:

1. a sokszorozó-fotókatód érzékeny felületének csökkentése,
2. a multiplier búra-potenciál hatásának vizsgálata.

931-A típusú sokszorozóknál mindkét eljárás általánosan alkalmazható, habár hatásosságuk az egyes példányoknál más és más. Ez a szórás azonban nem haladja meg a sokszorozó egyéb jellemzőinek szórását.

A fenti módszerek és az alkalmazásukkal elért eredmények ismertetése után a 3. §-ban néhány szempontot vetünk fel a sokszorozó sötétárama természetének magyarázatára vonatkozóan.

1. §. A fotókatód érzékeny felületének csökkentése

Az általunk használt sokszorozók szobahőmérsékleten (a kihasználható amplitudótartományban) átlagosan $10^5/\text{sec}$ sötétáramimpulzust adnak. Miután a sötétáramimpulzusok és a fotonok által kiváltott impulzusok amplitudóeloszlása nagymértékben hasonló, feltehető, hogy a fotókatód teljes felülete a sötétáramimpulzusok létrehozásában egyenletesen vesz részt. Figyelembe véve tehát, hogy a fenti sokszorozók fotókatódjának érzékeny felülete — erre vonatkozó mérések szerint [11] — $h \cdot t = 20 \cdot 6 = 120 \text{ mm}^2$ (lásd 1. ábra), feltehető, hogy a fotókatód 1 mm^2 -éről átlagosan $10^3/\text{sec}$ sötétáramimpulzus származik.

A sötétáramimpulzusszám csökkentése szempontjából tehát célunk lenne minél kisebb katódfelület alkalmazása. Egészen kis katódfelületekkel rendelkező elektronsokszorozó jelenleg gyári előállításra nem kerül és ezért felmerül annak szükségessége, hogy a 931-A típusú elektronsokszorozó érzékeny katódfelületét csökkentsük. Az érzékeny katódfelület oly módon csökkenthető, hogy a katódnak a megvilágított felületén kívül eső részéről kilépő elektronokat elektronoptikai úton defokuszáljuk, vagyis megakadályozzuk őket abban, hogy az anódra jutó elektronlavinát alakítsanak ki. A fotókatód érzékeny felületének csökkentése azonban csak olyan mértékig racionális, hogy a mérendő sugárzás azért teljes egészében az érzékeny felületre jusson.

A fotókatód érzékeny felületének csökkentésére két irányban végeztünk vizsgálatokat. A fotókatód érzékenyséeloszlását az elektronsokszorozó szimmetriatengelyére merőleges, illetve azzal párhuzamos irányban kívántuk megváltoztatni, oly módon, hogy az érzékeny felület a katód megfelelő geometriai méretéhez képest (9 mm ill. 25 mm) kicsiny legyen.

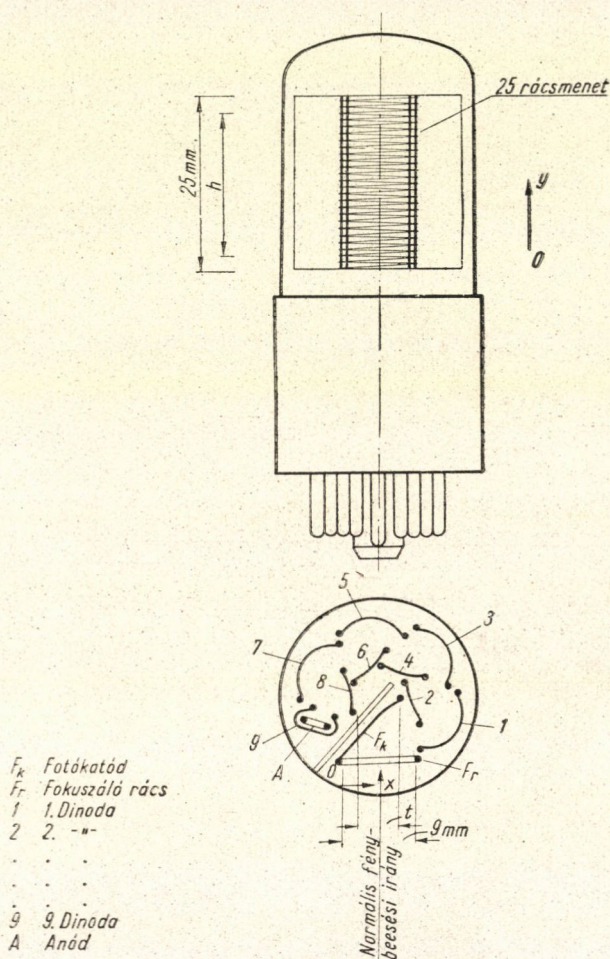
Megjegyezzük, hogy az alábbi vizsgálatokban a minimális érzékeny felület elérését tűztük ki célul. Amennyiben a vizsgálandó sugárzás ilyen kis felületre nem gyűjthető össze, a defokuszálás mértékének csökkentésével az érzékeny felület a maximális értékig fokozatosan növelhető.

A fotókatód érzékeny felületének csökkentésére végzett vizsgálatainkban a fotókatódok relatív érzékenyséeloszlásának meghatározására általunk [11] régebben kidolgozott mérési eljárást alkalmaztuk.¹ Ennek segítségével megállapítható a multiplier anódáramának nagysága a fotókatód megvilágítási helyének függvényében, vagyis a fotókatód anódra vonatkoztatott effektív érzékenységeinek eloszlása.

Vizsgálatainkban először a fotókatódnak a szimmetria-tengelyre merőleges irányú érzékeny-méretének csökkentésére törekedtünk. Ez utóbbi — méréseink szerint — a katódot követő első néhány dinóda feszültségének megfelelő megválasztásával érhető el. Az egyenletes dinóda-feszültség elosztás megbontásával ugyanis az első fokozatokban a fókuszálási viszonyokat oly módon

¹ Részletes vizsgálatokat [13] végeztünk ezenkívül a fotókatód megszólalási valószínűségének abszolút mérésére is.

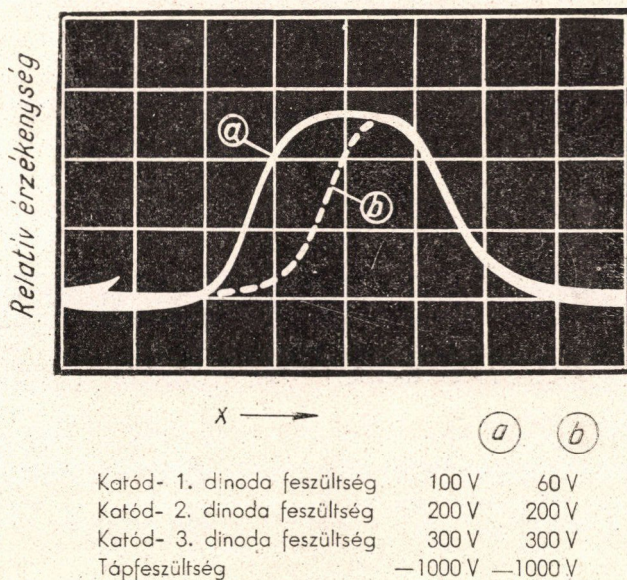
változtatjuk meg, hogy azok a fotókatódnak csupán egy bizonyos részére vonatkozóan lesznek kielégítőek. Ennek következtében a fotókatód többi



1. ábra

részeiből kiinduló elektronok megfelelő fókuszálás hiányában nem juthatnak el az anódra. A 2. ábrán az x irányban (lásd 1. ábra) felvett érzékenységleloszlási görbét láthatjuk. Az a görbe egyenletes dinódafeszültség mellett került felvételre, míg a b görbénél az első két fokozat feszültségét az ábrán feltüntetett mértékben változtattuk meg. Mint látható, az érzékenység maximális értéke lényegében változást nem mutat, azonban az érzékeny katódfelületnek a szimmetriatengelyre merőleges mérete a defokuszálás következtében kb. felére-harmadára csökkent.

A szimmetria-tengellyel párhuzamos y irányban az érzékenyséeloszlás megváltoztatása a dinóda-feszültségekkel természetesen nem lehetséges, miután a sokszorozó elektróda-rendszere axiális szimmetriát mutat. Ennek megfelelően itt csak mágneses defokuszálás alkalmazása célravezető, ez azonban bizonyos hátrányos tulajdonságokkal rendelkezik, az elektrosztatikus defokuszáláshoz képest. Nevezetesen a sokszorozó elektródái túlnyomórészt nikkelbázisra vannak elgőzölögtetve, mely ferromágneses tulajdonságokat mutat. Így a mágneses defokuszálásnál az a veszély fenyeget, hogy a sokszorozó egyes elektródái permanens mágnesekké válnak és a multiplier külső mágneses tér alkalmazása nélkül is fókuszálási hibákat mutat. Ez a hátrány azonban a szokásos demagnetizáló eljárásokkal megszüntethető.

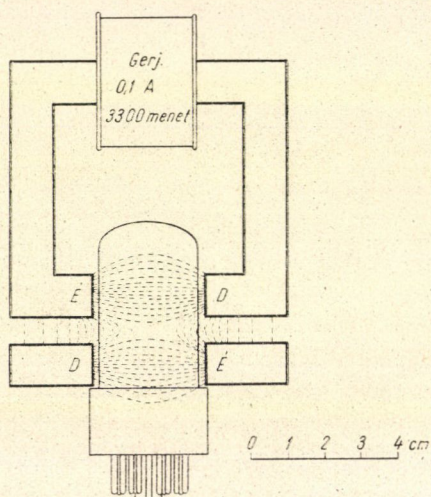


2. ábra

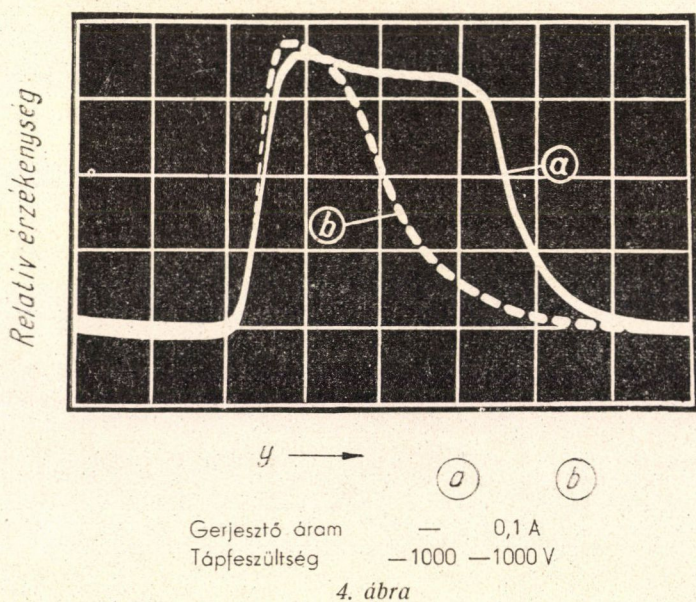
Méréseink során a 3. ábra szerinti elrendezésben alkalmaztunk mágneses teret.¹ Amint az ábrán feltüntetett erővonaleloszlásból látható, ilyen módon a multiplierben defokuszáló teret hoztunk létre kivéve egy, a szimmetria-tengelyre merőleges, síkot. Ez utóbbi sík helyzete egyrészt a mágnesek geometriai elhelyezésétől, másrészt az egyes mágnesek légrésében fellépő térerősség arányától függ. Normális dinóda-feszültség esetében a multiplierben a semleges — zérus mágneses térerősségű — zóna kivételével a fókuszálási feltételek nincsenek kielégítve.

¹ A mágnesek között elrendezésének előnyeire *Titschka Kálmán* hívta fel figyelmemet.

A 3. ábra szerinti elrendezésben vizsgálva a függőleges irányú érzékenység-eloszlást, egy a 4. ábra szerinti oszcillogrammot kapunk, ahol az α



3. ábra. Az alsó mágnes az ábra síkjára merőleges síkban fekszik.
A járom keresztmetszete 1 cm^2



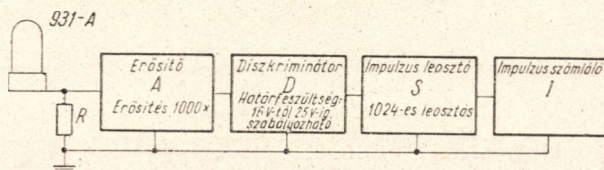
görbe a normális, míg a b görbe a mágneses térerősség defokuszáló hatása folytán megváltoztatott érzékenységi görbe.¹ Az utóbbi esetben a légrésben

¹ Az a és b görbén az Fr fókuszáló rács árnyéka által létrehozott csúcsok [11] optikai módszerekkel ki vannak simítva.

fellépő térerősség cca 100 Gauss volt. Amint az ábrából látható, a defokuszálással az érzékenységi maximum bizonyos mértékben növelhető is.

A fenti elrendezésben elérhető, hogy az érzékenységeszlási görbe a gerjesztő mágneset tápláló feszültségtől bizonyos tartományban független legyen, miután itt lényegében csak a két mágnes tér egymáshoz képesti viszonya játszik szerepet. Megjegyzendő, hogy egy mágnes alkalmazásával is biztosítható az érzékenységi görbék összehúzására irányuló célkitűzésünk, azonban akkor a defokuszált érzékenységi görbe kevésbé meredek lefutású.

Mint látjuk, a fotókatód érzékenységeszlését célkitűzéseinknek megfelelően tudjuk szabályozni. Alapfeltevésünk ellenőrzésére vizsgálatokat végeztünk a sötétáramimpulzusszám csökkenésének meghatározására az érzékeny felületet a minimális értékre csökkentve. A vizsgálatok céljaira a multiplier $R = 70K\Omega$ anódenállásához egy A szélessávú erősítő, majd egy D feszültségdiszkriminátor, (mely csak az E_H határfeszültséget meghaladó amplitúdójú impulzusokat továbbítja) végül egy 1024-es leosztású S scaler és egy I impulzusszámláló végfokozat csatlakozik (5. ábra).



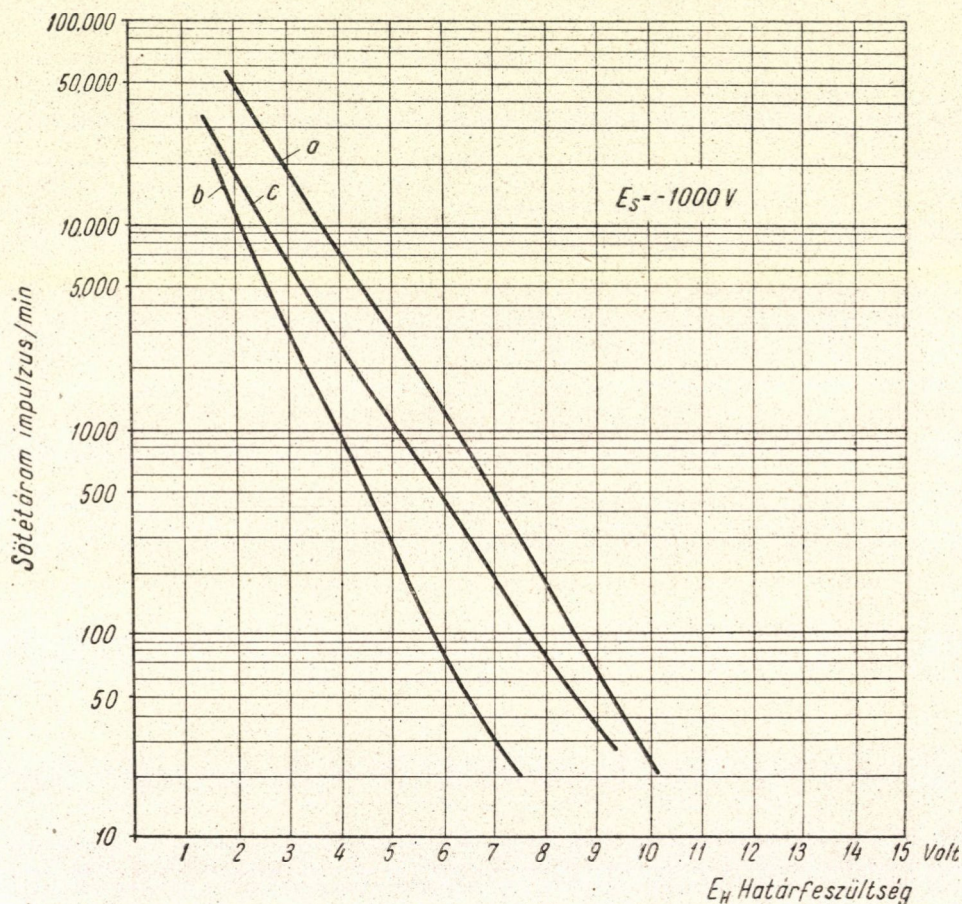
5. ábra

Az x és y irányú defokuszálás hatásosságának ellenőrzésére megmértük a sötétáramimpulzusok integrális amplitúdóeloszlását. A 6. ábrán látható az amplitúdóeloszlás, mégpedig az a görbe a normális, a b görbe a vízszintes, a c görbe a függőleges defokuszált állapotra vonatkozik. Amint az a 6. ábráról leolvasható, a vízszintes, illetve függőleges defokuszálás hatására a sötétáram impulzusszám lecsökken és egyszersmind az integrális amplitúdó-eloszlás is megváltozik. Nem célunk, hogy ez utóbbi jelenséget a dolgozat keretében részleteiben tárgyaljuk, csupán annak megállapítására szorítkozunk, hogy a kétféle defokuszálás együttes alkalmazásával a sötétáram kb. egy nagyságrenddel csökkenthető, a legkisebb határfeszültségeknél is, ami körülbelül 35 $^{\circ}\text{C}$ -kal való hűtésnek felel meg.

Ellenőrzésképpen megmértük a fotonokra vonatkozó megszólalási érzékenységet a normális érzékenységeszlási görbe és a defokuszált eloszlási görbe maximumában, a katódot pontszerű fényforrással világítva meg. A két mérés eredménye 10%-on belül megegyezik.

A fenti eljárások közvetlen célkitűzésünkön kívül más szempontból is előnyösek. Nevezetesen, más irányú vizsgálatainkkal kapcsolatban indokoltnak látszott a 931-A és 1P21 típusú multipliereket egyenáramú táplálás helyett a szekundér-emissziós hatásfok maximális értékének megfelelően kb. 5000 V-os

amplitudójú impulzusokkal táplálni. Ez esetben jelentős szerepet kap a sötétáram kialakításában a téremisszió, mely különösen az első elektródák sarkai és élei környezetében jön létre. A fenti két módszerrel feltétlenül biztosítható, hogy a fotókatód és az első dinódák szélein téremisszióval keletkező elektronok az anódra ne jussanak el és így a sötétáramnak ezt, az ebben az üzemben lényeges, komponensét is redukálni tudjuk.

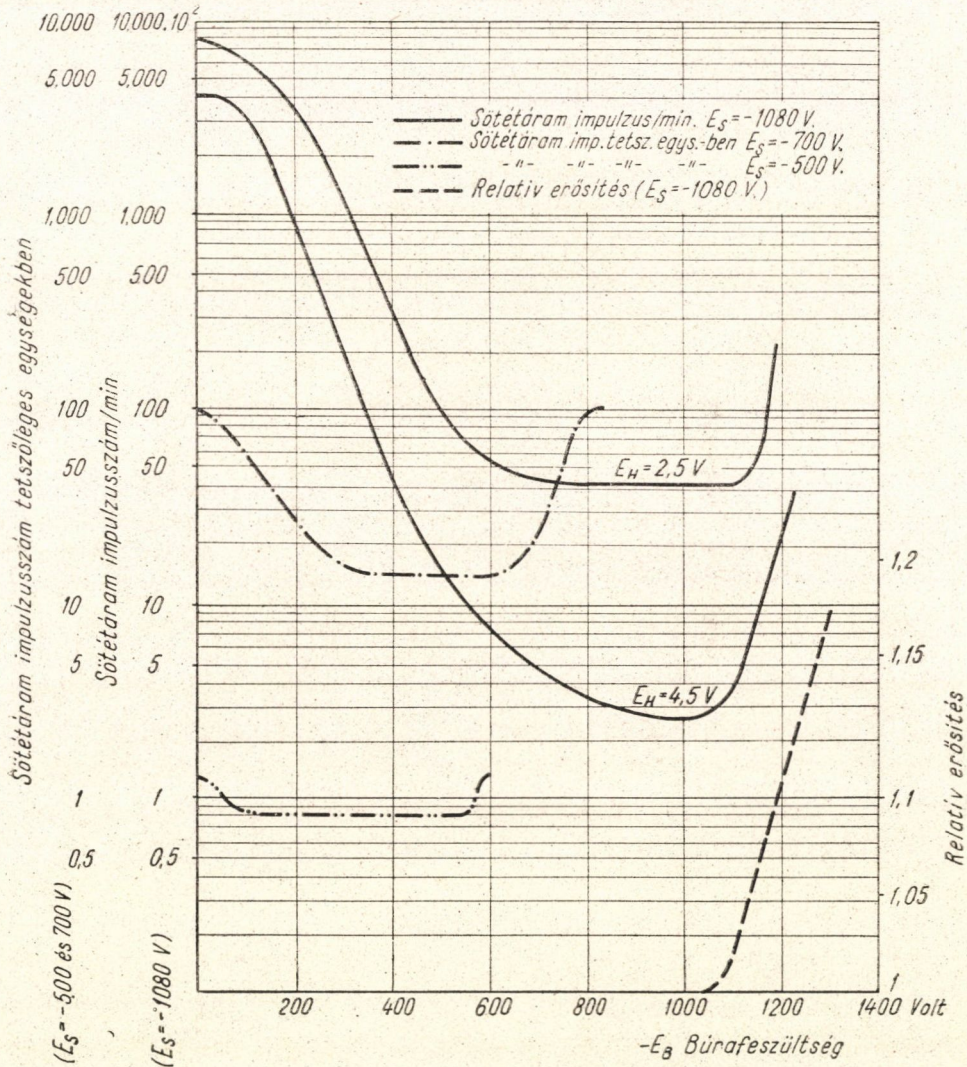


6. ábra

2. §. A búra-potenciál hatása a sötétáramra

Vizsgálataink második részében a búrapotenciálnak a sokszorozó sötétáramra gyakorolt hatásával kívánunk foglalkozni. Régebbi vizsgálatokban [3], [12] ugyanis utalás történt a sokszorozónak arra a tulajdonságára, hogy az üvegbúrát megfelelő — a fotókatódhoz közeleső — potenciálra kapcsolva, a sötétáram-impulzusszám lecsökken.

A fenti jelenség részletes megvizsgálására a 931-A típusú multiplier üvegbúráját kívülről aquadag réteggel vontuk be. Az aquadag réteget megfelelő feszültségre kapcsolva állítottuk be az üvegbúra külső felületének potenciálját. Az anódon megjelenő impulzusokat részben az 5. ábra szerinti mérőberendezéssel ($E_s = -1080$ V), részben a diszkriminátor, scaler és impulzusszámláló helyett indikátorként rate-métert alkalmazva ($E_s = -500$ és -700



7. ábra

V) vizsgáltuk és így megállapítottuk, hogy a sötétáramimpulzusok száma a búrafeszültség függvényében milyen változást mutat. A mérésnél a szokásos

eljárás szerint az anódfeszültség pozitív oldalát földeltük. A görbéket többféle amplitúdó-diszkriminátor beállításnál vettük fel (lásd 3. §), annak megállapítására, hogy a bűrafeszültség a sötétáram amplitúdóspektrumára milyen befolyást gyakorol. Ezek közül a 7. ábrán a -1080 V-os tápfeszültségnél két különböző diszkriminátor-beállítással felvett görbét tüntettünk fel.

Amint a 7. ábrából látható, a sötétáramimpulzusszám, ha a határamplitúdót olyan alacsonyra választjuk, hogy praktikusán az első fokozatok környezetében kialakuló összes elektronlavinákat megszámloljuk, a bűra potenciáljának megfelelő megválasztásával egy 100-as faktorral csökkenthető. Ez a hatás az összes tápfeszültségnél fellép és mértéke — mint az a 7. ábrán összehasonlítás céljaira berajzolt -500 V-os és -700 V-os görbékből látszik — a tápfeszültség növelésével fokozódik. Ugyanakkor a fotonokra vonatkozó megszólalási valószínűség a minimális sötétáramnak megfelelő tartományban praktikusán független a bűrafeszültségtől (lásd alább). Ha a határamplitúdót magasabbra vesszük, tehát vizsgálatainkat a nagyobb amplitúdójú lökésekre korlátozzuk, a bűra hatása még nagyobb, mint az a 7. ábrán is látható. Ebből arra lehet következtetni, hogy a bűra elsősorban a nagyobb, — esetleg nem is egyetlen primér elektron által kiváltott — impulzusok szempontjából jelentős.

A fenti jelenség alkalmazási technikáját vizsgálva meghatároztuk, hogy a bűra egyes pontjain elhelyezett aquadag réteg a sötétáram csökkentése szempontjából milyen mértékben játszik szerepet. Vizsgálataink eredményeképpen kiderült, hogy az egyes dinódák előtti árnyékoló réteget a katódtól kezdődően sorban eltávolítva, az egyes dinódák előtt elhelyezett árnyékolásnak nincs lényeges szerepe; a hatást tehát lényegében a katóddal szembeeső üvegfal potenciálja determinálja.

Az eddigiekből látható, hogy a defokuszálással és a bűra potenciáljának megfelelő megválasztásával a sokszorozó sötétáramimpulzusszámát egy cca 1000-es faktorral lecsökkentettük, ugyanakkor a fotókatódnak a mérendő sugárzásra vonatkozó érzékenységet változatlanul hagytuk. A sötétáram impulzusszámnak ilyen csökkenése 100°C -os hűtéssel ekvivalens.

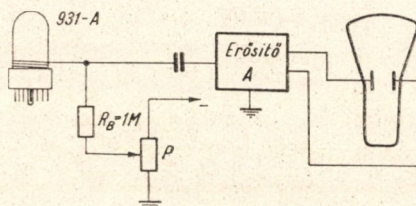
Igen előnyös a multiplieres mérések reprodukálhatóságának szempontjából az is, hogy a bűra, mely az aquadag réteg alkalmazása nélkül a szigetelési viszonyoknak megfelelő — időben esetleg erősen változó — potenciálra állt be és így a sötétáram-impulzusszám változását eredményezte, eljárásunknál állandó feszültségen van. Tapasztalataink szerint a bűra aquadag réteg nélkül -1080 V-os tápfeszültség esetén kb. -300 V-ra áll be.

3. §. Vizsgálatok a bűra-potenciál effektus mechanizmusára vonatkozóan

Az alábbiakban kitérünk a bűrahatás mechanizmusára vonatkozó méréseinknek, majd ezzel összefüggésben a sötétáramimpulzusok forrására vonatkozó feltételezéseinknek ismertetésére.

A búrahatás természetének vizsgálata során először azt határoztuk meg, hogy a multiplier erősítése, a fotókatódra vonatkozóan, milyen mértékű változást mutat a búrafeszültség függvényében. Erre a célra egy elektronsokszorozót a búra külső felületén az előbbihez hasonló módon aquadag réteggel vontunk be és a katód közepetáján az üvegbúráról a réteget kb. $2 \times 2 \text{ mm}^2$ -es felületen eltávolítottuk. A katód érzékenységet a fenti nyíláson keresztül megmérve megállapítható volt, hogy a multiplier relatív erősítése (7. ábra, jobboldali ordináta skála) a zérus búrafeszültségnél fellépő erősítésre mint egységre vonatkoztatva a búrafeszültség függvényében mindaddig nem változik, míg a búra a katódfeszültségnek megfelelő, illetve azt meghaladó feszültségre nem kerül. A katódfeszültség környezetében a multiplier erősítése — mint a 7. ábrán szaggatottan rajzolt görbéből látszik — hirtelen növekedésnek indul¹. A relatív erősítésnek ez a növekedése annak a következménye, hogy a fotókatódból kilépő elektronokat a negatívabb potenciálon levő búra az első dinóda felé nyomja át. A relatív erősítésnek a búrapotenciál katódfeszültséget meghaladó értékeinél mutatkozó növekedése részben megindokolja a sötétáram impulzusszám-búrafeszültség görbének ugyanabban a búrafeszültség-tartományban fellépő emelkedését.

A továbbiakban azt vizsgáltuk, hogy a búrán folyik-e áram, illetve kimutathatók-e a búrán impulzusok, vagy pedig egy csupán elektrosztatikus hatásról van szó.



8. ábra

Vizsgálatainkkal nemcsak a búrában folyó áram létezését sikerült kimutatnunk, hanem megállapítottuk azt is, hogy a búrában folyó áram nagysága függ a multiplier dinódarendszerében folyó áram nagyságától. Az erre vonatkozó mérést legegyszerűbben úgy végezhetjük el, hogy a búrán a fotókatóddal szemben nyitott nyíláson keresztül a fotókatódot különböző mértékben megvilágítjuk. Ilyen módon megállapítottuk, hogy a búra potenciálját változtatva, a búra-áram előjelet vált. —870 V-os tápfeszültség esetén a búra-áram kb. —700 V búrafeszültségnél esik le nullára.

Megjegyzendő, hogy a búra áramának mérésekor fokozott gondossággal kellett eljárni, hogy a sokszorozó foglalatából származó szívárgási áramok, illetve egyéb, a jelenségtől független áramok szerepét kiküszöböljük.

¹ Hasonló de kisebb effektus mutatkozik zérus búrapotenciál környezetében is.

Miután ez a vizsgált kérdéskomplexum szempontjából igen fontos, megnéztük, hogy a búra-áramnak van-e impulzus-komponense. Erre a célra a 8. ábra szerinti elrendezés szolgál, melynél a búrán fellépő impulzusok az $R_B = 1\text{ M}\Omega$ búramunkaellenálláson jönnek létre, melynek értéke sokkal nagyobb, mint a búrafeszültség beállítására szolgáló P potenciométer belső ellenállása.

Méréseink alapján két megállapítást tehetünk: Egyrészt az A erősítő kimenetére csatlakozó oszcillográfon egy — az erősítóből származó alappajból lényegesen kiemelkedő — impulzus sorozat figyelhető meg, amelynek amplitúdója a búrafeszültségtől erősen függ; másrészt lényegesnek látszik az a megállapítás is, hogy a búrafeszültséget változtatva, az impulzusok száma a búrafeszültségtől függetlenül rövid időre nagymértékben megnövekedik, amiből egy feltöltési effektus jelenlétére lehet következtetni.

Az ismertetett mérési eredményeket összefoglalva megállapítható, hogy a búrafeszültség a sokszorozó sötétáramimpulzusszámát és erősítését befolyásolja, ugyanakkor a búrán áramimpulzusok is kimutathatók. Ezen tapasztalatok értelmezésére egységes magyarázatot keresünk.

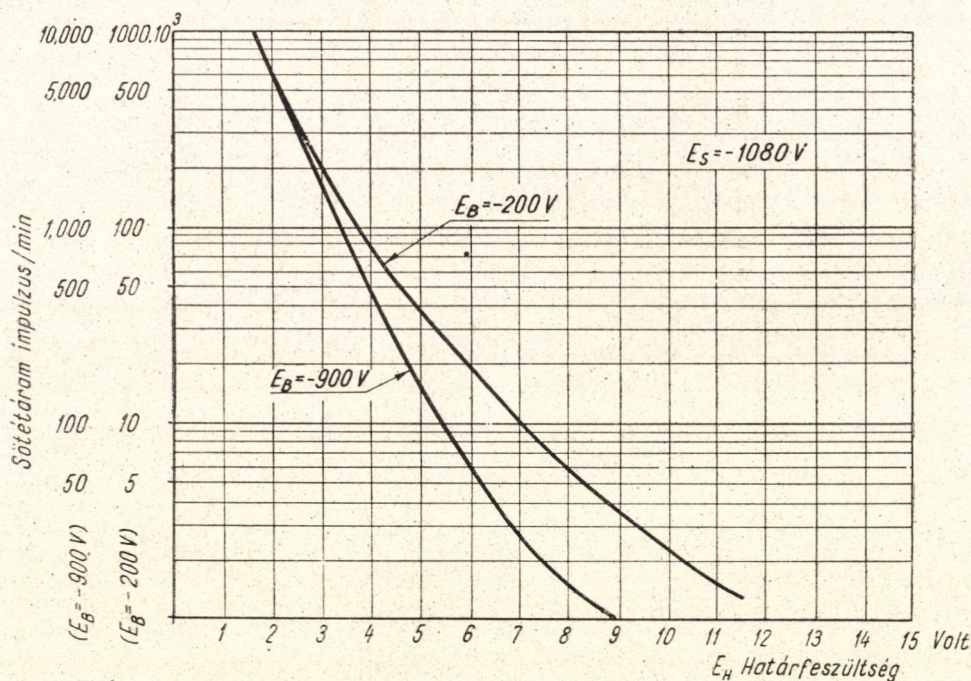
Kézenfekvőnek látszik a következő hipotézis kialakítása: elképzelhető, hogy az elektronsokszorozóban a szekundér-emissziós, illetve katódfelületek elkészítése után gőz marad hátra, melynek egy része a bura belső falára lecsapódik. Ez a földhöz képest negatív katód és az (aquadag réteg alkalmazása nélkül) gyakorlatilag földpotenciálra beálló bura között kisülést eredményezhet. Ez utóbbi kisülés következtében a felgyorsított pozitív gázionok a fotókatódra csapódnak be és azon egy elektronlavina megindítására alkalmas egy vagy több priméreelektront hoznak létre. Ezzel a feltételezéssel megmagyarázhatjuk a sötétáramimpulzusszámnak a búrafeszültség függvényében való változását is. Ha a bura és a katód közötti feszültséget csökkentjük, úgy a fenti feltételezéssel egybehangzóan a sötétáramimpulzusszám csökken (lásd 7. ábra). A sötétáramimpulzusoknak hirtelen emelkedése, ha a bura a katódpotenciált eléri, illetve meghaladja, részben az erősítésnek a búrafeszültség függvényében való felnövekedése, részben pedig a bura és a katód között fokozódó feszültségkülönbség alapján magyarázható. Ez utóbbi esetben, mikor tehát a bura potenciálja a fotókatódhoz képest negatívvá válik, a bura felé haladó pozitív ionok ott szekunderemisszió útján elektronokat hozhatnak létre, melyek a katódot bombázzák.

A sötétáram-búrafeszültség függés magyarázatára elvileg egy másik mód is kínálkozik. Nevezetesen feltételezhető, hogy a sötétáramnak a búrafeszültségtől való függése annak következménye, hogy zérus búrafeszültség esetén a bura és a katód között fellépő elektromos tér egy Schottky-effektust hoz létre, amely a termikus emissziót lényegében megszábó kilépési munkát csökkenti le. Az utóbbi feltételezéssel, figyelembe véve a búrafeszültség függvényében megállapított relatív erősítés változását, a sötétáramnak a 7. ábra

szerinti alakulása indokolható volna. A Schottky-effektus szerepét legegyszerűbben oly módon állapíthatjuk meg, hogy vizsgáljuk a bura feszültség függvényében a multiplier fotokatódjának megszólalási valószínűségét a vörös határon. A mérés elvégzésére egy UM2 (CCCR gyártmányú) monokromátor szolgált. A méréssel a vörös határon a megszólalási valószínűség változása nem volt kimutatható és így az előbbi feltételezés látszik valószínűbbnek.

Mindezeket összefoglalva megállapítható, hogy a bura a sötétárammal összefüggésben álló impulzusok jönnek létre. Ez utóbbiak képződésének, valamint a bura hatásának magyarázatára egy a katód és a vele szembeeső búrafal közötti kisülés feltételezhető. Figyelembe véve tehát, hogy a bura hatására a sötétáram legalább két nagyságrenddel csökkenthető, a sokszorozó sötétáram-impulzusszámát szobahőmérsékleten két komponensből felépítettnek gondolhatjuk:

1. a fotokatód és a vele szemközti bura közötti kisülés szobahőmérsékleten $10^5/\text{sec}$ nagyságrendű impulzusszámmal,
2. termikusan emittált sötétáramimpulzusok szobahőmérsékleten $10^3/\text{sec}$ nagyságrendű impulzusszámmal.



9. ábra

Ismeretes, hogy a hűtés segítségével a sötétáramimpulzusszám néhány impulzus/sec értékig csökkenthető. Ez utóbbi tény a fenti elgondolás keretébe úgy illeszthető be, hogy ha szobahőmérsékletről kiindulva hűtjük a sokszoro-

zót, először a multiplier búráján belüli gáz kondenzálódik fokozatosan és így a sötétáram észlelhető csökkentése az 1. szerinti effektus csökkenésének eredménye. Alacsonyabb hőmérsékleten természetesen a sötétáram hőmérséklet-függésében ténylegesen a termikus emisszió játszik jelentős szerepet. Ilyen körülmények között hangsúlyoznunk kell, hogy a sokszorozók készítésénél olyan felületeket kellene előnyben részesíteni, melyeknél a sokszorozón belüli gáznyomás — és így a burán belül lecsapódó réteg — kialakulásának veszélye kisebb, még akkor is, ha ugyanezen anyagok nagyobb termikus emissziót jelentenek. A fenti elképzelésekkel a sokszorozóknak több jól ismert tulajdonságát — amelyek túlnyomórészt a sötétáramnak és a fotókatód „előéletének” kapcsolatára vonatkoznak — kvalitatíve magyarázni lehet a felületek gáz-adszorpciója és a megvilágítás közötti összefüggések alapján.

Megjegyezzük még, hogy az amplitudóeloszlás, mint azt a 9. ábrán láthatjuk, nagyon különbözik egymástól abban az esetben, ha a sötétáram-impulzusokat túlnyomórészt az 1., vagy csak a 2., effektus hozza létre. Az ábrán a sötétáram impulzusok integrális amplitudo karakterisztikáját tüntettük fel búra alkalmazása nélkül és optimális burafeszültség alkalmazása esetén. A két görbe alakja nagy impulzus amplitudóknál mutat erős eltéréseket.

A búrahatás részletesebb vizsgálatára vonatkozó mérések folyamatban vannak.

Köszönetemet szeretném kifejezni a fenti vizsgálatok során kapott értékes útmutatásokért Jánossy Lajos professzornak, valamint R. Rompe professzornak, Winter Ernő akadémikusnak, Budincsevits Andor a műszaki tudományok kandidátusának, Faragó Péter docensnek és Keszthelyi Lajosnak, a felmerült kérdések diszkussziójáért. A mérőberendezések tervezése és a mérések irányítása terén Titschka Kálmán volt igen nagy segítségemre. Varga Péter az általa tervezett elektronikus berendezések rendelkezésre bocsátásáért fogadja köszönetemet. Tassaly Mária a mérések kivitelezésében nyújtott nagy segítséget.

IRODALOM

- [1] Z. Bay, Zs. f. Phys. 117, 227, 1941.
- [2] R. W. Engstrom, J. Opt. Soc. Am. 37, 420, 1947.
- [3] G. A. Morton—J. A. Mitchel, RCA Rev. 9, 632, 1948.
- [4] S. F. Rodionov—A. L. Oserovics, DAN 74, 461, 1950.
- [5] L. Colli—V. Fachini—A. Rossi, N. Cim. 11, 255, 1954.
- [6] G. A. Morton, RCA Rev. 10, 525, 1949.
- [7] Ádám A.—Varga P., KFKI Közlemények. 2, 313, 1954.
- [8] Náray Zs., Magy. Fiz. Folyóirat 2, 325, 1954.
- [9] N. Schaetti—W. Baumgartner, Helvetica Phys. Acta, 25, 605, 1952.
- [10] R. W. Engstrom, Rev. Sci. Instr. 18, 587, 1947.
- [11] Zs. Náray, Acta Phys. Hung. 3, 255, 1955.
Magy. Fiz. Folyóirat, 3, 1, 1955.
- [12] S. Rodda, F. G. Heath. Brit. Pat. Spec. 645763.
- [13] Náray Zs.—Tóth M. Magy. Fiz. Folyóirat (megjelenés alatt).

VIZSGÁLATOK RÁDIÓFREKVENCIÁS IONFORRÁSON*

ERŐ JÁNOS

Központi Fizikai Kutató Intézet, Atomfizikai Osztály, Budapest

Rádiófrekvenciás ionforrásból kilépő ionsugár összetétele nagymértékben változik a nyomás és a mágnes tér erősségének függvényében. Az optimális nyomás $10\ \mu$ körül van, ekkor 40–50 Gs-os mágnes tér alkalmazása esetén a protontartalom 75 %. Nagyobb nyomáson a H_3^+ , kisebbnél pedig a H_2^+ ionok száma növekszik meg.

Az ionsugár energiaspektrumára vonatkozó vizsgálatok szerint az ionok legnagyobb része a kisülési csőre adott feszültségnek megfelelő energiával rendelkezik, az energiaszórás értéke 2–300 V. A nagy energiaszórás okát elsősorban a katódtérben kialakuló apró átütésekben kell keresni.

Bevezetés

A rádiófrekvenciás gázkisülést ionforrás céljaira Thoneman alkalmazta először, 1946-ban. [1] Néhány év alatt kialakult egy olyan típus, amely mA nagyságrendű, jól fókuszálható ionnyalábot szolgáltat és alkalmazása egyre jobban elterjed. Az RF ionforrás gyors fejlődése és elterjedése érthető, mert számos olyan tulajdonsággal rendelkezik, amelyek gyorsító berendezésekben való felhasználásra rendkívül alkalmassá teszik. Ezek közül legfontosabb hosszú élettartama, a kilépő ionsugár nagy proton, illetve deuteron tartalma, és az ionok kis energia-szórása. Ezt a három követelményt egyidejűleg egyik más ionforrás típus sem teljesíti.

A rádiófrekvenciás ionforrás fő része a kisülési cső. Ebben a gáz nyomása 10^{-2} Hgmm körül van, és a kisülést a csövön kívül elhelyezett nagyfrekvenciás elektródák hozzák létre. Az így kialakuló RF kisülésnek a közönséges egyenáramú kisüléssel szemben előnye az, hogy kisebb nyomáson és kisebb térerősség mellett indul meg. Ezzel egyrészt a gázfogyasztás tartható alacsony értéken, másrészt a kisülés fenntartásához kevesebb energiára van szükség.

A kisülési térben kialakult „plazmából” az ionokat többnyire szondás kiszívás segítségével vezetik a nagyvákuumú gyorsítótérbe. E célból a kisülési cső két végén elektródákat helyeznek el, és a negatív cső alakúra képezik ki. A két elektródára kapcsolt néhány kV egyenfeszültség hatására a plaz-

* Érkezett 1955. III. 14.

mában keletkezett pozitív ionok a katód felé haladnak és egy részük a katódban fűrt nyíláson át a gyorsítótérbe jut. Itt a meglehetősen divergáló nyalábot elektromos lencse-rendszer segítségével fókuszálják össze.

A kisülési cső kialakítása az általánosan elterjedt *Thoneman*-féle megoldásnál [2] elsősorban két szempont figyelembevételével történik. Az egyik, hogy minél kevesebb fémfelület legyen a kisülési tér közelében, mert ezen a kisülésben keletkező hidrogén atomok igen könnyen rekombinálnak molekulává, és így a protonok száma lecsökken a molekula ionokkal szemben. Másik jellegzetesség a nagy ionáram elérését célozza. A katódot ugyanis kvarccsővecske veszi körül, amely a feléje tartó ionoktól pozitív potenciálra töltődik fel. Elektromos terével fókuszáló hatást fejt ki, és így az ionok jó részét a csatornába irányítja.

Fenti szempontok figyelembevételével kialakított ionforrások mA nagyságrendű ionáramot adnak, az ionsugár atomion tartalma 70–80%, vagy ennél is több. A RF energia-felvétel 1–200 W az ionok kiszívásához pedig 4–5 kV-os, 30–40 W teljesítményű feszültségforrásra van szükség. A gázfogyasztás óránként néhány cm^3 normálállapotú gáz.

A rádiófrekvenciás ionforrásokon végzett mérések során elsősorban a lehető legnagyobb ionáram elérésére törekedtek. Erre vonatkozó legátfogóbb vizsgálatok *Reifenschweiler* cikkében [3] található, aki a kiszívó csatorna megfelelő kialakításával 260 W RF teljesítmény mellett 6 mA további gyorsításra felhasználható ionáramot kapott.

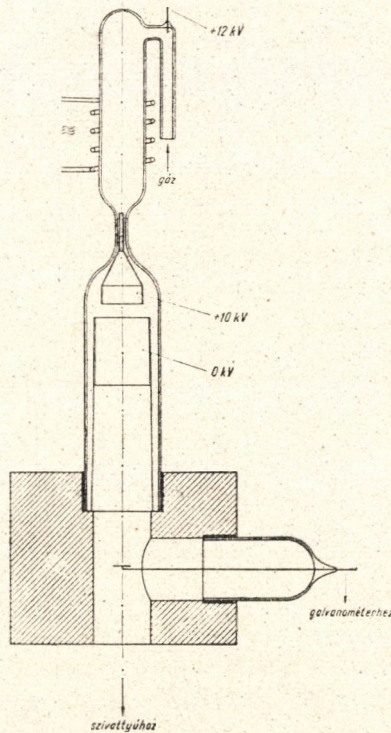
A kilépő ionsugár minőségi vizsgálatára vonatkozóan lényegesen kevesebb irodalmi adat található, és az is általában az optimális körülmények között dolgozó ionforrásból kilépő sugár tömeganalízisének eredményeit adja. *Thoneman* [2] és *Hall* [4] vizsgálták meg, hogy miként függ az ionsugár összetétele a csőben uralkodó nyomástól, de egymástól eltérő eredményhez jutottak.

Az ionsugár minősége szempontjából az összetétel mellett fontos adat az ionok energia-eloszlása is. Erre vonatkozóan egyedül *Thoneman* végzett méréseket [2], de ezek két szempontból is kifogásolhatók. Egyrészt az ionsugarat az ionforrásból való kilépése után 10 kV-os feszültséggel gyorsította, ami a gyorsító elektródák lencsehatása következtében nyilvánvalóan az energiaspektrum eltorzulását eredményezi, másrészt, — hogy a rádiófrekvenciás tér tengelyirányú komponensének moduláló hatását elkerülje — a mérés alkalomával árnyékoló hálóval vette körül a kisülési csövet, így az ionforrás nem üzemi körülmények között működött.

Az Intézetben meginduló kutatások szükségessé tették egy RF ionforrás megépítését, majd a működőképes ionforrás birtokában célszerűnek látszott az ionsugárra vonatkozó fenti minőségi vizsgálatokat elvégezni, vagyis meghatározni az ionsugár összetételének változását különböző paraméterek, elsősorban a nyomás függvényében, és felvenni egy üzemi körülmények között dolgozó ionforrás energiaspektrumát.

Az ionforrás

A hazánkban meginduló, mesterségesen gyorsított részecskékkel végzendő magfizikai kutatásokhoz elsőrendű fontosságú volt egy üzembiztosan működő ionforrás üzembehelyezése. A már ismertett előnyök miatt, a választás a rádiófrekvenciás típusra esett és egy ilyen ionforrás *Simonyi Károly* tervei alapján még a Soproni Műszaki Egyetem Elektrotechnikai Tanszékén készült

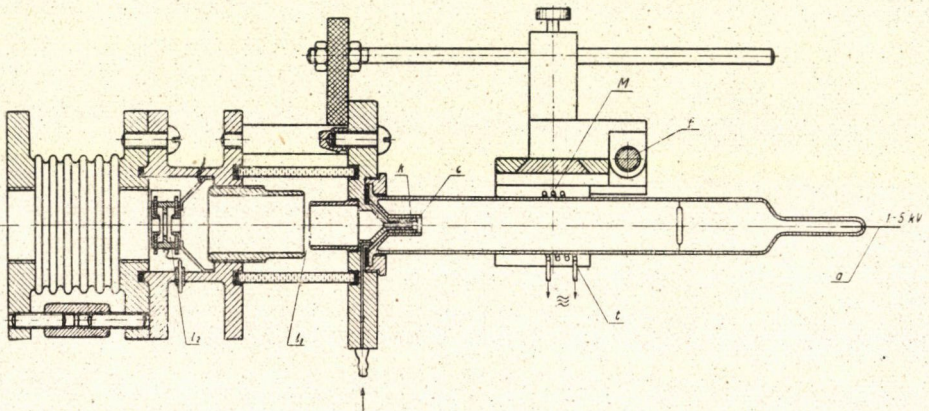


1. ábra. A soproni Elektrotechnikai Tanszéken készült rádiófrekvenciás ionforrás

el. Ez a *Rutherglen—Cole* [5] féle megoldás egy változata volt. Az eredetivel szemben eltérést jelentett, hogy a kiszülési és a fókuszáló teret alkotó cső egy darabból készült, amivel el lehetett kerülni a kiszülési cső illesztésénél előálló kényes tömítési problémákat. (1. ábra). Másik eltérés az volt, hogy a nagyfrekvenciás teret előállító oszcillátor nem 100, hanem csak 40 Mc-on dolgozott és ennek megfelelően a kiszülés gerjesztése nem kapacitív, hanem induktív úton, a csövet körülvevő nagyfrekvenciás tekercs segítségével történhetett. Az alkalmazott, aránylag kis kiszívó feszültség, (~ 2 kV) ellenére is sikerült 10–20 μ A ionáramot elérni a kiszívó csatornától 20 cm távolságra elhelyezett felfogólemezen. Ez az áram nem volt túl nagy, de az ionforrás üzembiztosan működött. Ez került felhasználásra azon a készüléken is, amellyel először sikerült hazánkban mesterségesen gyorsított részecskékkel magreakciót létrehozni. Ezek-

ről az eredményekről egyébként rövid beszámoló is hangzott el a pécsi, illetve debreceni Fizikus Vándorgyűlésen. (1951, 1952.)

A KFKI Atomfizikai Osztályán meginduló munka egyik célja nagyobb teljesítményű ionforrás megépítése volt. Ehhez mintául a *Moak—Reese—Good* által leírt [6] ionforrás szolgált, a kivitelezés során kisebb változtatások történtek. A kísérletek alatt szerzett tapasztalatok alapján [7] készült el a 2. ábrán látható berendezés. Lényegében a Thoneman-féle megoldáson alapult, ennek megfelelően különös gonddal készült el a katód környezete. Az ábrán is látható a kiszívócsatornát (k) körülvevő kvarccsőecske (c), amely az ionok



2. ábra. Az ionforrás. k kiszívó csatorna, c kvarccső, a anód, t nagyfrekvenciás tekercs, M gerjesztő mágnes, f felfogószerkezet, l_1 és l_2 elektromos lencsék

fokuszálását végzi és megfigyelhető, hogy a fémfelületek a kisüléstől lehetőség szerint el vannak árnyékolva. A kisülés intenzitásának növelésére 50 Gs körüli sztatikus mágneset szokás alkalmazni. Ezt a rajzon látható M permanens mágnes állítja elő, és iránya a kisülési cső tengelyére merőleges. A mérések során szükség volt a mágneses tér nagyságának változtatására, ezért a mágnes két pofája csavarorsós felfogó szerkezet (f) segítségével egymáshoz képest távolítható, illetve közelíthető. A mágnes, és vele a hozzáerősített RF gerjesztőtekercs (t) a kisülési cső tengelyének irányában elmozdítható.

A gáz — miután áthaladt egy differenciálmánométer elvén működő árammérőn — az alaplemezbe fűrt nyíláson keresztül jut a kisülési csőbe. A katódba fűrt keskeny csatorna meglehetősen nagy áramlási ellenállást jelent és ez tartja fent a kisülési cső és a fókuszáló tér között a szükséges nyomáskülönbséget. A csatorna áramlási ellenállásának és a gázáram nagyságának ismeretében a kisülési csőben uralkodó nyomás kiszámítható.

A nagyfrekvenciás teret egy OT 100 jelű csővel működő, egyszerű hárompont kapcsolású oszcillátor állítja elő. A rezgés frekvenciája 75 Mc/sec. Az oszcillátorból az energia induktív csatolással jut a gerjesztő rezgőkörbe. Ennek tekercsége tölthető be a kisülési cső, az RF kisülést tehát a tekercs

belsejében kialakuló elektromágneses tér hozza létre. Legintenzívebb kisülés esetén az oszcillátor által felvett energia kb 150 W.

A kisülési cső végébe forrasztott wolfram-anódra (a) 5 kV-ig változtatható feszültséget lehet adni. A csövön átfolyó áram optimális beállítás esetén 4–5 mA, és ebből kb 200 μ A jut ki a csőből ionsugár formájában. A kilépő, meglehetősen divergáló nyalábot az (I_1) lencse fókuszálja össze. Az ionsugár analizisét végző mágneses eltérítő közelsége miatt további fókuszálásra volt szükség. Ezt végzi el az (I_2) egyszerű lencse, amelynek középső elektródáján fékező potenciál van. Fókuszálás után az ionforrás optimális beállítása esetén egy 5 mm átmérőjű diafragmán 50–60 μ A ionáram halad át. Ez az érték természetesen erősen lecsökkent, amikor a vizsgálat során az optimális beállítástól el kellett térni.

Az ionsugár összetétele

Gázkisülésben hidrogén molekuláknak elektronokkal való ütközésekor a molekula gerjesztésén kívül többféle átalakulás következhet be. Elsősorban a molekula disszociációja, majd növekvő energiával rendre az ionizáció, a molekulaionoknak atomionra és semleges atomra, végül két atomionra való disszociációja jön létre. Ezek közül az RF kisülésben előforduló elektronenergiáknál számottevő valószínűsége csak az első két folyamatnak van, 15 kV-os elektronra a disszociációs folyamat hatáskeresztmetszete hatszorosa az ionizációnak. A primer folyamat során tehát lényegében hidrogénatomok és molekulaionok keletkeznek.

Ezek a primer termékek a további ütközések alkalmával újabb változásokon mennek át. A molekulaionok vagy rekombinálnak az edény falán (a térfogati rekombináció a kis nyomás miatt elhanyagolható) vagy pedig egy hidrogén molekulával való ütközés során a molekulaion disszociációja következik be. A disszociáció alkalmával keletkezett atomion vagy szabadon halad tovább, vagy hozzákapcsolódik a hidrogénmolekulához és azzal háromatomos molekulaiont képez. Tekintettel arra, hogy a H_2^+ molekulaion meglehetősen instabil képződmény, ütközési hatáskeresztmetszete nagy, ezért fenti folyamat, főleg nagyobb nyomásokon tekintélyes mennyiségű H_3^+ ion forrása lehet.

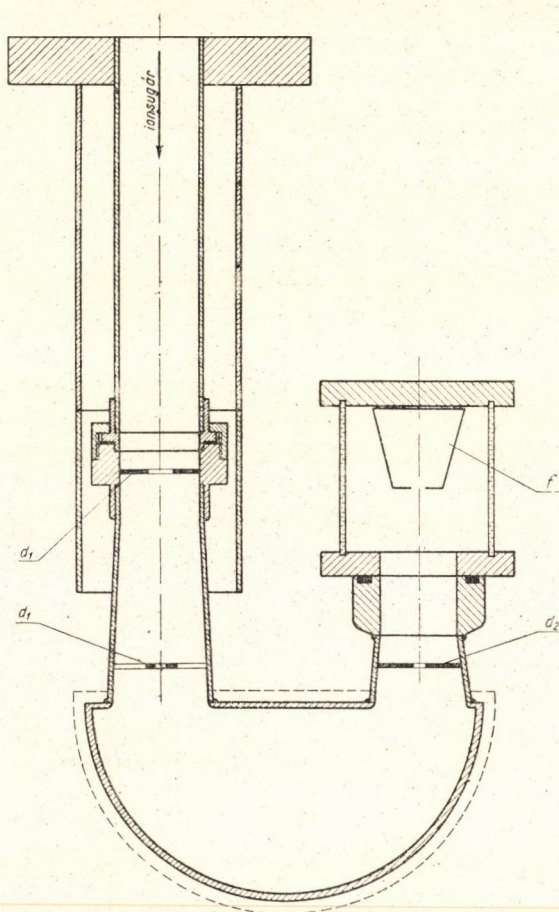
A primer folyamatban keletkező, valamint a molekulaionok ütközésekor felszabaduló hidrogénatomok az edény falán rekombinálnak molekulává. A rekombináció valószínűsége nagy mértékben függ a fal minőségétől, fémfelületeken általában 3–4 nagyságrenddel nagyobb, mint üvegen, vagy kvarcon [8]. A gáztérben maradó hidrogén-atomokból elektronütközéssel atomionok (proton, deuteron) lesznek.

A fentiek alapján egy hidrogén kisülésből kilépő ionsugár összetételének a nyomástól elég erősen kell függenie. Igen kis, néhány μ alatti nyomáson a molekulaionok szabad úthossza olyan nagy, hogy az edény falába való ütkö-

zések száma jóval felülmúlja a térfogati ütközéseket. Ezért a H_2^+ ion disszociációja nem következik be. Ugyanakkor az atomionok száma nem nőhet meg, mert a kis nyomás miatt kevés hidrogénatom keletkezik. Kis nyomáson tehát az ionsugárban elsősorban molekulaionok és ennél jóval kisebb számban atomionok lesznek. H_3^+ ionok jelenléte a térfogati ütközések elenyésző száma miatt nem várható. Nagy nyomáson ezzel szemben a H_2^+ ion kis stabilitása következtében, — a molekulaionok rovására — a háromatomos és az egyatomos ionok száma kell, hogy megnöjjön. Az átmeneti tartomány az alkalmazott csőméreteknél néhány μ körül van.

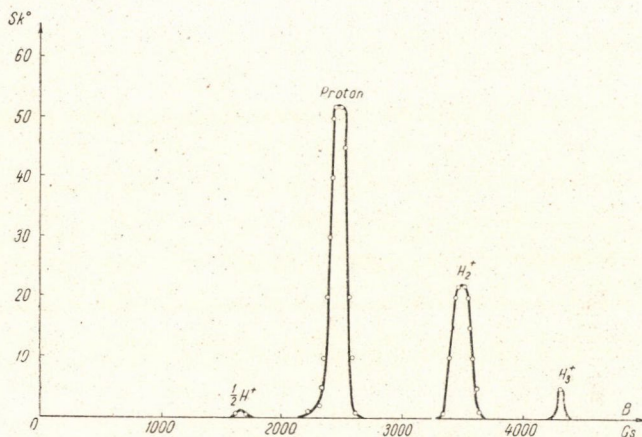
A kísérleti berendezés

Az ionsugár összetételének vizsgálata a 3. ábrán látható mágneses analízálóval történt. Ennek mágnese és eltérítő doboza a Soproni Műszaki Egye-



3. ábra. Mágneses analízáló. d_1 és d_2 diafragmák, f felfogódoboz

tem Elektrotechnikai Tanszékének műhelyében készült, míg a jelen mérésekhez szükséges kiegészítő munkákat a KFKI Atomfizikai Osztályán végezték el. A mágnespólok között létrehozható 3–4000 Gs-os térben a diafragmákkal (d_1) előállított keskeny ionsugár a különböző tömegeknek megfelelően szétválik és a mágnes tér megfelelő megválasztásával elérhető, hogy egy valamely kiválasztott ionfajta kb. 55 mm sugarú körpályán haladjon. Ezek az ionok 180° -os körív megtétele után átjutnak az analizáló résen (d_2) és a felfogó lemezre (f) esnek, amely galvanométeren keresztül van földelve, tehát a rájuto ionáram közvetlenül mérhető.



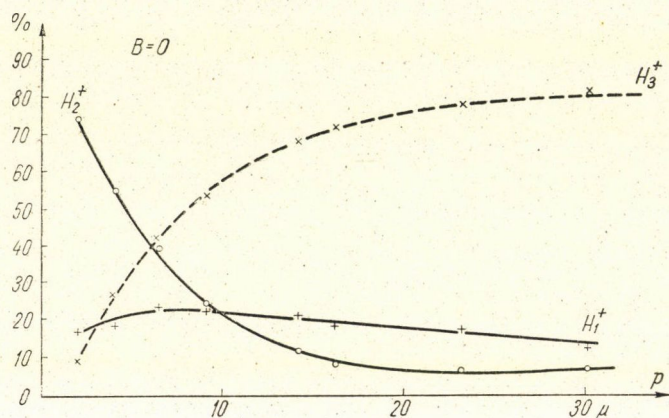
4. ábra. A mágneses analizálóval felvett spektrum

Ezen a szeparálón a mágnes tér változtatásával felvett egyik spektrum látható a 4. ábrán. Az $1/2 H^+$ jelzésű csúcs félenergiájú protonoktól származik, amelyek a gyorsítás után levegőmolekulába ütközött H_2^+ molekulaionok disszociációjakor keletkeztek. A csúcsok lapos teteje arra mutat, hogy a megfelelő leképzés eredményeképpen az ionsugár keskenyebb, mint az analizáló rés. Így a csúcsok magassága a kérdéses ionfajta által szolgáltatott részárammal közvetlenül arányos.

A mérési eredmények

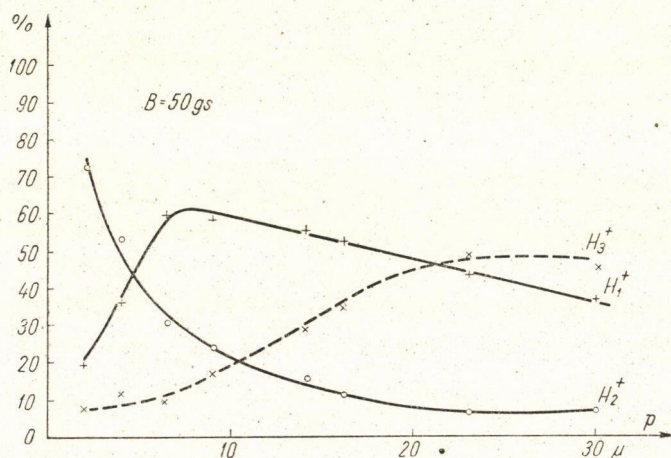
Amikor a gerjesztő mágnes tér a gázkisülésben kialakuló viszonyokat nem befolyásolta, a mérések eredménye a várakozásnak megfelelő volt. Gerjesztő mágnes tér nélkül felvett görbékét láthatunk az 5. ábrán. Itt az egyes ionfajták százalékos arányának változása van feltüntetve a nyomás függvényében. Jól megfigyelhető, hogy a molekulaionok száma csökken a nyomás növelésekor és a kritikus $8\text{--}10 \mu$ nyomás felett közel állandó. A H_2^+ ionok csökkenésével párhuzamosan a háromatomos ionok száma a várakozásnak megfelelően növekszik és tekintélyes értéket ér el. Ugyanakkor a protonok száma kismértékű

növekedésen kívül lényegesebb változást nem mutat. Ha meggondoljuk, hogy a kisebb tömegű ionok nagyobb mozgékonyaságuk következtében könnyebben jutnak ki az ionforrásból, vagyis az ionsugárban nagyobb arányban vannak



5. ábra. Az ionsugár összetételének változása a nyomás függvényében, gerjesztő mágnes tér nélkül létrehozott kisülés esetén

jelen, mint a kisülésben, akkor nyilvánvaló, hogy nagy nyomásokon a kisülésben levő ionok legnagyobb része háromatomos molekulaion.

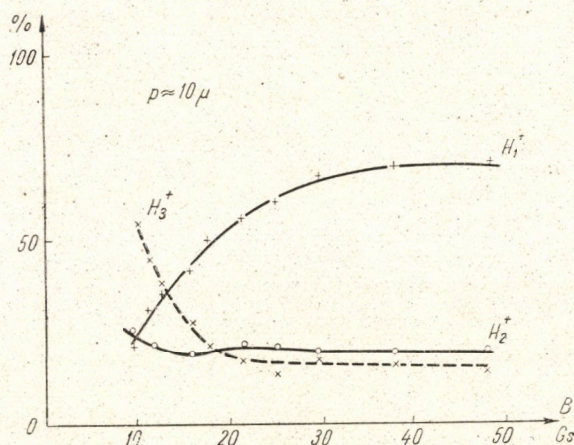


6. ábra. Az ionsugár összetételének változása a nyomás függvényében, gerjesztő mágnes térrel erősített kisülés esetén

Lényegesen eltérő képet kapunk, ha mágnes térrel gerjesztett kisülésnél vizsgáljuk az összetétel változását. Amint az a 6. ábrából kitűnik, a H_2^+ ionok aránya lényegében nem változik meg a mágnes tér nélküli állapothoz képest, de a protonok aránya erősen megnő a háromatomos ionok rovására és 10μ körül maximumot ér el. A mágnes térnek erre a protonnövelő hatására vonat-

kozóan, — amit egyébként *Hall* is megemlíti [4] — kielégítő magyarázatot nem tudunk adni, de bizonyos feltevések tehetők. A kisülés intenzitásának erősödésével ui. számítani lehet a protonarány bizonyos megemelkedésére, hiszen az elektronkoncentráció megnövekszik, így a disszociációból keletkező hidrogénatomok száma is megnő a molekulákhoz viszonyítva. Másrészt az ionoknak felfelé irányuló diffúziója lecsökken a mágnes tér hatására, és ez leginkább a kistömegű protonoknál, legkevésbé pedig a háromatomos ionoknál érvényesül. Ez is oka lehet az atomionoknak a kisülési térben való felgyűlésére.

A 7. ábrán az összetétel változásának a mágnes tértől való függése van feltüntetve, 10μ nyomás mellett. Látható, hogy kb. 30 Gs-ig az összetétel erősen változik, e felett a mágnes térnek további hatása már nincs. Ez a tény azért jelentős, mert így 30 Gs felett az összetétel megváltozása nélkül lehet a kisülés szempontjából legkedvezőbb mágnes teret beállítani.



7. ábra. Az ionsugár összetételének változása a gerjesztő mágnes tér függvényében 10μ nyomáson

Az összetételre vonatkozó vizsgálatokból tehát megállapítható, hogy mágnes tér nélkül a protonok száma elég kicsi, a két és a háromatomos molekula-ionok viszonya pedig nagy mértékben változik a nyomással. Kis nyomáson a kétatomos, nagyobb nyomásokon pedig a háromatomos ionok vannak többségben. Az összetételnek ilyen változása összhangban van az elméleti megfontolásokkal. Lényegesen eltérő képet kapunk, ha a kisülés intenzitásának növelésére mágnes teret hozunk létre a kisülési csőben. Ennek hatására a protonarány nagymértékben megnő a háromatomos ionok rovására. A mágnes térnek ilyen összetétel változtató hatása kb. 30 Gs-ig észlelhető.

Az ionsugár energiaspektruma

Az ionsugár energiaspektrumának ismerete elsősorban a további fókuszálás szempontjából fontos. Az energia szórás nagysága a fókuszálás tökéletességét befolyásolja, az energia átlagértékének ismerete pedig a fókuszáló elektródák potenciáljának meghatározásához szükséges. Ezen túlmenően az ionforrás alkalmazásának lehetősége is nagymértékben függ az energiaspektrum alakjától.

A RF ionforrás szondás kiszívással dolgozik. A kisülés plazmája közelében elhelyezett negatív elektróda szondaként viselkedik [3] és alkalmazható rá a Langmuir-féle szondaelmélet. Kialakul körülötte egy ún. sötét réteg, amelybe a plazmából a taszító hatás következtében elektronok nem juthatnak. Az elektróda áramát a réteg plazma felőli határfelületén átdiffundáló ionok száma határozza meg. Az áramsűrűség a plazmában levő ionkoncentrációval arányos és független az elektróda feszültségétől, ha az nagyobb néhány V-nál. A szondapotenciállal csak a felület nagysága változik, így az áram is ezzel lesz arányos. A kisülési csőbe nyúló, a katódhoz képest pozitív elektródára stacioner állapotban ugyanakkora áramnak kell jutni, mint a katódra. Az elektronok nagy mozgékonyasága miatt azonban még a plazmával azonos szondapotenciál esetén is nagyságrendekkel nagyobb az elektronáram, ezért ennek az elektródának is negatívnak kell lennie a plazmához képest. A feszültségkülönbség csak néhány V, hogy a rájutó elektronok száma épp a kívánt mértékben múlja felül az ionokét. A plazma tehát lényegében a pozitív elektróda potenciálját veszi fel, kisebb eltérés lehetséges a kisülési cső elszűkülései miatt, ahol némi feszültségesés jöhet létre. A feszültségesés legnagyobb része azonban a plazma és a katód közötti sötét rétegre jut.

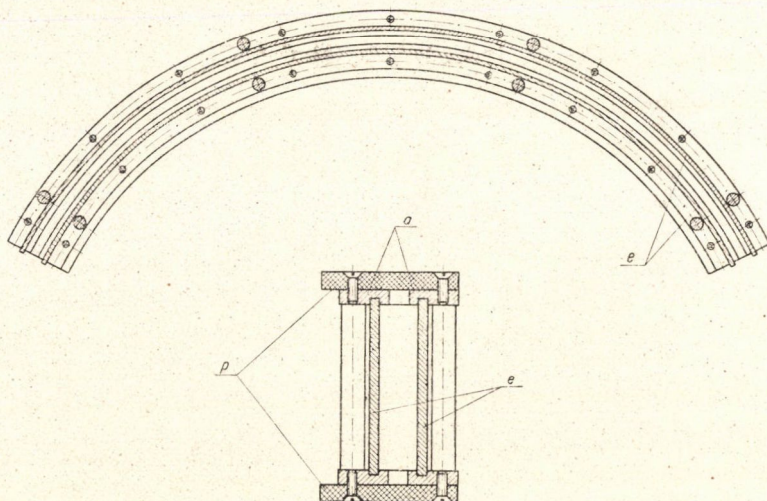
Az ionsugárban levő ionok elsősorban a plazmából indulnak ki. Mivel a plazma belsejében feszültségesés a töltéshordozók nagy koncentrációja miatt nincs, és a nagytömegű tehetetlen ionok a RF térből sem vehetnek fel energiát, ezek az ionok monoenergetikusak, energiájuk a plazma potenciáljának (közelítően a pozitív elektróda potenciáljának) felel meg. Ettől eltérő energiája azoknak az ionoknak lehet, amelyek nem a plazmából indulnak ki, hanem a sötétrétegben keletkeznek. A sötétrétegben vagy úgy jönnek létre ionok, hogy a katódból ionbombázás okozta szekunder emisszió során kilépő elektronok ionizálják a semleges atomokat, illetve molekulákat, vagy pedig a plazmából kilépő ionok semleges részecskébe ütköznek és töltésüket átadva, egy nagysebességű semleges részecske és egy kinetikus energia nélküli ion keletkezik. Mindkét folyamat valószínűsége 1 % körül van, számottevő energiaszórás tehát az összes ionoknak csak néhány százalékánál várható.

A bevezetésben már említés történt arról, hogy egyedül Thoneman vizsgálta meg a rádiófrekvenciás ionforrás energiaspektrumát. Mérései — az említett hiányosságok mellett — csak az energiaszórásra vonatkoztak és lényegé-

ben a fenti megfontolásokkal összhangban voltak. Az ionok legnagyobb részénél az energiaszórás 40–50 V volt, ennél nagyobb szórással csak egy csekély töredék rendelkezett. Az alábbiakban ismertetendő mérések üzemi körülmények között működő ionforrás ionsugarának teljes energiaspektrumára vonatkoznak, vagyis nemcsak az energiaszórásra, hanem az energia abszolút értékének meghatározására is kiterjednek.

A kísérleti berendezés

Az energiaspektrum felvétele elektromos eltérítővel történt. Fő része, a 127° -os körív alakú eltérítő lemezpár, a 8. ábrán látható. Az elektródák 2 mm vastag sárgaréz lemezből készültek (*e*), amelyet kétoldaltól acélpántok szorítanak össze (*a*). A szükséges távolságot plexi lemezek (*p*) tartják. Az egész rendszer egy ugyancsak ívalakú zárt csőbe tolható, ahol elő lehet állítani a

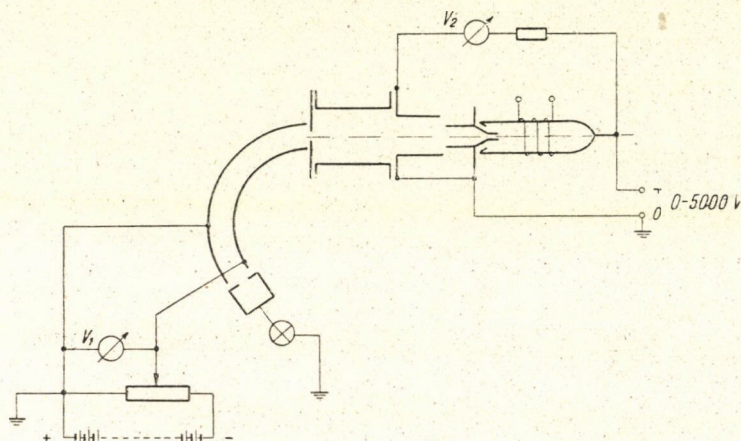


8. ábra. Elektromos energia-mérő. *e* eltérítő lemezpár, *a* acélpántok, *p* plexi-lemezek

szükséges vákuumot. Az eltérítő lemezek kezdeténél és végénél egy-egy 1 mm széles réssel ellátott diafragma van. A rések helyzete meghatározza azt a körpályát, ahol az analizálandó nyaláb végigfut. Sugara 163,7 mm, így az 1 mm-es réssel kb. 0,6%-os felbontóképesség érhető el. A geometriai méretekből meghatározható a készülék állandója, vagyis az, hogy az analizáló résen átjutó részecskék energiája, hányszor nagyobb a lemezekre kapcsolt feszültségnél. A számítások, majd a későbbi ellenőrző mérések szerint az állandó értéke: $A = 10,04$. Átütési veszélye nélkül a lemezekre kb. 4 kV-os feszültség adható, az eltérítő tehát maximálisan kb. 40 keV energiájú részecskék analizálására alkalmas.

Mérési eredmények

A mérőkör kapcsolását a 9. ábra mutatja. Az ionforrásból való kilépés után az ionokra további gyorsítótér nem hatott, így az analizálónál a sugár energiaspektruma megegyezett azzal, amivel az ionforrásból kilépett. Az eltérített nyaláb áthaladt az analizáló résen, majd egy Faraday-dobozba jutott, amelyhez elektrométer csatlakozott. V_1 voltmérő a lemezre adott, V_2 pedig a kisülési csövön levő feszültséget mérte.

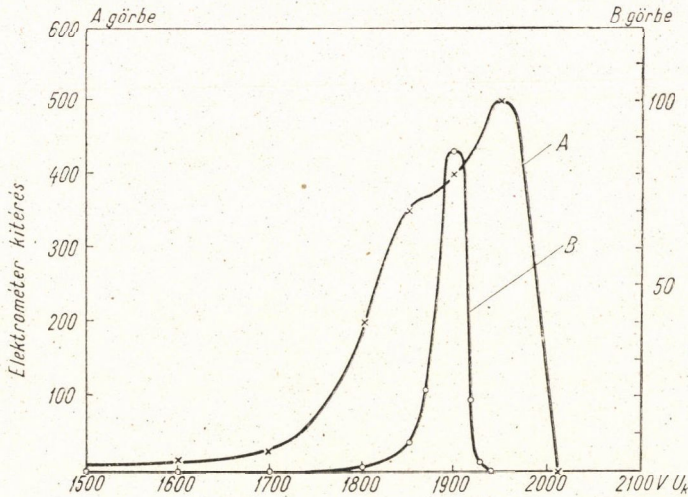


9. ábra. Az energiamérés kapcsolási rajza

Az első mérési eredmények a 10. ábrán vannak feltüntetve. Mindkét görbe 2000 V kiszívó feszültség mellett mutatja az energiaspektrumot, de egyiknél a kisülési csövön áthaladó áram $I_1 = 3$ mA (*A* görbe), a másiknál 0,25 mA (*B* görbe) volt. Az ionok energiája — mint látható — jó közelítéssel a pozitív elektróda potenciáljának felel meg, de a szórás, főleg nagy áramerősségeknél erősen megnő és eléri a 2–300 V-t is. Ez a nagy energiaszórás nem magyarázható meg a kisüléssel kapcsolatos eddig megismert jelenségekkel.

Legkézenfekvőbb feltevés az energiaszórás felléptére az volt, hogy a pozitív szonda potenciáljának valamiféle váltóáram komponense van. Ennek okát elsősorban a nagyfeszültség tökéletlen szűrésében lehetett keresni és valóban sikerült kimutatni 50–60 V-os hálózati ingadozást, amit igen erőteljes szűréssel, (0,5 μ F-os kondenzátorból és 3000 Hy-os folyótékercsből álló szűrőlánc segítségével) lehetett csak megszüntetni. Ezzel természetesen az ionsugár energiaszórása kisebb lett, de értéke továbbra is 200 V körül maradt. A 11. ábra görbéi 4 mA, illetve 0,5 mA áram mellett mutatják az energiaspektrumot, (*A*, illetve *B* görbe) az említett szűrőlánc segítségével létrehozott, gyakorlatilag teljesen síma egyenfeszültségű táplálás esetén.

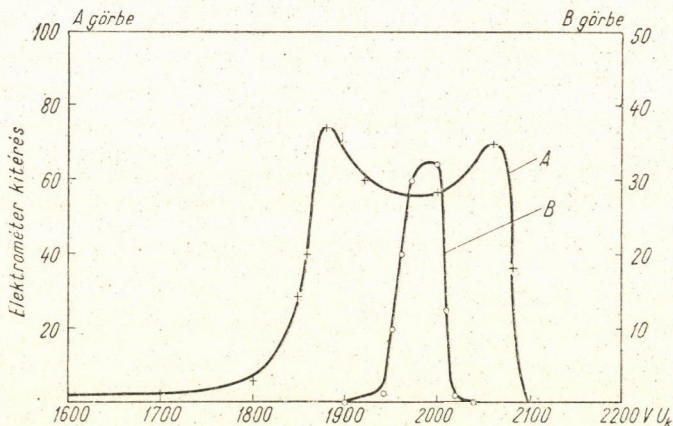
A kiszívófeszültség oszcilloszkópos vizsgálata mutatta meg, hogy a kisülési csőre jutó feszültség még tökéletes szűrés esetén sem állandó. Megfigyelhető ui., hogy a szondán szabálytalan időközökben 2—300 V-os impulzusok



10. ábra. Energiaspektrum 2000 V kiszívófeszültségnél.

A görbe: $I_1 = 3$ mA iváram. B görbe: $I_1 = 0,25$ mA iváram

jelennek meg, amelyek éles csúccsal indulnak, majd viszonylag széles plátó után tűnnek el. Alakjuk és nagyságuk egymáshoz teljesen hasonló és számuk



11. ábra. Energiaspektrum 2000 V szűrt egyenfeszültség mellett.

A görbe: $I_1 = 4$ mA iváram. B görbe: $I_1 = 0,5$ mA iváram

erősen nő a kisülési csővön átfolyó árammal. Míg 0,5 mA-nél másodpercenként 1—200 impulzus jelenik meg, addig 1 mA felett számuk 1000 körüli értékre nő meg, 4—5 mA-nél pedig különálló impulzusokat meg sem lehet különböztetni. Ezeknek az impulzusoknak az eredete a katódnál keresendő.

Itt ui. — mivel a teljes feszültségesés a katód előtti vékony rétegre van koncentrálva, — könnyen kialakul egy önálló kisülés, amit még elősegítenek a katódból ionbombázás következtében kilépő szekunder elektronok is. Ezek az átütések szemmel is megfigyelhetők, a katód felületén bekövetkező apró, pontoszerű felvillanások formájában. Az átütések alkalmával fellépő áramlökések következtében jönnek létre a kisülési cső elé kapcsolt védőellenálláson (ami nélkül az ív teljesen instabil lenne,) az említett 2—300 V-os impulzus alakú feszültségesések.

• Ezek után érthető az energiaszórás fellépte és annak áramfüggése is. Kis ivárammal kevés átütés, kevés impulzus van, a kiszívó feszültség tehát többnyire állandó és a rövid ideig tartó feszültségcsökkenések nem befolyásolják lényegesen az energiaeloszlást. Nagy iváramnál azonban az átütések száma annyira megnő, hogy egy adott időtartam nagy hányadában lesz a kiszívó feszültség 2—300 V-al alacsonyabb értéken és az ilyenkor csökkent energiával kilépő ionok a teljes ionáram tekintélyes részét tehetik ki.

Az energiaspektrumra vonatkozó vizsgálatok tehát azt az eredményt szolgáltatják, hogy az ionok energiája a várákozásnak megfelelően jó közelítéssel a pozitív elektróda potenciáljának felel meg, az energiaszórás azonban — főleg nagy áramerősségeknél — sokkal nagyobb mint a szondás elméletből következne. A nagy energiaszórás fő okát a katódnál bekövetkező átütésekben kell keresni, amelyek hatására a pozitív elektróda feszültsége nagy mértékben változik.

Befejezésül köszönetet mondok *Simonyi Károly* professzor úrnak, aki irányításával és értékes tanácsaival nagy mértékben segítette munkámat, és *Kertész Károly* műszerésznek, aki a sokszor igen kényes mechanikai munkákat nagy gondnal és szakértelemmel végezte el.

IRODALOM

- [1] *Thoneman*: Nature, 158, 61, 1946.
- [2] *Thoneman*: Proc. Roy. Soc. 61, 483, 1948.
- [3] *Reifenschweiler*: Ann. d. Phys., 14, 33, 1954.
- [4] *Hall*: Rev. Sci. Instr. 19, 905, 1948.
- [5] *Rutherglan—Cole*: Nature 16, 545, 1947.
- [6] *Moak—Reese—Good*: Nucleonics, 9, 3, 1951.
- [7] *Pasztor—Roósz—Sieglerné—Várkonyi*: KFKI Közl. 2, 395, 1954.
- [8] *Smith*: J. Chem. Phys. 11, 110, 1943.

HÁRTYÁK ÁTERESZTŐ KÉPESSÉGÉNEK MEGVÁLTOZÁSA ULTRAHANG HATÁSÁRA*

TAMÁS GYULA és TARNÓCZY TAMÁS**

Orvosi Fizikai Intézet Budapest — Kísérleti Fizikai Intézet Budapest

A szerzők kísérleteket végeztek hárták áteresztőképességének ultrahanggal történő befolyásolásával. A kísérletekhez celofán hártát használtak, amelyen keresztül nátriumoxalát diffúzióját figyelték meg különféle körülmények között.

A vizsgálatok célja az ultrahang hatásának komponenseire bontása és az egyes komponensek jelentőségének, illetve a hatás előidézésében vállalt szerepének tisztázása. A teljes ultrahang hatás megvizsgálása után a kaválás, a hőtermelés és az intenzitás hatását igyekeztünk különválasztani. Ezen kísérletek során megállapítottuk: 1. hogy az ultrahang kaváló hatása a teljes ultrahang hatás kis hányadát teszi ki. 2. Hogy az ultrahang hőhatását kísérleteink során kikapcsoltuk, és 3. hogy az intenzitás csak 0, 7 W/cm² fölött befolyásolja lineárisan a jelenséget.

Az ultrahang áteresztőképességnövelő hatását vizsgálataink szerint kisebb mértékben a sugárnyomással összefüggő fizikai jelenségcsoport, nagyobb mértékben pedig az ultrahang kavitáció okozza.

Áttekintés

Az élő szervezetben a sejtfalakon keresztül történő diffúzió fontos életfolyamat, amelyet a tapasztalat szerint az ultrahang befolyásol. Többek között ez is egyik oka az ultrahangok terápiás fölhasználásának. Az ultrahangok biológiai hatásmechanizmusának egyik központi kérdése, hogy hogyan befolyásolja a diffúziós folyamatot.

Az említett diffúziós folyamat kétféleképpen befolyásolható: a diffundáló anyag és az áteresztő hártá fizikai tulajdonságainak megváltoztatásával. Az ultrahang hatása a legnagyobb valószínűség szerint az utóbbi módon jelentkezik. Nagyobb intenzitás alkalmazásakor irreverzibilis, kisebb intenzitás esetén reverzibilis változást hoz létre a hártán, miáltal az áteresztőképesség megnövekszik. Erre vonatkozólag azonban nem egységes az egyes szerzők álláspontja.

Az első irodalmi adat *Frenzel*, *Hinsberg* és *Schultes* [1] 1935-ből származó munkája. Az említett szerzők a hatás tiszta vizsgálhatósága érdekében modellkísérletet végeztek. Pergament hártával választottak el két hengeres

* Érkezett 1955. IV. 16.

** A kísérletekben *Illényi András* volt a szerzők segítségével.

edényt, amelyek egyikében víz, másikában káliumoxalát telített oldata volt. A különféle körülmények között átdiffundált káliumoxalát mennyiséget káliumpermanganáttal titrálták. Ultrahang tér hatására a kontrollhoz képest a diffúzió irányától és egyéb tényezőktől függően 35% és 69% közötti diffúziós sebességnövekedést tapasztaltak.

Az első kísérlet óta többen foglalkoztak a kérdéssel. Bár a diffúzió megnövekedését az esetek nagy részében mások is tapasztalták, vita indult meg az irodalomban arról, hogy a hatás mennyiben specifikusan az ultrahang hatása és mennyiben helyettesíthető más egyszerűbb hatásokkal. Az ultrahang kísérletekben természetesen ez utóbbi velejáró hatásokat is az ultrahang kelti. Ilyen egyszerűbb hatások volnának a globális hőhatás és a keverő hatás. A fizikai vizsgálatok kiértékelésekor tehát nem az a vita tárgya, hogy van-e az ultrahangnak hatása a hártályakon át történő diffúzióra, hanem, hogy van-e ennek a hatásnak olyan komponense, amely csak az ultrahang besugárzásra következik be.

Ez a kérdés nemcsak az ultrahang biológiai hatásmechanizmusának megismerése szempontjából fontos, hanem a gyakorlati gyógyászat szempontjából is. Fontos megoldandó feladat a gyógyszereknek bőrön keresztül a testbe történő bejuttatása. Ez szintén remélhető ultrahang segítségével. Az irodalom egy része erre a kérdésre vonatkozik [2–8], amelyre a szerzők külön kifejezést (az ultrahang beűző hatása) használnak. A kísérletek sok ellentmondó eredményt hoztak, de fizikai szempontból nem döntők, mert a körülmények rosszul definiálhatók és a pontos megismerhetőség ki van zárva. *E. Fischer* mutatott rá egy legutóbb megjelent dolgozatában [9], hogy az ultrahang permeabilitásváltoztató hatásának kérdését in vivo kísérletekkel nem lehet eldönteni, mert az amúgy is bonyolult hatáskomplexum további, a szervezetek reakciójától függő tényezőkkel tetéződik. Így pl. nem tudhatjuk meg, hogy mennyiben köszönhető az UH beűző hatásának és mennyiben pl. a vérkeringésre vagy az idegrendszerre gyakorolt hatásának a kérdéses anyag szervezetbe juttatása.

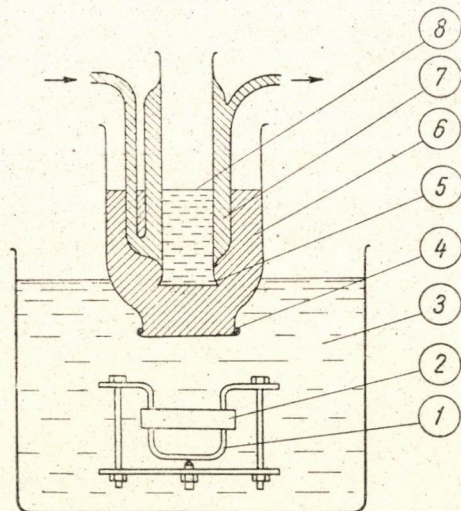
A szerzők másik része továbbélő állati hártályokkal (békabőr), növényi sejtfalakkal (hagyma) és mesterséges anyagokkal (pergament) végzett ellenőrző kísérletet. *Baumgartl* [10–11] megerősítette *Frenzel* és munkatársai pozitív eredményeit, *Hagen*, *Rust* és *Lebowski* [12] azt állapította meg, hogy nem élő biológiai hártályokon egyáltalán nem okoz áteresztőképesség-változást az ultrahang, viszont *Feindt* és *Rust* [13] hagymahártályán keresztül meghatározott plazmolizis növekedést tapasztalt ultrahang hatására. A viszonyok pontosabb tisztázása *Wuttge* [14] és *Lehmann* és *Becker* [15–16] érdeme. *Wuttge* az áteresztőképesség megváltozást úgy vizsgálta, hogy az elektrolitba helyezett hártály két oldalán elektrodákat alkalmazott és ezek között ion-áramot létesített. A hártály áteresztőképességének megváltozása az áramváltozással volt mérhető. *Wuttge* kísérleteiből arra a következtetésre jutott, hogy az ultrahang

nem specifikus hatásmechanizmusa révén, hanem csak közvetve, főként keverő hatása útján változtatja meg a hárták áteresztőképességét. Hasonló elvet vall *Lehmann* és *Schmitz* [17] is. Az előbbi szerző egy újabb összefoglaló dolgozatában [18] így összesíti véleményét: „A keverő hatás csökkenti a diffúziós réteg vastagságát és növeli a koncentráció gradiensét az elválasztó felületen. Ezért az ionok áthaladása meggyorsul.”

Az egymásnak ellentmondó világirodalmi eredmények és tisztázatlan kérdések indították arra a szerzőket, hogy a tárgyban kísérleti vizsgálatokat végezzenek. A kísérletek célja az első *Frenzel* és munkatársai által végzett kísérletek megismétlése, az egyes hatáskomponensek lehető legtisztább szétválasztásával és a közben eltelt 20 év eredményeinek és megfontolásainak a kísérletek során történő felhasználásával. A szerzők tehát nem a vitás kérdés teljes eldöntésére vállalkoztak, hanem egyes fontos részletkérdéseknek az eddigiek-nél pontosabb tanulmányozására. A közölt kísérleti eredményeknek a hatásmechanizmus szempontjából történő értelmezésével egy másik dolgozatban foglalkozunk (21).

Saját kísérleti technikánk

Saját kísérleteinket *Frenzel* és munkatársai berendezéséhez hasonló berendezéssel végeztük. Vázlatos rajza az 1. ábrán látható. Egy nagyobb



1. ábra. A kísérleti berendezés vázlatos rajza. 1 levegőharang a kvarckristály alatt, 2 kvarckristály, 3 olajfürdő, 4 kettős celofánréteg, 5 diffúziós celofánréteg, 6 telített nátriumoxalát oldat, 7 hűtővíz, 8 desztillált víz

üvegedénybe egy kisebb, hűtőköpenyes hengeres edény nyúlik. A belső edény alsó peremét celofán hártával kötöttük le. Ez volt a diffúziós hártá.

A külső edény alsó peremét szintén celofán hártával zártuk le, de hogy ezen keresztül a diffúziót megakadályozzuk, azt a régebben kifejlesztett módszer [19] használtuk, hogy kettős celofánréteg közé olajréteget kentünk. A kettős üveghenger olajfürdőbe merült, amelyben az adó kvarckristály főlegesen fölfelé sugározta az ultrahang energiát. A desztillált vizet és a telített nátriumoxalát oldatot a külső, illetve a belső edénybe öntöttük, vigyázva arra, hogy a felső szintek azonosak legyenek. Állandó telítettségről oxalátfölösleggel gondoskodtunk. Természetesen ilyen módon a hőmérsékletváltozás hatására a koncentráció is megváltozott. Ezért a két edény közötti hűtőköpenyben állandó hőmérséklet tartása céljából vizet áramoltattunk át. Az oldat és az oldószer (víz) helyét fölcserélve az alulról fölfelé és a felülről lefelé történő diffúziót vizsgálhattuk. A felülről lefelé irányuló diffúzió vizsgálatakor az oxalát fölösleget eleinte a celofán hártára helyeztük, azonban közben rájöttünk, hogy így a diffúziósebesség megnövekszik, mert az áthaladott oxalát molekulák azonnal pótlódhatnak. Ezért később a fölös oxalátot vászonzacskóban lógattuk az oldatba. Mind az oxalát oldatból, mind a desztillált vízből $50-50\text{ cm}^3$ -t töltöttünk be a kísérletek alkalmával. A diffúziós felület a kísérletek egy részében 7 cm^2 , más részében 10 cm^2 volt.

Az alkalmazott ultrahang frekvenciája 830 kHz volt, ami megegyezett a régebbi szerzők nagy részének kísérleti frekvenciájával. Az intenzitást $0,4-2,3\text{ W/cm}^2$ között, a besugárzási időt pedig 15 perc és 6 óra között változtattuk. Az intenzitást egy korábbi dolgozatban [20] közölt, általunk kifejlesztett ultrahang mérleggel mértük. A diffúziós hártának a kvarckristálytól mért távolsága állandóan 8 cm volt, ami, tekintetbevéve az alsó kettős celofánréteg gátló hatását is, elhanyagolhatóvá teszi a kristály közelében tapasztalható egyirányú energiaáram, az ún. kvarcszél hatását.

A kiértékelést $1/10$ normál káliumpermanganátos titrálással végeztük. A titrálás hibája a mérés egyéb hibáihoz képest elhanyagolható volt. Eredmény gyanánt mindig a vízbe átdiffundált oxalát mennyiség tömegét adjuk meg milligrammban.

Általában minden ultrahang besugárzás előtt és után ugyanazzal a celofánnal kontrollkísérletet végeztünk, hogy az esetleges irreverzibilis hatásról meggyőződjünk. Mivel azonban ilyen hatást nem tapasztaltunk, ugyanazt a celofánhártyát tovább is használtuk és csak ha tönkrement, cseréltük át másikkra. Ezt azért találtuk így helyesnek, mert még ugyanazon ívből kivágott celofándarabok áteresztőképessége között is elég nagy szórás mutatkozott.

Eredmények

I. A kísérleti szórás vizsgálata. A megismételt kísérletek eredményei az egész pontosan nem definiálható kísérleti körülmények miatt elég nagy szórást mutatnak. A szórás egyik okát már említettük: a felhasznált

celofándarabok a gyártási egyenetlenségek következtében különböző vastagságúak. Ezenkívül felerősítéskor különbözőképpen feszítettük meg az egyes darabokat. Az ultrahang intenzitása a stabilizált hálózati feszültség ellenére is némileg ingadozott. Az üvegedényeket csak bizonyos pontossággal helyezhettük el a kvarc kristály fölött mindig ugyanazon a helyen. Végül a hőmérsékletet is csak körülbelül $\pm 2^\circ\text{C}$ pontossággal tudtuk tartani, lévén a hűtővízünk vízvezetéki víz. Mindezeket figyelembe véve, kiküszöbölhetetlen mérési hibák miatt nem várhatunk nagy pontosságot. Néhány többször megismételt mérés szórási adatait az 1. táblázatban tüntettük fel. A kontrolvizsgálatoknál tapasztalt 10%-os és a besugárzások alkalmával elért 20%-os legnagyobb szórás a várakozásnak megfelelő és a biológiai mérések szokásos pontossági követelményeit kielégítő volt. A négyzetes eltérések természetesen a szélső szórási értékeknél lényegesen kisebbek.

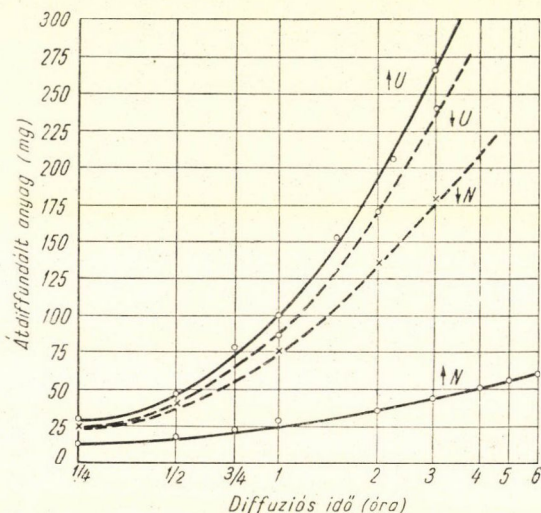
I. TÁBLÁZAT

Megismételt mérések szórási képe (Diffúziós irány alulról fölfelé)

Vizsgált idő (óra)	1/4	1/2	3/4	1	2
Kontroll mérés (milligramm)	11 12,7 12 13,3 12 13 11,8 13,2	16 18,7 17 18,2 19,2 17 17,5 17	18 20,6 19,3 21 19,7 21,3 21,1 20,9	28 24,6 28 28 28,2 25 28 28	34,2 35,1 34,7 33,5
Középérték	12,4	17,6	20,2	27,2	34,4
Szórás	$\pm 1,1$	$\pm 1,6$	$\pm 2,2$	$\pm 2,6$	$\pm 0,9$
Négyzetes eltérés	$\pm 0,76$	$\pm 0,99$	$\pm 1,07$	$\pm 1,4$	$\pm 0,59$
UH besugárzással (milligramm)	26,7 25,6 28,7 28,7 27 33,2 34,3 29,7	43,6 45,6 52,7 52,7 46,3 45,4 48,4 51,2	74,2 78 80,8 76	120 89 91 105 93	
Középérték	29,2	48,2	77,2	99,6	
Szórás	$\pm 5,1$	$\pm 4,6$	$\pm 3,6$	$\pm 20,4$	
Négyzetes eltérés	$\pm 2,89$	$\pm 3,33$	$\pm 2,45$	$\pm 11,6$	

II. A teljes ultrahang hatás vizsgálata. A kétféle irányú normális és ultrahang sugárzással befolyásolt diffúzió mértékét az idő függvényében a 2. ábrán közöljük. Ebben a kísérletsorozatban a hőmérsékletet a hűtőköpeny segítségével $16-20^\circ\text{C}$ között tartottuk, egyébként a diffúzió

lefolyását nem zavartuk. Az ultrahang hőhatása tehát nagyban nem jutott érvényre, legfeljebb helyi hőmérsékletemelkedés keletkezhetett pl. a hártya felületén. Ez azonban már specifikus ultrahang hatás, ami másféleképpen nehezen utánozható. A 2. ábra kísérleti görbéi érdekes különbséget mutatnak a felülről lefelé és az alulról fölfelé irányuló normális diffúzió között. Ennek két oka lehet. Részben a nehézségi erő, részben az, hogy alulról fölfelé irányuló diffúzió alkalmával a diffúziós rétegvastagság gyorsabban és határo-



2. ábra. A teljes ultrahang hatás összehasonlítása a normális diffúzióval. Az átdiffundált anyagmennyiség az idő függvényében. A nyilak a diffúzió irányát jelentik, a betűk a normális, (N) illetve az ultrahanggal meggyorsított (U) diffúzióra utalnak. A bejelölt mérési adatok 4–8 mérés középértékei (lásd I. táblázat)

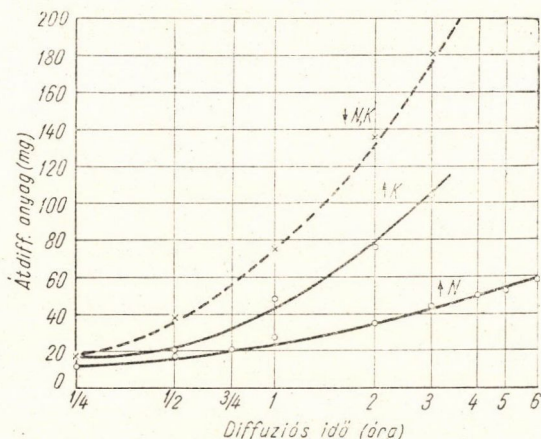
zottabban növekszik. Az átdiffundált molekulák helyén mind kisebb koncentrációjú réteg marad vissza, amit a többieknek még át kell futni, hogy a hártyához jussanak. Ugyanez felülről lefelé nem áll fenn, mert az átjutott molekulák helyére mások süllyednek le és így nem alakul ki kisebb koncentrációjú réteg.

Erre vonatkozólag ellenőrző vizsgálatok gyanánt oldalirányú diffúziót is mértünk. Az eredmények a fenti elképzelést kvalitatíve alátámasztják, de a viszonyok pontos tisztázása csak további kísérletek után lehetséges. Ilyen kísérletek folyamatban vannak.

III. A kavató hatás vizsgálata. A fentiek igazolására kísérleteinket úgy végeztük, hogy az oxalát oldaton légbuborékot áramoltattunk keresztül, ami a kisebb koncentrációjú rétegek kialakulását megakadályozta. Az eredményt a 3. ábrán mutatjuk be. A kaválás a lefelé irányuló diffúziót nem befolyásolta, a fölfelé irányulót azonban nagymértékben megemelte. Különösen nagy ez az emelkedés a hosszabb idejű diffúzióknál, ami valóban a kisebb koncentrációjú rétegek eltüntetésére mutat. A keverés nélküli diffúzió

már 3 óra után enyhén telítődés jelleget árul el, míg a keveréssel végzett kísérletek görbéje meredeken emelkedik.

Egy másik fajta ellenőrző kísérletsorozatban a felülről lefelé irányuló diffúzió alkalmával alul állóvíz helyett áramló vizet alkalmaztunk. A mérés ezúttal a felső oldat koncentráció csökkenésén keresztül történt. Ebben a kísérletben a várakozásnak megfelelően nem tapasztaltunk a hibahatárokon kívül eső változást a diffúzió sebességében.



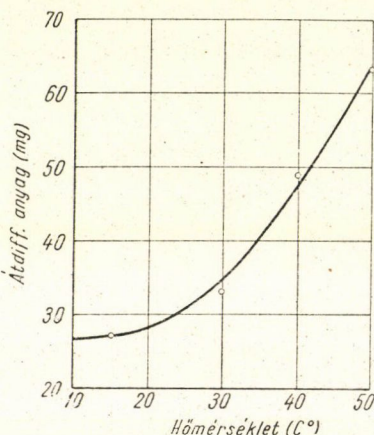
3. ábra. A keverő hatás összehasonlító görbéi. Az átdiffundált anyagmennyiség az idő függvényében. A nyílak a diffúzió irányát jelentik, a betűk a normális (N), illetve kaválás módszerrel (K) elért diffúzióra utalnak. A középső görbe a keverés hatására meggyorsult alulról fölfelé történő diffúzió görbéje. A felülről lefelé irányuló diffúzió a keverés hatására nem változott meg. A bejelölt mérési adatok 4–8 mérés középértékei. A két szélső görbe azonos a 2. ábra megfelelő görbéivel

A keverő kísérletek eredménye, hogy az ultrahang hatásának egy része valóban helyettesíthető keveréssel, ez azonban a teljes hatásnak elég kis hányada. Elég nagy különbség marad még ezután is egyrészt az ultrahangos és a normális diffúziós görbék, másrészt a normális fölfelé és lefelé irányuló diffúzió görbéi között.

IV. A hőhatás vizsgálata. A hőmérsékletnek a diffúzió sebesség megváltoztatására gyakorolt hatása közismert. A 4. ábrán 15°C és 50°C között láthatjuk a diffúzió növekedését. Az adatok 1 órás alulról felfelé történő normális diffúzió eredményei. Az állandó hőmérsékletet termosztáttal biztosítottuk. A kísérletek eredményeivel kapcsolatban két megjegyzést kell tenni. Az egyik az, hogy a diffúzió az anyagok hőmérsékletével aránylag lassan növekszik és nehezen képzelhető el, hogy az ultrahang hatására a hártya a környezetéhez képest olyan nagy hőmérsékletemelkedésre tegyen szert, hogy az egész hatás megmagyarázható legyen vele. A másik megjegyzésünk, hogy a nagyobb hőmérsékleten természetesen nagyobb a telített oldat koncentrá-

ciója és így tulajdonképpen nem a hártya áteresztőképessége nő meg, hanem a nagyobb koncentrációkülönbség okozza a nagyobb diffúziót.

Ez utóbbi, számunkra nem érdekes effektus kikerülésére a hőkísérleteket másodszor úgy végeztük el, hogy közvetlenül a hártya közelében alulról vagy felülről tekercs alakú izószálat fűtöttünk és ezzel sugárzó hőt adtunk át a hártyának. Ugyanakkor a hűtőköpenyben áramlatot víz hűtéssel gondoskodtunk arról, hogy az oldatok hőmérséklete ne emelkedjék föl. Bár ebben az



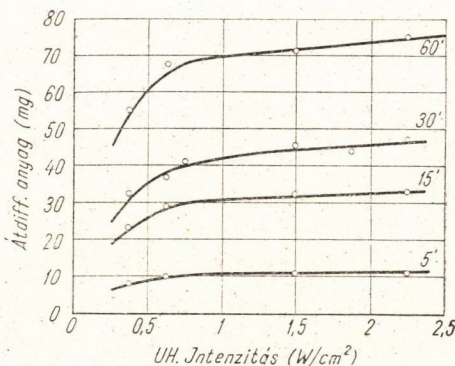
4. ábra. A hőmérséklet hatása a normális diffúzióra. Az átdiffundált anyagmennyiség a hőmérséklet függvényében. A bejelölt mérési adatok 3 mérés középértékei

ellenőrző vizsgálatban nem lehetett a sugárzó hő szempontjából teljesen tiszta viszonyokat teremteni, az alulról fölfelé irányuló normális diffúzió és az így kapott diffúzió közötti különbség a hibahatárt alig lépte túl (10%-os növekedés). Viszont az ultrahang besugárzással kapott diffúzió eredménye négyszeres volt éppúgy, mint a II. kísérletsorozatban. A hőhatást tehát az ultrahang áteresztőképességet megváltoztató hatásának komponensei közül ki kell zárunk.

V. Az intenzitás okozta hatás vizsgálata. A továbbiak során még azt kívántuk megvizsgálni, hogy az ultrahang intenzitásának milyen a befolyása az áteresztőképesség megváltoztatására. Ezt a tényezőt hagyták eddig a szerzők leginkább figyelmen kívül. Eredményeinket az 5. ábrán foglaltuk össze. Generátorunk intenzitását $0,4 \text{ W/cm}^2$ -től $2,3 \text{ W/cm}^2$ között tudtuk változtatni és azt tapasztaltuk, hogy a hatás az intenzitás növelésével eleinte rohamosan növekedett, $0,7 \text{ W/cm}^2$ -től viszont már alig változott. Az 5. ábrán az idő a paraméter. A jelenséget 5 perc és 60 perc besugárzási idő között vizsgáltuk és mindig ugyanolyan görbelefutást kaptunk. Ezeknél a kísérleteknél a diffúziós felület kisebb volt, mint az I—III. kísérletsorozatban.

Ezt a kísérletünket tekintjük legdöntőbbnek az ultrahang által okozott áteresztőképességváltozás hatásmechanizmusának megismerése irányában. Ha

a hatást az ultrahang egyenáramú nyomása, az ún. sugárnyomás okozná, az intenzitással lineárisan változó hatást kellene kapnunk. Ez a linearitás vizsgálataink és az 5. ábra tanúsága szerint nem áll fenn, illetve csak $0,7 \text{ W/cm}^2$ fölött jelentkezik. Elég nagy valószínűséggel állíthatjuk tehát, hogy az ultrahang egyirányú nyomása az áteresztőképesség megváltoztatásában kisebb szerepet játszik, mint az ultrahang valamelyik másik fizikai sajátsága, valószínűleg a kavitáció [21].



5. ábra. Az ultrahang intenzitás hatása a diffúzió változására. Az átdiffundált anyagmennyiség az intenzitás függvényében. Paraméter az idő. A görbék mellé írt számok a besugárzási időt jelentik percben. A bejelölt mérési adatok 3 mérés középértékei

VI. Kísérletek más hártýákkal. Ellenőrzésképpen a celofánon kívül más hártýákat is kipróbáltunk áteresztőképesség megváltozása szempontjából. Pergament hártýán valamivel kisebb diffúziót kaptunk, de ultrahang hatására a diffúzió szintén megnövekedett. Egy órára vonatkozó adatok: alulról fölfelé normális diffúzió 11,5 mg, ultrahang hatására 20 mg.

Továbbélő békabőrön is végeztünk néhány kísérletet. A lenyúzott békabőrt ringer-oldatban tartottuk, ahonnan a kísérlet előtt vettük ki. Összesen 6 mérést végeztünk, amelyek főként tájékoztatásul szolgáltak. Az 1 órára vonatkozó adatok: alulról fölfelé normális diffúzió 17,5 mg, ultrahang hatására 31 mg.

Mindkét kísérlet azt mutatja, hogy a celofán hártýán mutatkozó nagy effektus, ami nyilván a hártýa vékonyságának tulajdonítható, szerencsés körülmény a folyamatok mechanizmusának tisztázása szempontjából. A kísérleti hibák százalékos azonossága mellett lényegesen nehezebb volna a hatások szétválasztása az utóbb megvizsgált kisebb effektusoknál. Celofánnal eddig részletes vizsgálatokat nem végeztek és részben ennek tulajdonítjuk az irodalom ingadozó magatartását az effektus létezését illetően.

IRODALOM

- [1] *H. Frenzel, K. Hinsberg, H. Schultes*, Zs. ges. exp. Med. 96, 811 (1935).
- [2] *G. Holland, H. Schultes*, Zs. ges. exp. Med. 98, 207 (1936).
- [3] *R. Pohlman, H. Florstedt*, Zs. ges. exp. Med. 107, 212 (1940).
- [4] *J. Lehmann, J. Becker*, Strahlenther. 79, 553 (1949).
- [5] *K. Stuhlfauth, K. H. Wuttge*, Klin. Wochenschr. 27, 662 (1949).
- [6] *K. Stuhlfauth, K. H. Wuttge*, Klinische Wochenschr. 28, 71 (1950).
- [7] *H. H. Rust, E. Drubba*, Ärztl. Wochenschr. 7, 59 (1950).
- [8] *H. Gaier, H. Jantsch*, Wien Klin. Wochenschr. 64, 520 (1952).
- [9] *E. Fischer*, Amer. J. of Phys. Med. 33, 3 (1954).
- [10] *F. Baumgartl*, Ärztl. Forsch. 3, 525 (1949).
- [11] *F. Baumgartl*, Ärztl. Wochenschr. 6, H. 42 (1952).
- [12] *C. Hagen, H. H. Rust, F. Lebowsky*, Naturwiss. 38, 5 (1951).
- [13] *W. Feindt, H. H. Rust*, Arch. f. Phys. Ther. 4, 235 (1952).
- [14] *K. H. Wuttge*, US. in Med. 1, 142 (1949).
- [15] *J. Lehmann, G. Becker, W. Jaenicke*, Strahlenther. 83, 311 (1950).
- [16] *J. Lehmann, G. Becker*, Strahlenther. 84, 306 (1951).
- [17] *W. Schmitz*, Strahlenther. 83, 654 (1950).
- [18] *J. Lehmann*, J. Acoust. Soc. Am. 25, 17 (1953).
- [19] *Tarnóczy T., Joó I.*, Kísérletes Orvostudomány, 3, 132 (1951).
Acta Physiologica, Hung. 3, 211 (1952).
- [20] *Tarnóczy Tamás*, Magyar Fizikai Folyóirat 2, 159 (1954).
- [21] *Tarnóczy Tamás*, Magyar Fizikai Folyóirat (s. a.)

A LABORATÓRIUMBÓL

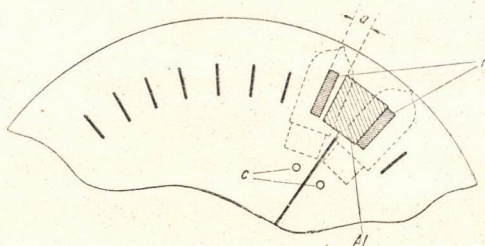
LABORATÓRIUMI FESZÜLTSEGSZABÁLYOZÓ*

VOSZKA RUDOLF

Orvosi Fizikai Intézet, Budapest

Egy diszkontinuusan működő feszültség szabályozót írunk le, amelyet kristálynövesztési vizsgálatainkban [1, 2] különböző hőmérsékleteken működő elektromos kályhák hőmérsékletszabályozásával kapcsolatban sikerrel alkalmaztunk. A hőmérsékletszabályozás szempontjait kristálynövesztési vizsgálatokban, valamint a közvetlen és közvetett hőmérsékletszabályozás előnyeit és hátrányait egy előzetes beszámolóban [3] már röviden értékeltük, így jelenleg csupán a készülék leírására szorítkozunk.

Működési elv. A kályha fűtőszálára eső feszültséget egy műszer jelzi. A kívánt feszültség esetén a műszer mutatója, amelyre alumínium foliát erősítünk, a műszer számlapján kivágott két rés között van. (1. ábra.) A rések mögött 1—1 fotocella áll, amelyeket a réseken át izzólámpával megvilágítunk. Ha változik a tápláló feszültség, az alumínium lemez elzárja valamelyik cellára eső fényt, a fotocella erősítőn és jelfogón át egy motort kapcsol be, amely a fűtőszállal sorbakötött tolóellenállás csuszkaát addig tolja el, amíg a műszerre ismét a kívánt feszültség nem esik.

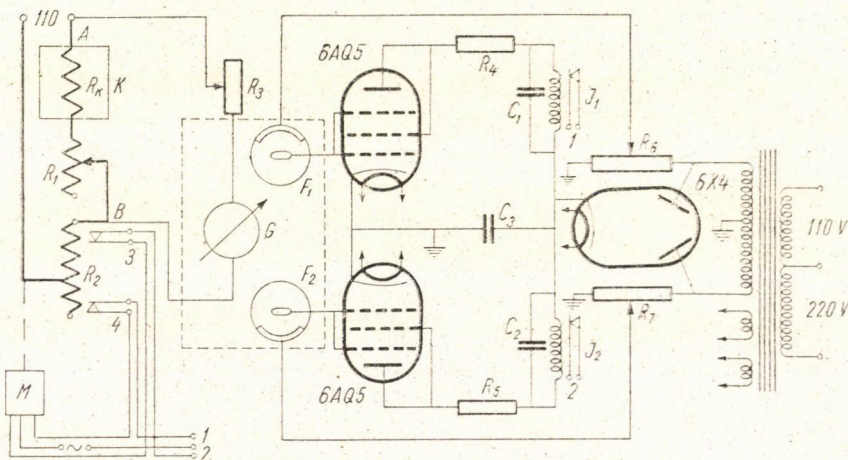


1. ábra. A feszültségmérő műszer számlapja a mögötte elhelyezett fotocellákkal
Al, kb. 1×1 cm²-es alumínium folia,
r kb. 0, 2×1 cm²-es rések,
a a réstávolság és a foliaszélesség közötti különbség kb. 2 mm,
c ütközők

Részletes leírás. A berendezés összeállítását a 2. ábra szemlélteti. A K kályha R_k ellenállásból és a vele sorbakötött R_1 és R_2 változtatható ellenállásokból zárt áramkört létesítünk. Az R_1 ellenállás a fűtőáram változtatására és

* Érkezett 1955. IV. 5.

ezzel a kályha hőmérsékletének beállítására szolgál, az R_2 pedig a szabályozó ellenállás. Az A és B pontok közötti feszültséget a G műszer jelzi, amelynek R_3 előtétellenállását úgy állítjuk be, hogy a műszer mutatója a kívánt feszültségnél közel végkitérésben a számlapon levő két rés, illetőleg a két fotocella (F_1 és F_2) közé essék. Ha a hálózati feszültség változik, pl. csökken, a műszer mutatója elzárja az egyik cellára, pl. az F_1 -re eső fényt. Ezzel megszűnik a cellán át az elektroncső rácsára eső negatív feszültség, amely a csövet lezárta és az anódáram az R_4 ellenállás által beállított értékre emelkedik. Ekkor a J_1 jelfogó meghúz és bekapcsolja az M motort, amely az R_2 ellenállás tolokáját eltolja — az ellenállást csökkentve — mindaddig, míg a műszer mutatója ismét a két rés közé nem kerül. Hasonló a működés feszültségnövekedés esetén is. A motort a J_1 jelfogó jobbforgásra, a J_2 pedig balforgásra kapcsolja. A 3-as és 4-es kapcsoló az R_2 ellenállás végeihez van felszerelve és biztonsági kapcsolóként működik. Az ellenállás tolokája ugyanis szélső helyzetekben e kapcsolóknál a motor áramkört megszakítja. Az ellenállás tolokáját a motor megfelelő áttétel segítségével tolja el. Az R_6 és R_7 potencióméterek a fotocellafeszültségek beállítására szolgálnak. Az R_2 szabályozó ellenállás értékét a várható maximális feszültségingadozásoknak megfelelően kell megválasztanunk. Tartós üzemeltetés esetén kollektoros motor helyett indukciós motort használtunk



2. ábra. A feszültségszabályozó kapcsolási vázlata

A készülék működésénél nem közömbös az R_2 ellenállás tolokájának eltolási sebessége. Ettől függ ugyanis az, hogy milyen sebességgel mozog szabályozáskor a műszer mutatója. Ha a műszer mutatója olyan nagy sebességgel mozog, hogy nem áll meg a két rés között, hanem tehetetlensége folytán tovább lendül, akkor az egyik, majd a másik rést takarja el és csillapítatlan lengések jönnek létre, a berendezés „begerjed”. Ezt elkerülhetjük, ha

a berendezést úgy méretezzük, hogy

$$v_t < \frac{2\pi a}{TE\rho i_{\max}},$$

ahol v_t a tolóka eltolási sebessége (cm/sec)

a az 1. ábrán jelölt távolság (cm)

T a műszer mutatójának teljes lengésideje (sec)

E a műszer feszültségérzékenysége skálarész/volt helyett cm/volt-ban mérve

i_{\max} a maximális áramerősség, amely a várható feszültségingadozás következtében felléphet. (Amper)

ρ a szabályozó tolóellenállás egy cm hossza eső meneteinek ellenállása (ohm/cm).

Ez az elméleti megfontolásokból nyert összefüggés jó egyezésben van a mérési eredményekkel.

Készülékünkben a következő adatok szerepeltek: $a=0,2$ cm, $T=1$ sec, $E=0,3$ cm/volt, $i_{\max}=6$ amper, $\rho=0,5$ ohm/cm. Ezekből adódó érték az egyenlőtlenség jobboldalára 1,4 cm/sec, az alkalmazott v_t sebesség pedig 0,12 cm/sec volt.

Berendezésünkkel elértük, hogy 50—380 voltos határok között tetszőleges feszültséget $\pm 1\%$ pontossággal állandó értéken tudtunk tartani. Ez a feszültségváltozás a kályha hőtehetetlensége miatt lényegesen kisebb hőmérsékletváltozást hozott létre. A feszültség diszkontinuus szabályozásából eredő hőmérsékletingadozások 40—50 cm magas, kb. 30 cm átmérőjű. 200°C-on dolgozó kályha esetében a század C°-os ingadozásokat sem érték el. Az észlelhető hőmérsékletváltozás a feszültség emelkedő, vagy csökkenő tendenciájával és a szoba-hőmérséklet változásával volt kapcsolatban. Utóbbit a szoba hőszigetelésének javításával csökkentettük és így igen lassú, 0,1—0,2 C°/óra hőmérsékletváltozásnál kisebbeket mértünk.

A szabályozó transzformátoros kivitelben (variac) is elkészíthető, ami gazdaságosabb. Ebben az esetben a motor a variac keféjét mozgatja el, a kefe eltolási sebességét a fentieknek megfelelően kell megválasztani.

Tarján Imre professzornak tanácsaiért és munkám iránt tanúsított érdeklődéséért ezúton is köszönetet mondok.

IRODALOM

- [1] Tarján—Turchányi: Alkali-halogenid kristályfoszforok előállítása szcintillációs számlálók céljaira. MFF 2, 493, 1954
- [2] Tarján—Ujhelyi: Antracén egykristály előállítása. MFF 3, 364, 1955.
- [3] Tarján—Voszka: Megjegyzések elektromos kályhák hőmérsékletszabályozásához. MFF 3, 411, 1955.

MOZGÓFÉNYKÉP KÉSZÍTÉSE MIKROSKÓPON KERESZTÜL*

FÁTHY FERENC

Építőipari Műszaki Egyetem Fizikai Intézete

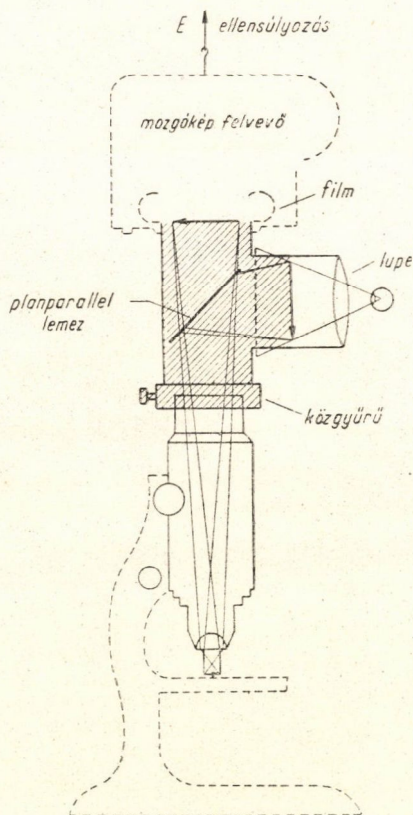
Intézetünkben szükségessé vált, hogy mikroszkóp alatti kristálynövekedésekről készítsünk mozgófényképfelvételeket. Rendelkezésre állott egy közönséges és egy binokuláris mikroszkóp, ez utóbbi fáziskontraszt berendezéssel.

A feladat abban állt, hogy a gyorsan változó kristálynövekedési képekből azokat a mozzanatokat vegyük fel, amelyek bizonyos értelmezéseket jól szemléltetnek.

Az optikai gyárak már régebben szállítottak „Makam” vagy más néven segéd-
eszközt ilyen célra, de csak állóképek felvételére. Mozgóképfelvévő gépnek a mikroszkóphoz való csatolására alkalmas berendezésről nem tudunk, bár valószínű, hogy jelenleg ilyeneket az ipar szolgáltat. A feladatot saját terveink szerint oldottuk meg és a berendezést az intézeti műhely készítette el.

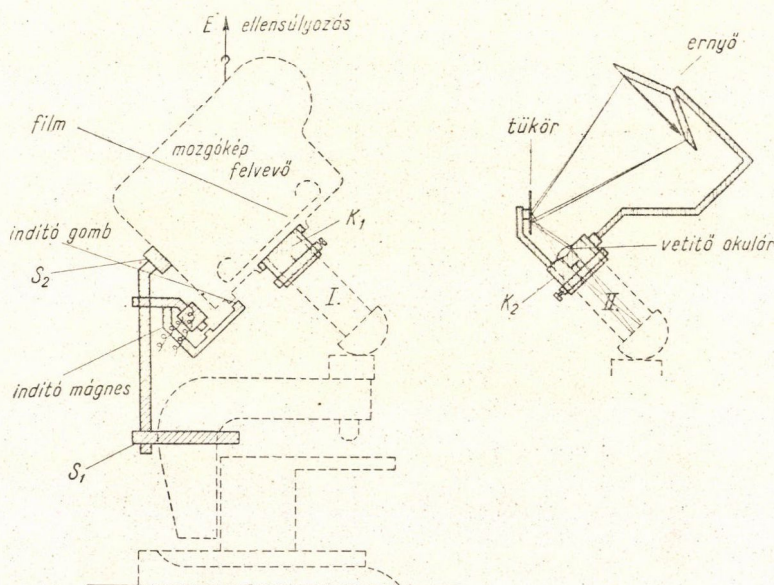
A mozgóképfelvévő objektívjét eltávolítottuk és a gépet egy közgyűrű segítségével (1. ábra) a mikroszkóphoz erősítettük, úgyhogy a filmszalag a mikroszkóp tubusának végétől meghatározott távolságban szaladt végig. A mikroszkóp tubusát az emelőszerkezettel úgy emeltük, hogy a mikroszkóp objektívje által adott reális kép a filmszalagra essék. Az objektívek cserélése ezen a módszeren nem változtat semmit. A mozgóképfelvévő gépet a mikroszkóp karjára erősítettük és egyidejűleg a gép súlyát egy csigán átvetett zsinóron át egyensúllyal kiegyenlítettük, hogy a mikroszkóp rendes és mikrométeres emelését ne terhelje. A mozgóképfelvévő így együtt mozog a mikroszkóppal.

* Érkezett 1955. IV. 11.



1. ábra. A mozgóképfelvévő hozzáillesztése monokuláris mikroszkóphoz. A sraffozott részek az új konstrukciók

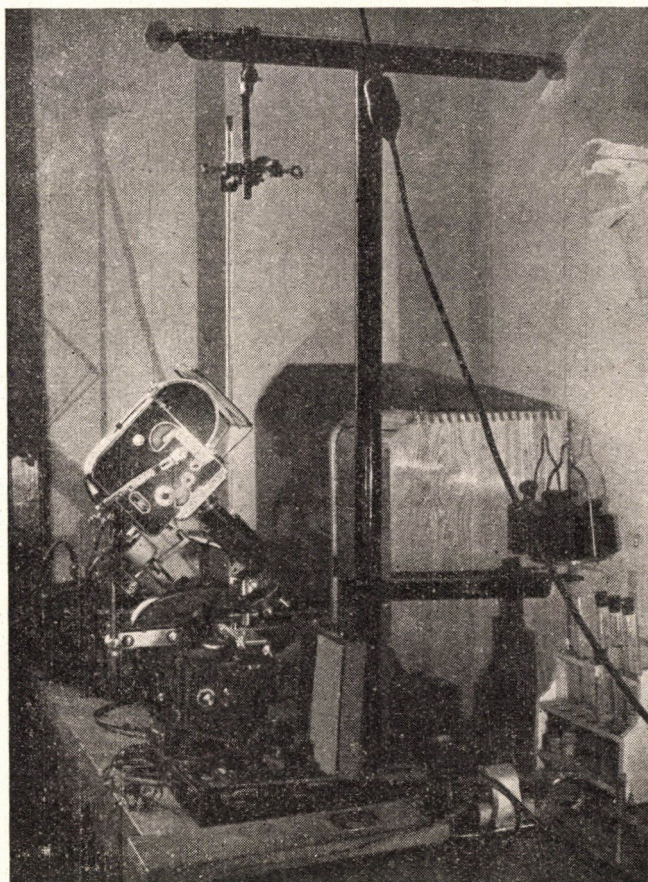
A feladat most az volt, hogy valami módon lássuk a filmre vetített képet és annak élességét be tudjuk állítani — felvétel közben is — és ami a legfőbb, hogy a mikroszkóp alatt lejátszódó folyamatból a kellő részt vigyük a filmre. Azt a kérdést, hogy a filmen levő képet felvétel közben is állandóan láthassuk, a következő módon oldottuk meg: Egy régi ipari megoldás volt a „Makam“ nevű segédberendezésben az, hogy egy, a mikroszkóp tubusa és a felvevőgép közé iktatott csőben, a tubus tengelyéhez 45° -os szöggel elforgatható tükör volt elhelyezve, amivel a képet oldalra lehetett vetíteni és ott egy okulárral megfigyelni. Mi egy ilyen közbeiktatott tubust szerkesztettünk, de a tükör helyett planparallel üveglemezt alkalmaztunk a tengelyhez képest 45° -os szögben rögzítve. Ez a planparallel lemez a ráeső fénynek körülbelül 5% -át oldalra veti és a megfelelő távolságban elhelyezett okulárban a képet látjuk. A reális képet homályos üvegre is vetíthetjük. Ugyanakkor az üveglemezen átmenő fény a filmre esik, illetve a film helyére elhelyezhető homályos üvegre és ott reális képet ad, amit a homályos üvegen élesen beállíthatunk. Ha most a film helyén és az oldalt elhelyezett homályos



2. ábra. A mozgóképfelvévő hozzáillesztése binokuláris mikroszkóphoz.
A sraffozott részek az új konstrukciók

üvegen a két kép egyszerre éles, akkor azok a felvétel alatt is állandóan egyidejűleg maradnak élesek. A fényerő a két kép között alkalmasan oszlik meg, mert a fényképezéshez kell a több fény, ez körülbelül 95% , míg az oldalra reflektált 5% elég a kép szubjektív megfigyelésére. A tárgy megfelelő része a mozgatható tárgyasztal segítségével hozható a látómezőbe.

A mozgóképfelvevő elindítása úgy történik, hogy a gép indítógombját egy, a gépre szerelt, elektromágnessel hozzuk működésbe (2. ábra). Az elektromágnesset lábpédállal kapcsoljuk. A kontaktus megszüntetésekor a gép megáll. Ezzel az eljárással tehát alig néhány másodpercig tartó folyamatok is már kellő begyakorlás után felvehetők. Az eljárás igen takarékos, mert csak a fontos mozzanatok alatt tartjuk a gépet bekapcsolva. A felvevőnek azonban



3. ábra. A binokuláris mikroszkóphoz szerelt mozgóképfelvevő az elektromágneses indítóval és ellensúllyal, a vetítő ernyő, a fénymérő és a lábpédál

jól be kell gyakorolnia azt, hogy a változó folyamatokat jól ismerje és hogy a tárgyasztalt kellő ügyességgel kezelje.

A másik megoldás, amit alkalmaztunk, egy binokuláris mikroszkóp esetében, a következő: A mozgóképfelvevőt a két okulárcső egyikére (I.) szereltük fel egy közgyűrű segítségével (2. ábra K₁). Előzőleg az okulárcső

végére helyezett homályos üvegen a kép élességét beállítottuk. A kép élesreállítás után a felvevőgépet megfelelő segédcsavarokkal (S_1 és S_2) a mikroszkóp tartójához erősítettük, és a gép súlyát a csigán át ellensúllyal kiegyenlítettük. Így a mozgóképfelvevő együtt mozog a mikroszkóppal és a súlya mégsem terheli a mikroszkóp csavarjait.

A filmre vetített képnek a megfigyelése a másik (II.) okulárcső segítségével történt. Mivel a két okulártubus egymáshoz oly közel van, hogy a fejünk a felvevőgép mellett nem fér el, ezért a képet ernyőre vetítettük. Egy segédgyűrű (K_2) segítségével a mikroszkóp okulárját annyira kihúztuk, hogy az okulár a képről körülbelül 15–20 cm távolságban nagyított, reális képet adott. Hogy ezt a képet ülő helyzetben jól megfigyelhessük, egy tükör vagy derékszögű totálreflektáló prizma segítségével a fénysugarakat az okulártubus irányára merőleges helyzetbe fordítottuk át (2. ábra). Az okulártubusra könnyű fémtartók segítségével egy 10×10 cm átmérőjű fehér ernyőt szereltünk, amin a kép jól látható. Az ernyőn a mikroszkóp egész látómezeje megjelenik, ami igen célszerű, mert az egész mezőt áttekinthetjük és abból a kellő részt hozzhatjuk a filmre. Azt, hogy mely rész esik a filmre, az ernyőre előzetes kísérletekkel berajzolt keret segítségével állapíthatjuk meg. A film keretének az ernyőre való berajzolása egy állókép segítségével és homályos üveg alkalmazásával történt. A binokuláris mikroszkópnál vázolt eljárásnál a felvétel sötét szobában történik, mert csak így tudjuk az ernyőn a képet jól megfigyelni. A mozgófényképfelvevő indítása és leállítása itt is az említett elektromágnes segítségével történt.

A fényerő beállítását a vetített kép helyére helyezett fotoelem segítségével végeztük.

Az egész berendezés igen jól működik, kényelmes és alig különbözik a rendes mikroszkopizálástól. A berendezés vázlatát a 2. ábrán tüntetjük fel. A 3. ábra a teljes berendezés fotografikus képét adja. A szükséges segédberendezéseket *Kertész Alajos* intézeti mechanikus állította elő nagy odaadással.

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

A GRAFITRÉSZECSKÉK OKOZTA INTERSTELLÁRIS FÉNYPOLARIZÁCIÓRÓL*

E. SCHATZMAN

Vázlatosan ismertetjük az ipari célokra előállított koromrészecskék tulajdonságait és az ipari szénak grafitosodását. Lehetségesnek látszik, hogy ehhez többé-kevésbé hasonló módon keletkezik korom az interstelláris térben, az interstelláris ködök felületének közelében levő, a forró csillagok által besugárzott konvektív zónában. Először kimutatjuk, hogy a ködök felületének közelében ilyen zóna létezik. Ezután megvizsgáljuk a szénrészecskék hőmérsékletét, a grafitosodás lehetőségeit és annak feltételeit, hogy a részecskék elpárolgás folytán szétbomoljanak; s kiszámítjuk a grafitkrisztallitok méreteit. A krisztallitok pehelyszerű alakja a grafit anizotróp tulajdonságainak következménye.

Kimutatjuk, hogy ha feltesszük, hogy a grafitpelyhek képződése lehetséges, a diamágneses relaxáció (Landau-féle diamagnetizmus) folytán fellépő disszipáció még rendkívül gyöngé térben is képes orientációt előidézni. A mágneses térben orientált kolloidgrait-szuszpenziókkal végzett kísérletekben mért polározóképesség tökéletesen elegendő arra, hogy az interstelláris polarizációt az interstelláris mágneses térben teljesen orientált részecskék csekély hányadával megmagyarázza.

I. Általános rész

1. Bevezetés. Az interstelláris polarizációt a következő körülmények között fedezték fel:

A sugárzás terjedésének elmélete szerint a csillagok széléről érkező fénynek polározottnak kell lennie. A polározottság foka a *B* típusú forró csillagoknál a legnagyobb; itt ugyanis lényeges az elektronokon fellépő szóródás szerepe. E polarizációt csak abban az esetben lehet megfigyelni, ha a csillag egyik széle — legalábbis ideiglenesen — el van fedve. Ez csak kettős csillagoknál következhet be.

A kettős csillagok poláros fényének kimutatására végzett kísérletek során *Hall* és *Hiltner* egyidejűleg egy jóval nagyobb, állandó polarizációt fedeztek fel. Jelenleg több száz csillag fényének polározottsága van már megmérve [1].

Az eredmények a következőképpen összegezhetők:

* 1954. szeptember 8-án a Műszaki és Természettudományi Egyesületek Szövetsége rendezésében elhangzott előadás, melyben az előadó, a párizsi Antrofizikai Intézetben, *R. Cayrill*-el közösen végzett egyik munkáját ismertette. Jelen cikk az eredeti francia nyelvű előadás kéziratának fordítása.

Ha a polározás síkjának definíciószerűen az elektromos térerősség vektorának rezgési síkját nevezzük :

Úgy a polározás síkja közelítőleg a galaxis síkja ; kivétel ez alól a $(35^\circ - 60^\circ)$ galaktikai hosszúságnál) a Cygnusban, amely a lokális galaktika-ág iránya és a $(345^\circ - 355^\circ)$ galaktikus hosszúságnál) a Scutum csillagkép irányában van. A 215° és 245° hosszúság között nincsenek megfigyelések.

A polározás foka függ a távolságtól.

Ha I_l és I_r a polározás síkjával párhuzamosan és az arra merőlegesen mért intenzitások, úgy a polározás foka :

$$p = \frac{I_l - I_r}{I_l + I_r} . \quad (1)$$

A p polározás maximuma a tapasztalat szerint az E színexcessussal arányos:

$$p \leq 0,18E. \quad (2)$$

Ha felhasználjuk a színexcessus és az Apg fotografikus abszorpció közötti összefüggést, az adódik, hogy

$$p \leq 0,020Apg \quad (3)$$

polarizáció sokkal lassabban változik a hullámhosszal, mint az interstelláris abszorpció, ezért feltehetjük, hogy

(1) a polarizáció és a színexcessus összefüggése azt mutatja, hogy interstelláris részecskékből álló felhő képes polarizációt előidézni, s ez — kedvező körülmények között — eléri a (2) egyenlőtlenségben megadott felső határt. Az a tény, hogy a polarizáció foka gyakran sokkal kisebb és helyről-helyre változó, kétféleképpen magyarázható: vagy úgy, hogy a polarizációs mechanizmus hatásossága változik helyről-helyre, vagy úgy, hogy a polarizáció síkja egyik porfelhőtől a másikig megváltozik s így a megfigyelt polarizáció szabálytalan irányú polarizációs vektorok összeadódásából ered.

(2) A rezgési síkok közelítően párhuzamos voltából arra következtethetünk, hogy a polarizáció általában nem egyes csillagokban jön létre, vagy valamilyen más kis térrészekben, hanem kb. 200 parsec átmérőjű térrészben egyenlő irányú polarizáció keletkezik. A Cygnus és Sagittarius irányában valószínűleg több ilyen felhő együttes hatása érvényesül, amint arra már fentebb utaltunk.

Újabb megfigyelések, amelyeket Liège-ben, 1954 júliusában tettek közzé, azt mutatják, hogy olyan helyeken, ahol szálas szerkezetű ködök vannak, mint például a Plejádokban, lokális polarizáció észlelhető. A polarizáció síkja ugyanis pontosan merőleges a szálak irányára.

A polarizáció különböző lehetséges okainak rövid diszkussziója azt mutatja, hogy csak a por okozta polarizáció jöhet számításba. Szükséges, hogy e porrészecskék valamilyen mechanizmus folytán orientáltak legyenek. A fényt csak aszimmetrikus porrészecskék polározhatják. Alakjuknak, speci-

fikus tulajdonságaiknak, előfordulási gyakoriságuknak olyannak kell lenniök, hogy azokkal megfigyelt optikai tulajdonságaikat: a polarizáció fokát és a hullámhosszal való változását megmagyarázhassuk.

Az orientáció *Davies* és *Greenstein* által elképzelt mechanizmusa [2] tű-vagy pehelyszerű részecskéket teljesen orientálhat.

Egy porrészecske a beleütköző interstelláris gázatomok hatására valamely tengely körül néhány milliós fordulatszámú gyors forgásba jön. *Davies* és *Greenstein* elmélete szerint mágneses tér jelenléte esetén a paramágneses relaxáció következtében energiadisszipáció lép fel. E disszipáció hatására a részecske forgástengelye egészen addig lassan ingadozik, míg a forgástengely egybe nem esik a legnagyobb tehetetlenségi főtengellyel, és be nem áll a mágneses tér erővonalainak irányába. Ez a rendkívül ritka interstelláris térben még az előtt bekövetkezik, mielőtt a részecskét egy újabb ütközés valamilyen más irányú forgásba hozná.

E mechanizmussal kapcsolatban több kérdés merül fel:

- (1) milyen a polarizációt okozó részecskék alakja?
- (2) milyenek a részecskék kémiai tulajdonságai?

A polarizációt csak disszimmetrikus részecskék okozhatják.

Gondoltak arra, hogy azok jég- vagy fémtűk. Ha a polarizációt és az extinkciót ugyanazon részecskék okozzák, úgy kimutatható — amint azt *Van de Hulst* [3] megtette —, hogy mindazokat a követelményeket, amelyeket a jég- vagy fémrészecskéknél ki kell elégíteniök, nem lehet összeegyeztetni.

Ha kétféle részecske van: polározó és abszorbeáló részecskék, úgy a dielektromos részecskéket ki kell zárunk, minthogy az általuk okozott polarizáció elégtelen. Kisméretű fémrészecskék ($a \ll \lambda$) a disszimmetria követelményét kielégíthetik. Meg kell azonban még állapítani, hogy 1. hogyan képződhetnek fémrészecskék az interstelláris térben és 2. miként jön létre azok hosszúkás és belapult alakja.

Különösnek tűnhetik, hogy grafitrészecskékre gondoltunk. E feltevésre a következő okok vezettek:

- (1) A C^3 molekula az interstelláris térben és az üstökösökben jelen van.
- (2) Több szerző — különösen *Swings* — fel hívta a figyelmet arra, hogy a hideg S típusú csillagok légkörében a koromnak fontos szerepe lehet a sugárzás terjedésében [4].
- (3) Sok munka foglalkozik a grafit alakjának és a grafit-hidrogén reakciónak tanulmányozásával.
- (4) A grafit egytengelyű, erősen disszimmetrikus anyag. A grafitcsíkokkal párhuzamosan az ellenállás $50 \cdot 10^{-6} \text{ Ohm cm}^{-1}$. Erre merőlegesen pedig tízezerszer nagyobb. *A priori* várható, hogy az orientált grafitrészecskék erősen polározzák a fényt.

Az interstelláris grafit problémájával kapcsolatban a következő kérdéseket vetették fel:

1. A grafitrészecskék képződésének körülményei az interstelláris térben.
2. A kialakult grafitrészecskék állapota.
3. A grafitrészecskék orientációja.
4. Mérési eredmények a kolloidális grafit polározóképességről.
5. Alkalmazás az interstelláris polarizáció elméletére.

2. A korom. *W. L. Smith* főleg ipari szempontok alapján írt [5] általános ismertetésében leírja a korom gyártásának módját. Hydrocarbon lángot acélgerendára vezetnek. A korom erre lerakódik, onnan pedig állandóan lekaparják. Az így nyert koromgömböcskék elektronmikroszkóppal mért átmérője 50 és 1500 Å között változik. Különböző célokra az ipar más és más átmérőjű részecskékből álló korom előállítására törekszik.

A röntgendiagram grafitos szerkezetet mutat, azonban a gyűrűk igen diffúzak, ami a jelenlevő mikrokristályok kicsinységére mutat.

Különösen *Ardenne* és *Hoffman* [6] munkája figyelemre méltó a tárgyalat problémával kapcsolatban. *Ardenne* és *Hoffman* a koromrészecskéket röntgensugarakkal és elektronmikroszkóppal tanulmányozták. Az acetilén lángjában képződő korom 14×25 Å méretű krisztallitokból áll, s ezek 500—1000 Å átmérőjű halmazokká egyesülnek. Acetilén robbanásakor viszont egyes 60×200 Å méretű egyes grafitkrisztallitok keletkeznek. Nem látszik lehetetlennek tehát az, hogy az interstelláris térben is grafitrészecskék alakuljanak ki.

A koromrészecskék lángokban történő kialakulásának elmélete még nem nagyon fejlett és az irodalomban található állítások ellentmondóknak látszanak. Ezzel kapcsolatban *G. Porter*, *H. Behrens* munkáira és *Gaydon* és *Wolfhart* kritikájára utalunk [7].

3. A grafitképződés. Elég hosszú ideig tartó hőmérsékleti behatásra a koromrészecskék szerkezete átalakul és a grafitos szerkezet felé fejlődik.

Schaeffer, *Smith* és *Polley* [8] kimutatták, hogy a koromrészecskék 1000 és 2000° közötti hőmérsékletre hevítve gyorsan grafitosodnak és ez az átalakulás gyakorlatilag 10 perc alatt megtörténik. Az átalakulás folyamán a koromrészecskékből hatszögletű egyenes prizmák képződnek. A prizmák átmérője körülbelül magasságuk 1,6-szerese. A röntgendiagramok megmutatták, hogy a grafitosodás folyamán azok a tíz Å körüli átmérőjű grafitkrisztallitok, amelyek már a grafitosodás előtt jelen voltak, megnövekednek.

Általános vizsgálatokat végeztek a különböző grafitosítható és nem grafitosítható szénfajták grafitosodására vonatkozóan. Ha elfogadjuk *R. E. Franklin* [9] eredményét, amely szerint a grafitosodásra alkalmas szén hidrogénben gazdag és laza keresztezett kötéseket tartalmazó anyagokból kiindulva állítják

elő, látjuk, hogy a sok hidrogént tartalmazó interstelláris anyag alkalmas környezet lehet grafitosítható részecskék képződésére.

Megjegyezzük *N. P. Bozhko* [10] eredményeinek fontosságát, aki kimutatta, hogy az antracitból 2000–3000°-on a hamuképző anyagok elpárolognak. Megemlítjük még *Tevler* és *Eltzin* dolgozatát [11], akik a grafitban levő gázok elpárolgását tanulmányozták.

E munkákból azt a következtetést lehet levonni, hogy szennyezett szén hő hatására tiszta grafitá alakulhat át, valószínűleg azért, mert a szennyező anyagok a grafitsíkok mentén elmozdulhatnak.

Rosalind Franklin szerint valószínű, hogy a grafit pelyhek nagy grafit kristallitokból állnak, s ezek alapsíkja ugyanaz, azonban a közös hexagonális tengely körül különbözőképpen orientálódtak. Ez a szerkezet biztosítja a grafitrészecskék igen nagy elektromos és mágneses anizotrópiáját.

II. Folyamatok az interstelláris térben

4. Az interstelláris ködök szerkezete. Itt csak áttekintést adunk a tárgyalat problémáról.

Egy párhuzamos síkokban rétegezten képződött ködöt forró (0 és B spektráltípusú) csillagok sugárzása világítson meg. Ez a sugárzás a ködben abszorbeálódik és hőmérsékleti gradiens alakul ki. Minthogy a ködben feltevésünk szerint gravitációs egyensúly uralkodik, egyszersmind nyomásgradiens is fellép. Ha $2\tau_j$ jelenti a köd optikai vastagságát a látható tartományban, ξ pedig a távoli infravörösbeli és látható tartománybeli abszorpciós koeficiensek viszonya és x_r a grammonkénti abszorpciós koeficiens a látható tartományban, úgy az adódik, hogy a köd felületének közelében

$$\frac{d \log T}{d \log p} = \frac{\sqrt{3}}{16 \pi G} \frac{p}{\tau_j} \bar{x}_r^2 \xi \simeq 10^{-2.87} \frac{T \xi}{l_{\text{parsec}}}.$$

Minthogy az abszorpció viszonylag nagy az infravörösben, a $(d \log T / d \log P)_{\text{rad}}$ hánados az adiabatikus gradiensnél nagyobb lesz.

Nagyon valószínűnek látszik, hogy a gravitációs egyensúlyban levő köd felületi részeiben a közeli csillagok sugárzásának hevítő hatására konvektív zóna alakul ki, még azon réteg előtt, amelyben a hidrogénionizáció miatt a hőmérséklet-inverzió bekövetkezik. Egyébként valószínűnek látszik, hogy bizonyos esetekben e konvektív zóna a köd nagy részére kiterjed.

5. A szénrészecskék hőmérséklete. Az interstelláris por hőmérsékletének problémája a tárgya *Van de Hulst* részletes tanulmányának. [12] *Van de Hulst* eredményei adják szükségképpen az interstelláris térben levő szénpor vizsgálatának alapját. Mégis, a grafitrészecskék elektromos és optikai tulajdonságainak erős anizotrópiája lehetővé teszi a nyert eredmények néhány,

olyan bizonytalanságának tisztázását, amelyek Van de Hulst elméletének egyszerű átültetéséből adódnak.

A grafit figyelemre méltó tulajdonsága, hogy vezetőképessége a hőmérséklettel igen lassan változik [13], lényegesen lassabban, mint a fémes vezetőké. A kicsiny grafitkristályok hőmérséklete tízezer fokos sugárzás hatására a hígítási tényező függvényeként a következőképpen változik:

I. TÁBLÁZAT

Hígítási tényező	Hőmérséklet
$\log W$	
— 14	50
— 10	230
— 6	1000

A forró csillagok közelében levő szénrészecskék hőmérséklete viszonylag magas lehet. Ilyen hőmérsékleten a grafitképződés sebessége már jelentős.

6. A grafitkristályok alakja. A grafit kötési energiája különböző irányokban igen különböző. A hatszögek síkjában a kötési energia

$$W \cong 100-120 \text{ K cal/mol,}$$

az erre merőleges irányban a kötési energia

$$W_c \cong 7 \text{ K cal}$$

-ra becsülhető.

Annak valószínűsége, hogy egy szénmolekula (pl. C^3 vagy C^5) a c tengellyel párhuzamos felületbe ütközve rögzítődjék, sokkal nagyobb, mint az erre merőleges irányban. A kristallitok felületének növekedési sebessége nagyjából a befogódási valószínűséggel fordítva arányos.

A hexagonális felület:

$$S_H = 6a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

A c -tengellyel párhuzamos felület:

$$S_c = 6ah,$$

ahol

$$\frac{h}{a} = \frac{3,5}{1,4} \cong 2,5.$$

Tehát az adódik, hogy

$$\lim \frac{6ah}{6a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}} = \frac{f_H}{f_c},$$

vagy

$$\lim \frac{h}{a} = 2,31 \frac{f_H}{f_c}.$$

Ardenne és Hoffman mérései alapján feltehető, hogy $\lim (h/a) = 1/3$, tehát $f_H/f_c \cong 1/7$. A grafitkristály grafitpehely-alakúvá növekszik.

III. Az interstelláris polarizáció

7. Az orientálódási folyamat. Lehetséges, hogy a Greenstein és Davies által feltételezett, paramágneses relaxáció folytán létrejövő orientációs jelenség a grafit diamágneses relaxációjára átvihető.

Szabad elektrongáz — amint azt *Landau* kimutatta [14] — diamágneses gáz módjára viselkedik. *Krishnan* és *Ganguli* [15] a *Mott* és *Jones* [16] által kidolgozott módszer alkalmazásával kiszámították a grafit anizotrópiájának hatását az elektronokra és értelmezték a grafit diamágnesességét.

Az elektrópályák mágneses térben kvantáltak. Ha az elektronok nem ütköznek egymással, a kvantumszám a tér változása során nem változik (adiabatikus invariancia). A valóságban, ha a tér változik, az elektronok állandóan újra elosznak az energianívókra. Ha a tér változása periodikus és a változás frekvenciája ω , a mágneses tér és az indukció fáziskülönbségének φ szöge

$$\frac{\omega}{2\pi} t_{(ii)}$$

nagyságrendű. Itt $t_{(ii)}$ az elektronütközések közötti átlagos időtartamot jelenti.

Kinchin [13] méréseiből, amelyeket az elektromos vezetőképesség meghatározására végzett, következik, hogy alacsony hőmérsékleten az elektronok közepes szabad úthossza a grafit síkjában a krisztallitok méreteivel egyenlő.

Azonban meg kell jegyeznünk, hogy az elektronok ütközései kristályráccsal lényegesen ritkábbak, a megfelelő szabad úthossz 26°K -nál elérheti a $0,02 \text{ cm}$ -t. Ésszerűnek látszik az a feltevés, hogy ha az elektronok a kristálynak a c -tengellyel párhuzamos szabad felületeivel ütköznek, csak visszaverődnek, anélkül, hogy a termikus gerjesztés hullámaival energiaticserélődés jönne létre. Ilyen feltételek mellett az elektronok végtelen kristályban számított szabad úthosszát fogjuk felhasználni.

Ha $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ a rácsállandókat jelentik, az elektronok maximális sebességére

$$V_{\max} = \frac{h}{m} \left(\frac{3N}{8\pi} \right)^{1/3} (\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3)^{1/6}$$

adódik.

Krishnan és *Ganguli* szerint $\alpha_1, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = (190)^{-3}$. Minthogy egy cm^3 -ben $N = 1,14 \cdot 10^{23}$ elektron van,

$$V_{\max} = 9,6 \cdot 10^6 \text{ cm sec}^{-1}.$$

Tehát

$$t_{(ii)} \cong 10^{-7} l$$

és

$$\text{tg } \varphi \cong 1,6 \cdot 10^{-8} l \omega.$$

Davies és Greenstein elméletében az

$$F_l = \frac{1,6 \cdot 10^{26} \chi'' a^{3/2} e_g^{1/2} B^2}{T n_H}$$

karakterisztikus mennyiség szerepel. A paramágneses indukció

$$\chi'' = 1,6 \cdot 10^{-8} l \omega \times 22 \cdot 10^{-6}$$

értékének felhasználásával az adódik, hogy

$$F_l = \frac{1,76 \cdot 10^6 \cdot B^2}{\sqrt{T n_H}} \cdot \frac{l}{a}.$$

Egy tipikus hidrogén-vidékre (HI-régió) például:

$$a \cong 10^{-5},$$

$$l \cong 5 \cdot 10^{-3}$$

$$F_l = 8,8 \cdot 10^8 B^2.$$

Ha $F_l \cong \frac{2}{3}$, feltehető, hogy az interstelláris mágneses tér minden grafitrészecskét teljesen orientált. Ha egy a mágneses tér erővonalaira merőleges irányt tekintünk, a részecskék úgy fognak orientálódni, hogy a tér irányára merőlegesek legyenek és az elektromos vektor a térrel párhuzamos irányban kisebb lesz. Az interstelláris mágneses tér tehát a tejútrendszer ágainak irányát követi.

8. A grafit által előidézett polarizáció. Amint most kimutatjuk, olyan hullám, amelynek \vec{E} elektromos vektora a grafitsíkok mentén rezeg, sokkal jobban abszorbeálódik, mint a síkokra merőleges elektromos vektorú hullám. Az első esetben gyakorlatilag fémes abszorpcióval, a második esetben dielektrikummal állunk szemben.

A létrejött polarizáció mértéke függ (1) az egyes részecskék belső dikroizmusától és (2) a kialakult orientáció fokától. A munkánkban alkalmazott legközvetlenebb módszer abban áll, hogy a laboratóriumban mesterségesen orientálunk olyan grafitrészecskéket, amelyek az interstelláris porban feltételezett részecskékhez hasonló méretűek és az így nyert közeg optikai sajátságait tanulmányozzuk. Ha olyan orientációt létesítünk, mint amilyen az interstelláris térben várható, a minimumra szorítható a feltevések szerepe az eredmények értelmezésében.

A részecskék orientálására alkalmazott technika a grafit diamágneses anizotrópiáján alapszik. A grafit fajlagos szuszceptibilitása a grafitsíkokkal párhuzamos mágneses térben $-0,5 \cdot 10^{-6}$ cgs, erre merőleges térben pedig $-22 \cdot 10^{-6}$ cgs. Ennek eredménye az, hogy erős mágneses térben a részecske úgy orientálódik, hogy a grafit síkja a mágneses tér irányát tartalmazza. A tér irányára körül még szabadon foroghatnak. Forgó tér alkalmazásával azon-

ban egymással párhuzamossá tehetők. A grafitsíkok ekkor a forgó tér síkjával válnak párhuzamossá. A gyakorlatban ahelyett, hogy a teret forgatnánk, koloidális grafit szuszpenzióját tartalmazó edényt forgatunk erős elektromágnes sarkai között. A szuszpenzióhoz forró zselatint adunk és a mágneses térben forgó tartályt hagyjuk lehűlni, a megszilárduló zselatin rögzíti a részecskéket abban a helyzetben, ahogy a mágneses tér azokat orientálta. Az edény azután kivethető a mágnessarkok közül és tetszés szerint tanulmányozható.

Az edényen áthaladó fénynyaláb polarizációját és extinkcióját fotoelektromos úton megvizsgáltuk. E vizsgálatok eredménye az volt, hogy annak a fénynek, amely a grafitporon áthaladva egy magnitudónyi extinkciót szenved, 45%-a polárizott. Minthogy az interstelláris polarizáció egy magnitudónyi extinkcióra 1–2%-os, eredményünk az, hogy az interstelláris por 2–3%-ának kell a grafitporhoz hasonló pornak lennie, hogy az interstelláris polarizáció észlelt értékét megmagyarázhassuk.

Valóban, ha az extinkció két egymásra merőleges polarizációs irányban $e^{-k_1 l}$ és $e^{-k_2 l}$, a mérések szerint

$$\frac{k_2}{k_1} \simeq 3.$$

9. Csillagászati alkalmazások. *Davies* és *Greenstein* képleteit használjuk fel. Ha σ_A és σ_T jelenti az extinkciós keresztmetszetet egy szferoid alakú részecske szimmetriatengelyével (ez a c -tengely) párhuzamosan, ill. arra merőleges elektromos vektorú fény esetére, és ha grafitrészecskénként $x\sigma$ keresztmetszetű részecske jelenlétét tételezzük fel, úgy

$$\frac{p}{Ap g} = 2,07 F \frac{\sigma_A - \sigma_T}{3\sigma x + 2\sigma_T + \sigma_A - \frac{3}{4} F(\sigma_A - \sigma_T)}.$$

Ha $F = -\frac{2}{3}$ (teljes orientáció),

$$\frac{p}{Ap g} = -0,46 \frac{\sigma_A - \sigma_T}{\sigma x + \frac{\sigma_A + \sigma_T}{2}}.$$

Legyen

$$\sigma x = \frac{\sigma_A + \sigma_T}{2} y,$$

ahol y jelenti az egy grafitrészecskére eső szimmetrikus részecskék számát. A mérésből

$$\frac{\sigma_T - \sigma_A}{\sigma_A} = k \simeq 2$$

adódik. Tehát

$$\frac{p}{Ap g} = 0,46 \frac{k}{(y+1) \left(1 + \frac{k}{2}\right)} \simeq 0,02,$$

innen

$$y = -1 + 23 \frac{k}{1 + \frac{k}{2}} \simeq 22.$$

A megfigyelt polarizáció létrehozására elég néhány százaléknyi grafitpor.

Teljes orientáció kb. $2,5 \cdot 10^{-5}$ gauss erősségű mágneses térben következik be. Ez az eredmény összeegyeztethető azokkal az elméletekkel, amely szerint a mágneses térnek szerepe van a tejútrendszer ágainak stabilitásában és a kozmikus sugarak keletkezésében.

Fordította: Györgyi Géza

IRODALOM

- [1] *Hiltner*: Science. 109, 165, 1949; Ap. J. 109, 471, 1949; Phys. Rev. 78, 170, 1950; *Hall*: Science 109, 166, 1949; *Hall, Mikesell*: A. J. 54, 187, 1949; *Hall, Mikesell*: Pub. U. S. Naval Obs. Vol. 17, Part 1. 1950; *Hiltner*: Ap. J. 114, 241, 1951.
- [2] *Davies, Greenstein*: Ap. J. 114, 206, 1951.
- [3] *Van de Hulst*: Rapport au colloque de Liège (1954).
- [4] *Swings*: Colloque a l'Institut d'Astrophysique de Paris (1953).
- [5] *W. R. Smith*: Carbon Black, paper prepared for the Encyclopedia of Chemical Technology.
- [6] *Ardenne, Hoffman*: Z. Physik, Chem. B. 50, 1—12, 1941.
- [7] *G. Porter*: Carbon fumation in the combustion wave in Fourth Symposium (International) on combustion at M. I. T. Cambridge Baltimore, The Williams and Wilkins Company, 1953. p. 248. *H. Behrens*: Fourth Symposium... p. 543. *Gaydon, Wolfhart*: Flames, their structure, radiation and temperature. Chapman Hall, London p. 178, 1953.
- [8] *Schaeffer, Smith, Polley*: Rapport mimeographic.
- [9] *R. V. Franklin*: Proc. Roy. Soc. A. 209, 196, 1951; Acta Cryst. 4, 283, 1951.
- [10] *N. P. Bozhko*: J. Appl. Chem. USSR. 9, 1038, 1936.
- [11] *Terlver, Eltzin*: J. Techn. Phys. USSR. 3, 1018, 30, 1933.
- [12] *Van de Hulst*: Rech. Ast. Obs. Utrecht. Part 1 Amsterdam 1946.
2 Amsterdam 1949.
- [13] *G. A. Kinchin*: Proc. Roy. Soc. A. 217, 9, 1953; *A. K. Dutta*: Phys. Rev. 90, 187, 1953.
- [14] *Landau*: Z. f. Phys. 64, 629. 1930.
- [15] *Krishnan, Ganguli*: Proc. Roy. Soc. A. 177, 168, 1941.
- [16] *Mott et Jones*: (1936. Chap. VI. § 6. 2.)

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

MOZGÓ RENDSZEREK ELEKTRODINAMIKÁJÁRÓL. I.*

EMIL COHN

Az utóbbi években egész sor kísérlet kétségtelenné tette, hogy a megfigyelt jelenségek függetlenek a Föld mozgásától. Ezeknek a megfigyeléseknek alapján *H. A. Lorentz* új hipotézisek bevezetésével ismét módosította az elektroméletek alapjait. A következőkben megmutatom, hogy e módosítások után az elektrodinamika Lorentz-féle egyenletei kiterjedt testekre egyeznek azokkal az egyenletekkel, melyeket néhány évvel ezelőtt felállítottam.

1. §. Elméletem eddig nem volt teljes mértékben összehasonlítható a *Lorentz*-félével. A két „elmélet” ugyanis teljesen különböző jellegű. Az én elméletem azt írja le néhány egyenlet segítségével, milyen hatással vannak a látható mozgások az elektromágneses jelenségekre kiterjedt testekben. Ezen a téren az elmélet közvetlenül összehasonlítható a tapasztalattal. A megalkotandó molekuláris elmélet számára egyetlen útmutatása: úgy kell azt kidolgozni, hogy a mérhető középértékekre éppen ezeket az egyenleteket szolgáltatassa.

Lorentz közvetlenül azokra az elektromágneses hatásokra ad meg egyenleteket, melyeket a feltételezett legkisebb részecskék gyakorolnak egymásra. Ezekből mindenekelőtt azokra a mennyiségekre kell egyenleteket levezetni, „melyek a test látható részeinek állapotára vonatkoznak és így a megfigyelés számára hozzáférhetők.” Eddig fejtette ki elméletét *Lorentz* 1902-ben megjelent dolgozatában.¹

A szóbanforgó egyenletek:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} (c\mathfrak{H} - w \times \mathfrak{E}) &= j + \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} + v \operatorname{div} \mathfrak{D} - \operatorname{rot} (w \times \mathfrak{D}) \\ \operatorname{rot} c\mathfrak{E} &= - \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \mathfrak{D} &= \varrho; \operatorname{div} \mathfrak{B} = 0 \\ \mathfrak{D} &= \mathfrak{E} + \mathfrak{P}; \mathfrak{B} = \mathfrak{H} + \mathfrak{M} \end{aligned} \right\} \text{(L).}$$

* Zur Elektrodynamik bewegter Systeme. Berliner Berichte, 1904. p. 1294.

¹ *Lorentz*, Amsterdam Proceedings, 27. September 1902. p. 254. A fenti idézetet ennek a dolgozatnak az előszavából vettük. Ugyanezek az egyenletek megtalálhatók a következő helyen is: Mathematische Encyclopädie V. 2. p. 209.

Az egyes betűk jelentése: c a fény terjedési sebessége vákuumban, w a közeg sebessége; \mathfrak{E} és \mathfrak{H} az elektromos és a mágneses térerősség; \mathfrak{D} és \mathfrak{B} az elektromos polarizáció illetve a mágneses indukció vektora (újabbban elektromos és mágneses gerjesztési vektoroknak nevezik); \mathfrak{P} és \mathfrak{M} a térfogategység elektromos és mágneses momentuma (szokásos újabbban a polarizáció elnevezés); j (a vezetési) áramsűrűség.

Hogy az (L) egyenletek alkalmazhatók legyenek, nyilvánvalóan ki kell fejezni a j , \mathfrak{P} és \mathfrak{M} mennyiségeket, mint \mathfrak{E} és \mathfrak{H} függvényeit. Ezzel a *posztulátummal* zárul az említett dolgozat.

A továbbiak szempontjából csak annyit kell megkövetelnünk, hogy ha $w=0$ -ra ismerjük a függvényeket, akkor tetszőleges w -re is meg tudjuk őket adni. Erre vonatkozólag Lorentz eddigi munkái — beleszámítva a Mathematische Encyklopädie-ben megjelent dolgozatát is — a szerző véleménye szerint csak közelfekvő feltevéseket¹ szolgáltatnak. Ezek a feltevések is csak olyan mennyiségekre vonatkoznak, melyek a test sebessége és a fénysebesség hányadosának *első* hatványával arányosak. A két elmélet szigorú összehasonlítása tehát csak abban az egy esetben volt lehetséges, midőn j , \mathfrak{P} és \mathfrak{M} értékei elhanyagolhatóan kicsik, vagyis áramló gázokban történő fényterjedés esetén. Erre az esetre a két elmélet összehasonlítása valóban megtörtént.² Közelfekvő volt továbbá olyan esetekben, midőn $\frac{w}{c}$ -nek csak az első hatványai lépnek fel. Az összehasonlítás azonban nem volt egészen meggyőző.

Lorentz legújabb munkája³ már számos új feltevést vezet be az elektromokra, molekulákra, valamint a rájuk ható erőkre. E feltevések alapján határozott válasz adható a fenti kérdésre, ha az egész tekintetbe vett rendszer egysége w translációs sebességgel mozog.

2. §. Levezetjük a keresett összefüggéseket és (L)-be behelyettesítjük.⁴ Feltesszük, hogy a tekintetbe vett testek „nem mágnesezhetők”, vagyis $\mathfrak{B} = \mathfrak{H}$. Térjünk át továbbá *relatív* koordinátákra és jelöljük a megfelelő, idő szerinti differenciálást $\frac{d}{dt}$ -vel. Akkor általánosan:

$$\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} + w \operatorname{div} \mathfrak{M} - \operatorname{rot} (w \times \mathfrak{M}) = \frac{d \mathfrak{M}}{dt}.$$

Válasszuk sebességegységül a vákuumbeli fénysebességet; akkor az (L)

¹ Math. Enc. V. 2. pp. 215.

² Lásd alább, 7. §.

³ Ko. Akad. van Wetensch. te Amsterdam Dl. XII. p. 986. (23. April 1904.) csak ez a holland kiadás volt számomra hozzáférhető.

⁴ A most következő gondolatmenet során ugyanazt a számolási eljárást használjuk, melynek alapján Lorentz a feltevéseihez jutott. A számolás részleteit illetően Lorentz idézett dolgozatára utalunk.

egyenletrendszer így alakul:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} (\mathfrak{H} - \mathfrak{w} \times \mathfrak{E}) &= j + \frac{d\mathfrak{D}}{dt} \\ \operatorname{rot} (\mathfrak{E} + \mathfrak{w} \times \mathfrak{H}) &= -\frac{d\mathfrak{H}}{dt} \\ \operatorname{div} \mathfrak{D} &= \varrho; \operatorname{div} \mathfrak{H} = 0 \\ \mathfrak{D} &= \mathfrak{E} + \mathfrak{P} \end{aligned} \right\} (\mathbf{L}_1).$$

Most be kell vezetnünk a Lorentz-féle feltevéseket. Legyen \mathfrak{w} párhuzamos az x -tengellyel. Ebben az esetben a következőképpen hangzanak:

1. A transláció során minden test úgy deformálódik, hogy az $x_0 y_0 z_0$ összetevőkkel rendelkező r_0 távolság az $x = \frac{x_0}{k}$, $y = y_0$, $z = z_0$ összetevőkkel rendelkező r távolságra megy át, ahol

$$k^2 = \frac{1}{1 - w^2} \quad (1)$$

Lorentz nyomán ezt az alakváltozást a következő szimbolikus írásmóddal fejezhetjük ki:

$$\mathbf{r} = \left(\frac{1}{k}, 1, 1 \right) \mathbf{r}_0. \quad (2)$$

2. Ha adott az e töltés eloszlása az anyagi eleméken, akkor a részecskékre ható \mathfrak{F}_0 erő a transláció miatt olyan módon változik meg, mely a következőképpen fejezhető ki:

$$\mathfrak{F} = \left(1, \frac{1}{k}, \frac{1}{k} \right) \mathfrak{F}_0. \quad (3)$$

3. A mozgó rendszer egy anyagi pontjának az \mathfrak{F} erő hatására az r -térben bekövetkező mozgása csak abban tér el a nyugalmi rendszer ugyanezen részecskéjének az \mathfrak{F}_0 erő hatására történő r_0 -térbeli mozgásától, hogy a mozgás lefolyása konstans arányban lelassul. Ha a megfelelő távolságok befutásához szükséges időt t -vel illetve t_0 -val jelöljük, akkor ezeket a mennyiségeket a következő reláció kapcsolja össze:

$$t = k t_0. \quad (4)$$

Ha egy részecskére nyugalmi állapotban $r_0 t_0 \mathfrak{F}_0$ összetartozó távolság-, idő- és erőértékek, akkor az (1)–(4) egyenleteket kielégítő $r t \mathfrak{F}$ értékrendszer ugyancsak e részecskéhez tartozó rendszert ad, mely transláció esetén egy lehetséges állapotot ír le.

Alkalmazzuk ezeket a tételeket: Az elektronelméletben definíciószerűen az $\mathfrak{E} + \mathfrak{w} \times \mathfrak{H}$ „elektromos erő” az egységnyi elektromos töltésű részecskére ható erőnek térkoordinátákra képezett középpértéke; —

a „térfogategység elektromos momentuma” $\mathfrak{P} = \frac{\Sigma(e\mathbf{r})}{\tau}$, ahol \mathbf{r} az e

töltés relatív elmozdulása, τ a térfogat, az összegezést pedig ki kell terjeszteni e τ térfogatban lévő összes e töltésre; —

a „vezetési áram“ $j = \frac{\Sigma(eu)}{\tau}$, ahol u az e töltés relatív sebessége.

Jelölje $\mathfrak{G}_0 \mathfrak{P}_0 j_0$ nyugalom esetén összetartozó értékeket. Transzláció esetén $e = e_0$ -ra a megfelelő értékek (3) alapján a következők:

$$\mathfrak{G} + w \times \mathfrak{H} = \left(1, \frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right) \mathfrak{G}_0;$$

továbbá mivel (2) szerint $\tau = \frac{v_0}{k}$, valamint (2) és (4) szerint $u = \left(\frac{1}{k^2}, \frac{1}{k}, \frac{1}{k}\right) u_0$, ezért:

$$\mathfrak{P} = (1, k, k) \mathfrak{P}_0,$$

$$j = \left(\frac{1}{k}, 1, 1\right) j_0.$$

Ha tehát nyugalom esetén adottak a

$$\mathfrak{P}_0 = \eta \mathfrak{G}_0,$$

$$j_0 = \sigma \mathfrak{G}_0$$

függvények, akkor ezekből transzláció esetére következik:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{P} &= (1, k^2, k^2) \eta (\mathfrak{G} + w \times \mathfrak{H}) \\ j &= \left(\frac{1}{k}, k, k\right) \sigma (\mathfrak{G} + w \times \mathfrak{H}) \end{aligned} \right\} (\mathbf{L}_2),$$

vagy más alakban:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{P} &= (\eta) \{ \mathfrak{G} + w \times \mathfrak{H} \} & (\eta) &= (1, k^2, k^2) \eta \\ &\text{ahol} & & \\ j &= (\sigma) \{ \mathfrak{G} + w \times \mathfrak{H} \} & (\sigma) &= \left(\frac{1}{k}, k, k\right) \sigma \end{aligned} \right\} (\mathbf{L}_2).$$

Ha az (\mathbf{L}_2) -vel meghatározott függvényeket (\mathbf{L}_1) -be behelyettesítjük, \mathfrak{G} -re és \mathfrak{H} -ra adott együtthatójú differenciálegyenleteket kapunk. Ezekben az egyenletekben a független változók az xyz koordináták és a t idő.

Vezessünk be új $x_0 \dots t_0$ változókat a következőképpen:

$$x_0 = kx; \quad y_0 = y; \quad z_0 = z; \quad t_0 = \frac{t}{k}. \quad (\mathbf{L}_3)$$

Jelöljük továbbá ϱ_0 -val a $\frac{\varrho}{k} = \frac{de}{dx_0 \cdot dy_0 \cdot dz_0}$ mennyiséget, valamint rot_0 -val illetve div_0 -val a rotáció- illetve divergencia-képzést az új változók rendszerében. Végül két új \mathbf{E} és \mathbf{M} vektort definiálunk a következőképpen:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= (1, k, k) \{ \mathfrak{G} + w \times \mathfrak{H} \} \\ \mathbf{M} &= (1, k, k) \{ \mathfrak{H} - w \times \mathfrak{G} \} \end{aligned} \right\} (\mathbf{L}_4).$$

Ezekből \mathfrak{E} és \mathfrak{H} (1) figyelembe vételével kifejezhető:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E} &= (1, k, k) \{ \mathbf{E} - \mathbf{w} \times \mathbf{M} \} \\ \mathfrak{H} &= (1, k, k) \{ \mathbf{M} + \mathbf{w} \times \mathbf{E} \} \end{aligned} \right\} (\mathbf{L}_1).$$

Akkor

$$\left. \begin{aligned} \text{rot}_0 \mathbf{M} &= \sigma \mathbf{E} + \frac{d\mathfrak{E}}{dt_0} \\ \text{rot}_0 \mathbf{E} &= -\frac{d\mathbf{M}}{dt_0} \\ \text{div}_0 \mathfrak{E} &= \varrho_0; \quad \text{div}_0 \mathfrak{H} = 0 \end{aligned} \right\} (\mathbf{C}').$$

ahol

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E} &= (1 + \eta) \mathbf{E} - \mathbf{w} \times \mathbf{M} \\ \mathfrak{H} &= \mathbf{M} + \mathbf{w} \times \mathbf{E} \end{aligned} \right\}$$

(C')-ből következik, hogy \mathbf{E} és \mathbf{M} az $x_0 \dots t_0$ változóknak olyan függvényei, melyek t_0 -t és a \mathbf{w} transzlációs sebességet csak a

$$t_1 = t_0 - \mathbf{w} \mathbf{r}_0$$

relációban tartalmazzák. *Stacionárius* állapotban tehát egyáltalán nem függenek a transzlációtól, sugárzási jelenségeknél is csak annyiban, hogy minden ponthoz meghatározott idő-eltolódás tartozik: a t_1 „helyi idő” lép az „általános” t_0 idő helyére.

A (C') egyenleteket az elektronelméletből vezettük le. Figyelembe vettük azonban Lorentz legújabb módosítását, melyet azért vezetett be, hogy elméletét jobban hozzáillessze a kísérleti eredményekhez. *Ezek az egyenletek teljeseen megegyeznek azokkal, melyek az én általános egyenleteimből következnek* az itt tárgyalt speciális esetre, midőn a sebesség állandó. „Az elektromágneses tér egyenletei mozgó testek esetén” című dolgozatomban⁵ megtalálhatók (\mathbf{B}_2), (\mathbf{C}_2) alatt. Az összehasonlításnál csak azt kell figyelembe venni, hogy — az ottani jelöléseket használva — feltételeztük, hogy $\mu = \mu_0$, $\mathbf{K} = 0$ és hogy most

$$\sigma, 1 + \eta, 1, 1, \mathbf{w}$$

lépett a régebbi

$$\lambda, \varepsilon, \varepsilon_0, \mu_0, \mathbf{p}$$

helyére.

3. §. Másként értelmezi azonban ezeket az egyenleteket Lorentz, mint én. Lorentz-nél azt az xyz -t kell előállítani, melyek az \mathfrak{E} és \mathfrak{H} térerősségeket mint a hely és idő függvényét meghatározzák. Ez az (\mathbf{L}_1) és (\mathbf{L}_2) egyenletek segítségével történik. A rendszer, melyre ezek az egyenletek érvényesek, a következő tulajdonságokkal rendelkezik: a mozgás következtében a (2)-nek

⁵ Über die Gleichungen des elektromagnetischen Feldes für bewegte Körper; Göttinger Nachrichten, 1901. 1. füzet. Ezenkívül Ann. der Physik, 7. 20. 1902. (Lényegében már a következő helyen: Arch. Neerland. [2] 5. 316. 1900.)

megfelelően deformálódik; egyidejűleg megváltoznak dinamikai sajátosságai, amint azt a (2), (3), (4) egyenletek leírják; egytengelyű kristályhoz hasonlóan anizotróp tulajdonságokat vesz fel, amint ez az (L_2) egyenletekből kiolvasható. Hogy e rendszer elektrodinamikáját áttekinthető alakba öntsük, bevezettük az (L_3) és (L_4) helyettesítéseket. Az $x_0 \dots t_0$ egyelőre csupán matematikai segédmenntiségek. Ugyanakkor azonban egyszerű fizikai jelentésük van. (2) szerint x_0, y_0, z_0 azok a mérőszámok, melyeket „eredetileg (vagyis nyugalmi állapotban) helyes“ mérőrudon fogunk leolvasni, miután azt a rendszerhez illesztettük és annak megfelelően deformálódott. Továbbá (2), (3) és (4) szerint t_0 azt az időtartamot jelenti, melyet egy „eredetileg helyesen járó“ óra fog mutatni, miután az órát a rendszerhez csatoltuk és ennek megfelelően megváltoztatta járását.

A (C') egyenleteknek *általán* javasolt értelmezésében E és M jelentik a térerősségeket, továbbá $x_0 \dots t_0$ valódi koordinátákat, illetve időt jelentenek, s azonosak a mért koordinátákkal és idővel. A mozgó rendszer nem szenved alakváltozást, nincs specifikus időmértéke, s a mozgás révén nem lép fel benne anizotrópia.

4. §. Lorentz értelmezése szerint különbséget kell tenni a mért $x_0 \dots t_0$ hosszúságok és idő, valamint a valódi $x \dots t$ között. Felfogása azonban lemond arról, hogy a feladatot — még ideális mérőeszközök feltételezése esetén is — kísérletileg megoldhassuk. A Lorentz-féle elektrodinamika és mechanika csak $w = \text{konstans}$ esetére van kidolgozva. Nincs tehát más lehetőségünk, mint az, hogy „helytelen“ együttmozgó mérőrúddal mérjünk távolságokat; nem mérhetünk másként időt, csak „helytelenül járó“ együttmozgó órákkal. Hogy „helyes“, tehát nyugvó eszközöket használhassunk a mozgó rendszerbeli mennyiségek mérésére, olyan mechanikára vagy optikára lenne szükségünk, melynek kijelentései nemcsak $w = \text{konstans}$ és $w = 0$ esetén érvényesek, hanem amely átvinné egyik rendszerből a másik rendszerbe, tehát kijelentései *változó* w esetén is érvényesek lennének. — Az „igazi“ $x \dots t$ hosszúság és idő jelentése tehát csakis annyi, hogy rájuk érvényes az (L_1) , (L_2) egyenletekkel megadott elektrodinamika, valamint az 1, 2 és 3 hipotézisekkel megadott mechanika. Semmiféle, ettől független tapasztalattal e mennyiségek meg nem határozhatók.

Lényegében tehát csak arról van szó, hogy Lorentz másként írja le ugyanazt a fizikai jelenségcsoportot, mint én: Lorentz az (L_1) , (L_2) egyenleteket és az 1, 2, 3 tételek alapján adódó mechanikát használja, én a (C') egyenleteket és a *közönséges* mechanikát. Semmiféle kísérlet el nem gondolható, mely a kétféle értelmezés közt dönteni tudna.

5. §. „Az elektromágneses tér egyenletei...“ című dolgozatomban megtalálható a (C') egyenletek általánosítása arra az esetre, midőn a sebesség a helykoordináták tetszőleges függvénye. Ebben az esetben a (C') egyenletrendszer első két egyenletének helyére a következő két egyenlet lép (egyébként

minden más változatlan marad):⁶

$$\left. \begin{aligned} \oint \mathbf{M}_s ds &= \frac{d}{dt} \int_S \mathfrak{E}_N d\mathbf{S} + \int_S A_N d\mathbf{S} \\ \oint \mathbf{E}_s ds &= - \frac{d}{dt} \int_S \mathfrak{M}_N d\mathbf{S} \end{aligned} \right\} \quad (\text{C})$$

Itt S az *anyagban* rögzített felület, s pedig e felület határgörbéje.

Ha ezeket az egyenleteket *zárt* felületre alkalmazzuk, az elektromosság és mágnesség ismert „kontinuitási egyenleteit” kapjuk, *nem deformálható* felületek esetén pedig a (C') egyenletek adódnak. Fordítva viszont, — úgy látom — e két követelés előírja a (C) egyenletek alakját. A bennük előforduló vektorok csak olyan vektorokkal módosulhatnak, melyek a sebesség *differenciálhányadosát* tartalmazzák; vagyis másszóval: a (C') egy lehetséges, (C)-vel nem azonos általánosításának *másodrendű* differenciálegyenlet-rendszernek kellene lennie. Ha ilyen bonyodalmakat el akarunk kerülni, akkor — bármi volt is a kiindulópont — minden elméletnek, mely a $w = \text{konstans}$ esetben alakilag a (C') egyenleteket szolgáltatta, az általános esetben a (C) egyenletekhez kell vezetnie.

Ha e következtetéseink helytállóak, akkor mindaz, amit a (C') speciális egyenletek kétféle értelmezésére vonatkozólag mondottunk, közvetlenül átvihető az általános (C) egyenletek lehetséges különböző interpretációjára: elvi különbség nem lehet köztük.

6. §. Tényleges különbség adódik azonban a Lorentz-féle egyenletek és az általam felállított egyenletek között paramágneses és diamágneses anyagok esetén; eddig ezeket az anyagokat kizártuk tárgyalásunkból. Az én egyenleteim⁷, mint a Hertz-félék, *szimmetrikusak* az elektromos és mágneses mennyiségekben, a Lorentz-félék azonban nem.⁸ Ez az elektronelmélet *lényeges* vonása: már a kiindulási egyenletekben is kifejezésre jut. Bár most, ellentétben az egyébként fennálló különbségekkel, az *elsőrendű* tagokban jelentkezik eltérés, gyakorlatilag azonban ebben az esetben is ki van zárva az experimentum crucis lehetősége. A közeljövőben foglalkozni szándékozom a kérdés részletesebb vizsgálatával s akkor — úgy vélem — meggyőzőbb alakban sikerül kifejeznem az említett dolgozat lényegét.

7. §. Egyenleteim helyességével — pontosabban a (C') egyenletekre adott *értelmezésemmel* — szemben Lorentz kifogást emelt.⁹ Ezek szerint az egyenletek szerint, ha az $x_0 \dots t_0$ mennyiségeket *valódi* koordinátáknak és időnek tekintjük, a V abszolút (vagyis a nyugalmi koordinátarendszerhez viszonyított)

⁶ Lásd az idézett dolgozatban (B) alatt.

⁷ Lásd az idézett dolgozatot.

⁸ Lásd: Lorentz, Math. Enc. V. 2. p. 238.

⁹ Math. Enc. V. 2. p. 275.

fénysebességet v irányban a következő kifejezés határozza meg: $\frac{1}{V-w_v} = \sqrt{\eta+1+w_v}$ (az idézett helyen a 16. egyenlet); olyan közegben tehát, mint amilyen pl. a levegő, amelyre igen jó közelítéssel $\eta=0$, azt kapjuk, hogy

$$V = 1 + \frac{w_v^2}{1+w_v} \quad (5)$$

Vákuumban azonban szükségszerűen $V_0=1$. A közeg hatása tehát még nem tűnik el azáltal, hogy elektromágneses állandói a vákuum megfelelő adataival megegyeznek, hanem csak akkor, ha w sebessége is megegyezik azzal a sebességgel, melyet vákuumban mindenkor feltételezünk: sebessége zérussá válik. Lorentz szerint egyenleteimnek elfogadhatatlan következménye az, hogy V és V_0 között véges különbség van, mely nem függ a gáz sűrűségétől.

Ezekkel szemben a következőket szeretném megjegyezni: Tételezzük fel, hogy Maxwell a gázok sűrűlódására vonatkozó megfigyeléseit elméleti megfontolásai előtt elvégezte volna. Kísérleti eredményként kimondta volna, hogy a κ sűrűlódási együttható független a ρ sűrűségtől. Valószínűleg hozzátette volna, hogy ez a törvény természetesen nem lehet érvényes akármilyen nagy ritkítás esetén, azonban a $\kappa=f(\rho)$ görbének az a része, mely a véges állandó értéket a $\rho=0, \kappa=0$ ponttal összeköti, még ismeretlen.

Hasonlóak a viszonyok a $V=f(\rho)$ függvénnyel kapcsolatban. Az az elmélet, mely a kontinuum tulajdonságait tárgyalja, szükségszerűen csődöt mond ott, ahol a kontinuum fogalma értelmét veszti. Ezzel már megadtuk az (5) egyenlet alkalmazhatóságának a határát is: ha a gáz már annyira ritkított, hogy sebessége nem tekinthető a helykoordináták folytonos függvényének (a mi esetünkben konstans volt), akkor a w szimbolum elveszti értelmét. Mindazok a feltevések, melyek eddigi meggondolásaink alapját képezték, ebben az esetben érvénytelenekké válnak: csak atomi elmélet írhatja le helyesen a jelenségeket.¹⁰

Az eldöntendő kérdés tehát: Vagy: valóban fennáll az (5) egyenlet; a $V-V_0$ különbséget a levegő okozza (c). Vagy: valójában $V=V_0$; a Michelson-féle kísérletnél az (5)-beli érték a köztartók alakváltozása miatt lépett fel. (L). E két feltevés egyikét sem utasíthatjuk vissza már eleve fizikai tapasztalatokra hivatkozva. Az elméletek között ennek alapján nem dönthetünk.

8. §. Az előzőekben kizárólag arról volt szó, milyen befolyással van a mozgás a kiterjedt testek elektrodinamikájára. Csak egy kis tartománya ez annak a hatalmas birodalomnak, melybe az elektronelmélet elvezet. Ebben a tartományban vannak azonban azok a problémák, melyeknek kapcsán Lorentz annak idején elméletét kidolgozta; ezek a problémák képezték később az elmélet próbakövét és szabták meg a további fejlődés irányát.

1904. november 17.

Fordította: Szabó János.

¹⁰ Ezekre a kérdésekre már utaltam az idézett dolgozat bevezetésében is.

MOZGÓ RENDSZEREK ELEKTRODINAMIKÁJÁRÓL II.*

EMIL COHN

Néhány évvel ezelőtt sikerült a Maxwell-egyenleteket mozgó testekre úgy általánosítanom, hogy ezek az egyenletek az akkor ismert összes kísérleti eredménnyel összhangban voltak.¹ Ez az induktív úton nyert eredmény a később megismert jelenségeket is helyesen írja le. Az egyenletek helyességét igazoló kísérletek az egyenletes translációs sebesség esetére vonatkoznak; erre az esetre adódó speciális alakjukat kétségtelenül helyesnek tartom. Az általános egyenleteket ezidáig még nem vetették alá hasonló gondos kísérleti ellenőrzésnek. Felállításuknál a „tudományos ökonómia” elve vezérelt;² nem lehetetlen, hogy mégis található egyszerűbb leírás, mely ugyancsak megfelel a kísérleti eredményeknek. Legyen szabad kifejettenem annak az elektrodinamikának karakterisztikus vonásait, mely egyenleteimből következik. A tárgyalás során adódó eredmények lényegükben megegyeznek régebbi dolgozatom eredményeivel, míg az elektromágneses tér tulajdonságairól van szó; a mechanikai erők tárgyalásánál azonban ez a dolgozat részben eltér a régebbitől. Annak idején nyomatékosan hangsúlyoztam, hogy ezeknek az erőknek a meghatározása bizonyos mértékig önkényesen történt. Azt hiszem, most sikerült jobb eljárást találnom.

1. §. Az alapegyenletek

Az alapegyenletek a következők:

$$-\oint \mathbf{E}_s ds = \frac{d}{dt} \int \mathfrak{M}_N d\mathbf{S} \quad \text{I}$$

$$\oint \mathbf{M}_s ds = \frac{d}{dt} \int \mathfrak{E}_N d\mathbf{S} + \int \mathcal{A}_N d\mathbf{S} \quad \text{II}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E} &= \varepsilon \mathbf{E} - \mathbf{u} \times \mathbf{M} \\ \mathfrak{M} &= \mu \mathbf{H} + \mathbf{u} \times \mathbf{E} \\ \mathcal{A} &= \lambda (\mathbf{E} - \mathbf{K}) \end{aligned} \right\} \quad \text{III}$$

$$\Sigma = \mathbf{E} \times \mathbf{M} \quad \text{IV}$$

$$w = \frac{1}{2} (\mathbf{E} \cdot \mathfrak{E}) + \frac{1}{2} (\mathbf{M} \cdot \mathfrak{M}) + (\mathbf{u} \cdot \Sigma) \quad \text{V}$$

* Zur Elektrodynamik bewegter Systeme II., Berliner Berichte, 1904. p. 1404.

¹ Göttinger Nachrichten, 1901. 1. füzet; Ann. der. Physik, 7. p. 29. 1902.

² V. ö. Sitzungsber. 1904. 46. p. 1300.

A betűk jelentése:

E és **M** a két térerősség,

ε , μ , λ skaláris állandók,

K konstans vektor,

u az anyag sebessége,

Σ az anyaghoz viszonyított sugárzás,

w az egységnyi térfogat elektromágneses energiája,

S olyan felület, mely huzamos ideig ugyanazokon az anyagi részecskéken megy át, s e felület határoló görbéje, **N** pedig a dS normálisa.

Vákuumban:

$$u = 0, \lambda = 0, \varepsilon = 1, \mu = 1.$$

Ez azt jelenti, hogy a vákuumbeli fénysebességet választottuk sebességegységül. Az előzőek tartalmazzák összes feltevésünket. Az egyenleteket helyeseknek tekintjük bármilyen u sebesség esetén ugyanolyan általánosságban, mint amilyen átfogó a Maxwell-egyenletek érvényessége $u = 0$ esetén.

Egyenleteinkből többek között következik, hogy $u = 0$ esetén a sugárzás minden irányban ugyanakkora sebességgel terjed. Feltételezik tehát ezek az egyenletek egy olyan vonatkoztatási rendszer létezését, melyre ez valóban érvényes. Hogy ilyen rendszer az állócsillagok birodalmában létezik, *kétségtelen*. Később még visszatérünk arra a kérdésre, mennyiben határozzák meg ezt a rendszert egyenleteink.

Az I és II egyenletet (végtelen kicsinek gondolt) felületegységre vonatkoztatva a következő alakban írjuk:

$$-\text{rot } \mathbf{E} = \frac{d\mathfrak{M}}{dt} \quad \text{I'}$$

$$\text{rot } \mathbf{M} = \frac{d\mathfrak{E}}{dt} + A.$$

Az újonnan bevezetett szimbolum jelentése:

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{d\mathfrak{M}}{dt} + \mathfrak{M} \text{ div } u - (\mathfrak{M} \cdot \text{grad})u \quad (1)$$

$$= \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} + u \text{ div } \mathfrak{M} - \text{rot}[u \times \mathfrak{M}], \quad (2)$$

ahol $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)$ rögzített anyagi pontra (térbeli pontra) vonatkoztatott differenciálást jelöl. Továbbá

$$(\mathfrak{M} \cdot \text{grad}) = A_x \cdot \frac{\partial}{\partial x} + A_y \cdot \frac{\partial}{\partial y} + A_z \cdot \frac{\partial}{\partial z}.$$

2. §. Áttérés mozgó koordinátarendszerre; a helyi idő

Az u sebességet bontsuk fel egy, az egész rendszerre közös, időben állandó p translációs sebességre és a v „relatív” sebességre;

$$u = p + v, \quad p = \text{konst.}, \quad (3)$$

jelöljük továbbá a *relative nyugvó* pontra vonatkoztatott, idő szerinti differenciálást $\frac{\partial}{\partial t}$ -vel:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} + (p \cdot \text{grad}) = \frac{d}{dt} - (v \cdot \text{grad}) \quad (4)$$

Akkor

$$\begin{aligned} \frac{d\mathfrak{M}}{dt} &= \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} + \mathfrak{M} \operatorname{div} v - (\mathfrak{M} \cdot \text{grad})v + (v \cdot \text{grad})\mathfrak{M} \\ &= \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} + v \operatorname{div} \mathfrak{M} - \operatorname{rot} [v \times \mathfrak{M}]. \end{aligned} \quad (5)$$

Bevezetjük továbbá az „általános t idő” helyett a t' „helyi” időt. Abban a pontban, melynek relatív rádiuszvektora r , a helyi időt a következő összefüggés definiálja:

$$t' = t - p \cdot r. \quad (6)$$

A relatív koordináták szerinti differenciálást, — hozzájuk számítva negyedik független változóként a helyi időt, — a differenciálás jele mellett álló vessző fogja megkülönböztetni. Akkor

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t'} \\ \operatorname{rot} &= \operatorname{rot}' - \left[p \cdot \frac{\partial}{\partial t'} \right] \\ \operatorname{div} &= \operatorname{div}' - \left(p \cdot \frac{\partial}{\partial t'} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Végül bontsuk fel az \mathfrak{E} és \mathfrak{M} vektorokat a következőképpen:

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &= \mathfrak{E}_0 - p \times \mathbf{M} \\ \mathfrak{M} &= \mathfrak{M}_0 + p \times \mathbf{E} \end{aligned} \quad (8)$$

(5), (7) és (8) figyelembe vételével I' és II' más alakba írható át. Ezeket a módosított egyenleteket tovább egyszerűsíthetjük a

$$p \cdot v = 0 \quad (9)$$

feltevéssel. Akkor

$$-\operatorname{rot}' \mathbf{E} = \frac{\partial \mathfrak{M}_0}{\partial t'} + v \cdot \operatorname{div}' \mathfrak{M}_0 - \operatorname{rot}' [v \times \mathfrak{M}_0] = \frac{d\mathfrak{M}_0}{dt'} \quad \text{I'a}$$

$$\text{rot}' \mathbf{M} = \frac{\partial \mathcal{E}_0}{\partial t'} + \mathbf{v} \cdot \text{div}' \mathcal{E}_0 - \text{rot}' [\mathbf{v} \times \mathcal{E}_0] + A = \frac{d\mathcal{E}_0}{dt'} + A \quad \text{II'a}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_0 &= \varepsilon \mathbf{E} - \mathbf{v} \times \mathbf{M} \\ \mathcal{M}_0 &= \mu \mathbf{H} + \mathbf{v} \times \mathbf{E} \\ A &= \lambda (\mathbf{E} - \mathbf{K}) \end{aligned} \right\} \quad \text{IIIa}$$

$$\Sigma = \mathbf{E} \times \mathbf{M} \quad \text{IVa}$$

3. §. Az elektromágneses tér relatíve nyugvó közegekben

Az egész rendszer csupán a közös \mathbf{v} sebességgel rendelkezze, vagyis a közegek egymáshoz képest legyenek nyugalomban. Ebben az esetben $\mathbf{v} = 0$ és fennállanak — éspedig teljes szigorúsággal — a következő egyenletek:

$$-\text{rot}' \mathbf{E} = \frac{d\mathcal{M}_0}{dt'} \quad \text{I'b}$$

$$\text{rot}' \mathbf{M} = \frac{d\mathcal{E}_0}{dt'} + A \quad \text{II'b}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_0 &= \varepsilon \mathbf{E} \\ \mathcal{M}_0 &= \mu \mathbf{M} \\ A &= \lambda (\mathbf{E} - \mathbf{K}) \end{aligned} \right\} \quad \text{IIIb}$$

$$\Sigma = \mathbf{E} \times \mathbf{M} \quad \text{IVb}$$

Ezeknek az egyenleteknek az alakja teljesen egyezik a *nyugvó* rendszerre vonatkozó Maxwell-egyenletekével. Segítségükkel azonban csak az \mathbf{E} és \mathbf{M} térerősségek és rajtuk keresztül az anyaghoz viszonyított Σ sugárzás határozható meg, ha még megadunk bizonyos mennyiségeket — „az elektromos és mágneses töltésmennyiségeket“ —, melyekre a fenti egyenletek szerint megmaradási tételek állanak fenn.¹ Tekintsünk el egyelőre az olyan folyamatoktól, melyeknek során az elektromágneses energia más energiafajtává, elsősorban mechanikai energiává alakul,² s fordítsuk figyelmünket magukra az elektromágneses jelenségekre. Ebben az esetben a mozgó rendszer elektrodinamikáját az együttmozgó megfigyelő szempontjából a mozgás csak annyiban befolyásolja, hogy ez a megfigyelő meg tudja különböztetni a t' helyi időt a t általános időtől. E két mennyiség különbsége annak az időnek tört része, amennyi idő alatt a fény az r távolságot befutja, és kedvezőtlen esetben (\mathbf{v} párhuzamos \mathbf{v} -vel) egyenlő a transzlációs sebesség és a fénysebesség hányadosával.

Alkalmazzuk eredményünket a Föld mozgására: Valahányszor nem a sugárzás terjedése képezi a mérés tárgyát, a földfelszín különböző pontjaihoz

¹ Lásd alább 584 oldal.

² Lásd alább 5. §.

mindannyiszor azonos időpillanatokat rendelünk azáltal, hogy a fény terjedését *idő nélkülinek* tekintjük. Az optikában viszont ezeket az azonos időpontokat azáltal *definiáljuk*, hogy feltesszük, hogy minden relative nyugvó izotróp közegben a fény terjedése gömbhullámokban történik.¹ Vagyis: A földi jelenségek leírására szolgáló „idő” a t' „helyi idő”, melyre az I'b—IVb egyenletek vonatkoznak és *nem* a t „általános idő”. Hogy milyen követelményeket támaszt a t' és t kísérleti megkülönböztetése, azt jól áttekinthetjük egy kísérlet kapcsán, melyet W. Wien javasolt „annak a problémának az eldöntésére, hogy az optikai éter együttmozog-e a Földdel, vagy nem”.² Két fogaskerék közös tengelyének az iránya essék egybe a Föld mozgásának irányával. A fogak közti nyílásokon át mindkét irányból azonos intenzitású fénysugarat bocsátunk. Azután a két kereket azonos szögsebességgel forgásba hozzuk. Wien arra a következtetésre jut, hogy ha az éter nyugalomban van, akkor a két irányban a fény nem ugyanannyi idő alatt teszi meg az utat; — a két ellenkező irányból érkező fény *különböző* állásban találja a kereket útjának végén; — az intenzitásoknak most már különbözőknek kell lenniük.

Világos azonban, hogy a kísérletben nem azonos forgási *sebességet* kell megkövetelnünk, mint Wien gondolta, hanem azt, hogy a nyugalmi állapotban történő megfigyelés pillanatától a forgás közben történő megfigyelés időpontjáig a két kerék *teljes elfordulása* legyen egyenlő.³ Ha a két kerék teljes elfordulása a fény és a kerék találkozási helyeinek egyenlő „*általános t idejére*” vonatkozólag megegyezik, akkor intenzitáskülönbség adódik „nyugvó éter” esetén (és nincs ilyen különbség „együttmozgó éterben”). Ha azonban a kerek teljes elfordulása a két találkozási hely azonos t' „*helyi idejére*” vonatkoztatva egyezik meg, akkor „nyugvó éterben” *nem* adódik intenzitáskülönbség (de fellép „együttmozgó éterben”). Hogy ténylegesen melyik módon történt az elforgatás, az *optikai*, vagy általánosabban elektrodinamikai kísérlettel logikai okoknál fogva el nem dönthető. Ehhez materiális (mechanikai vagy akusztikai) biztosíték vagy ellenőrző eszköz szükséges. Ilyen eljárás a következő lehetne: A kerek között középen hullámot gerjesztünk. Akkor a távolság két végén beérkező hullámok azonos fázisára be kell tudnunk állítani a kereket olyan pontosan, hogy az eltérés ne legyen nagyobb, mint annak az időnek $1/10000$ -ed része, mialatt a fény a kerek közötti utat a tengely irányában megteszi.⁴

¹ E definíció alkalmazása feltételezi olyan testek létezését, melyek minden körülmények közt forgásba hozhatók a nélkül, hogy méreteik megváltoznának. E feltevés képezi egész geometriánk alapját. Megemlítése mégsem felesleges; az elektronelmélet ugyanis tagadja ilyen testek létezését.

² Phys. Zeitschr. 5. p. 585. 1904.

³ Hozzátehetnénk, hogy „a kerék két foga közötti szög egész számú többszöröse” lehet legfeljebb a különbség. Ez megengedett, de felesleges általánosítás lenne.

⁴ Ennek az eljárásnak is csak abban az esetben van értelme, ha biztosak lehetünk abban, hogy a mechanika törvényei az „általános időre” vonatkoztatva szigorúan érvényesek.

Magyarázatra szorul még az, hogy mit kell értenünk „elektromos és mágneses mennyiségeken”. Ezek nem olyan fogalmak, melyeket egyenleteink *mellett* és azoktól függetlenül az elektrodinamikába be kell vezetnünk, hanem ezekből az egyenletekből adódnak, mint „integrációs állandók”. Az I egyenlet kimondja, hogy az \mathfrak{M} vektornak minden, változatlan anyagi részecskéken átmenő zárt S felületre vonatkozó felületi integrálja az időtől független mennyiség; ezt a mennyiséget *nevezzük* az S felületben foglalt mágneses mennyiségnek. A II egyenlet ugyanezt mondja ki az \mathfrak{E} felületi integráljára, ha a felület *szigetelőben* van. *Tetszőleges* felület esetén pedig e mennyiség időbeli változását az S felületen át történő elektromos áramlással kapcsolja össze úgy, miként a folyadéktartalom folyadékáramlással van kapcsolatban. Ezt a mennyiséget *nevezzük* az S felületben lévő elektromos mennyiségnek. E két mennyiség definíciója azonban hallgatólagosan feltételezi, hogy meg tudjuk adni, mit értünk a zárt felület különböző pontjaiban azonos időpontokon. Az előzőkből most már következik: Ha a különböző pontokban az azonos időpillanatokat úgy definiáljuk, hogy az állócsillagokhoz viszonyítva a fényterjedés egyenletes lesz (t idő), akkor az elektromos és mágneses mennyiség az \mathfrak{E} és \mathfrak{M} felületi integráljaként fejezhető ki. Ha viszont a különböző helyeken az azonos időpontokat úgy definiáljuk, hogy a fényterjedés a Földhöz viszonyítva lesz egyenletes (t' idő), akkor az előbbi mennyiségek az $\varepsilon \mathbf{E}$ és $\mu \mathbf{M}$ felületi integráljaként adódnak.

Azokból az egyenletekből, melyekbe I', II', és III átmennek $u = p =$ konstans esetén, (7) figyelembe vételével nyerjük:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathfrak{M} &= \operatorname{div}'(\mu \mathbf{M}) \\ \operatorname{div} \mathfrak{E} &= \operatorname{div}'(\varepsilon \mathbf{E}) + (p \cdot A). \end{aligned} \quad (10)$$

Tegyük fel először, hogy a tér *sztatikus*. Ebben az esetben $\frac{d}{dt} = 0$ s ennek folytán $\operatorname{div} = \operatorname{div}'$ és $A = 0$. Tehát

$$\operatorname{div} \mathfrak{E} = \operatorname{div}(\varepsilon \mathbf{E}).$$

Fennáll tehát bármilyen zárt felületre:

$$\int_{t=\text{konst.}} \mathfrak{E}_N d\mathbf{S} = \int_{t=\text{konst.}} \varepsilon \mathbf{E}_N d\mathbf{S} = \int_{t'=\text{konst.}} \varepsilon \mathbf{E}_N d\mathbf{S}$$

Ha az S felület *szigetelőbe* van ágyazva, akkor általában az első integrál független a t , az utolsó integrál pedig a t' speciális értékétől. A két kifejezés egyenlősége tehát a tér bármilyen változása esetén is megmarad; azaz

$$\operatorname{div} \mathfrak{E} = \operatorname{div}'(\varepsilon \mathbf{E}) \quad \text{szigetelőben,} \quad (11)$$

$$\int_{t=\text{konst.}} \mathfrak{E}_N d\mathbf{S} = \int_{t'=\text{konst.}} \varepsilon \mathbf{E}_N d\mathbf{S} \quad \text{minden vezető felületre.} \quad (12)$$

A (10), (11) és (12) egyenlőségek szerint tehát általában azok a mennyisé-

gek, melyeket mágneses töltéssűrűségnek (ρ_m), szigetelőkben levő elektromos töltéssűrűségnek (ρ_e), valamint egy vezető össztöltésének (e) nevezünk, mindkét előállításban *ugyanakkora* értékkel rendelkeznek. Eredményünk tehát: azonos ρ_m , ρ_e , e adatok azonos \mathbf{E} és \mathbf{M} teret hoznak létre, függetlenül a p értékétől.

Ezekben a fejezetekben mondottak olyan közegekre érvényesek, melyek relative nyugalomban vannak olyan koordinátarendszerhez viszonyítva, amely állandó translációs sebességgel mozog. Ha ezt a vonatkoztatási rendszert a Földhöz rögzítve gondoljuk, elhanyagoljuk a Föld tengely körüli forgását. Az elméleti fizikus nyelven szólva, az a követelés, hogy a fény a Földhöz viszonyítva minden irányban egyenletesen terjedjen, semmiféle „helyi idő“ bevezetésével sem elégíthető ki. A *napi* mozgás sebességének ugyanis nincs potenciálja. Ennek viszont az a következménye, hogy a fény terjedési idejében a mozgás miatt beálló változás nemcsak a kezdő és végponttól függ, hanem a *fény útjától* is. Ha azonban meggondoljuk, hogy a napi mozgás sebessége a tengelytől számítva méterenként kevesebbel változik, mint 1/100 cm/sec, nyilvánvaló, hogy ezeket a helyi sebességkülönbségeket semmiféle interferenciakísérlettel sem lehet kimutatni. (Gondoljunk el egy olyan interferométert, melyben a két fénysugár útja egy 1 méter oldalú négyzet kerületének a fele; a négyzet két oldala legyen párhuzamos a mozgás irányával; használjunk Na-fényt. A berendezést 180° -kal elforgatva az interferencia-kép eltolódása a csíkok szélességének milliomod részét tenné ki.) Az sem okoz észrevehető változást, hogy a sebesség iránya változik az *idővel*. Ennek igazolásától itt eltekintünk. Gyakorlatilag tehát a Föld napi mozgását is tiszta translációs mozgásnak tekinthetjük, mely a Föld felszínének minden pontján minden pillanatban az évi pályán történő mozgásra szuperponálódik.

4. §. Relatív mozgások

Térjünk át most a relatív mozgások általánosabb esetére. Feltesszük azonban, hogy a közös translációs sebességnek és a relatív sebességnek a szorzata elhanyagolhatóan kicsi a fénysebesség négyzetéhez képest. Ez a feltevés, melyet a (9) juttat kifejezésre, vezetett az I'a—IVa egyenletekhez. Ezek az egyenletek alakilag megegyeznek az I'—IV egyenletekkel. Csak annyi különbség van köztük, hogy az „abszolút nyugvó“ térbeli vonatkoztatási rendszer helyére a „relatív nyugvó“ rendszer, az „általános idő“ helyére a „helyi idő“ lépett. A Föld mozgására alkalmazva ez a következőt jelenti: Ha az általunk felvett földsebességnek és a Földhöz viszonyított, ténylegesen adott relatív sebességnek a szorzata elhanyagolható a fénysebesség négyzetéhez képest, akkor teljesen mindegy, hogy egyenleteinket a t' „földi időre“ és a Földhöz rögzített koordinátarendszerre vonatkoztatjuk-e, vagy a (6) által definiált t időre és egy tetszőleges másik koordinátarendszerre, mely a Földhöz képest egyenletesen mozog (sebesség $-p$).

Az itt kimondott feltétel valóban teljesül *minden* megfigyelésre, ha p -n a Földnek az álló csillagokhoz viszonyított sebességét (kb. 10^{-4}) értjük.

Két alkalmazási területet különböztethetünk meg:

1. Asztrofizika. Itt vagy $v = -p$, vagy v értéke legfeljebb megközelíti p *nagyságrendjét*. Az elhanyagolt mennyiségek tehát legfeljebb 10^{-8} nagyságrendűek. Az aberráció szögére és a relatív hullámhosszváltozásra vonatkozó mérések viszont ezt a pontosságot meg sem közelítik.

2. Kiterjedt testek mozgása a Föld felszínén. Itt v mindig nagyon kicsi p -hez képest és $p \cdot v$ minden megfigyelésre elhanyagolhatóan kicsi.

Mindaz tehát, amit a 3. §-ban relatív nyugvó rendszerekre szigorúan levezettünk, gyakorlatilag kielégítő pontossággal érvényes egymáshoz képest mozgó rendszerekre is.

Összefoglalva: Az eddig megismert elektrodinamikai jelenségek szabad választást engednek a jelenségek leírására. Használhatunk Földhöz rögzített koordinátarendszert és helyi időt, vagy állócsillagokhoz rögzített koordinátarendszert és égi időt.

Hogy egyenleteink, akár az egyik, akár a másik alakban értelmezzük, a relatív mozgások hatását helyesen írják le, azt az idézett helyen én is, mások is kimutatták. Szándékomban van az elmélet összefoglalását, más elméletekkel való összehasonlítását rövidesen kidolgozni.

5. §. Energiaegyenlet és mechanikai erők

Hogy az energiaegyenletet megkapjuk, bontsuk az (1) egyenletben szereplő $\frac{d'\mathfrak{M}}{dt}$ mennyiséget két részre:

$$\frac{d'\mathfrak{M}}{dt} = \frac{d'\mathfrak{M}}{dt} + \mathfrak{M}_{\text{def.}} \quad (13)$$

Itt $\frac{d'\mathfrak{M}}{dt}$ az \mathfrak{M} vektornak a mozgó anyaghoz viszonyított relatív változását jelenti, más szóval azt a változást, amelyet az \mathfrak{M} vektor a rögzített térbeli pontban szenved az anyag translációja és rotációja miatt. Ez lenne a $\frac{d'\mathfrak{M}}{dt}$ teljes értéke abban az esetben, ha az anyag nem deformálódna. $\mathfrak{M}_{\text{def.}}$ tehát az a járulékos változás, mely a deformáció miatt lép fel. Képletben:

$$\frac{d'\mathfrak{M}}{dt} = \frac{d\mathfrak{M}}{dt} + \frac{1}{2} [\mathfrak{M} \times \text{rot } u] \quad (14)$$

$$(\mathfrak{M}_{\text{def.}})_x = A_x \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) - A_y \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) - A_z \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right); \text{ s.i.t. } (15)$$

vagy

$$\mathfrak{M}_{\text{def.}} = \mathfrak{M} \cdot \text{div } u + \mathfrak{M}_\delta, \quad (16)$$

ahol

$$(\mathfrak{M}_\delta)_x = -A_x \frac{\partial u_x}{\partial x} - A_y \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) - A_z \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right); \text{ s.i.t.} \quad (17)$$

Könnyen belátható, hogy ha $\frac{d\mathfrak{M}}{dt}$ -t a (13), (14), (15) alapján kiszámítjuk, az (1)-ben szereplő értéket kapjuk. A (14) definíciós egyenletből következik:

$$\frac{d'\mathfrak{M}}{dt} \cdot \mathfrak{B} + \mathfrak{M} \cdot \frac{d'\mathfrak{B}}{dt} = \frac{d}{dt} (\mathfrak{M} \cdot \mathfrak{B}) \quad (18)$$

$$\frac{d'\mathfrak{M}}{dt} \times \mathfrak{B} + \mathfrak{M} \times \frac{d'\mathfrak{B}}{dt} = \frac{d'}{dt} [\mathfrak{M} \times \mathfrak{B}]. \quad (19)$$

Szorozzuk meg az I' egyenletet \mathbf{M} -mel, a II' egyenletet \mathbf{E} -vel és adjuk össze. Adódik:

$$-\text{div } \Sigma - \mathbf{A} \cdot \mathbf{E} = \mathbf{E} \cdot \frac{d\mathfrak{E}}{dt} + \mathbf{M} \cdot \frac{d\mathfrak{M}}{dt},$$

vagy (13) figyelembe vételével:

$$= \mathbf{E} \cdot \frac{d'\mathfrak{E}}{dt} + \mathbf{M} \cdot \frac{d'\mathfrak{M}}{dt} + \mathbf{E} \cdot \mathfrak{E}_{\text{def.}} + \mathbf{M} \cdot \mathfrak{M}_{\text{def.}} \quad (20)$$

Tekintsünk el ε -nak és μ -nek a deformáció miatt fellépő változásától; legyen tehát $\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\mu}{dt} = 0$. Akkor III figyelembe vételével:

$$\mathbf{E} \cdot \frac{d'\mathfrak{E}}{dt} + \mathbf{M} \cdot \frac{d'\mathfrak{M}}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} (\varepsilon \mathbf{E}^2 + \mu \mathbf{M}^2) \right\} + 2 \Sigma \cdot \frac{d'u}{dt} + \frac{d'\Sigma}{dt} \cdot u,$$

vagy V alapján:

$$= \frac{dw}{dt} - u \cdot \frac{d'\Sigma}{dt}. \quad (21)$$

Továbbá (16) szerint:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \cdot \mathfrak{E}_{\text{def.}} + \mathbf{M} \cdot \mathfrak{M}_{\text{def.}} &= (\mathbf{E} \cdot \mathfrak{E} + \mathbf{M} \cdot \mathfrak{M}) \text{div } u + \mathbf{E} \cdot \mathfrak{E}_\delta + \mathbf{M} \cdot \mathfrak{M}_\delta = \\ &= w \cdot \text{div } u + \frac{1}{2} (\varepsilon \mathbf{E}^2 + \mu \mathbf{M}^2) \text{div } u + \varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_\delta + \\ &+ \mu \mathbf{M} \cdot \mathbf{M}_\delta - \mathbf{E} \cdot [u \times \mathbf{M}]_\delta + \mathbf{M} \cdot [u \times \mathbf{E}]_\delta. \end{aligned} \quad (22)$$

Végül (17)-ből, ha u komponensei szerint rendezzük, kapjuk:

$$-\mathbf{E} \cdot [u \times \mathbf{M}]_\delta + \mathbf{M} \cdot [u \times \mathbf{E}]_\delta = -u \cdot \Sigma_{\text{def.}} = -u \cdot \frac{d'\Sigma}{dt} + u \cdot \frac{d'\Sigma}{dt}. \quad (23)$$

Jelöljön τ egy térfogatelemet úgy, hogy

$$\frac{dw}{dt} + w \cdot \text{div } u = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{d}{dt} (w \cdot \tau).$$

Ha most már a (21)-, (22)-, (23)-ból nyert kifejezéseket (20)-ba behelyettesítjük, kapjuk:

$$-\frac{1}{\tau} \cdot \frac{d(w\tau)}{dt} = \operatorname{div} \Sigma + A \cdot \mathbf{E} + A \quad (24)$$

ahol

$$A = -u \cdot \frac{d\Sigma}{dt} + \frac{1}{2} (\varepsilon \mathbf{E}^2 + \mu \mathbf{M}^2) \operatorname{div} u - \sum_{i,k} \left\{ (\varepsilon \mathbf{E}_i \mathbf{E}_k + \mu \mathbf{M}_i \mathbf{M}_k) \frac{\partial u_i}{\partial k} \right\}; \quad i \Big|_k = x, y, z. \quad (25)$$

(24)-ben — mindig időegységre és az anyag térfogategységére vonatkoztatva — a baloldalon az elektromágneses energia csökkenése áll; a jobb-oldal első tagja a kisugárzás, a második a leadott kémiai-termikus energia, A tehát a végzett munka.

Azok az erők, melyek ezt a munkát végzik, az

$$f_1 = -\frac{d\Sigma}{dt} \quad (26)$$

transzlatorikus erőből, valamint a deformációs erők rendszeréből állanak. Ez utóbbi erők teljesen egyeznek a Maxwell-féle feszültségekkel. Felbontjuk őket

$$q = -\frac{1}{2} (\varepsilon \mathbf{E}^2 + \mu \mathbf{M}^2) \quad (27a)$$

normális feszültségekre és

$$q_{ik} = +(\varepsilon \mathbf{E}_i \mathbf{E}_k + \mu \mathbf{M}_i \mathbf{M}_k) \quad (27b)$$

tangenciális feszültségekre. Az anyagi részecskék mozgását az f transzlatorikus erők ekvivalens rendszere határozza meg. Ezeknek az erőknek komponensei:

$$f_x = f_{1x} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial q_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial q_{xz}}{\partial z}; \quad \text{s. i. t.}^1 \quad (28)$$

Ha ide behelyettesítjük a (26)-ból és (27)-ből adódó értékeket, nyerjük:

$$\begin{aligned} \dot{f} = & -\frac{d\Sigma}{dt} - [\varepsilon \mathbf{E} \times \operatorname{rot} \mathbf{E}] + \mathbf{E} \cdot \operatorname{div} (\varepsilon \mathbf{E}) - \frac{1}{2} \mathbf{E}^2 \cdot \operatorname{grad} \varepsilon - \\ & - [\mu \mathbf{M} \times \operatorname{rot} \mathbf{M}] + \mathbf{M} \cdot \operatorname{div} (\mu \mathbf{M}) - \frac{1}{2} \mathbf{M}^2 \cdot \operatorname{grad} \mu. \end{aligned} \quad (29)$$

Ez az erők legáltalánosabb kifejezése.

Először is megjegyezzük, hogy *vákuumra*:

$u = 0$, $\lambda = 0$, $\varepsilon = \mu = 1$ és így $\mathcal{E} = \mathbf{E}$, $\mathcal{M} = \mathbf{M}$, $A = 0$; továbbá $\operatorname{div} \mathbf{E} = \operatorname{div} \mathbf{M} = 0$. A (29)-ben szereplő négy utolsó tag tehát külön-külön eltűnik, a három első tag összege pedig I' és II' miatt zérus. Az \dot{f} erő tehát azonosan zérus a térnek mindazon helyén, ahol nincs az erőknek anyagi

¹ Az eddigiekre vonatkozólag v. ö. Lorentz, Math. Enc. V. p. 251. Lorentz azonban az u^2 -et tartalmazó tagokat elhanyagolja.

hordozójuk. Ez a tétel logikai posztulátum, ha a vákuumot nem tekintjük ad hoc anyagi tulajdonságokkal rendelkező közegnek. Másrészt ez a tétel egyenleteinkből csak az $u=0$ feltétel segítségével nyerhető. Azt a vonatkoztatási rendszert tehát, melyre alapegyenleteink érvényesek, *fogalmilag* úgy adhatjuk meg, hogy ez a rendszer nyugszik az üres térhez képest. Ez az eredményünk viszont rendkívül fontos a tapasztalat leírása szempontjából.

Minthogy az elektromágneses erőket olyan testeken *mérjük*, melyek a Földhöz képest nyugalomban vannak vagy lassan mozognak, ezért elsőrendű fontosságú az \bar{f} értéke $u=p=\text{konstans}$ esetén. Áttekinthető formában kapjuk ezt az értéket, ha (6) alapján ismét bevezetjük a t' helyi időt. Akkor (7) segítségével (29)-ből, vagy még egyszerűbben

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x'} - p_x \cdot \frac{d}{dt'} \quad \text{s. i. t.}$$

és

$$\frac{\overline{d}}{dt} = \frac{d}{dt} = \frac{d}{dt'}$$

alapján közvetlenül (28)-ból adódik:

$$\begin{aligned} f_x = & -\frac{d\Sigma_x}{dt'} - [\varepsilon \mathbf{E} \times \text{rot}' \mathbf{E}]_x + \text{div}'(\varepsilon \mathbf{E}) \cdot \mathbf{E}_x - \frac{1}{2} \mathbf{E}^2 \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x'} - \\ & - [\mu \mathbf{M} \times \text{rot}' \mathbf{M}]_x + \text{div}'(\mu \mathbf{M}) \cdot \mathbf{M}_x - \frac{1}{2} \mathbf{M}^2 \cdot \frac{\partial \mu}{\partial x'} - \\ & - p_x \frac{d}{dt'} (q + q_{xx}) - p_y \frac{d}{dt'} q_{xy} - p_z \frac{d}{dt'} q_{xz}. \end{aligned}$$

Mivel I'b—IIIb szerint:

$$\begin{aligned} -\text{rot}' \mathbf{E} &= \mu \frac{d\mathbf{M}}{dt'}, \\ \text{rot}' \mathbf{M} &= \varepsilon \frac{d\mathbf{E}}{dt} + \mathbf{A}, \end{aligned}$$

ezért:

$$\begin{aligned} \bar{f}_x = \bar{f}_{0x} + \frac{d}{dt'} \left\{ (\varepsilon \mu - 1) \Sigma_x + p_x \left(\frac{1}{2} (\varepsilon \mathbf{E}^2 + \mu \mathbf{M}^2) - (\varepsilon \mathbf{E}_x^2 + \mu \mathbf{M}_x^2) \right) \right. \\ \left. - p_y (\varepsilon \mathbf{E}_x \mathbf{E}_y + \mu \mathbf{M}_x \mathbf{M}_y) - p_z (\varepsilon \mathbf{E}_x \mathbf{E}_z + \mu \mathbf{M}_x \mathbf{M}_z) \right\}, \end{aligned} \quad (30)$$

ahol

$$\bar{f}_0 = \mathbf{E} \cdot \text{div}'(\varepsilon \mathbf{E}) - \frac{1}{2} \mathbf{E}^2 \cdot \text{grad}' \varepsilon + \mathbf{M} \cdot \text{div}'(\mu \mathbf{M}) - \frac{1}{2} \mathbf{M}^2 \cdot \text{grad}' \mu + [\mathbf{A} \times \mu \mathbf{M}]. \quad (31)$$

A (31)-ben szereplő kifejezés, mint a relatív koordináták és a helyi idő függvénye, explicite már nem függ p -től; sőt implicite sem tartalmazza p -t, mert a 3. §. szerint az \mathbf{E} , \mathbf{M} és \mathbf{A} mennyiségek is p -t nem tartalmazó függvényei

ugyanennek a négy változónak. *Stacionárius* állapotokra $\dot{f} = \dot{f}_0$. Másrészt viszont ezeknek az állapotoknak a leírásánál teljesen mindegy, hogy helyi időt vagy általános időt használunk-e. Tételünkéből tehát adódik: stacionárius térben a relatíve nyugvó testekre ható erők szigorú értelemben függetlenek a Föld mozgásától. Eredményünk továbbá ezekre az erőkre a jólismert kifejezéseket szolgáltatja, melyek a tapasztalattal pontos egyezésben vannak.

Változó állapotok esetén az f_0 -hoz több tag járul, melyeknek mindegyike mint idő szerinti teljes differenciálhányados állítható elő. Ez a körülmény kizárja azt a lehetőséget, hogy periodikus folyamatok pillanatnyi hatásait tetszés szerint összegezzük. Másrészt viszont a $\{ \}$ -zárójelben szereplő egyes tagok mindegyike rendkívül kicsi mennyiség: Σ -nak, valamint a $()$ -zárójelben szereplő mennyiségeknek nagyságrendje egyezik w nagyságrendjével; Σ együtthatója azonban minden könnyen mozgatható testre (gázokra) rendkívül kicsi, a $()$ -ben álló tagok együtthatói pedig a $p = 10^{-4}$ vektor összetevői, feltéve, hogy egyenleteink vonatkoztatási rendszere az álló csillagokhoz képest nyugalomban van. Az f_0 -hoz adódó tagok tehát elhanyagolhatók; f_0 pedig független p -től, ha negyedik változónak a földi helyi időt választjuk.

A mechanikai erők figyelembe vétele tehát megerősíti régebbi eredményünket: nincs olyan tapasztalat, mely ne engedné meg, hogy alapegyenleteinket tetszésünk szerint vonatkoztassuk a Földhöz rögzített koordinátarendszerre, vagy olyanra, amely a Földhöz képest tetszőleges egyenesvonalú egyenletes mozgást végez akkora sebességgel, mely nagyságrendileg egyezik a Föld és az álló csillagok egymáshoz viszonyított sebességével. Csupán az időkoordinátát kell alkalmasan hozzáilleszteni az önkényesen választott térbeli vonatkoztatási rendszerhez.

1904. december 22.

Fordította: Szabó János.

Technikai szerkesztő: Turchányi György
A kiadásért felel: az Akadémiai Kiadó igazgatója
Műszaki felelős: Szöllősy Károly
A kézirat beérkezett: 1955. VIII. 4. — Terjedelem: 11 (A/5) ív, 42 ábra

Szegedi Nyomda Vállalat 55-3803

Felelős vezető: Vincze György

A MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK
OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetések, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (hat szám alkot egy kötetet).

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 40 Ft., külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 04-878-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv és Hírlap-Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, VI. Sztálin út 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

Ára: 10,— Ft.

Előfizetés kötetenként 42,—Ft.

TARTALOMJEGYZÉK

	Oldal
<i>Horváth János</i> : Megjegyzések a bilokális terek elméletéhez	467
<i>Mérey Imre</i> : A KFKI atomfizikai osztályának 800 kV-os kaszkádgenerátora	489
<i>Pásztor Endre, Siegler Jánosné</i> : KFKI atomfizikai osztályának 800 kV-os részecskegyorsító berendezése	497
<i>Náray Zsolt</i> : Vizsgálatok fényérzékeny elektronsokszorozók sötétáramának csökkentésére	515
<i>Erő János</i> : Vizsgálatok rádiófrekvenciás ionforráson	529
<i>Tamás Gyula és Tarnóczy Tamás</i> : Hárták áteresztő képességének megváltozása ultrahang hatására	543

A LABORATÓRIUMBÓL

<i>Voszka Rudolf</i> : Laboratóriumi feszültségszabályozó	553
<i>Fáthy Ferenc</i> : Mozgófénykép készítése mikroszkópon keresztül	557

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

<i>E. Schatzman</i> : A grafitrészecskék okozta interstelláris fénypolarizációról	561
---	-----

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

<i>Emil Cohn</i> : Mozgó rendszerek elektrodinamikájáról I.	571
<i>Emil Cohn</i> : Mozgó rendszerek elektrodinamikájáról II.	579

A MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT 3. KÖTETÉNEK TARTALOMJEGYZÉKE:

	Oldal
Náray Zsolt: A katódérzékenységeloszlás meghatározása fotomultipliernél	1
Bardócz Árpád: Elektronikus vezérlésű spektroszkópiai nagyfeszültségű szikrafényforrás széles tartományban változtatható szikragyakorisággal	13
Pál Lénárd: Maghasadási vizsgálatoknál fellépő valószínűségszámítási kérdésekről . .	31
Horváth János: Közelítő módszer a sajátfüggvények meghatározására	43
Pauncz Rezső: Egy új kvantum-kémiai közelítő módszer teljesítőképességének vizsgálata	47
Jánossy Lajos—Nagy Kázmér: A kvantummechanikai Einstein-paradoxon egy követ- kezménye	61
Budó Ágoston—Kovács István: Vizsgálatok az O_2^+ molekula 4II energiaállapotán . . .	67
Román Pál: A vákuum-polarizáció néhány hatásának fenomenológikus tárgyalása . .	115
Gergely György: Sávzélességi problémák relaxációs jelenségek vizsgálatánál	125
Medveczky László—Bujdosó Ernő: Sötétlátóterű mikroszkóp-megvilágítás gyors neutro- nok fotoemulziós energiaméréséhez	129
Varsányi Ferenc—Bardócz Árpád: Lemeztartó mozgató szerkezet spektrográfhhoz . .	137
Marx György—Szamosi Géza: Nucleon mozgása skaláris mezonterben	141
Náray Zsolt: Analógia-számológép lineáris egyenletrendszerek megoldására	157
Jánossy Lajos—Náray Zsolt: Dekadikus fénycsökkentő berendezés	171
Bardócz Árpád: Egyetemes beállíthatóságú szaggatott ívgerjesztő spektroszkópiai célokra elektronikus vezérléssel	227
Ádám András—Varga Péter: Fotonok számlálása elektronsokszorozóval	249
Jánossy Lajos—Kiss Dezső: GM-csővek megszólalási valószínűségének mérése . . .	257
Berencz Ferenc: Egy új eljárás a H_2 molekula kötési energiájának meghatározására . .	265
Berencz Ferenc: Megjegyzések az abszorpciós görbék analiziséhez	271
Horváth Márton—Dézsi Zoltán—Szalay Sándor: Vizsgálatok a kryptonnak levegőből üzemi kinyerése alkalmával feldúsuló radioaktív szennyeződésére vonat- kozólag	279
Marx György: Az elektron és a nucleonok saját momentuma a Dirac-elméletben . . .	291
Nagy László: A Rossi-görbe vizsgálata nagy ólomvastagságnál	307
Jánossy Lajos: Az elektronsokszorozók statisztikájáról	345
Tarján Imre—Ujhelyi Sándor: Antracén egykristályok előállítása	363
Györgyi Géza: Fénykvantumok dielektrikumában	369
Rozsnyai Balázs: Megjegyzés az atommagok héjszerkezete és sűrűségeloszlása közötti összefüggésről	377
Dési Sándor—Náray Zsolt: Egyes lefutású polár oszcilloszkop millimikroszekundum időtartamok mérésére	383
Keszthelyi Lajos: γ -sugarak számlálása szcintillációs számlálóval	393
Horváth János: Megjegyzések a bilokális terek elméletéhez	467
Mérei Imre: A KFKI atomfizikai osztályának 800 kV-os kaszkádgenerátora	489
Pásztor Endre—Siegler Jánosné: A KFKI atomfizikai osztályának 800 kV-os részecske- gyorsító berendezése	497
Náray Zsolt: Vizsgálatok fényérzékeny elektronsokszorozók sötétáramának csökkentésére	515
Erő János: Vizsgálatok rádiófrekvenciás ionforráson	529
Tamás Gyula—Tarnóczy Tamás: Hárták áteresztő képességének megváltozása ultra- hang hatására	543

A LABORATÓRIUMBÓL

	Oldal
Nagy János: Távpipettázó készülék radioaktív és más fertőző folyadékok pipettázására	407
Tarján Imre—Voszka Rudolf: Megjegyzések elektromos kályhák hőmérsékletszabályozásához	411
Csikai Gyula: Kisméretű villanó (Flash) lámpa	417
Voszka Rudolf: Laboratóriumi feszültségszabályozó	553
Fáthy Ferenc: Mozgófénykép készítése mikroszkópon keresztül	557

A FOLYÓ IRODALOMBÓL

V. A. Antonov—Romanovszkij: Poralakú lumineszkáló anyagok abszorpciós tényezőjének meghatározása	87
P. E. Hodgson: Elemi részecskék	181
Leopold Infeld: A klasszikus elektrodinamika legújabb fejlődése	317
N. P. Bogacsev—I. P. Vzorov: 660 MeV energiájú protonok rugalmas szóródása protonokon	423
V. P. Dzselepov—Ju. M. Kazarinov: 380 MeV energiájú neutronok rugalmas szóródása protonokon	427
V. P. Dzselepov—B. M. Golovin—V. I. Szatarov: 300 MeV energiájú neutronok rugalmas szóródása neutronokon	433
E. Schatzman: A grafitrészecskék okozta interstelláris fénypolarizációról	561

A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

L. de Broglie: Az anyagi pont dinamikája és a geometriai optika közötti párhuzamról	103
H. A. Lorentz: A fénysebességnél kisebb, tetszőleges sebességgel mozgó rendszerben fellépő elektromágneses jelenségek	191
Albert A. Michelson—Edward W. Molley: A Föld és az éter relatív mozgásáról	329
H. A. Lorentz: Michelson interferenciakísérlete	341
Novobátzky Károly: A relativitás elméletének 50 éves jubileuma	439
A. Einstein: A mozgó testek elektrodinamikájáról	441
Emil Cohn: Mozgórendszerek elektrodinamikájáról I.	571
Emil Cohn: Mozgórendszerek elektrodinamikájáról II.	579

KÖNYVISMERTETÉS

V. Veksler—L. Grosev—B. Iszajev: Sugárzások vizsgálata ionizációs módszerekkel (Fenyves Ervin)	211
Roland Eötvös: Gesammelte Arbeiten (Renner János)	212
G. I. Szkanavi: A dielektrikumok fizikája (Gyenge terek tartománya) (Nagy Elemér)	214
Faragó P.—Pócsa J.: Elektronfizika (Guba Ferenc)	216
J. C. Slater: Mikrohullámú elektronika (Tari László)	217
E. V. Spolszkij: Atomfizika I. (Keszthelyi Lajos)	218
A. Ahijezer—I. Pomerancuk: Fejezetek az elméleti magfizika köréből (Mráz József)	220

LEVÉL A SZERKESZTŐHÖZ

Dezső Lóránt: Néhány adat a csillagászat hazai történetéből	223
---	-----

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT 3. KÖTETÉNEK NÉVMUTATÓJA

	Oldal		Oldal
Antonov—Romanovszkij V. V.	87	Kovács István, lásd Budó Ágoston	
Ádám András—Varga Péter	249	Lorentz H. A.	191, 341
Bardócz Árpád	13, 227	Marx György—Szamosi Géza	141
Bardócz Árpád, lásd Varsányi		Marx György	291
Berencz Ferenc	265, 271	Medveczky László – Bujdosó Ernő	129
Bogacsev N. P.—Vzorov I. P.	423	Mérei Imre	489
de Broglie L.	103	Michelson Albert—Molley Edvard	329
Budó Ágoston—Kovács István	67	Nagy János	407
Bujdosó Ernő, lásd Medveczky		Nagy Kázmér, lásd Jánossy Lajos	
Cohn Emil	571, 579	Nagy László	307
Csikai Gyula	417	Náray Zsolt	1, 157, 515
Dezső Lóránt	223	Náray Zsolt, lásd Dési Sándor	
Dési Sándor—Náray Zsolt	383	Náray Zsolt, lásd Jánossy Lajos	
Dézi Zoltán, lásd Horváth Márton		Novobátzky Károly	439
Dzselepov V. P.—Kazarinov Ju. M.	427	Pásztor Endre—Siegler Jánosné	497
Dzselepov V. P.—Golovin V. M.—		Román Pál	115
Szatarov V. I.	433	Rozsnyai Balázs	377
Einstein Albert	441	Schatzman E.	561
Erő János	529	Siegler Jánosné, lásd Pásztor Endre	497
Fáthy Ferenc	557	Szamosi Géza, lásd Marx György	
Gergely György	125	Szatarov V. I., lásd Dzselepov	
Golovin V. M., lásd Dzselepov		Szalay Sándor, lásd Horváth Márton	
Györgyi Géza	369	Tamás Gyula—Tarnóczy Tamás	543
Hodgson P. E.	181	Tarján Imre—Ujhelyi Sándor	363
Horváth János	43, 467	Tarján Imre—Voszka Rudolf	411
Horváth Márton—Dézi Zoltán—		Tarnóczy Tamás, lásd Tamás Gyula	
Szalay Sándor	279	Ujhelyi Sándor, lásd Tarján Imre	
Infeld Leopold	317	Varga Péter, lásd Ádám András	
Jánossy Lajos—Nagy Kázmér	61	Varsányi Ferenc—Bardócz Árpád	137
Jánossy Lajos—Náray Zsolt	171	Voszka Rudolf	553
Jánossy Lajos—Kiss Dezső	257	Voszka Rudolf, lásd Tarján Imre	
Jánossy Lajos	345	Vzorov I. P., lásd Bogacsev	
Kazarinov Ju. M., lásd Dzselepov V. P.		Pál Lénárd	31
Keszthelyi Lajos	393	Pauncz Rezső	47
Kiss Dezső, lásd Jánossy Lajos			

